



# **Étude des algorithmes d'approximation de fonctions de croyance généralisées**

**Thèse**

**Pascal Djiknavorian**

**Doctorat en génie électrique**  
Philosophiæ doctor (Ph.D.)

Québec, Canada

© Pascal Djiknavorian, 2014



# Résumé

La recherche présentée ici consiste à résoudre le problème de difficulté calculatoire de la fusion d'informations dans le cadre de la théorie de l'évidence de Dempster-Shafer, ainsi que celui de la théorie de Dezert-Smarandache. On présente des études sur l'utilisation d'une variété d'algorithmes d'approximation connus ainsi que sur un nouvel algorithme d'approximation. On présente aussi une étude sur les métriques connues de distance entre corps d'évidence ainsi que deux nouvelles métriques. Enfin, on montre une étude de la possibilité d'employer une méthode d'optimisation afin de sélectionner automatiquement les paramètres d'approximation à l'aide de critères de performance.

*Mots-clés* : Dezert, Smarandache, Dempster, Shafer, Fusion, Fonctions de croyance.





# Abstract

This research is about the solving of the computational difficulty of data fusion in the evidence theory of Dempster-Shafer theory and Dezert-Smarandache theory. We study the use of a variety of known approximation algorithms as well as a new approximation algorithm that we propose. We also study known metrics between bodies of evidence as well as two new metrics that we develop. Finally, we study the possibility of using an optimization method to automatically select the parameters of approximation with performance criteria.

*Keywords:* Dezert, Smarandache, Dempster, Shafer, Fusion, Belief functions.



# Table des matières

Résumé	iii
Abstract	v
Table des matières	vii
Liste des tableaux	ix
Liste des figures	xi
Remerciements	xix
Avant-propos	xxi
Glossaire	xxiii
Liste des symboles	xxix
<b>Introduction</b>	<b>1</b>
Problématique . . . . .	3
Objectifs principaux . . . . .	4
Plan de la thèse . . . . .	4
<b>1 Outils Mathématiques</b>	<b>5</b>
1.1 Théorie mathématique de l'évidence de Dempster-Shafer . . . . .	6
1.2 Théorie de Dezert-Smarandache . . . . .	15
1.3 Conclusions et contributions . . . . .	28
<b>2 Applications &amp; Implémentation</b>	<b>29</b>
2.1 Classification d'allégeance . . . . .	32
2.2 Identification de plateformes navales . . . . .	38
2.3 Conclusions et contributions . . . . .	49
<b>3 Métriques d'Évidence</b>	<b>51</b>
3.1 Méthodes classiques . . . . .	53
3.2 Adaptations vers la DS <sub>m</sub> T . . . . .	60
3.3 Nouvelles mesures originales proposées entre deux corps d'évidence . . . . .	64
3.4 Conclusions et contributions . . . . .	73

<b>4 Algorithmes d'Approximation</b>	<b>75</b>
4.1 Algorithmes classiques . . . . .	77
4.2 Adaptation pour fonctions de croyance généralisées . . . . .	81
4.3 Nouvel algorithme, l'algorithme d'approximation <i>klxy</i> . . . . .	82
4.4 Conclusions et contributions . . . . .	86
<b>5 Résultats et analyse</b>	<b>87</b>
5.1 Résultats pour un cas académique . . . . .	88
5.2 Application au cas de classification d'allégeance . . . . .	107
5.3 Méthode d'optimisation considérée pour fins de simplifications du processus d'approximation . . . . .	131
5.4 Résultats pour un cas d'identification de plateformes navales . . . . .	141
5.5 Conclusions et contributions . . . . .	142
<b>Conclusion</b>	<b>143</b>
Rappel des objectifs . . . . .	144
Contributions de nos recherches à l'état de l'art . . . . .	144
Atteinte des objectifs . . . . .	146
Perspectives envisagées . . . . .	147
<b>A Démonstrations Mathématiques</b>	<b>149</b>
A.1 Distance de Hamming pour Évidences (DHE) . . . . .	150
A.2 Distance basée sur le niveau d'incertitude partagée (DSU) . . . . .	152
<b>B Quelques publications récentes et soumission</b>	<b>155</b>
B.1 Soumission au Journal of Applied Mathematics . . . . .	156
B.2 Publication au Journal of Emerging Technologies in Web Intelligence . . . . .	167
B.3 Publication au Journal of Advances in Information Fusion . . . . .	177
B.4 Extrait d'un livrable remis au RDDC . . . . .	187
<b>C Base de données des plateformes navales</b>	<b>221</b>
C.1 Statistiques sur la base de données des plateformes navales . . . . .	222
C.2 Correspondance entre no. d'émetteur et leur type . . . . .	223
C.3 Extrait de la base de données des plateformes navales . . . . .	225
<b>Bibliographie</b>	<b>227</b>

# Liste des tableaux

1.1	Trois corps d'évidence à combiner . . . . .	9
1.2	Résultats d'une étape intermédiaire de la combinaison de BOE 1 et de BOE 2 par le biais de la règle conjonctive . . . . .	9
1.3	Résultats de la combinaison de BOE 3 avec les résultats du tableau 1.2 par le biais de la règle conjonctive . . . . .	9
1.4	Résultats finaux de la combinaison de BOE 1, BOE 2, et BOE 3 par le biais de la règle conjonctive . . . . .	10
1.5	Résultats d'une étape intermédiaire de la combinaison de BOE 1 et de BOE 2 par le biais de la règle disjonctive . . . . .	11
1.6	Résultats de la combinaison de BOE 3 avec les résultats du tableau 1.5 par le biais de la règle disjonctive . . . . .	11
1.7	Résultats finaux de la combinaison de BOE 1, BOE 2, et BOE 3 par le biais de la règle disjonctive . . . . .	11
1.8	Combinaison de l'exemple 1.2 en considérant toutes conjonctions comme étant conflictuelles . . . . .	13
1.9	Combinaison de l'exemple 1.2 avec redistribution de la masse conflictuelle suivant la règle de Dempster . . . . .	13
1.10	Sequence de Dedekind . . . . .	16
1.11	Différentes séries de nombres . . . . .	16
1.12	Procédure à appliquer pour la DS <sub>m</sub> H à chaque paire d'ensembles $(X_1, X_2)$ . . . . .	20
1.13	Combinaison de BOE 1 et de BOE 2 suivant la DS <sub>m</sub> H . . . . .	21
1.14	Combinaison de BOE 3 avec les résultats du tableau 1.13 suivant la DS <sub>m</sub> H . . . . .	21
1.15	Résultats finaux de la combinaison de BOE 1, BOE 2, et BOE 3 suivant la DS <sub>m</sub> H avec les contraintes imposées. . . . .	22
1.16	Cardinaux DS <sub>m</sub> sous différents modèles hybrides de $D^\Theta$ avec $ \Theta  = 3$ . . . . .	24
3.1	Trois BOE, série no. 1 . . . . .	60
3.2	Distance de Jousselme entre les BOEs de la table 3.1 . . . . .	61
3.3	Trois BOEs, série no. 2 (du modèle DS <sub>m</sub> libre) . . . . .	61
3.4	Trois BOEs, série no. 3, considérant l'ensemble $B \cap C$ impossible . . . . .	62
3.5	mJI entre les BOE <sub>1</sub> et BOE <sub>2</sub> de la table 3.3 . . . . .	63
3.6	Table de vérité de l'opérateur OR binaire . . . . .	64
3.7	Table de vérité de l'opérateur XOR binaire . . . . .	65
3.8	DHE entre les BOEs de la table 3.3 . . . . .	67
3.9	Première partie du calcul de DHE (BOE <sub>1</sub> , BOE <sub>2</sub> ), répartition des ensembles de BOE <sub>1</sub> . . . . .	68
3.10	Première partie du calcul de DHE (BOE <sub>1</sub> , BOE <sub>2</sub> ), répartition des ensembles de BOE <sub>2</sub> . . . . .	69

3.11	Seconde partie du calcul de DHE ( $BOE_1, BOE_2$ ), effectuer l'opération des différences absolues. . . . .	69
3.12	Seconde partie du calcul de DHE ( $BOE_1, BOE_2$ ), sommation des différences absolues divisée par deux. . . . .	69
3.13	Premier exemple simple de cas du calcul de la DSU . . . . .	72
3.14	Résultat du calcul DSU entre les BOEs de la table 3.3 . . . . .	72
3.15	2e exemple, 1ère partie du calcul de DSU ( $BOE_1, BOE_2$ ), produit des masses et évaluation des valeurs de $\varphi$ . . . . .	72
3.16	2e partie du calcul de DSU ( $BOE_1, BOE_2$ ), produit des masses avec $\varphi$ . . . . .	72
3.17	Dernière partie du calcul de DSU ( $BOE_1, BOE_2$ ), sommation et normalisation. . . . .	72
5.1	Cas académiques pour exploration des algorithmes d'approximation . . . . .	88
5.2	Cas académiques supplémentaires pour exploration des algorithmes d'approximation	88
5.3	Cas académiques pour exploration des métriques . . . . .	88
5.4	Valeurs de distance pour la série de paires de BOEs décrites pour le cas d'exploration 1 . . . . .	102
5.5	Durée du temps d'exécution en secondes pour la série de paires de BOEs décrite pour le cas d'exploration 1 . . . . .	103
5.6	Valeurs de distances pour la série de paires ( $BOE_1, BOE_2^\bullet$ ) . . . . .	104
5.7	Cas de classification d'allégeance publié . . . . .	107
5.8	Cas de classification d'allégeance . . . . .	107
5.9	Cas de classification d'allégeance . . . . .	107
5.10	Temps d'exécution selon les métriques pour la série de paires de BOEs décrites précédemment (Cas d'exploration 3 : ESM sous DST). . . . .	128
5.11	Temps d'exécution selon les métriques pour la série de paires de BOEs décrites précédemment (Cas d'exploration 4 : ESM dégradé avec règle de DS) . . . . .	129
5.12	Temps d'exécution selon les métriques pour la série de paires de BOEs décrites précédemment (Cas d'exploration 3 : ESM sous DSMT). . . . .	129
5.13	Temps d'exécution selon les métriques pour la série de paires de BOEs décrites ci-haut (Cas d'exploration 3 spécial : ESM sous DSMT). . . . .	130
5.14	Temps d'exécution pour différentes valeurs de $klx$ , où le cas travaillant avec des BOEs originaux donne 59.6458. . . . .	139
5.15	Distances de Jousset pour différentes valeurs de $klx$ , où le cas travaillant avec des BOEs originaux donne 0.4154. . . . .	140
C.1	Pays d'origine des plateformes navales . . . . .	222
C.2	Nombre et fonction des émetteurs des plateformes navales . . . . .	222
C.3	Nombre et type de véhicules marins considérés pour la catégorie militaire . . . . .	222
C.4	Extrait des correspondances entre no d'émetteurs, type, et désignation . . . . .	223
C.5	Informations aisément disponibles sur le NAVFICO SIGNAAL-WM-08 . . . . .	224
C.6	Extrait de la base de données des plateformes navales . . . . .	225

# Liste des figures

1.1	$C_{\mathcal{M}}(\theta_1)$ sous diverses conditions . . . . .	25
1.2	Résultat de capture d'un réseau de surveillance des côtes à l'instant 1 . . . . .	27
1.3	Résultat de capture d'un réseau de surveillance des côtes à l'instant 2 . . . . .	27
2.1	La boucle OODA telle que représentée par Boyd [11] . . . . .	30
2.2	Cas d'un pays en état de paix . . . . .	32
2.3	Cas d'un pays en état d'alerte . . . . .	33
2.4	Représentation sous diagramme de Venn de l'allégeance stanag et de l'allégeance esm pour un cas sans contrainte. . . . .	34
2.5	Distribution de probabilité BETA, avec paramètres $\alpha = 2$ et $\beta = 10$ pour la construction du BOE à partir des émetteurs vus par le ESM . . . . .	41
2.6	Évolution de la distribution des masses du BOE construite avec l'information du ESM, en fonction de $\varphi$ , et de la distribution BETA de la figure 2.5 . . . . .	42
2.7	Distribution de masse parmi les ensembles possibles d'émetteurs vus par le ESM . . . . .	44
2.8	Évolution de la distribution des masses du BOE construit avec l'information du ESM, en fonction de $\varphi$ , et de la distribution de la figure 2.7 . . . . .	44
2.9	Courbes d'appartenances floues du ST en fonction de la longueur . . . . .	47
3.1	Processus d'évaluation de distance entre $\text{BOE}_0$ et $\text{BOE}_{\text{apx}}$ . . . . .	59
3.2	Diagramme de Venn montrant l'opérateur XOR binaire avec valeurs discrètes . . . . .	65
3.3	Diagramme de Venn montrant l'opérateur XOR binaire avec valeurs continues . . . . .	65
3.4	Représentation visuelle par diagrammes de Venn des ensembles pour un calcul de DHE pour un cadre de discernement d'une cardinalité de 3. . . . .	68
3.5	Exemples pour chacun des cas possible de $\varphi_{A \times B}$ . . . . .	71
5.1	Niveau de conflit pour $N = 40$ , $M = 20$ , et une structure de masses du <i>type 1</i> . . . . .	92
5.2	Taux de bonnes décisions pour $N = 40$ , $M = 20$ , et une structure de masses du <i>type 1</i> . . . . .	92
5.3	Distance de Jousselme pour $N = 40$ , $M = 20$ , et une structure de masses du <i>type 1</i> . . . . .	93
5.4	Niveau de conflit pour $N = 40$ , $M = 20$ , et une structure de masses du <i>type 2</i> . . . . .	93
5.5	Taux de bonnes décisions pour $N = 40$ , $M = 20$ , et une structure de masses du <i>type 2</i> . . . . .	94
5.6	Distance de Jousselme pour $N = 40$ , $M = 20$ , et une structure de masses du <i>type 2</i> . . . . .	94
5.7	Cardinal des propositions des BOEs après approximation de Simard et Valin pour $N = 40$ , $M = 20$ et structure de masses de <i>type 1</i> . . . . .	98
5.8	Nombre de propositions des BOEs après approximation de Simard et Valin pour $N = 40$ , $M = 20$ et structure de masses de <i>type 1</i> . . . . .	98

5.9	Cardinal des propositions des BOEs après approximation de Tessem pour $N = 40$ , $M = 20$ et structure de masses de <i>type 1</i> .	99
5.10	Nombre de propositions des BOEs après approximation de Tessem pour $N = 40$ , $M = 20$ et structure de masses de <i>type 1</i> .	99
5.11	Cardinal des propositions des BOEs après approximation de Bauer pour $N = 40$ , $M = 20$ et structure de masses de <i>type 2</i> .	100
5.12	Nombre de propositions des BOEs après approximation de Bauer pour $N = 40$ , $M = 20$ et structure de masses de <i>type 2</i> .	100
5.13	Cardinal des propositions des BOEs après approximation de Tessem pour $N = 40$ , $M = 20$ et structure de masses de <i>type 2</i> .	101
5.14	Nombre de propositions des BOEs après approximation de Tessem pour $N = 40$ , $M = 20$ et structure de masses de <i>type 2</i> .	101
5.15	Diagramme de Venn montrant les 7 parties d'un cadre de discernement de taille 3 avec le modèle DS <sub>m</sub> libre.	105
5.16	Temps d'exécution en secondes par cycle Monte Carlo pour l'étape de combinaison DS <sub>m</sub> H et d'approximation.	108
5.17	Taux de bonnes décisions pour un combinaison DS <sub>m</sub> H en utilisant l'approximation $k - l - x$ ( $k = 3, 5, 8, 10 - l = 8 - x = 0.2$ ).	109
5.18	Temps d'exécution (en secondes) par cycle Monte Carlo pour la règle de Dempster-Shafer et l'approximation. (DST, ESM fonctionnel)	111
5.19	Taux de bonnes décisions basées sur la masse la plus élevée. (DST, ESM fonctionnel)	112
5.20	Temps d'exécution moyen (en secondes) par itération de combinaison et d'approximation avec la distance de Jousselme. (DST, ESM fonctionnel)	113
5.21	Temps d'exécution moyen (en secondes) par itération pour le processus de décision avec la distance de Jousselme. (DST, ESM fonctionnel)	113
5.22	Distances de Jousselme par itération pour une sélection de paramètres $klx$ avec le GT. (DST, ESM fonctionnel)	114
5.23	Temps d'exécution moyen (en secondes) par itération de combinaison et d'approximation avec la distance DHE. (DST, ESM fonctionnel)	115
5.24	Temps d'exécution moyen (en secondes) par itération pour le processus de décision avec la distance DHE. (DST, ESM fonctionnel)	115
5.25	Distances DHE par itération pour une sélection de paramètres $klx$ avec le GT. (DST, ESM fonctionnel)	116
5.26	Temps d'exécution moyen (en secondes) par itération de combinaison et d'approximation. (DS <sub>m</sub> T, ESM fonctionnel)	117
5.27	Taux de bonnes décisions basées sur la masse la plus élevée. (DS <sub>m</sub> T, ESM fonctionnel)	117
5.28	Temps d'exécution moyen (en secondes) par itération de combinaison et d'approximation avec la distance de Jousselme. (DS <sub>m</sub> T, ESM fonctionnel)	118
5.29	Temps d'exécution moyen (en secondes) par itération pour le processus de décision avec la distance de Jousselme. (DS <sub>m</sub> T, ESM fonctionnel)	119
5.30	Distances de Jousselme par itération pour une sélection de paramètres $klx$ avec le GT. (DS <sub>m</sub> T, ESM fonctionnel)	119
5.31	Temps d'exécution moyen (en secondes) par itération de combinaison et d'approximation avec la distance DHE. (DS <sub>m</sub> T, ESM fonctionnel)	120
5.32	Temps d'exécution moyen (en secondes) par itération pour le processus de décision avec la distance DHE. (DS <sub>m</sub> T, ESM fonctionnel)	121
5.33	Distances DHE par itération pour une sélection de paramètres $klx$ avec le GT. (DS <sub>m</sub> T, ESM fonctionnel)	121



---

5.34	Temps d'exécution moyen (en secondes) par itération de combinaison et d'approximation. (DST, ESM endommagé) . . . . .	122
5.35	Taux de bonnes décisions basées sur la masse la plus élevée. (DST, ESM endommagé)	123
5.36	Temps d'exécution moyen (en secondes) par itération de combinaison et d'approximation avec la distance de Joussetme. (DST, ESM endommagé) . . . . .	124
5.37	Temps d'exécution moyen (en secondes) par itération pour le processus de décision avec la distance de Joussetme. (DST, ESM endommagé) . . . . .	124
5.38	Distances de Joussetme par itération pour une sélection de paramètres <i>klx</i> avec le GT. (DST, ESM endommagé) . . . . .	125
5.39	Temps d'exécution moyen (en secondes) par itération de combinaison et d'approximation avec la distance DHE. (DST, ESM endommagé) . . . . .	126
5.40	Temps d'exécution moyen (en secondes) par itération pour le processus de décision avec la distance DHE. (DST, ESM endommagé) . . . . .	126
5.41	Distances DHE par itération pour une sélection de paramètres <i>klx</i> avec le GT. (DST, ESM endommagé) . . . . .	127
5.42	Opération de réflexion de Nelder-Mead . . . . .	132
5.43	Opération d'expansion de Nelder-Mead . . . . .	133
5.44	Opération de contraction de Nelder-Mead . . . . .	133
5.45	Opération de réduction de Nelder-Mead . . . . .	134
5.46	Temps d'exécution (gauche) et distance DHE (droite) pour différentes valeurs de <i>klx</i> sous la DST. . . . .	137
5.47	Temps d'exécution (gauche) et distance DHE (droite) pour différentes valeurs de <i>klx</i> sous la DSMT. . . . .	137
5.48	Taux de bonnes décisions pour différentes valeurs de <i>klx</i> en employant la règle DSMT. . . . .	138
C.1	le NAVFICO SIGNAAL-WM-08 . . . . .	224



*À mes parents,*  
**Nejmeh & Marwan**



If you immediately know the  
candlelight is fire, then the meal  
was cooked a long time ago.

---

Oma Desala, par Robert C.  
Cooper, dans *SG1 Maternal  
Instinct*, le 25 février 2000.



# Remerciements

Seul mon nom se trouve sur cette thèse, mais derrière cet ouvrage se trouve plusieurs années de travail. Toute une équipe de mentors, de collègues, d'amis, ainsi que la famille, qui ont été là pour me supporter d'une façon ou d'une autre. **MERCI!**

**À mes directeurs de recherche**, Prof. Dominic Grenier & Pierre Valin, sans votre support, cela n'aurait pas été possible. Merci de m'avoir offert cette opportunité de recherche, de m'avoir conseillé, guidé, corrigé, et laissé explorer des idées, parfois très originales.

**Pour mon financement**, merci à Sa Majesté la Reine, en droit du Canada, telle que représentée par le ministre de la Défense nationale.

**À mes collègues, amis**, passés et présent, Ahmed, Bahareh, Emmanuel, Michel, Louis-Philippe, Robert, ce fût un plaisir de travailler à vos côtés.

**À mes amis**, Steven, Miranda, David-Alexandre, François, Mathieu, Yanick, Youssef, Mihai, Doctor, vous m'avez bien encouragé & conseillé. Cheers!

**À ma famille**, Édouard, Richard, Pappa & Mamma, un gros **MERCI** pour vos encouragements et votre patience.

**À ceux qui considèrent entamer des études doctorales**, bonne chance & pensez-y bien. Allez lire <http://100rsns.blogspot.ca/>, et si vous y êtes toujours motivés, GO!





# Avant-propos

On voudrait souligner ici la présence d'un glossaire, ainsi que d'une table des symboles, où l'on retrouve les définitions des concepts faisant partie de la thèse ainsi que les explications sur les représentations et acronymes.

La majorité du contenu de cette thèse a déjà été publié partiellement dans des livres, journaux, archives de conférences. Le reste s'y retrouvera prochainement. Pour connaître ces publications, veuillez vous référer à la section énumérant les contributions à l'état de l'art dans le chapitre des conclusions. Cette thèse ne constitue donc en fait qu'une traduction et une réorganisation de la présentation des différents éléments déjà publiés et acceptés par les pairs.

*To the anglophone readers, if you would rather read the following in Shakespear's language, most of the content here has already been published (in english), or will soon be.*



# Glossaire

**Allégeance** En référence à la loyauté d'un individu envers un autre ou envers un pays.

**Amibe** Une amibe est un être vivant unicellulaire. Dans notre cas, cela représente une métaphore, souvent employée dans la littérature en optimisation mathématique pour représenter le simplexe.

**Associatif** Une loi de composition interne  $T$  sur un ensemble  $E$  est dite associative si pour tous ses éléments  $x, y$  et  $z$ , on a :  $xT(yTz) = (xTy)Tz$ .

**Body of evidence (BOE)** (voir corps d'évidence)

**Cadre de discernement ( $\Theta$ )** Ensemble  $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n\}$  incluant tout les singletons possibles d'un contexte précis. Les hypothèses  $\theta_i$  de l'ensemble  $\Theta$  sont supposées exclusives dans la DST. Aussi, l'ensemble  $\Theta$  est considéré comme étant exhaustif.

**Cadre de raisonnement** Ensemble de tous les ensembles possibles composés à partir d'un cadre de discernement suivant les règles de composition d'ensemble dudit cadre de raisonnement. Les compositions d'ensembles possibles sont définis pour chaque cadre de raisonnement.

**Cadre de raisonnement de base** Cadre de raisonnement de la théorie de l'évidence.

**Cadre de raisonnement DS<sub>m</sub>** Cadre de raisonnement de base avec une extension permettant également des ensembles avec intersections.

**Capteur** Un capteur est un appareil de mesure d'une information précise sur un sujet particulier. Il en existe plusieurs types. Il y a par exemple des capteurs mécaniques, optiques, électriques, etc. Chacun des types de capteurs peut fournir des informations différentes, c'est-à-dire qu'ils peuvent mesurer une vitesse, un niveau énergétique, un niveau de puissance, une pression, un niveau d'acidité, un niveau de proximité, etc.

**Commutatif** Une loi de composition interne  $T$  sur un ensemble  $E$  est dite commutative si pour tous ses éléments  $x$  et  $y$ , on a :  $xTy = yTx$ .

**Certitude totale** L'état de certitude totale survient lorsque l'on est dans une situation où la totalité de la masse attribuable possible, soit 1, se retrouve localisée sur un seul élément focal autre que l'ignorance totale ou un ensemble d'ignorance partielle. C'est donc dire que  $m(A) = 1$ , avec  $A \neq I_t$ , par exemple.

**Cible** On considère qu'une cible est un objet actif détecté par un système de détection.

**Conflit** On peut avoir un conflit dans le cas où l'on tente de combiner l'avis de sources qui s'opposent. Un conflit a lieu lorsque l'on obtient une masse issue d'une combinaison sur un ensemble qui est une contrainte. C'est-à-dire, un ensemble pour lequel on refuse d'attribuer une valeur de masse non nulle.

**Contrainte** Un ensemble que l'on considère impossible à obtenir.

**Contre-mesure** Une contre-mesure est une mesure prise pour s'opposer à une autre action, un effet, un événement, ou pour les prévenir. La présence d'une contre-mesure peut potentiellement créer un conflit.

**Corps d'évidence** Regroupement d'éléments focaux de masse non-nulle attribuée à un moment donné, sous des conditions données, à différents états hypothétiques d'une cible.

**Croyance** ( $\text{Bel}(A)$ ) Évaluation du niveau minimal de confiance que peut recevoir un ensemble.

**Efficacité décisionnelle** Capacité à prendre une décision rapidement.

**Electronic Support Measures (ESM)** Le ESM est un capteur permettant l'identification, avec un certain niveau d'incertitude, de l'identité d'émetteur(s) situé(s) sur une cible détectée et qui utilise cette information dans le but d'identification de la cible ainsi que son appartenance ami, ennemi ou neutre. Le niveau d'incertitude sur cette identification est très faible normalement. Par contre, le ESM fait cette identification dans un ensemble de possibilités assez large, d'où une possibilité de mauvaise association. De plus, la présence de multiples cibles dans le cône de mesure du détecteur accroît l'incertitude.

**Élément focal** Objet de masse non nulle de la fonction de masse. C'est un sous-ensemble  $A$  de  $\Theta$  tel que  $m(A) > 0$ .

**Ensemble parent** Un ensemble parent  $B$  par rapport à un sous-ensemble  $C$  est un ensemble tel que  $C \subseteq B$ .

**Ensemble de puissance** ( $2^\Theta$ ) Le cadre de raisonnement issu du cadre de discernement  $\Theta$  qui permet l'union et inclut l'ensemble vide ( $\emptyset$ ). Il correspond au cadre de raisonnement de base. Avec le cadre de discernement  $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n\}$  on obtient l'ensemble de puissance  $2^\Theta = \{\emptyset, \{\theta_1\}, \{\theta_2\}, \dots, \{\theta_n\}, \{\theta_1 \cup \theta_2\}, \dots, \{\theta_1 \cup \theta_2 \cup \dots \cup \theta_n\}, \dots, \Theta\}$ .

**Ensemble d'hyperpuissance** ( $D^\Theta$ ) Le cadre de raisonnement issu du cadre de discernement  $\Theta$  qui permet l'intersection, l'union, et qui inclut l'ensemble vide ( $\emptyset$ ). Il correspond au cadre de raisonnement DSm. Avec le cadre de discernement :  $\Theta = \{\theta_1, \theta_2\}$ , on obtient l'ensemble d'hyperpuissance  $D^\Theta = \{\emptyset, \{\theta_1\}, \{\theta_2\}, \{\theta_1 \cap \theta_2\}, \{\theta_1 \cup \theta_2\}\}$ .

**Ground Truth (GT)** , ou base de vérité, désigne l'ensemble qui représente la classe, ou identité, de la cible que l'on souhaite classifier, ou identifier.

**Identification Friend-or-Foe (IFF)** Un système d'identification qui ne peut identifier que des amis (alliés). Un défaut de réponse ou une mauvaise réponse occasionne soit une

- réponse variant selon sa configuration parmi ennemi, ami en difficulté, ou neutre en difficulté, par exemple.
- IDPC** Processus de combinaison de données d'identification (IDPC) est une procédure de combinaison de sources différentes pour arriver à une identification unique sur l'identité d'une cible et de son parcours dans le temps.
- Ignorance partielle** L'ignorance partielle, par rapport à l'ignorance totale, se trouve à être représentée par une union de quelques-uns des objets membres du cadre de discernement à l'étude.
- Ignorance totale ( $I_t$ )** L'ignorance totale d'un cadre de discernement, notée parfois  $\Theta$ , représente l'objet consistant en l'union de tous les singletons membres du cadre de discernement.  $\forall X \in \Theta, \cup_T = \bigcup_{i=1}^{|\Theta|} X_i = I_t$  Elle est aussi appelée, union totale  $\cup_T$ .
- Imprécision** Une imprécision peut être vue comme étant une erreur dans une mesure.
- Intelligence** Dans le contexte de cette recherche, cela signifie *information*.
- Incertitude** Une incertitude peut être vue comme étant une croyance, un doute, ou confusion à propos d'une mesure.
- Intersection** L'intersection est un opérateur mathématique à deux arguments et une sortie. L'intersection des ensembles  $A$  et  $B$  est l'ensemble de tous les éléments qui appartiennent à la fois à  $A$  et  $B$  uniquement. Elle est désignée par  $A \cap B$ , où  $A \cap B = \{x | (x \in A) \wedge (x \in B)\}$ .
- Intersection totale** Pour un cadre de discernement donné dans la DSMT, l'intersection totale est l'objet qui correspond à l'intersection de tous les singletons dudit cadre.  $\forall X \in \Theta, \cap_T = \bigcap_{i=1}^{|\Theta|} X_i$
- Intervenant** On considère les intervenants d'une opération de combinaison comme étant les objets pour lesquels on applique une combinaison. On considère les intervenants d'un conflit comme étant les deux objets (ou plus) lors de l'opération de combinaison résultant en une masse conflictuelle.
- Justesse décisionnelle** Capacité à rendre la bonne décision vis-à-vis d'un critère prédéfini.
- Masse** Le poids associé au niveau de certitude attribué à un objet. La masse d'un objet est à la théorie de l'évidence ce que la probabilité d'une hypothèse est à la théorie des probabilités. La masse associée à un objet se décrit mathématiquement par  $m : 2^\Theta \rightarrow [0, 1]$ . Pour l'objet  $\emptyset$ , la valeur de masse est de 0; et la somme des masses pour tous les objets d'un cadre de raisonnement donnée est unitaire. (Voir aussi *Basic belief assignment*.)
- Monôme** Singleton ou intersection de deux ou plusieurs singletons.
- Neutrosophie** Une nouvelle branche de la philosophie considérant non seulement le vrai et le faux mais également des éléments neutres ainsi que des intermédiaires entre ces trois états. Une logique neutrosophique, ainsi que des statistiques et probabilités neutrosophiques découlent de ce principe.

**Noyau de  $\Theta$  ( $\mathcal{K}$ )** L'ensemble de tous les éléments focaux de  $\Theta$ .

**Objet** Un objet est une composition de singletons via les opérateurs d'intersection ou d'union à partir de singletons identiques ou différents. Un singleton est donc également un objet. Les objets peuvent être membres d'un ensemble. Notez qu'un objet peut également être l'ensemble vide si les règles de composition d'un cadre de raisonnement le permet.

**Objet parent** Un objet parent  $B$  est défini tel qu'il respecte  $B \supseteq A$ , où  $A$  est le sous-objet de  $B$ .

**OTAN** Acronyme de « Organisation du Traité de l'Atlantique Nord ». Organisme ayant vu le jour le 4 avril 1949 avec la signature d'un traité. L'OTAN a établi un système de défense collectif où les pays membres acceptent de s'entraider au niveau de la défense lors d'une attaque extérieure.

**Pentatope** Le pentatope, ou pentachore, un 4-simplexe, est le polychore régulier convexe le plus simple. Il peut être construit à partir d'un tétraèdre en ajoutant un cinquième sommet tel qu'il soit équidistant des quatre sommets du tétraèdre. Sa projection possible dans un plan est un pentagramme inscrit dans un pentagone.

**Plausibilité ( $Pl(A)$ )** Évaluation du niveau maximal de certitude, de confiance, que peut recevoir un ensemble.

**Précision décisionnelle** Capacité d'identification avec un bon niveau de certitude.

**Polychore régulier** est une figure de géométrie présentant un grand nombre de symétrie.

**Proposition** (voir objet).

**Simplexe** En géométrie, un simplexe est une généralisation de la notion de triangle, ou tétraèdre, à  $k$ -dimensions.

**Singleton  $\{\theta\}$**  Un singleton est décrit mathématiquement comme suit :  $\forall\theta, \exists S/\forall x, (x \in S) \Leftrightarrow (x = \theta)$  où  $S$  est un ensemble, et  $\theta$ , l'unique objet qu'il contient. Un singleton est donc un ensemble ayant une cardinalité de 1.

**Situation Awareness (SAW)**, ou image situationnelle, c'est la perception des éléments dans un environnement délimité dans l'espace-temps, la compréhension de leurs significations et la projection de leur statut dans un futur rapproché.

**Source d'évidence** Source produisant après un traitement, un corps d'évidence.

**Sous-objet** Un sous-objet  $A$  est défini tel qu'il respecte  $A \subseteq B$ , où  $B$  est l'objet parent de  $A$ .

**Sous-ensemble** Un sous-ensemble  $A$  est défini tel que si tous les objets composant  $A$  sont également membres de  $B$ , alors  $A$  est un sous-ensemble de  $B$ . On désigne la relation entre  $A$  et  $B$  comme suit  $A \subseteq B$ .

**STANAG** Abréviation donnée par l'OTAN pour Standardization Agreement.

Cet accord met en place des processus, procédures, termes, et conditions pour l'équipement ou les procédures techniques militaires mis en commun parmi les membres de l'alliance Nord Atlantique.

**STANAG 1241** Ce standard définit la description de la structure de l'identification pour usage tactique. On y définit entre autres, la structure ou répartition de l'allégeance possible des cibles. On considère que l'allégeance d'une cible peut être faite parmi les cinq choix suivants : ami, présumé ami, neutre, suspect, et puis ennemi.

**STANAG 4162** Le processus de combinaison de données d'identification (IDPC), un processus de fusion de données génériques, ainsi que les caractéristiques techniques de systèmes d'identification de l'OTAN sont définis au sein de ce standard. Ce STANAG définit le IDPC et fait référence au STANAG 1241 quant à la catégorisation des identifications au niveau de l'allégeance de cibles.

**Taux de bonnes décisions** Par taux de bonnes décisions on entend, le taux de reconnaissance de l'allégeance réelle de la cible simulée. Il est déterminé par un ratio du nombre de fois où le maximum de la fonction de masse, ou pignistique le cas échéant, donne le singleton faisant référence à l'allégeance véritable de la cible.

**Tétraèdre** est un polyèdre composé de quatre triangles de la famille des pyramides.

**Union** L'union est un opérateur mathématique à deux arguments et une sortie. L'union des ensembles  $A$  et  $B$  est l'ensemble de tous les éléments qui appartiennent soit à  $A$  ou  $B$  ou les deux. Elle est désignée par  $A \cup B$  où  $A \cup B = \{x \mid (x \in A) \vee (x \in B)\}$ .

**Union totale** Pour un cadre de discernement donné, l'union totale est l'objet qui correspond à l'union de tous les objets du cadre de discernement. (Voir aussi *Ignorance totale*.)





# Liste des symboles

---

$m(\cdot)$	Masse d'un ensemble.
$\Theta$	Cadre de discernement.
$2^\Theta$	Cadre de raisonnement de l'ensemble de puissance.
$D^\Theta$	Cadre de raisonnement de l'ensemble d'hyperpuissance.
$G^\Theta$	Cadre de raisonnement généralisé.
$S^\Theta$	Cadre de raisonnement de l'ensemble de superpuissance.
$\emptyset$	Ensemble vide, ensemble ne comportant aucun element.
$I_t$	Ensemble d'ignorance totale.
$\mathfrak{F}_i$	Ensemble des éléments focaux du $\text{BOE}_i$ . Noyau.
$\mathcal{H}$	Noyau de l'ensemble de discernement.
$\mathcal{M}^0$	Modèle de Shafer.
$\mathcal{M}^f$	Modèle libre.
$\mathcal{M}$	Modèle hybride.
$m_Y$	Masse résultant d'une combinaison de Yager.
$m_{DP}$	Masse résultant d'une combinaison de Dubois et Prade.
$m_S$	Masse résultant d'une combinaison de Smets.
$m_{Ina}$	Masse résultant d'une combinaison de Inagaki.
$m_\vee$	Masse résultant d'une combinaison disjonctive.
$m_\wedge$	Masse résultant d'une combinaison conjonctive.
$m_{DS}$	Masse résultant d'une combinaison de Dempster.
$m_k(\cdot)$	Masse de l'objet $\cdot$ , selon la $k$ -ième source.
$Bel(\cdot)$	Fonction de croyance.
$Bel'(\cdot)$	Fonction de croyance restreinte.
$Pl(\cdot)$	Fonction de plausibilité.
$Pl'(\cdot)$	Fonction de plausibilité restreinte.
$\text{BetP}_i$	Probabilité pignistique correspondant au $\text{BOE}_i$ .
$S_J$	Mesure de similarité de Jaccard.
$S_D$	Mesure de similarité de Dice.
$S_{\cos}$	Mesure de similarité du Cosinus.
$S_T$	Mesure de similarité de Tanimoto.
$D_{AB}$	Distance entre $A$ et $B$ .
$d(x, y)$	Distance entre $x$ et $y$ .

AI	Intelligence Artificielle.
APX	Approximation.
C2	Commande et Contrôle.
DIF	Fusion de données et d'informations.
DHE	Distance de Hamming pour Évidences.
DSU	Distance basée sur le niveau d'incertitude partagée.
DST	Théorie de Dempster-Shafer.
DS	Dempster-Shafer.
DSmT	Théorie de Dezert-Smarandache.
DSm	Dezert-Smarandache.
DSmH	Règle de combinaison hybride de la DSmT.
ECM	Contre mesures électroniques.
ECCM	Contre contre mesures électroniques.
ELINT	Information provenant de signaux électroniques.
ESM	Electronic Support Measures.
GT	Ground Truth.
HUMINT	Information de provenance humaine.
IFF	Identification Friend-or-Foe.
IFFINRE	IFF Interrogator or Responder.
mJI	Métrieque de Jousselme par Intervalle.
NAVNAVI	Radar de navigation naval.
OODA	Observation, Orientation, Décision, Action.
OTAN	Organisation Trans-Atlantique Nord, ou NATO en anglais.
PDB	Base de données des plateformes navales.
RDDC	Recherche et développement pour la défense Canada.
SA	Situation Analysis (Analyse situationnelle).
SAW	Situation Awareness (Image situationnelle).
SC	Catégorie de navire.
ST	Type de navire.
STANAG	Accord de Standardisation de l'OTAN.
XOR	Opérateur logique : ou exclusif.

# Introduction

---

**Résumé :** Cette introduction présente la problématique à laquelle on s'adresse dans nos travaux de recherche. On présente ensuite nos objectifs principaux, puis secondaires, avant de présenter la structure de la thèse.

## Sommaire

---

Problématique . . . . .	<b>3</b>
Objectifs principaux . . . . .	<b>4</b>
Objectif principal . . . . .	4
Objectifs secondaires . . . . .	4
Plan de la thèse . . . . .	<b>4</b>

---

La fusion d'informations peut s'appliquer à toute une variété d'applications pour l'amélioration de la qualité du processus de prise de décision. Dans le cadre de nos recherches, nos expérimentations ont été faites sur deux types d'applications et quelques variantes. Ces applications sont la classification d'allégeance et l'identification de plateformes navales. On introduit plus en détails ces deux applications au chapitre 2.

Lorsqu'il convient de traiter un lot d'informations obtenu afin de prendre une décision éclairée, plusieurs méthodes existent. Ces méthodes, toutes basées sur différents modèles, sont toutes conçues pour pallier à des informations affectées par différents types d'imperfections. La théorie mathématique de l'évidence (DST) permet de manipuler de l'information affectée par l'incertain ainsi que l'ignorance. La théorie de Dezert-Smarandache (DSmT) vient pallier certaines limitations de la DST en permettant de travailler avec de l'information conflictuelle ou paradoxale. On introduit en détails la DST, la DSmT et les outils mathématiques connexes au chapitre 1.

Le cadre de raisonnement de Dezert-Smarandache est la source de complexité de la DSmT. Il permet la création et l'utilisation d'une quantité phénoménale de données à la suite de combinaisons de corps d'évidence (BOE) (ou d'informations) qui demeure prohibitif pour les applications de larges dimensions. Il faut donc envisager de résoudre le problème afin de rendre utilisable de façon plus efficace l'ensemble d'hyperpuissance  $D^\ominus$ . Martin, en [67] aborde le problème au niveau informatique dans le sens où il cherche un moyen de générer un ensemble d'hyperpuissance sans contraintes. C'est une voie prometteuse, mais elle ne règle pas nécessairement le problème. Il reste encore trop d'informations, et la représentation d'une information sous les formes actuelles demeure trop volumineuse pour être appropriée à un problème impliquant un nombre important de singletons.

Jusqu'à présent pour fonctionner efficacement avec la DSmT, l'optimisation du travail s'est fait au niveau du codage pour faciliter la programmation informatique [21]. Une adaptation des processus d'approximation définis dans le cadre DST afin de les traduire vers le cadre DSmT est requis. Outre les travaux ci-présents, et de [67], cette traduction des règles d'approximation sous la DST vers la DSmT n'a jamais été réalisée à notre connaissance. Différents algorithmes d'approximation sont introduits plus en détails au chapitre 4. Au chapitre 3 on introduit des métriques qui pourront être employées en tant que fonctions de coût avec des outils d'approximation pour leur optimisation. On envisage d'employer des outils d'optimisation, comme ceux introduits au chapitre 5 à cette fin.

L'objectif du travail de recherche proposé, consiste à concevoir une méthode d'approximation optimale des fonctions de croyance généralisées. On propose donc de s'attaquer au problème d'obtention de règles de combinaison simples d'exécution. On cherche à résoudre ce problème en utilisant des outils d'approximation, afin d'être en mesure de combiner de manière plus rapide.

Cela implique potentiellement l'utilisation, par l'adaptation ou le développement, d'un algorithme d'optimisation qui permettra le calibrage des paramètres d'une fonction d'approximation de règles de combinaison d'informations. On aura aussi à choisir, adapter ou développer, un algorithme d'approximation de règles construites à l'intérieur même des règles de combinaison d'informations, ou appliquée à des résultats des combinaisons.

L'application de l'algorithme d'approximation devrait pouvoir se faire dans le cadre d'informations au sujet de cibles dont on voudra faire l'identification ou la classification parmi un nombre de choix indéterminé à partir d'informations provenant de sources multiples.

## Problématique

La représentation de l'information au sein de la DST qui permet de gérer l'incertain et l'ignorance, est également la base du problème. Son problème est qu'elle peut contenir facilement et rapidement une très grande quantité d'information. Cette quantité est telle qu'elle devient rapidement trop grande à gérer. Malheureusement, dans la DSMT, la gestion de l'information conflictuelle et paradoxale, en plus de l'incertain et l'ignorance fait en sorte qu'elle doit gérer une quantité significativement supérieure d'information par rapport à la DST. De ce fait, la DSMT est encore plus difficile à employer.

Avant les travaux de [21], la DSMT n'était pas implémentée, étant considérée trop complexe en termes de calculs. Après la première implémentation, elle demeurait toujours complexe. En effet, les applications qui en sont faites dans [80, 81, 82] le sont sur des problèmes ayant une faible cardinalité. Certains cas demeurent avec des cadres de discernement de cardinalité de 2. D'autres part, il se fait beaucoup de recherches du côté des méthodes d'approximation, [6, 13, 15, 40, 58, 65, 72, 74, 77, 88, 90, 99, 100, 103, 110, 111, 113]. Cette recherche se fait surtout pour le cadre de la DST car l'utilisation même de la DSMT se fait encore rarement<sup>1</sup>. Survient ensuite un problème avec les méthodes d'approximation. Elles sont toutes adaptables à des situations et contextes bien spécifiques. Cette non-universalité des méthodes d'approximation, la possibilité élevée d'être inadaptée pour un changement dans l'image situationnelle [9], pose un risque pour les systèmes critiques. On peut prendre par exemple la situation d'un navire en mission de surveillance dans une zone géographique tendue, tel qu'en mer du Japon, au moment où la Corée du Nord ou la Chine deviendrait plus *active*; Il faudrait alors être en mesure de modifier rapidement et correctement les différents paramètres des différents systèmes d'observation impliqués. A priori, on prévoit qu'une dispersion différente de la masse due à un tel changement de situation demandera, entre autres, une adaptation au niveau du choix des paramètres d'approximation.

---

1. Le site web des fondateurs de la théorie de DSMT énumère encore la majorité des travaux sur leur théorie (voir <http://www.gallup.unm.edu/~smarandache/DSMT.htm> et <http://www.onera.fr/fr/staff/jean-dezert>).

## Objectifs principaux

### Objectif principal

Notre objectif principal est l'obtention d'une simplification qui permette d'accomplir la fusion en réduisant le coût des calculs nécessaires, et sans pertes significatives de la qualité décisionnelle.

### Objectifs secondaires

Nos objectifs secondaires étaient :

- le développement des outils de mesures d'écart entre corps d'évidences.
- le développement ou l'adaptation des méthodes d'approximation de fonctions de croyances à des fonctions de croyance généralisées.
- le développement d'une méthode de sélection potentielle des paramètres des méthodes d'approximation facilité.
- l'analyse des différents outils, et leur adaptation aux fonctions de croyance généralisées.
- le développement d'une simulation aussi réaliste que possible permettant la démonstration des capacités en cas de situation réelle, des différents outils mathématiques développés.

## Plan de la thèse

**Chapitre 1, Outils mathématiques,** couvre le sujet des outils nécessaires pour la compréhension des travaux de recherches doctorales effectués.

**Chapitre 2, Applications et implémentation,** couvre le sujet des cas d'applications pratiques sur lesquels on a testé les développements théoriques aux fins de validation.

**Chapitre 3, Métriques d'évidence,** traite des métriques permettant d'attribuer une valeur de distance entre deux corps d'évidence. On y présente des méthodes existantes, adaptées à des fonctions de croyance généralisées, ainsi que de nouvelles méthodes.

**Chapitre 4, Algorithmes d'approximation,** traite des méthodes d'approximation classiques, avant de présenter des adaptations aux fonctions de croyance généralisées, puis de présenter une nouvelle méthode prometteuse.

**Chapitre 5, Résultats et analyse,** présente des résultats de nos expérimentations ainsi qu'une analyse de ces derniers.

**Conclusions** présente les conclusions tirées sur les différentes expérimentations et explorations effectuées. On présente également un bilan de nos contributions à l'état de l'art suivis de travaux futurs possibles.

# Chapitre 1

## Outils Mathématiques

---

**Résumé :** Nous présentons ici les bases de la théorie mathématique de l'évidence de Dempster-Shafer, et de la théorie de Dezert-Smarandache, ainsi que des définitions et outils mathématiques sous-jacents.

### Sommaire

---

1.1	Théorie mathématique de l'évidence de Dempster-Shafer . . . . .	<b>6</b>
1.1.1	Cadre de raisonnement de base . . . . .	7
1.1.2	Fonction de masse et ses propriétés . . . . .	7
1.1.3	Règle de combinaison conjonctive . . . . .	8
1.1.4	Combinaison disjonctive . . . . .	10
1.1.5	Généralités sur la théorie de Dempster-Shafer . . . . .	11
1.1.6	Problèmes de la combinaison de Dempster . . . . .	14
1.1.7	Transformation Pignistique Classique . . . . .	14
1.2	Théorie de Dezert-Smarandache . . . . .	<b>15</b>
1.2.1	Cadre raisonnement DSm . . . . .	15
1.2.2	Combinaison d'information . . . . .	19
1.2.3	Transformation pignistique généralisée . . . . .	22
1.2.4	Avantage de la DSmT sur la DST . . . . .	26
1.3	Conclusions et contributions . . . . .	<b>28</b>

---

## 1.1 Théorie mathématique de l'évidence de Dempster-Shafer

Les travaux de Dempster et Shafer [14, 76] sont à la base du développement de la théorie de l'évidence (DST). Ces travaux ont débuté avec Dempster sur les bornes inférieures et supérieures d'une famille de distributions de probabilités. C'est à partir de ce formalisme mathématique que les fonctions de croyance se sont avérées utiles pour la modélisation de connaissances incertaines suite aux travaux de Shafer, qui a suivi un cours donné par Dempster. La démonstration, de manière axiomatique, de l'utilité de la fonction de croyance par rapport à la théorie de la probabilité a été faite par Smets [85].

Dans [4] on définit, entre autres, le vocabulaire suivant :

- **données** : nombres ou symboles non reliés qui représentent des cibles ou entités avec un certain niveau de fiabilité ou de croyance.
- **faits** : données reliées.
- **informations** : faits mis en contexte.
- **connaissance** : un assemblage d'informations qui forme des croyances justifiées, mises en contexte.
- **expérience** : principalement de l'interaction avec soi-même et le monde extérieur, incluant le traitement intérieur de la connaissance et des croyances en découlant.

On y apprend également que l'information, une fois traitée et interprétée devient connaissance, qui quant à elle, une fois mise à l'épreuve, évolue, puis peut être remise en traitement et réinterprétée avec l'information courante.

Dans [101], Walley donne également son avis sur quelques termes clés, dont :

- **certitude** : La certitude se caractérise par le fait que l'on est en mesure d'assigner une probabilité unitaire à un évènement  $A$ . C'est une situation où l'on parierait sur l'occurrence de l'évènement  $A$ , quelle que soit la mise du pari.
- **incertitude** : L'incertitude est l'absence de certitude. On ne peut assigner une probabilité unitaire sur la véracité de l'occurrence de l'évènement  $A$  en question.
- **incertitude déterminée** : L'incertitude déterminée désigne la situation où l'on a, parmi deux choix incertains, une préférence pour l'un des deux choix, que ce soit par une différence au niveau des probabilités d'occurrences d'évènements, ou simplement par l'impression du décideur que l'un des deux choix est le meilleur.
- **incertitude indéterminée** : L'incertitude indéterminée désigne la situation où l'on n'est pas en mesure d'avoir une préférence pour l'un de deux choix, qui ne sont pas équivalents pour le décideur, mais pour lesquels il ne s'est pas fait une idée sur le bon choix à faire. Il y a présence d'indécision.
- **précision** : La précision réfère aux propriétés mathématiques de linéarité, d'additivité, d'unicité, et d'exhaustivité.



- **imprécision** : L'imprécision fait référence à la propriété mathématique de non-linéarité des prévisions inférieures et supérieures, de la non-additivité des probabilités inférieures et supérieures, la non-exhaustivité d'une classe de paris désirables ou de préférences d'ordre d'arrivée, ainsi que la non-unicité des prévisions linéaires dominantes.

Dans la théorie de Dempster-Shafer, qui correspond à la théorie mathématique de l'évidence, le niveau d'incertitude d'occurrence liée à un évènement est basé sur des fonctions de croyance et du raisonnement plausible afin de combiner l'information pour pouvoir déterminer le niveau d'incertitude d'occurrence liée à un évènement. Des transformations sont possibles afin de passer d'un modèle de représentation de l'incertitude à un autre [44]. La théorie de l'évidence peut être considérée comme étant un cas particulier de la théorie des ensembles aléatoires [44]. La théorie de Dempster-Shafer permet également de considérer la confiance que l'on met dans les probabilités attribuées à chaque évènement d'un ensemble d'évènements possibles.

### 1.1.1 Cadre de raisonnement de base

Le cadre de raisonnement utilisé est celui de la théorie de l'évidence décrit dans [76] par Shafer. Il utilise une version étendue du cadre de discernement  $\Theta$  qui est un ensemble incluant tous les  $n$  objets possibles dans un contexte précis  $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n\}$ . Les hypothèses de l'ensemble sont supposées exclusives. Aussi, l'ensemble est considéré comme étant exhaustif.

Le cadre de raisonnement  $2^\Theta$  se définit comme étant l'ensemble de tous les sous-ensembles possibles composés à partir des objets d'un cadre de discernement  $\Theta$  qui permet l'union et inclue l'ensemble vide ( $\emptyset$ ). On désigne le cadre de raisonnement  $2^\Theta$  comme étant l'ensemble de puissance. Avec le cadre de discernement  $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n\}$ , nous obtenons l'ensemble de puissance (notez qu'ici  $2 < i < n$  et  $\Theta = \{\theta_1 \cup \theta_2 \cup \dots \cup \theta_n\}$ ) :

$$2^\Theta = \{\emptyset, \{\theta_1\}, \{\theta_2\}, \dots, \{\theta_n\}, \{\theta_1 \cup \theta_2\}, \dots, \{\theta_1 \cup \theta_2 \cup \dots \cup \theta_i\}, \dots, \Theta\} \quad (1.1)$$

### 1.1.2 Fonction de masse et ses propriétés

La fonction de masse (bba) d'un ensemble peut être vue comme étant le niveau de croyance, de confiance, accordé à cet ensemble en particulier.

Soit un cadre de discernement :  $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n\}$ .

Soit un cadre de raisonnement  $2^\Theta$  dans lequel on retrouve un ensemble  $A$  qui est un élément membre du cadre, donc  $A \in 2^\Theta$  ou encore  $A \subseteq \Theta$ .

La fonction de masse  $m(\cdot)$  dans la DST, est une fonction  $m : 2^\Theta \rightarrow [0, 1]$  répondant à deux exigences qui trouvent correspondance dans la théorie des probabilités.

1. Respect de l'hypothèse de monde fermé où la masse de l'ensemble vide doit être nulle :

$$m(\emptyset) = 0 \quad (1.2)$$

2. La somme des masses de tous les ensembles possibles correspond toujours à l'unité :

$$\sum_{\forall A \in 2^\Theta} m(A) = 1 \quad (1.3)$$

La  $i$ -ième bba d'une source fournissant une information d'évidence est notée  $m_i$ .

### 1.1.3 Règle de combinaison conjonctive

La combinaison conjonctive est une règle de combinaison élémentaire consistant à prendre les sommes de toutes les possibilités de conjonction entre tous les objets. En fait, la combinaison de deux objets consiste à prendre le produit des masses des deux objets à combiner et à attribuer le résultat du produit à l'objet résultant de l'intersection des deux objets. Une fois cette opération réalisée, on regroupe les éléments communs en additionnant leur masse respectives.

$$q(A) = m_1 \wedge m_2 = \sum_{\substack{B \cap C = A \\ B, C \subseteq \Theta}} m_1(B) m_2(C) \quad \forall A \subseteq \Theta \quad (1.4)$$

#### Exemple 1.1 Informations à combiner

Soit un décideur qui est en mesure d'utiliser trois capteurs<sup>2</sup> d'informations statistiquement indépendants et de même fiabilité.

Le capteur 1 donne l'information suivante :

$$BOE_1 : \{m(\theta_1) = 0.60; m(\theta_2) = 0.20; m(I_t) = 0.20\}.$$

Le capteur 2 donne l'information suivante :

$$BOE_2 : \{m(\theta_1) = 0.20; m(\theta_2) = 0.20; m(I_t) = 0.60\}.$$

Enfin, le capteur 3 donne quant à lui l'information suivante :

$$BOE_3 : \{m(\theta_1) = 0.50; m(\theta_3) = 0.40; m(I_t) = 0.10\}.$$

#### Exemple 1.2 Combinaison d'informations avec la règle conjonctive

Reprenant les informations fournies à l'exemple 1.1, on procède à la combinaison conjonctive par la méthode dynamique. Avant de débiter, on place dans une table, les informations à manipuler.

La première étape consiste à faire le produit orthogonal entre les informations du BOE 1 avec ceux du BOE 2. Selon l'équation (1.4) on obtient la table 1.2, soit  $m_{12}(\theta_1) = 0.52$ ,

TABLE 1.1 – Trois corps d'évidence à combiner

	$m_1(A)$	$m_2(A)$	$m_3(A)$
$\{\theta_1\}$	0.6	0.2	0.5
$\{\theta_2\}$	0.2	0.2	0.0
$\{\theta_3\}$	0.0	0.0	0.4
$\{I_t\}$	0.2	0.6	0.1

TABLE 1.2 – Résultats d'une étape intermédiaire de la combinaison de BOE 1 et de BOE 2 par le biais de la règle conjonctive

	$m_1(\theta_1)$	$m_1(\theta_2)$	$m_1(I_t)$
	0.6	0.2	0.2
$m_2(\theta_1)$	$\theta_1$	$\theta_1 \cap \theta_2 = \emptyset$	$\theta_1$
0.2	0.12	0.04	0.04
$m_2(\theta_2)$	$\theta_1 \cap \theta_2 = \emptyset$	$\theta_2$	$\theta_2$
0.2	0.12	0.04	0.04
$m_2(I_t)$	$\theta_1$	$\theta_2$	$I_t$
0.6	0.36	0.12	0.12

$m_{12}(\theta_2) = 0.20$ ,  $m_{12}(\theta_1 \cap \theta_2) = 0.16$  et  $m_{12}(I_t) = 0.12$ .

La seconde étape consiste à combiner les résultats de la combinaison de BOE 1 et BOE 2 avec les informations de BOE 3. Il en résulte la table 1.3.

TABLE 1.3 – Résultats de la combinaison de BOE 3 avec les résultats du tableau 1.2 par le biais de la règle conjonctive

	$m_{12}(\theta_1)$	$m_{12}(\theta_2)$	$m_{12}(\theta_1 \cap \theta_2) = \emptyset$	$m_{12}(I_t)$
	0.52	0.20	0.16	0.12
$m_3(\theta_1)$	$\theta_1$	$\theta_1 \cap \theta_2 = \emptyset$	$\emptyset$	$\theta_1$
0.5	0.26	0.10	0.08	0.06
$m_3(\theta_3)$	$\theta_1 \cap \theta_3 = \emptyset$	$\theta_2 \cap \theta_3 = \emptyset$	$\emptyset$	$\theta_3$
0.4	0.208	0.08	0.064	0.048
$m_3(I_t)$	$\theta_1$	$\theta_2$	$\emptyset$	$I_t$
0.1	0.052	0.02	0.016	0.012

Une étape finale de regroupement donne la table finale 1.4. On y retrouve l'objet dominant  $\theta_1$  qui est l'identité choisie par le décideur s'il se base sur la masse la plus élevée et que l'on

2.  $m(K)$  représente la masse de l'ensemble  $K$ , et  $I_t$ , l'ensemble représentant l'ignorance totale, consulter le glossaire et la table des symboles en cas de doute.

rejette  $\emptyset$ . On présume bien entendu qu'il n'y a qu'une seule cible dans le champ de détection des capteurs.

TABLE 1.4 – Résultats finaux de la combinaison de BOE 1, BOE 2, et BOE 3 par le biais de la règle conjonctive

	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	$\emptyset$	$I_t$
$m_{123}$	0.372	0.02	0.048	0.548	0.012

### 1.1.4 Combinaison disjonctive

La combinaison disjonctive est une règle de combinaison élémentaire consistant à prendre les sommes de toutes les possibilités de disjonction entre tous les objets. En fait, la combinaison disjonctive de deux objets consiste à prendre le produit des masses des deux objets à combiner et à attribuer le résultat du produit à l'objet résultant de l'union des deux objets. Une fois cette opération réalisée, on regroupe les éléments communs en additionnant encore une fois leur masse respective. Cette règle de combinaison s'applique principalement lorsqu'il y a une des deux sources qui n'est pas fiable, sans savoir laquelle [39].

$$p(A) = m_1 \vee m_2 = \sum_{\substack{B \cup C = A \\ B, C \subseteq \Theta}} m_1(B) m_2(C) \quad \forall A \subseteq \Theta \quad (1.5)$$

#### Exemple 1.3 Combinaison d'informations avec la règle disjonctive

Reprenant les informations fournies de l'exemple 1.1 regroupées au sein de la table 1.1, on procède encore une fois par la méthode dynamique. Comme dans l'exemple 1.2, la première étape consiste à faire le produit orthogonal entre les informations du BOE 1 avec ceux du BOE 2. Selon l'équation (1.5) on obtient la table 1.5.

La seconde étape consiste à combiner les résultats regroupés de la combinaison de BOE 1 et BOE 2 avec les informations de BOE 3. Il en résulte la table 1.6.

L'étape finale de regroupement donne la table finale 1.7. On y retrouvera l'objet dominant  $I_t$  qui est l'objet choisi par le décideur sur la base de la plus grande masse. Cela signifie donc en fait qu'on n'est pas en mesure de prendre une décision sur l'identité de la cible dans le champ détecté par les capteurs, car  $I_t$  est l'ensemble de tous les objets, l'équivalent de l'ignorance totale.

TABLE 1.5 – Résultats d'une étape intermédiaire de la combinaison de BOE 1 et de BOE 2 par le biais de la règle disjonctive

	$m_1(\theta_1)$ 0.6	$m_1(\theta_2)$ 0.2	$m_1(I_t)$ 0.2
$m_2(\theta_1)$ 0.2	$\theta_1$ 0.12	$\theta_1 \cup \theta_2$ 0.04	$I_t$ 0.04
$m_2(\theta_2)$ 0.2	$\theta_1 \cup \theta_2$ 0.12	$\theta_2$ 0.04	$I_t$ 0.04
$m_2(I_t)$ 0.6	$I_t$ 0.36	$I_t$ 0.12	$I_t$ 0.12

TABLE 1.6 – Résultats de la combinaison de BOE 3 avec les résultats du tableau 1.5 par le biais de la règle disjonctive

	$m_{12}(\theta_1)$ 0.12	$m_{12}(\theta_2)$ 0.04	$m_{12}(\theta_1 \cup \theta_2)$ 0.16	$m_{12}(I_t)$ 0.68
$m_3(\theta_1)$ 0.5	$\theta_1$ 0.06	$\theta_1 \cup \theta_2$ 0.02	$\theta_1 \cup \theta_2$ 0.08	$I_t$ 0.34
$m_3(\theta_3)$ 0.4	$\theta_1 \cup \theta_3$ 0.048	$\theta_2 \cup \theta_3$ 0.016	$I_t$ 0.064	$I_t$ 0.272
$m_3(I_t)$ 0.1	$I_t$ 0.012	$I_t$ 0.004	$I_t$ 0.016	$I_t$ 0.068

TABLE 1.7 – Résultats finaux de la combinaison de BOE 1, BOE 2, et BOE 3 par le biais de la règle disjonctive

	$\theta_1$	$\theta_1 \cup \theta_2$	$\theta_1 \cup \theta_3$	$\theta_2 \cup \theta_3$	$I_t$
$m_{123}$	0.06	0.10	0.048	0.016	0.776

### 1.1.5 Généralités sur la théorie de Dempster-Shafer

La théorie de Dempster-Shafer (DST) a été introduite par le biais des notions de probabilités supérieures et inférieures par Dempster [14]. Elle a ensuite été raffinée et présentée par Shafer par le biais des fonctions de croyance et de plausibilité [76]. Elle se veut une récente théorie mathématique permettant de traiter l'incertitude. À la base, on retrouve des masses de croyances au lieu de probabilités afin de déterminer, après des combinaisons d'évidences, le niveau de croyance, c'est-à-dire le niveau de certitude de l'occurrence d'un événement.

Dans la théorie de l'évidence, les masses attribuées à l'ensemble  $A$  ne permettent pas de

préciser à quel élément de  $A$  s'applique le niveau de croyance. Par contre, il y a la possibilité de délimiter les éléments auxquels la croyance s'applique. Ainsi,  $\text{Bel}(A) \leq \text{Pr}(A) \leq \text{Pl}(A)$ , où  $\text{Bel}$  représente la fonction de croyance (*belief*),  $\text{Pr}$  représente la fonction de probabilité, et enfin  $\text{Pl}$  la fonction de plausibilité. On note également que ces deux fonctions, de croyance et de plausibilité, sont liées. En effet, l'équation (1.6) montre la relation entre les deux fonctions [76].

$$\text{Pl}(A) = 1 - \text{Bel}(\bar{A}) \quad (1.6)$$

### 1.1.5.1 Fonction de croyance

Telle que décrite par l'équation (1.7), la croyance de  $A$ , notée  $\text{Bel}(A)$ , est représentée par la somme des masses des ensembles inclus dans  $A$ .

$$\text{Bel}(A) = \sum_{B_i \subseteq A} m(B_i) \quad (1.7)$$

### 1.1.5.2 Fonction de plausibilité

La fonction de plausibilité, quant à elle, est représentée par la somme des masses des ensembles qui ont une intersection non nulle avec  $A$ .

$$\text{Pl}(A) = \sum_{B_i \cap A} m(B_i) \quad (1.8)$$

### 1.1.5.3 Conflit conjonctif

Le conflit ( $K_\cap$ ), également quelques fois désigné par contrainte<sup>3</sup> tel que défini au glossaire, survient lorsque des intersections impossibles (conjonctions contraintes) obtiennent une masse strictement positive lors de la conjonction. Il est défini par :

$$K_\cap = \sum_{A \cap B = \emptyset} m_1(A) m_2(B) \quad A, B \subseteq \Theta. \quad (1.9)$$

#### Exemple 1.4 Situation de conflit due à une contrainte

Avec les informations finales de l'exemple 1.2, plus particulièrement de la table 1.4, une contrainte est imposée sur toutes intersections des singletons. Cela oblige les masses attribuées à ces intersections à être maintenant associées à l'ensemble vide  $\emptyset$ . Il en résulte la table 1.8.

---

3. C'est plus exactement une contrainte sur un objet ou ensemble qui lorsqu'il se voit attribuer une masse, constitue une masse faisant partie du conflit conjonctif selon (1.9).

TABLE 1.8 – Combinaison de l'exemple 1.2 en considérant toutes conjonctions comme étant conflictuelles

	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	$\theta_1 \cap \theta_2$	$\theta_1 \cap \theta_3$	$\theta_2 \cap \theta_3$	$\theta_1 \cap \theta_2 \cap \theta_3$	$I_t$	$\emptyset$
$m_{123}$	0.372	0.02	0.048	0.000	0.000	0.000	0.000	0.012	0.548

On remarque par l'exemple 1.4, qu'un conflit peut occasionner une accumulation de la masse vers l'ensemble  $\emptyset$ . Dans ce cas particulier, la majorité de la masse s'y retrouve. Cela a pour effet d'empêcher une décision fiable si  $\theta_1$  est choisi, ou même d'empêcher toutes possibilités de décision si on considère l'ensemble vide  $\emptyset$ . C'est principalement ce problème que tentent de résoudre les règles de combinaisons décrites ci-dessous.

#### 1.1.5.4 Règle de combinaison de Dempster

La règle de combinaison de Dempster (DS) est une règle conjonctive normalisée fonctionnant sur l'ensemble de puissance  $2^\Theta$ . La théorie de Dempster-Shafer (DST) suppose que les sources d'évidence sont mathématiquement indépendantes<sup>4</sup>. L'équation (1.10) décrit la règle de combinaison DS où  $K_\cap$  représente le conflit conjonctif.

$$(m_1 \oplus m_2)(C) = \frac{1}{1 - K_\cap} \sum_{A \cap B = C} m_1(A) m_2(B) \quad \forall C \subseteq \Theta \quad (1.10)$$

En fait, on redistribue la masse associée à l'ensemble vide aux autres ensembles selon un processus classique de normalisation.

#### Exemple 1.5 Redistribution du conflit conjonctif avec la règle de Dempster

Considérant l'exemple 1.4, la règle de Dempster répartit  $K_\cap$  proportionnellement suivant l'équation (1.10). La résultante est présentée dans la table 1.9.

TABLE 1.9 – Combinaison de l'exemple 1.2 avec redistribution de la masse conflictuelle suivant la règle de Dempster

	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	$\theta_1 \cap \theta_2$	$\theta_1 \cap \theta_3$	$\theta_2 \cap \theta_3$	$\theta_1 \cap \theta_2 \cap \theta_3$	$I_t$	$\emptyset$
$m_{123}$	0.823	0.044	0.106	0.000	0.000	0.000	0.000	0.027	0.000

4. Notez que Shafer ne définit pas explicitement mathématiquement les sources comme étant mathématiquement indépendant.

### 1.1.5.5 Particularité de la théorie de Dempster-Shafer

Pouvant raisonner dans l'incertain, la théorie de Dempster-Shafer est également en mesure de généraliser les théories de probabilités et de possibilités. La règle de Dempster est basée sur la conjonction, mais redistribue la masse de l'ensemble vide à tous les éléments focaux par une normalisation. C'est ainsi que la masse de l'ensemble vide redevient nulle, une fois la redistribution effectuée. La règle de combinaison de Dempster est commutative et associative. Cette dernière particularité la rend d'ailleurs très attrayante. Malheureusement, elle n'est pas en mesure d'être fonctionnelle lorsque le conflit conjonctif s'approche trop de l'unité<sup>5</sup> mais également dans certains cas lorsque le niveau de conflit est faible comme montré dans [17, 87].

### 1.1.5.6 Paradoxe sur la précision et le conflit

Une personne avertie constatera le paradoxe suivant : *plus les sources d'informations sont certaines<sup>6</sup>, même si imprécises, plus le conflit peut être élevé. En conséquence, le résultat de la fusion devient moins certain.*

### 1.1.6 Problèmes de la combinaison de Dempster

La règle de Dempster ne peut être utilisée lorsque le conflit conjonctif tend vers l'unité. La cause potentielle pourrait être un problème dans la modélisation même des données. La modélisation semble pourtant être rarement soulevée comme étant cause du problème dans la littérature consultée. Mahler, dans [66] en fait toutefois la preuve mathématique.

Le comportement peut aussi s'avérer très sensible par moment. Aussi, cette combinaison exige une grande quantité de calculs par rapport aux méthodes classiques. Jusqu'à récemment, les solutions au conflit élevé étaient séparées en deux catégories. Celles prônant la famille de règles conjonctives, attribuent la faute du conflit sur la fiabilité des sources ; celles prônant la famille de règles disjonctives, attribuent plutôt la faute sur l'ignorance des sources non fiables. La section 1.2 présente une nouvelle solution n'appartenant à aucune de ces deux catégories.

Très récemment, dans [87], on démontre que la combinaison de DS est intrinsèquement voué à l'échec étant donnée une faille logique trouvée dans ses résultats de combinaison.

### 1.1.7 Transformation Pignistique Classique

La Transformation Pignistique Classique (TPC) est une transformation mathématique permettant de passer d'un modèle de Shafer à un modèle probabiliste. À la base on souhaite une conversion d'une fonction de croyance à une fonction de probabilité. Les détails se retrouvent au chapitre 7 de [80]. L'équation (1.11) permet de faire la conversion :

---

5. Il en est ainsi, car le facteur de normalisation tend vers une division par zéro à mesure que le conflit conjonctif tend vers l'unité.

6. Donc, plus la masse attribuée à un ensemble est élevée.



$$P\{A\} = \sum_{X \in 2^\Theta} \frac{|X \cap A| m(X)}{|X|} \quad (1.11)$$

On utilise<sup>7</sup> ensuite  $\max(P\{A\})$  pour prendre une décision, car la fonction de plausibilité s'avère parfois trop optimiste et la fonction de croyance, trop pessimiste.

## 1.2 Théorie de Dezert-Smarandache

Le cadre de raisonnement DSm fut conçu conjointement par Jean Dezert et Florentin Smarandache [80]. Il constitue une nouvelle manière de représenter et fusionner les informations incertaines. De plus, la DSmT règle le problème de redistribution de masses hautement conflictuelles survenant sous la théorie de l'évidence. Il est défini comme étant une généralisation du cadre de raisonnement de base afin de l'étendre à l'ensemble d'hyperpuissance  $D^\Theta$ .

Avec le cadre de discernement  $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n\}$ , l'ensemble de puissance  $2^\Theta$  ne comprend que des unions des singletons, les singletons, l'ensemble vide, ainsi que l'union totale.

L'ensemble d'hyperpuissance comprend en plus, les intersections et les unions d'intersections. Pour montrer sa construction, il vaut mieux se restreindre à un cas particulier avec  $n = 3$ .

$$D^\Theta (|\Theta| = 3) \equiv \left\{ \begin{array}{l} \{\emptyset\}, \{\theta_1\}, \{\theta_2\}, \{\theta_3\}, \{\theta_1 \cup \theta_2\}, \{\theta_1 \cup \theta_3\}, \\ \{\theta_2 \cup \theta_3\}, \{\theta_1 \cap \theta_2\}, \{\theta_1 \cap \theta_3\}, \{\theta_2 \cap \theta_3\}, \\ \{(\theta_1 \cup \theta_2) \cap \theta_3\}, \{(\theta_1 \cup \theta_3) \cap \theta_2\}, \{(\theta_2 \cup \theta_3) \cap \theta_1\}, \\ \{(\theta_1 \cap \theta_2) \cup \theta_3\}, \{(\theta_1 \cap \theta_3) \cup \theta_2\}, \{(\theta_2 \cap \theta_3) \cup \theta_1\}, \\ \{\theta_1 \cap \theta_2 \cap \theta_3\}, \{\theta_1 \cup \theta_2 \cup \theta_3\}, \\ \{(\theta_1 \cap \theta_2) \cup (\theta_1 \cap \theta_3) \cup (\theta_2 \cap \theta_3)\} \end{array} \right\} \quad (1.12)$$

$$D^\Theta (|\Theta| = n) \equiv \left\{ \begin{array}{l} \emptyset, \theta_1, \theta_2, \theta_3, \dots, \theta_n, \theta_1 \cup \theta_2, \theta_1 \cup \theta_3, \dots, \theta_1 \cap \theta_2, \\ \theta_1 \cap \theta_3, \dots, \theta_1 \cap \theta_2 \cap \dots \cap \theta_n, \dots, \theta_1 \cup \theta_2 \cup \dots \cup \theta_n \end{array} \right\} \quad (1.13)$$

### 1.2.1 Cadre raisonnement DSm

Tel que vu ci-dessus, le cardinal du cadre de raisonnement DSm s'accroît en fonction du cardinal du cadre de discernement sur lequel il est basé. On voit dans [105] qu'un objet mathématique comparable est désigné d'*Antichaine*. Selon [105], une *antichaine* est également désignée par *système de Sperner* dans la littérature mathématique plus ancienne.

La détermination du cardinal des *antichaines* est également connue comme étant le problème de Dedekind et la séquence de ces cardinaux est quelques fois désignée comme étant la séquence

7.  $\max(BetP)$  est la principale notation utilisée dans la littérature pour cela.

de Dedekind. Voici une table de cette séquence de Dedekind en fonction du cardinal du cadre de discernement.

TABLE 1.10 – Séquence de Dedekind

Cardinal de $\Theta$	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Cardinal de $D^\Theta$	1	2	5	19	167	7580	7828353	$\approx 241 \times 10^{10}$	$\approx 561 \times 10^{20}$

### 1.2.1.1 Complexité de la génération de l'ensemble d'hyperpuissance

Cette section aborde le problème de la complexité survenant lors de la génération d'ensemble d'hyperpuissance. Ce problème est directement lié au grand besoin en puissance de calculs, mais surtout en espace mémoire nécessaire aux calculs. Le problème incontournable est que l'on travaille avec des ensembles de dimensions s'accroissant à un rythme phénoménal comme mentionné à la section 1.2.1. Afin de mieux saisir le problème, on présente le rythme de croissance de la séquence de Dedekind de la table 1.10 en comparaison avec d'autres séquences dans la table 1.11,

TABLE 1.11 – Différentes séries de nombres

$n \in \mathbb{N}$	1	2	3	4	5	6	7	8
Fibonacci	1	1	2	3	5	8	13	21
Premiers	3	5	7	11	13	17	19	23
$2^n$	2	4	8	16	32	64	128	256
$3^n$	3	9	27	81	243	729	2187	6561
$\lfloor n * \exp(n) \rfloor$	2	14	60	218	742	2420	7676	23847
$10^n$	10	100	1000	10000	100000	$1 \times 10^6$	$1 \times 10^7$	$1 \times 10^8$
Factoriel ( $n!$ )	1	2	6	24	120	720	5040	40320
Superfactoriel ( $(n!)!$ )	1	2	12	288	34560	$24 \times 10^6$	$12 \times 10^{10}$	$5 \times 10^{15}$
Dedekind	2	5	19	167	7580	$78 \times 10^5$	$24 \times 10^{11}$	$56 \times 10^{21}$

Notez que le nombre de Dedekind a un impact sur nos calculs dans le sens où il indique le nombre d'ensembles maximum possibles pour un cadre de raisonnement DSm. En fait, c'est le nombre d'ensembles contenus dans l'ensemble d'hyperpuissance pour un cardinal du cadre de discernement donné. Ainsi, pour un cardinal de cadre de discernement de 5, l'ensemble d'hyperpuissance correspondant à 7580 ensembles. Ces derniers vont de l'ensemble vide  $\emptyset$ , à l'ensemble union totale  $\theta_1 \cup \theta_2 \cup \theta_3 \cup \theta_4 \cup \theta_5$ , en passant par des ensembles comme  $(\theta_1 \cap \theta_5) \cup (\theta_2 \cap \theta_3) \cup (\theta_1 \cap \theta_2 \cap \theta_4 \cap \theta_5)$ . Suivant la méthode de calcul, il peut être requis de maintenir en mémoire plusieurs variables contenant tous les ensembles, mais il faut en plus les exprimer car certains comprennent des combinaisons complexes d'unions et d'intersections. Notre méthode,

telle que présentée dans [21, 27], exige lors d'intersection par exemple, de maintenir au moins deux matrices ayant  $|D^\Theta|^2$  cellules, avant la description de l'ensemble ainsi que sa masse. De plus, de multiples boucles `for` sont requises pour le filtrage de doublons, la mise en ordre de grandeur des ensembles (c.-à-d.  $1 \cap 3$  vient avant  $1 \cap 2 \cap 3$ ), la mise en ordre numérique des ensembles (c.-à-d. 1 vient avant 2) et les autres tâches. Nous avons été en mesure de générer les ensembles d'hyperpuissance pour différents cas. On a également noté<sup>8</sup> le temps et l'espace mémoire requis.

### 1.2.1.2 Ensemble d'hyperpuissance pour le cas $|\Theta| = 3$

L'expression d'un ensemble d'hyperpuissance se réalise par le biais de plusieurs fonctions. Celle qui a exigé le plus de mémoire en demandait approximativement 160 ko. L'exécution a pris 1.4 seconde, prenant le temps d'afficher toutes les informations sur les étapes du calcul en cours.<sup>9</sup>

Les 18 ensembles qui composent l'ensemble d'hyperpuissance pour  $|\Theta| = 3$ .

1  
 2  
 3  
 $1 \cup 2$   
 $1 \cap 2$   
 $1 \cup 3$   
 $1 \cap 3$   
 $2 \cup 3$   
 $2 \cap 3$   
 $1 \cap 2 \cap 3$   
 $2 \cup (1 \cap 3)$   
 $1 \cup (2 \cap 3)$   
 $3 \cup (1 \cap 2)$   
 $1 \cup 2 \cup 3$   
 $(1 \cap 3) \cup (2 \cap 3)$   
 $(1 \cap 2) \cup (2 \cap 3)$   
 $(1 \cap 2) \cup (1 \cap 3)$   
 $(1 \cap 2) \cup (1 \cap 3) \cup (2 \cap 3)$

8. Ces mesures ont été notées à partir d'un portable ayant un processeur Céléron mobile 1.6 GHz et une mémoire vive de 2 Go.

9. On passe à un temps d'exécution de 33.7 secondes et un espace mémoire de 3 Mo lorsque la cardinalité du cadre de discernement est  $|\Theta| = 4$ .

### 1.2.1.3 Types de contraintes possibles

Une contrainte d'intégrité d'un ensemble  $U$  est en fait une impossibilité de considérer une attribution de masse à cet ensemble. La masse de l'ensemble  $U$  est alors assignée à l'ensemble vide  $\emptyset$ . L'ensemble  $U$  est alors considéré comme étant un conflit et les règles de combinaisons doivent agir en conséquence. Voici brièvement une revue de quelques types de contraintes d'intégrité présentées dans [80].

**Contrainte d'exclusion :** La contrainte d'exclusion a lieu lorsque l'on considère une conjonction d'éléments  $\theta_i, \dots, \theta_k$  comme étant impossible à obtenir. Ainsi, on aurait l'équivalence  $\theta_i \cap \dots \cap \dots \cap \theta_k \equiv \emptyset$  dans ce cas particulier.

**Contrainte d'inexistence :** La contrainte d'inexistence a lieu quant à elle, lorsque l'on considère une disjonction d'éléments  $\theta_i, \dots, \theta_k$  comme étant impossible à obtenir. Ainsi, on aurait l'équivalence  $\theta_i \cup \dots \cup \dots \cup \theta_k \equiv \emptyset$  dans ce cas particulier.

**Contrainte d'intégrité hybride :** La contrainte d'intégrité hybride est en fait une mixture des deux types de contrainte d'intégrité précédentes. Ainsi, on peut par exemple avoir une contrainte sur  $(\theta_i \cap \theta_j) \cup \theta_k$  ou tout autre élément comportant à la fois des intersections et des unions.

**Héritage de contraintes :** Une règle/propriété importante définie dans [80] stipule qu'une contrainte sur un ensemble  $A$  oblige tous les sous-ensembles  $B$ , tels que  $B \subseteq A$  à être également contraints. Il y a donc héritage de la contrainte d'un ensemble vers les sous-ensembles.

### 1.2.1.4 Ambiguïté sur la contrainte d'inexistence

Soit la situation où l'on veut contraindre<sup>10</sup> la prise de décision parmi un choix  $\theta_i$  ou  $\theta_j$ . On souhaite donc seulement mettre une contrainte sur l'union  $\theta_i \cup \theta_j$ . Un problème survient alors lorsque l'on considère fixe la propriété sur l'héritage de contraintes. Dans ce contexte, on définit donc la **contrainte d'intégrité d'inexistence stricte**, où seulement l'union est affectée et non ses sous-ensembles.

**Particularité 1 :** Lorsque la contrainte porte sur un ensemble  $A$ , les ensembles conjonctifs qui l'incluent, sont également contraints.

**Particularité 2 :** Lorsque la contrainte porte sur un ensemble  $A$ , un ensemble mixte à la fois conjonctif et disjonctif, dont la partie conjonctive inclue  $A$ ,  $(A \cap B) \cup C$  par exemple, alors  $A \cap B$  devient également contraint, il ne restera alors que  $C$  pour cet exemple spécifique.

**Particularité 3 :** Lorsque la contrainte porte sur un ensemble  $A$ , alors la conjonction avec  $A$  est retirée de tous les ensembles disjonctifs qui comprennent  $A$ , (donc  $A \cup B \cup C$  devient  $B \cup C$  seulement).

---

<sup>10</sup>. Cela revient à dire : rendre impossible l'occurrence de.

### 1.2.1.5 Modèle de répartition de l'information

**Modèle de Shafer** [  $\mathcal{M}^0(\Theta)$  ] Le modèle de Shafer est un modèle où tous les singletons doivent être exclusifs et distincts. Il correspond à l'ensemble de puissance  $2^\Theta$ . Il s'agit donc du modèle où seules les combinaisons de singletons avec l'opérateur disjonctif sont considérées, toutes conjonctions étant exclues.

**Modèle libre** [  $\mathcal{M}^f(\Theta)$  ] Dans le modèle libre, par opposition au modèle de Shafer, on considère cette fois comme étant possible que les objets soient flous, vagues, imprécis, et donc, non-exclusifs et distincts. Cela signifie que les conjonctions sont également possibles et on se retrouve avec un modèle qui correspond à l'ensemble d'hyperpuissance  $D^\Theta$  au complet, sans aucune contrainte. Ainsi, toutes combinaisons des singletons par des unions et/ou des intersections sont possibles dans le cadre de ce modèle.

**Modèle hybride** [  $\mathcal{M}(\Theta)$  ] Partant du modèle libre  $\mathcal{M}^f(\Theta)$ , on considère maintenant possible la présence de contraintes. On se retrouve avec un modèle hybride où certains ensembles ne sont pas possibles.

## 1.2.2 Combinaison d'information

À la base, la DSMT présente deux méthodes de combinaisons, la DSMT et la DSMT. En voici les détails de fonctionnement.

### 1.2.2.1 Règle de combinaison classique (DSMT)

La règle de combinaison classique de la DSMT permet une combinaison équivalente à la DST mais fonctionnant sous l'environnement  $D^\Theta$ .

$$m(C) = \sum_{A \cap B = C} m_1(A) m_2(B) \quad A, B \in D^\Theta, \forall C \in D^\Theta \quad (1.14)$$

### 1.2.2.2 Règle de combinaison hybride (DSMT)

La règle de combinaison hybride de la DSMT permet la gestion et le fonctionnement malgré divers types de contraintes, ce que la version classique n'est pas en mesure de faire.

$$m_{M(\Theta)}(A) = \phi(A) [S_1(A) + S_2(A) + S_3(A)] \quad \forall A \in D^\Theta \quad (1.15)$$

$$S_1(A) = \sum_{X_1 \cap X_2 = A} m_1(X_1) m_2(X_2) \quad \forall X_1, X_2 \in D^\Theta \quad (1.16)$$

$$S_2(A) = \sum_{[(u(X_1) \cup u(X_2))=A] \vee [(u(X_1) \cup u(X_2)) \in \emptyset] \wedge (A=I_t)} m_1(X_1) m_2(X_2) \quad \forall X_1, X_2 \in \emptyset \quad (1.17)$$

$$S_3(A) = \sum_{X_1 \cup X_2 = A} m_1(X_1) m_2(X_2) \quad \forall X_1, X_2 \in D^\ominus \quad \text{et} \quad X_1 \cap X_2 \in \emptyset \quad (1.18)$$

La fonction  $\phi(A)$  de l'équation (1.15) est une fonction binaire égale à zéro pour les ensembles  $A$  vides ou impossibles, autrement elle vaut l'unité. Dans l'équation (1.17),  $u(X)$  représente l'union de tous les objets de l'ensemble  $X$ . L'équation (1.18) indique que la masse est attribuée à l'union de tous les objets des ensembles  $X_1$  et  $X_2$ , si l'intersection est une contrainte. Quant à l'équation (1.17), elle indique que si l'union des objets est aussi une contrainte, alors la masse est soit assignée à l'union de tous les singletons qui forment les objets, soit à l'ignorance totale  $I_t$ .

Afin de mieux comprendre la DSmH, on a proposé dans [21, 27] de voir cette règle de combinaison comme une procédure. La table 1.12<sup>11</sup> montre cette procédure qui détaille clairement comment combiner avec la DSmH. Évidemment, la procédure est équivalente à la version mathématique, mais permet une meilleure compréhension ainsi qu'une implémentation plus directe.

TABLE 1.12 – Procédure à appliquer pour la DSmH à chaque paire d'ensembles  $(X_1, X_2)$

<b>Étape S<sub>1</sub></b> $(X_1 \cap X_2)$	Si $(X_1 \cap X_2)$ est une contrainte, alors continuer à S <sub>3</sub> , sinon, $m_1(X_1) m_2(X_2)$ s'ajoute à la masse de $A = (X_1 \cap X_2)$ .
<b>Étape S<sub>3</sub></b> $(X_1 \cup X_2)$	Si $(X_1 \cup X_2)$ est une contrainte, alors continuer à S <sub>2</sub> , sinon, $m_1(X_1) m_2(X_2)$ s'ajoute à la masse de $A = (X_1 \cup X_2)$ .
<b>Étape S<sub>2</sub></b> $(u(X_1) \cup u(X_2))$	Si $(u(X_1) \cup u(X_2))$ est une contrainte, alors ajouter sa masse à $I_t$ , sinon, $m_1(X_1) m_2(X_2)$ est ajoutée à la masse $A = (u(X_1) \cup u(X_2))$ .

### Exemple 1.6 Combinaison d'informations avec la DSmH

À partir des informations de l'exemple 1.2, on procède par la méthode dynamique. Pour cet exemple, les trois ensembles  $\theta_1 \cap \theta_2$ ,  $\theta_1 \cap \theta_3$ , et  $\theta_1 \cup \theta_3$  sont considérés comme étant des contraintes, où  $\theta_1 \cup \theta_3$  est plus spécifiquement une contrainte d'intégrité d'inexistence stricte.

En procédant tel que décrit par la table 1.12, on commence en premier lieu à une conjonction de BOE 1 et BOE 2. À l'occurrence de la conjonction contrainte  $\theta_1 \cap \theta_2$ , on considère plutôt la disjonction des intervenants ayant mené à cet ensemble contraint. Ainsi, on assigne la masse à  $\theta_1 \cup \theta_2$  comme indiqué à la table 1.13.

11. S<sub>1</sub>, S<sub>2</sub> et S<sub>3</sub>, de la table, correspondent aux S<sub>1</sub>, S<sub>2</sub> et S<sub>3</sub> de l'équation (1.15)

TABLE 1.13 – Combinaison de BOE 1 et de BOE 2 suivant la DSmH

	$m_1(\theta_1)$ 0.6	$m_1(\theta_2)$ 0.2	$m_1(I_t)$ 0.2
$m_2(\theta_1)$ 0.2	$\theta_1$ 0.12	$\theta_1 \cup \theta_2$ 0.04	$\theta_1$ 0.04
$m_2(\theta_2)$ 0.2	$\theta_1 \cup \theta_2$ 0.12	$\theta_2$ 0.04	$\theta_2$ 0.04
$m_2(I_t)$ 0.6	$\theta_1$ 0.36	$\theta_2$ 0.12	$I_t$ 0.12

La seconde étape consiste à combiner les résultats de la combinaison de BOE 1 et BOE 2 avec les informations de BOE 3. Il en résulte la table 1.14. Cette étape marque également quelques particularités, dont la plus intéressante se trouve en la combinaison  $m_{12}(\theta_1) \wedge m_3(\theta_3)$ . Cette combinaison, normalement donne  $\theta_1 \cap \theta_3$ , mais à cause de la contrainte sur cet ensemble, la DSmH propose d'assigner la masse à  $\theta_1 \cup \theta_3$ . Par contre, cet ensemble-là est également contraint. Suivant la table 1.12, plus particulièrement à l'étape S2, on doit assigner la masse correspondante à l'union des éléments des sous-ensembles des intervenants ayant mené au conflit. Or, le conflit est également sur  $(u(\theta_1) \cup u(\theta_3)) = \theta_1 \cup \theta_3$ . On assigne alors la masse vers l'ignorance totale  $I_t$ . On présente, à même la table 1.14 le résultat qui considère les particularités présentées ci-haut.

TABLE 1.14 – Combinaison de BOE 3 avec les résultats du tableau 1.13 suivant la DSmH

	$m_{12}(\theta_1)$ 0.52	$m_{12}(\theta_2)$ 0.20	$m_{12}(\theta_1 \cup \theta_2)$ 0.16	$m_{12}(I_t)$ 0.12
$m_3(\theta_1)$ 0.5	$\theta_1$ 0.26	$\theta_1 \cup \theta_2$ 0.10	$\theta_1$ 0.08	$\theta_1$ 0.06
$m_3(\theta_3)$ 0.4	$I_t$ 0.208	$\theta_2 \cap \theta_3$ 0.08	$(\theta_1 \cup \theta_2) \cap \theta_3$ 0.064	$\theta_3$ 0.048
$m_3(I_t)$ 0.1	$\theta_1$ 0.052	$\theta_2$ 0.02	$\theta_1 \cup \theta_2$ 0.016	$I_t$ 0.012

Une étape finale de regroupement donne la table finale 1.15. On y retrouve l'objet dominant  $\theta_1$  qui est l'objet choisi par le décideur sur la base de la plus grande masse. Notez que la masse de 0.22 que l'on aurait attribué à  $I_t$  se retrouve en fin de compte sur  $\theta_2$  étant donnée la contrainte d'intégrité d'inexistence stricte qui affecte  $\theta_1 \cup \theta_3$ .

TABLE 1.15 – Résultats finaux de la combinaison de BOE 1, BOE 2, et BOE 3 suivant la DSmH avec les contraintes imposées.

	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	$\theta_1 \cup \theta_2$	$\theta_2 \cap \theta_3$	$(\theta_1 \cup \theta_2) \cap \theta_3$
$m_{123}$	0.452	0.24	0.048	0.116	0.08	0.064

### 1.2.2.3 Règle de combinaison hybride généralisée

La DSmH présentée par les équations (1.15) à (1.18) n'est valable que dans les situations impliquant deux sources. Dans la situation où il y a  $k$  sources à combiner, on procède avec les équations suivantes :

$$m_{M(\Theta)}(A) = \phi(A) [S_1(A) + S_2(A) + S_3(A)] \quad (1.19)$$

$$S_1(A) = \sum_{X_1 \cap X_2 \cap \dots \cap X_k = A} \prod_{i=1}^k m_i(X_i) \quad \forall X_1, X_2, \dots, X_k \in D^\Theta \quad (1.20)$$

$$S_2(A) = \sum_{[\mathcal{U}=A] \vee [(\mathcal{U}=\emptyset) \wedge (A=I_t)]} \prod_{i=1}^k m_i(X_i) \quad \forall X_1, X_2, \dots, X_k \in \emptyset \quad (1.21)$$

$$S_3(A) = \sum_{X_1 \cup X_2 \cup \dots \cup X_k = A} \prod_{i=1}^k m_i(X_i) \quad \forall X_1, X_2, \dots, X_k \in D^\Theta \quad X_1 \cap X_2 \cap \dots \cap X_k \in \emptyset \quad (1.22)$$

### 1.2.3 Transformation pignistique généralisée

La transformation mathématique qui permet de passer d'un modèle de représentation à fonction de masses sous  $D^\Theta$  à un modèle probabiliste est désignée comme étant la Transformation Pignistique Généralisée (TPG). L'équation (1.23) définit l'opérateur de transformation :

$$P\{A\} = \sum_{X \in D^\Theta} \frac{C_{\mathcal{M}}(X \cap A) m(X)}{C_{\mathcal{M}}(X)} \quad (1.23)$$

où  $C_{\mathcal{M}}$  correspond au cardinal DSm. Le chapitre 7 de [80] discute plus amplement du concept en donnant des propriétés et des exemples. Ces derniers démontrent que  $P\{A\}$  est vraiment une mesure de probabilité. Les deux sections qui suivent présentent le cardinal et le cardinal DSm, deux outils mathématiques nécessaires pour la transformation pignistique.



### 1.2.3.1 Cardinalité

Avant d'introduire la cardinalité sous DSMT, on revoit brièvement ce qu'est le cardinal d'un ensemble. Le cardinal est un concept permettant de quantifier la dimension d'un ensemble. Il informe sur la taille de ce dernier. Plus particulièrement, le cardinal d'un ensemble<sup>12</sup> fini représente le nombre d'éléments qu'il comporte. Par exemple :  $|\{a, b, c, d\}| = 4$ .

### 1.2.3.2 Cardinalité dans le cadre de la DSMT

La cardinalité dans DSMT (ou cardinal DSMT) d'un ensemble  $A$ , que l'on dénote  $C_{\mathcal{M}}(A)$  comptabilise en fait le nombre total de partitions. Chacune des partitions possède un poids numérique unitaire. Ce poids identique pour tous les rend ainsi tous égaux. Le cardinal DSMT sert dans les équations de transformation pignistique afin de distribuer la masse d'un ensemble  $A$  parmi toutes les partitions  $B$ , où  $B \subseteq A$ . Plus d'informations et de propriétés sont définies au chapitre 3 de [80].

### Exemple 1.7 Cardinalité dans le cadre de la DSMT

Le cardinal DSMT d'un ensemble  $A$ ,  $C_{\mathcal{M}}(A)$ , correspond au nombre d'ensembles et de sous-ensembles compris ou égal à  $A$ . Nous avons évalué les cardinaux DSMT pour différents ensembles présentés à la table 1.16. Cette table permet de mieux visualiser la cardinalité dans DSMT. Elle contient la valeur numérique du cardinal DSMT des différents ensembles sous  $D^{\Theta}$ , où  $|\Theta| = 3$ . Les différentes colonnes présentent les différentes valeurs de cardinalité DSMT pour différents cas de modèles hybrides.

---

12. Plus spécifiquement d'un ensemble classique, c.-à-d. où les éléments sont exclusifs.

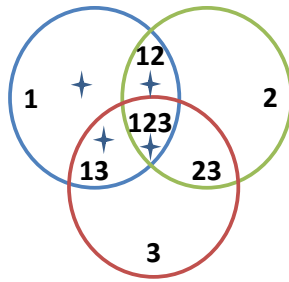
TABLE 1.16 – Cardinaux DSm sous différents modèles hybrides de  $D^\Theta$  avec  $|\Theta| = 3$

	Contraintes			
	$\emptyset$	$\theta_3$	$\theta_1 \cap \theta_3$	$\theta_1 \cap \theta_2 \cap \theta_3$
$\emptyset$	0	0	0	0
$\theta_1$	4	2	2	3
$\theta_2$	4	2	3	3
$\theta_3$	4	0	2	3
$\theta_1 \cap \theta_2$	2	1	1	1
$\theta_1 \cap \theta_3$	2	0	1	1
$\theta_2 \cap \theta_3$	2	1	1	1
$\theta_1 \cap \theta_2 \cap \theta_3$	1	0	0	0
$\theta_1 \cup \theta_2$	6	3	4	5
$\theta_1 \cup \theta_3$	6	2	4	5
$\theta_2 \cup \theta_3$	6	2	4	5
$\theta_1 \cup \theta_2 \cup \theta_3$	7	3	5	6
$(\theta_1 \cap \theta_2) \cup \theta_3$	5	1	3	4
$(\theta_1 \cap \theta_3) \cup \theta_2$	5	2	3	4
$(\theta_2 \cap \theta_3) \cup \theta_1$	5	2	3	4
$(\theta_1 \cup \theta_2) \cap \theta_3$	3	0	1	2
$(\theta_1 \cup \theta_3) \cap \theta_2$	3	1	2	2
$(\theta_2 \cup \theta_3) \cap \theta_1$	3	1	1	2
$(\theta_2 \cap \theta_3) \cup (\theta_2 \cap \theta_3) \cup (\theta_2 \cap \theta_3)$	4	1	2	3

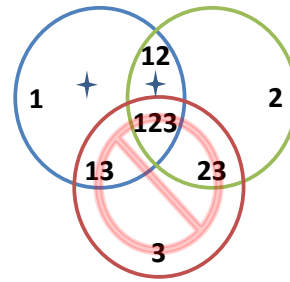
**Exemple 1.8 Cardinalité dans le cadre de la DS $\mathcal{M}$  pour un cas particulier**

La figure 1.1 présente la cardinalité DS $\mathcal{M}$   $C_{\mathcal{M}}(\theta_1)$  sous diverses conditions. Elle présente donc les différentes cardinalités DS $\mathcal{M}$  possible pour  $\theta_1$ , comme montré à la seconde ligne de données du tableau 1.16. Les étoiles que l'on retrouve dans les différentes partitions de  $\theta_1$  représentent les différentes partitions comptabilisées dans le calcul du cardinal.

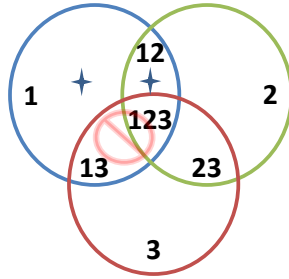
La figure 1.1a montre le cas du calcul de la cardinalité DS $\mathcal{M}$  de  $C_{\mathcal{M}}(\theta_1)$  sans contraintes retrouvé au tableau 1.16. Les figures 1.1b, 1.1c, et 1.1d, représentent les valeurs de  $C_{\mathcal{M}}(\theta_1)$  respectivement, pour les troisième, quatrième et dernière colonnes.



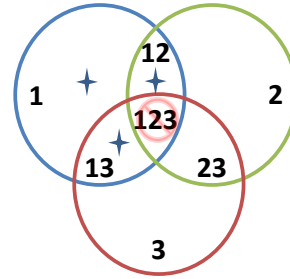
(a)  $C_{\mathcal{M}}(\theta_1)$  sans contraintes



(b)  $C_{\mathcal{M}}(\theta_1)$  avec contrainte sur  $\theta_3$



(c)  $C_{\mathcal{M}}(\theta_1)$  avec contrainte sur  $\theta_1 \cap \theta_3$



(d)  $C_{\mathcal{M}}(\theta_1)$  avec contrainte sur  $\theta_1 \cap \theta_2 \cap \theta_3$

FIGURE 1.1 –  $C_{\mathcal{M}}(\theta_1)$  sous diverses conditions

### 1.2.4 Avantage de la DSMT sur la DST

Voici un bref exemple démontrant un des avantages de la DSMT sur la DST, c'est-à-dire sa capacité à avoir une signification aux intersections d'ensembles et de les employer. Pour d'autres avantages et détails sur la DSMT, on réfère aux ouvrages de Dezert et Smarandache [80, 81, 82].

#### Exemple 1.9 Avantage de la DSMT sur la DST

Soit la situation d'un réseau de surveillance (capteurs) de surface (terrestre et maritime) des côtes qui capte des présences au large des côtes. Un tel réseau fonctionnant sous la DST pourrait aisément départager les bateaux des véhicules terrestres.

Toutefois, comme les figures 1.2 et 1.3 le montrent, il y aurait problème avec une présence qui passe de la surface maritime à la surface terrestre. Puisque la DST rejette les intersections et qu'un véhicule amphibie partage à la fois les caractéristiques d'un véhicule marin et terrestre, il ne sera pas en mesure de classifier avec succès une telle présence. Par contre, parce qu'un réseau de surveillance doué du raisonnement sous la DSMT est en mesure de faire la distinction, il réussira la classification de façon naturelle.

Sur les figures 1.2 et 1.3, les présences elliptiques représentent les véhicules marins, contrairement aux rectangles qui représentent les véhicules terrestres. Les couleurs représentent l'allégeance des présences : la couleur bleue est amicale, alors que la couleur rouge est hostile. Les traits sur la figure 1.3 représentent le vecteur de déplacement (vitesse et direction) des présences. Ces traits sont connectés à la présence à laquelle le système a choisi de faire l'association (*track* à *target*)<sup>13</sup>.

---

13. La traduction libre nous donne : l'association d'une cible au présumé parcours d'une cible.

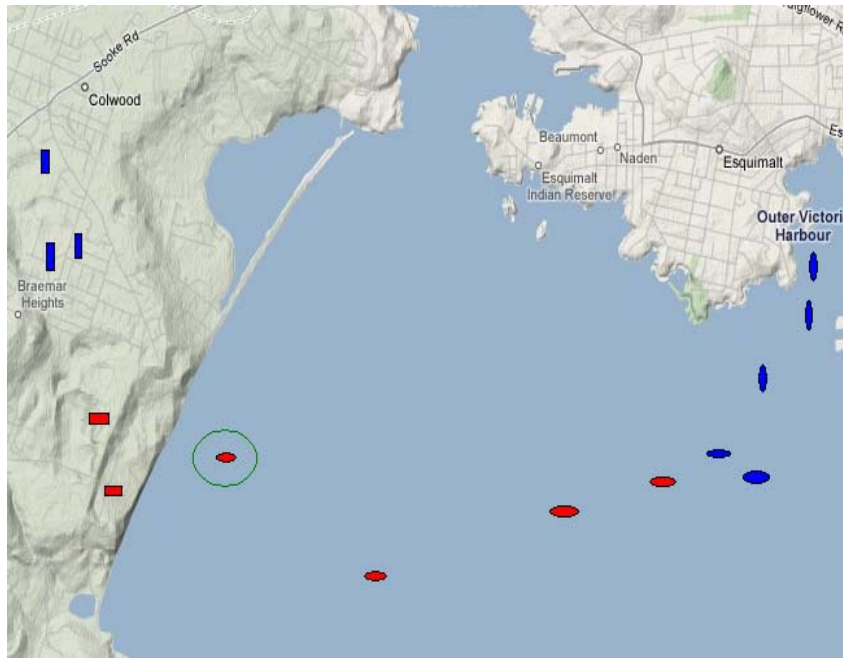


FIGURE 1.2 – Résultat de capture d'un réseau de surveillance des côtes à l'instant 1

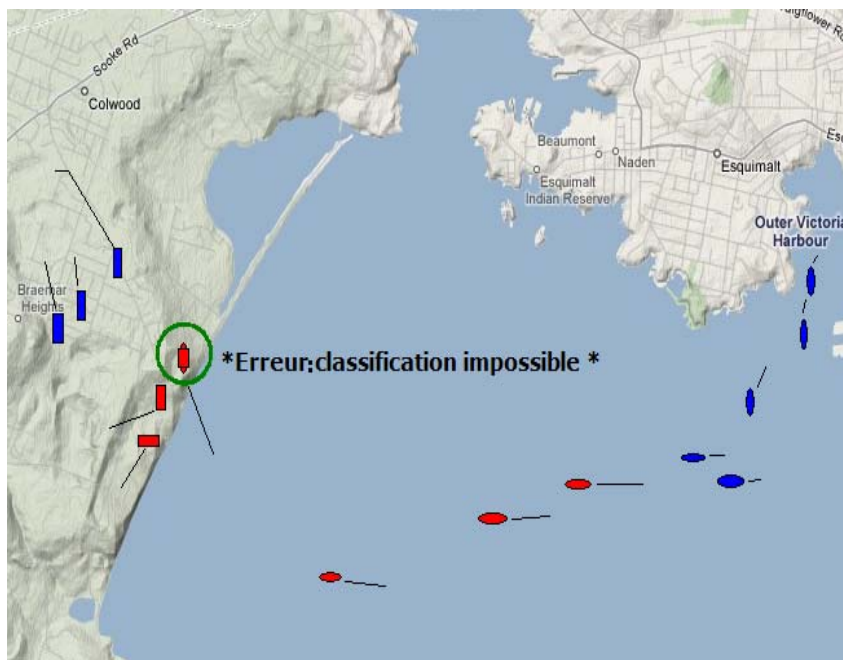


FIGURE 1.3 – Résultat de capture d'un réseau de surveillance des côtes à l'instant 2

### 1.3 Conclusions et contributions

Ce chapitre avait pour but de présenter la théorie mathématique de l'évidence de Dempster-Shafer, la théorie de Dezert-Smarandache, ainsi que des définitions et des outils mathématiques sous-jacents. On a donc présenté le cadre de raisonnement pour la DST et la DSmT, les transformations pignistiques classique et généralisée, les règles de combinaisons classiques pour la DST et la DSmT, ainsi que quelques définitions. Dans [21, 27], on présente les aménagements computationnels faits qui ont rendu la DSmT utilisable en pratique. On montre également un cas d'application pratique fonctionnel dans [33]. On travaille présentement sur une nouvelle méthode de combinaison qui fera l'objet d'une prochaine publication [26].

Si l'on souhaite approfondir l'étude des fonctions de croyance et d'outils mathématiques pour la fusion de données, les références [59, 98] constituent des ouvrages recommandés.

## Chapitre 2

# Applications & Implémentation

---

**Résumé :** Ce chapitre couvre le sujet des applications et implémentations nécessaires pour l'exploration et l'expérimentation de nouveaux outils mathématiques lors de nos travaux de recherches doctorales. On traite spécifiquement d'applications reliées à la classification d'allégeance de cibles, ainsi que d'identification de plateformes navales.

### Sommaire

---

2.1	Classification d'allégeance . . . . .	<b>32</b>
2.1.1	Allégeance sous l'accord de standardisation de l'OTAN 1241 . . . . .	32
2.1.2	Electronic Support Measures . . . . .	34
2.1.3	Précision et certitude . . . . .	35
2.1.4	Cas simulés . . . . .	36
2.2	Identification de plateformes navales . . . . .	<b>38</b>
2.2.1	Modélisation de l'information . . . . .	39
2.2.2	ESM complexe . . . . .	40
2.2.3	ISM . . . . .	45
2.2.4	Cas simulés . . . . .	48
2.2.5	Remarques . . . . .	48
2.3	Conclusions et contributions . . . . .	<b>49</b>

---

Le volume [9] contient un chapitre sur l’image situationnelle (SAW) et l’analyse de modèles. Les auteurs expliquent le concept d’analyse situationnelle (SA) qui synthétise les principales notions des modèles de fusion de données et de SAW. L’analyse de menaces est une composante importante de SA, particulièrement dans la sphère militaire. Les gens menant des activités de commande et contrôle (C2), les preneurs de décisions, ont à gérer des menaces potentielles et actuelles exigent d’avoir une bonne SAW. Dans [12], une analyse de 27 différentes définitions de SAW est proposée, ainsi qu’une classification par types orientés processus ou état. Enfin, [41] définit la SAW en trois niveaux. Cette définition de la SAW est actuellement adoptée par la majorité de chercheurs.

La perception des éléments dans un environnement délimité dans l’espace-temps, la compréhension de leurs significations et la projection de leur statut dans un futur rapproché.

La figure 2.1 présente la boucle *Observation-Orientation-Décision-Action* telle que conceptualisée et présentée en [11]. L’auteur de [9] présente une version allégée regroupant *Observation-Orientation* sous l’Analyse Situationnelle, et *Décision-Action* sous la *Prise de Décision*.

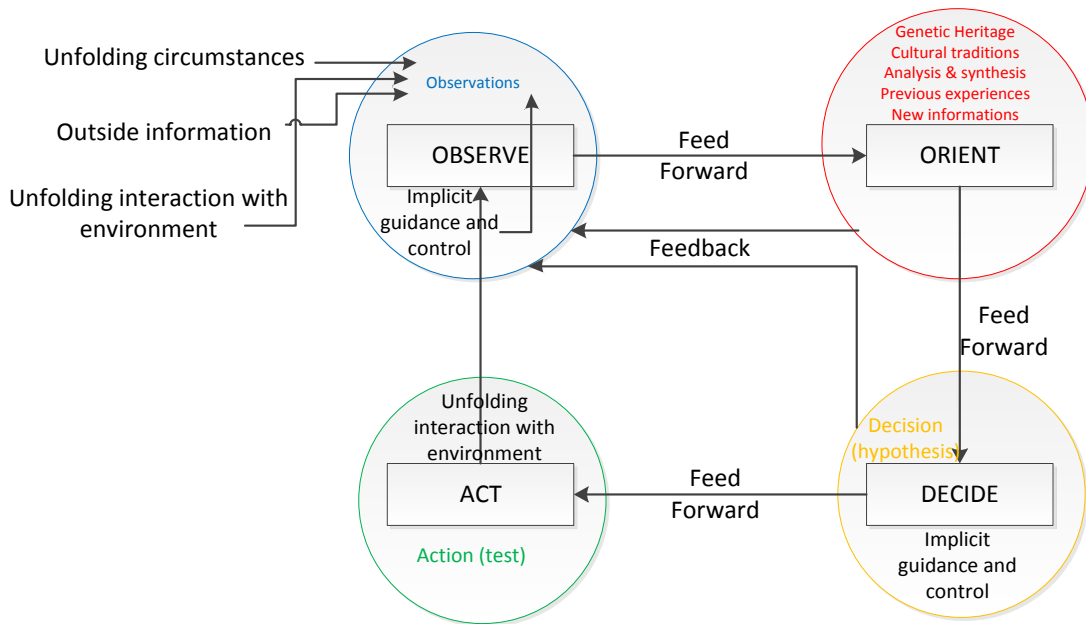


FIGURE 2.1 – La boucle OODA telle que représentée par Boyd [11]

Dans ce contexte, nos applications se situent au coeur de la composante *observation* de la boucle OODA. C’est une partie fondamentale de l’analyse situationnelle nécessaire à tout processus décisionnel des activités de commande et contrôle militaire, spécifiquement pour



---

l'évaluation de menaces potentielles. Dans [62], les auteurs situent précisément le processus d'identification d'ennemi dans le contexte de commande et contrôle.

Le chapitre 4 de [102] contient des éléments d'intérêt particuliers concernant spécifiquement les systèmes d'observations. On parle ici des systèmes de capteur ESM (*Electronic Support Measures*), les systèmes de capteurs électro-optiques, composant les ISM (*Imaging Support Measures*), et les capteurs IFF (*Identification Friend or Foe*). Les auteurs de [102] mentionnent entre autres, que les ESM sont en charge de la détection et du traitement de tous rayonnements des cibles. Les ESM peuvent être employés pour l'avertissement de présence de menaces, le contrôle de contre-mesures, la localisation de cibles et l'identification de cibles (seul ou en collaboration avec d'autres capteurs par fusion), entre autres. Ces systèmes de détection dépendent de l'émission électromagnétique de cibles, sur laquelle on n'a pas de contrôle, ce qui rend possible la caractérisation d'un ESM par sa probabilité d'interception [52].

Selon [102], les ESM peuvent être généralement caractérisés par trois modules : (1) les capteurs, (2) les techniques de localisation, et (3) le traitement de classification du signal. Dans [59], Klein analyse les capteurs dans les systèmes de fusion de données pour une meilleure prise de décision. Enfin, dans [83], les auteurs présentent une étude des capteurs ESM pour le contexte d'obtention d'informations tactiques pour les systèmes de défense aérienne.

On indique comment on interprète le capteur ESM à la section 2.1.2 pour le premier cas d'application, puis à la section 2.2.2 pour le second cas d'application. La section 2.2.3 présente quant à elle notre interprétation du capteur ISM pour nos simulations.

## 2.1 Classification d'allégeance

Le cas de classification d'allégeance consiste en la problématique d'attribution d'une valeur d'allégeance à une cible à l'aide des données en provenance d'un capteur ESM. On reproduit le plus fidèlement possible un problème réel tout en le simplifiant<sup>14</sup> et en l'adaptant pour notre système de fusion de données.

Les sections suivantes vont détailler le concept d'allégeance, du capteur ESM, des notions de précision et de certitude avant de présenter un cadre de simulation de base typique pour ce cas d'application.

### 2.1.1 Allégeance sous l'accord de standardisation de l'OTAN 1241

L'allégeance se définit comme étant le statut ou l'état relationnel entre deux parties. Par exemple, dans *Jacques est l'ennemi de Jean*, on a Jacques qui est considéré comme étant un ennemi de Jean, **par** lui-même<sup>15</sup>. Un autre cas pourrait être comme suit, *La Russie est considérée comme ennemie pour le Japon et vice et versa* [104]. Pourtant, malgré le fait qu'ils n'ont jamais signé de traité de paix après la Seconde Guerre mondiale [104], ces pays semblent plutôt se considérer comme étant plutôt d'allégeance suspecte l'une pour l'autre. Ils maintiennent une surveillance, sans vraiment passer à des actions agressives.

Le STANAG<sup>16</sup> 1241 peut répartir les possibilités d'allégeance dans les cinq ensembles suivants : ami, neutre, ennemi, présumé ami, et suspect. La répartition des ensembles d'allégeance du STANAG 1241 peut être faite différemment selon le niveau de sécurité ou d'alerte, d'un pays. On retrouve deux répartitions différents montrés aux figures 2.2a et 2.3a.

Les figures 2.2a et 2.2b réfèrent à la situation d'un pays en état de paix, puis les figures 2.3a et 2.3b, réfèrent à celle d'un pays en état d'alerte.

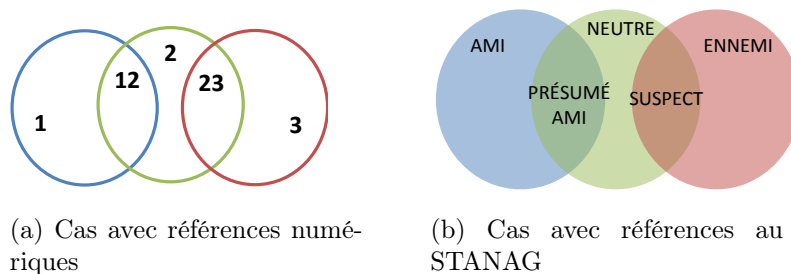


FIGURE 2.2 – Cas d'un pays en état de paix

La correspondance vers un ensemble d'hyperpuissance se réalise aisément à partir de ces figures.

14. Bien entendu des considérations de sécurité nationale forcent également l'abstraction du module ESM en une simple source de données.

15. Il peut arriver que Jacques se considère tout de même l'ami de Jean même s'il n'est pas apprécié.

16. Accord de standardisation de l'OTAN

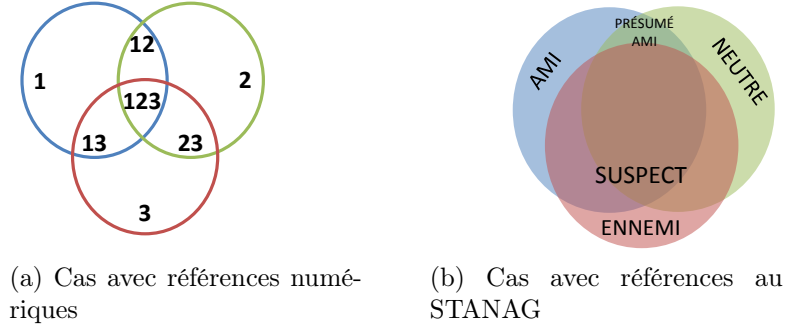


FIGURE 2.3 – Cas d'un pays en état d'alerte

La figure 2.2a correspond à la figure 2.2b, où on considère  $ami = \{\theta_1 - \theta_1 \cap \theta_2\} = \{1\}$ ,  $neutre = \{\theta_2 - \theta_1 \cap \theta_2 - \theta_2 \cap \theta_3\} = \{2\}$ ,  $ennemi = \{\theta_3 - \theta_2 \cap \theta_3\} = \{3\}$ ,  $présumé\ ami = \{\theta_1 \cap \theta_2\} = \{12\}$ ,  $suspect = \{\theta_2 \cap \theta_3\} = \{23\}$ . La notation  $\theta_1 - \theta_1 \cap \theta_2$  signifie que  $\theta_1$  est amputé de l'intersection  $\theta_1 \cap \theta_2$ .

Quant à la figure 2.3a, elle correspond à la figure 2.3b, où on considère  $ami = \{1\}$ ,  $neutre = \{2\}$ ,  $ennemi = \{3\}$ ,  $présumé\ ami = \{12\}$ ,  $suspect = \{13, 23, 123\}$ . On voit ainsi que l'ensemble d'hyperpuissance est en mesure de représenter naturellement le STANAG 1241.

Les autres types d'allégeance définis par le STANAG 1241 sont, entre autres, pour les cibles détectées lors de situation d'entraînement, soit *Joker* et *Faker*. On ignore donc ces cas et tout autres cas non énuméré ci-haut pour nos expérimentations.

### 2.1.1.1 Distinction à faire entre l'allégeance stanag, l'allégeance esm, et l'allégeance

L'allégeance d'une cible est son état de fidélité à un pays. La cible pourra donc être amie, ennemie, neutre, suspecte, ou présumée amie. On désignera ce type d'allégeance qui peut être répartis parmi ces cinq choix, l'*allégeance stanag*. On représente cette dernière à la figure 2.4a. On considère toutefois que les systèmes ESM fournissent seulement l'information sur l'allégeance d'une cible parmi les suivants : amie, ennemie, ou neutre. Ce type d'allégeance qui peut être répartis parmi ces trois choix sera désigné par l'*allégeance esm*. On présente cette dernière à la figure 2.4b.

L'*allégeance stanag* construit ses ensembles dans le cadre de la DSMT à la différence que les ensembles sont exclusifs. Ainsi, l'expression  $\theta_1 \cap \theta_2 \subseteq \theta_1$  est fausse. Il en va de même pour tous les ensembles du cadre de raisonnement qui sont tous distincts. Donc, dans le cas de l'*allégeance stanag*, amie =  $\theta_1$  exclue  $\theta_1 \cap \theta_2$ , car  $\theta_1 \cap \theta_2 =$  présumée amie. D'ailleurs  $\theta_1 \cap \theta_2$  exclue  $\theta_1 \cap \theta_2 \cap \theta_3$ , car ce dernier représente l'allégeance suspecte. Les sept ensembles<sup>17</sup> d'un

17. Ne considérant pas les unions.

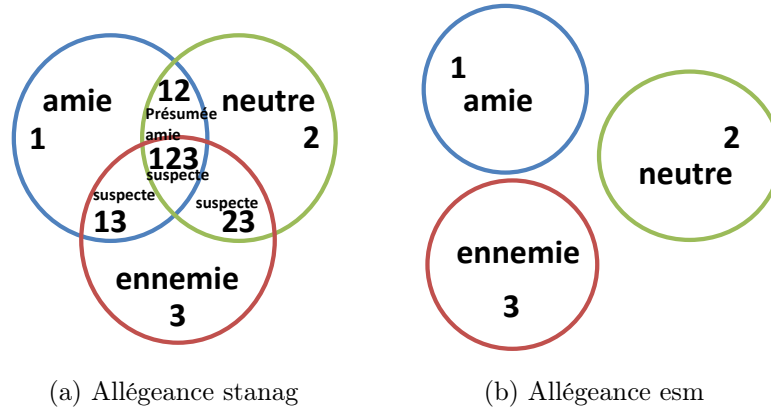


FIGURE 2.4 – Représentation sous diagramme de Venn de l’allégeance stanag et de l’allégeance esm pour un cas sans contrainte.

cadre de discernement comportant trois singletons, et les cinq allégeances correspondantes possibles qui en découlent sont représentés à la figure 2.4a.

### 2.1.1.2 Probabilités (stanag)

Comme définit en [21], on appelle la probabilité (stanag) la probabilité pignistique attribuée aux ensembles tels que répartis à la figure 2.4a et comme prescrit par le STANAG 1241. Ces probabilités (stanag) fonctionnent sur les ensembles représentant les *allégeances stanag* et suivant la répartition des ensembles décrite à la section 2.1.1.1.

Une particularité du système de décision présenté en [21], montre qu’il est préférable de considérer une bonne classification, une classification permettant d’attribuer l’allégeance amie ou présumée amie, lorsque l’allégeance du GT est amie. Il en va de même à l’opposé, où l’on préférera considérer une bonne classification, une classification permettant d’attribuer l’allégeance ennemie ou suspecte, lorsque l’allégeance du GT est ennemie. On aura ces préférences lorsque travaillant sous le cadre de raisonnement DSmT, et que l’on souhaite faire des comparaisons avec des cas hors DSmT.

## 2.1.2 Electronic Support Measures

Le ESM est le capteur fournissant nos informations, c’est notre source. À des fins de simplifications, l’information qui en provient se résumera à un corps d’évidence composé de deux propositions<sup>18</sup>, soit une allégeance et une masse attribuée à la cible, soit une masse attribuée à l’ignorance totale<sup>19</sup>. Donc, dans le cas où le ESM localise une cible dans son champ de détection, il enverra aussitôt un signal avec une valeur de masse à l’allégeance alléguée de la

18. ou hypothèses

19. C’est à dire, l’union de toutes les allégeances principales possibles qui ne sont pas le fruit d’unions ou d’intersections d’une autre allégeance. C’est donc l’union des allégeances Ami, Neutre et Ennemi.

cible détectée. Le reste de la masse de croyance sera allouée à l'ignorance totale. Ce signal formera donc le corps d'évidence (BOE), (ou fonction de croyance (bba)), comme défini à la section 1.1.2 au chapitre 1.

Ce capteur enverra un BOE pour chaque unité de temps écoulé  $\tau_\Delta$  pour  $\Delta = 0$  à  $n$ , où  $\sum_{i=0}^n \tau_i$  représente la durée totale de la simulation. Le taux de précision d'un capteur est donné par le nombre de fois où il est en mesure de correctement donner une valeur de proposition principale<sup>20</sup> en pourcentage. Quant au niveau d'incertitude, il se répercute dans la valeur de la masse donnée à la proposition principale  $A$ .

$$\begin{aligned} m_\tau^\alpha(A) &= x \\ m_\tau^\alpha(I_t) &= 1 - x \end{aligned}$$

C'est ainsi que concrètement, un capteur ESM peut fournir l'information au sujet d'une cible  $\alpha$  au temps  $\tau_i$ . L'information produite est la perception d'un état<sup>21</sup>  $A$  associé à la cible  $\alpha$  au temps  $\tau_i$ , avec une certitude de  $x$  et une ignorance totale de  $(1 - x)$ .

### 2.1.3 Précision et certitude

Pour un signal donné, provenant d'une source ESM, la valeur de masse attribuée à l'allégeance de la cible détectée correspond à la valeur de **certitude** entre l'association de l'allégeance, et la cible. Le complément à 1 de cette valeur obtenu par la soustraction, correspond au niveau d'incertitude. Ici, cette dernière est donc renvoyée à l'ignorance totale, comme mentionné dans la section 2.1.2. Le capteur idéal serait en mesure de donner une masse unitaire à l'allégeance détectée sans avoir besoin d'ignorance totale. Toutefois, donner une masse trop élevée à un ensemble unique est un comportement non souhaitable pour diverses raisons soulevées dans [21]. Il y a notamment, l'incapacité d'une règle de combinaison à base conjonctive à redistribuer des masses attribuées à des conjonctions. En effet, plus on combine de l'information par une méthode de combinaison conjonctive sans contrainte, plus on dirige les masses vers des ensembles conjonctifs, accumulant éventuellement la masse vers l'ensemble d'intersection totale. De là provient le besoin d'une part de la masse à l'ignorance totale comme peut le garantir un filtre assurant un minimum de masse attribué à l'ignorance suggéré initialement par [8, 90].

Comme on peut effectivement le présumer, un capteur ESM ne fait pas qu'envoyer un seul corps d'évidence lors d'une détection, mais aussi un signal, et ce, à chaque intervalle de temps

20. La proposition principale d'un BOE est la proposition détenant la plus grande valeur de masse parmi toutes les propositions du BOE.

21. un état, une classe, ou une identité

$\tau_i$ . Pour une série d'une centaine (100) d'unités de temps élémentaire  $\tau_i$ , où une détection et l'envoi d'un signal du ESM ont lieu, le capteur idéal serait en mesure de fournir la bonne valeur d'allégeance 100 fois. Si pour une série donnée d'une centaine d'unités de temps la bonne allégeance est obtenue 80 fois, on dira alors que le capteur ESM a une **précision** de 80%.

La précision et la certitude représentent donc en quelques sortes des mesures de performances du capteur [93, 94, 96].

Une imperfection de l'information (incertitude, imprécision) peut être due à différents facteurs. Parmi les facteurs possibles d'imprécision, on peut noter, bien souvent, la présence de contre-mesures ; la présence d'interférence d'un tiers, une confusion au niveau de l'association cible à piste<sup>22</sup> ; la présence de multiples cibles dans le cône, ou volume, de détection dont on fait le suivi ; la qualité, l'imprécision, ou la marge d'erreur du capteur et des outils entre ce dernier et le module de fusion ; et finalement un défaut de fabrication ou une défaillance de l'appareil de détection, etc. [102]

#### 2.1.4 Cas simulés

On rappelle (cf Section 2.1.1) que le cadre de simulation est la reproduction réaliste des comportements de capteurs réels. À moins de mention contraire, les simulations ont cours sur un ordinateur de bureau avec processeur AMD Phenom II X4 955 roulant à 3.2 GHz, avec 8 Go de RAM DDR2 sous Microsoft Windows 7 64 bits, sur un SSD Mushkin Chronos Deluxe avec SandForce SD-2281, et Matlab 64 bits. Le coeur du système de simulation est basé sur l'encodage et l'engin de combinaison que l'on a présenté précédemment dans [27].

Les cas simulés pour cette application sont tous basés sur des variantes d'un modèle de base présenté dans [33]. Pour ce faire, on a fait varier les paramètres d'incertitude, de précision, la taille du cadre de discernement, le type de cadre de raisonnement, le nombre de propositions, la méthode de combinaison, la méthode d'approximation employée, etc.

Les différents jeux de paramètres testés permettent d'expérimenter plusieurs situations possibles telles qu'un senseur endommagé, la présence de contre-mesures, une difficulté d'association cible à piste, etc. Cela permet aussi d'expérimenter quelques situations académiques n'ayant pas de représentation dans le monde physique, afin d'évaluer le comportement du système. Ces différentes valeurs paramétriques seront spécifiées lors de la présentation des résultats. On présente ci-bas la procédure pour le cas de base.

La simulation typique s'effectue suivant les principes de simulation Monte-Carlo. On effectue donc, dans notre cas, une centaine d'exécutions avec des informations différentes générées

---

22. Par picte, on entend le parcours, où la trace laissée par le déplacement d'une cible observée par un capteur de détection. Ainsi, l'association cible-à-piste représente l'association que l'on fait d'un contact à un parcours reliant les différents points de contacts associés à une même cible en mouvement.

aléatoirement pour représenter le capteur sous différentes éventualités. La génération aléatoire se fait dans le cadre des limites imposées par l'utilisateur du simulateur. Pour une situation simulée avec un cadre de discernement de taille 3, une précision du capteur de 80% et une certitude sur les données fournies par le capteur de 70%, on procède comme suit :

**Partie 1** On génère aléatoirement un nombre dans un intervalle limité. Lorsque le résultat de ce nombre est dans la partie inférieure à 80% de l'intervalle, on attribue la masse de 0.70 à la proposition<sup>23</sup> représentant l'identité de la cible<sup>24</sup>. On attribue le reste de la masse du corps d'évidence, soit 0.30, à l'ignorance totale  $I_t$ .

**Partie 2** Lorsque le résultat de la génération aléatoire donne un nombre supérieur à 80%, on génère un nombre suivant une distribution uniforme parmi les autres identités possibles de la cible, dans ce cas-ci 2 ou 3. La masse de 0.70 sera attribuée au résultat de cette génération. On attribue le reste de la masse du corps d'évidence à  $I_t$ .

Ce processus aura pour résultat une sélection de la proposition principale 1 à une fréquence de 80% d'informations reçues du capteur, puis les propositions 2 et 3 avec chacun une fréquence de 10%. Ces 20% d'informations erronées par rapport à la base de vérité (*ground truth*) représenteront des erreurs du capteur. Une génération aléatoire d'une suite d'erreurs simulera la présence de contre-mesures. On simule un changement d'allégeance de la cible, à mi-séquence de la centaine d'itérations de combinaison d'information en provenance du capteur. Pour ce faire, on attribuera la proposition principale à l'identité 3, au lieu de 1 et vice et versa, pour les itérations ayant lieu après la moitié de la série d'informations à combiner. On présume ainsi que la cible surveillée est passée subitement à un comportement plus agressif<sup>25</sup>.

Au-delà de ces spécifications, on applique également un filtre assurant un niveau minimal de masse attribuée à l'ensemble d'ignorance totale  $I_t$  comme recommandé par [54, 90]. C'est d'ailleurs un outil non seulement utile, mais nécessaire, comme montré dans [21, 37]. Cela prévient l'occurrence du problème d'accumulation de masse vers les ensembles conjonctifs des règles de combinaison basées sur un opérateur conjonctif. On fixe le niveau de ce filtre à une valeur de 0.04 à moins d'avis contraires. Le niveau minimum de la masse de  $I_t$  sera ainsi de 0.04.

Cette séquence comprenant une centaine d'itérations sera exécutée généralement une centaine de fois. C'est donc une suite Monte-Carlo d'une centaine d'exécutions qui sera réalisée pour chaque ensemble de paramètres choisis.

---

23. identifiée par l'indice 1

24. base de vérité (*ground truth*)

25. Plus agressif étant donné que 3 représente l'allégeance ennemie, et 1, l'allégeance amie, tel que montré à la figure 2.3.

## 2.2 Identification de plateformes navales

Pour tester et évaluer notre nouvel algorithme, nous avons développé un modèle de simulation réaliste d'identification de plateforme navale. Cette simulation fait la fusion de données provenant de rapport de capteurs ESM et ISM. Elle permettra de voir jusqu'où l'utilisation de l'approximation est en mesure de bien se comporter sous le cadre de la DSMT. On utilise la base de données de plateformes (PDB) présentée dans [45] dont les spécifications principales nous concernant sont présentées à l'annexe C.

Avant d'entrer dans les détails de l'application, il est nécessaire de préciser certains points. Pour nos recherches, les navires sont divisés en deux catégories (SC) : soit les navires militaires (*Lines ships*), et les navires commerciaux et civils (*Merchant ships*). Dans la catégorie de navire (SC) *Line*, les navires sont classés parmi cinq types (ST). Les cinq ST du SC *Line* sont les frégates, les destroyers, les croiseurs, les patrouilleurs, ainsi que les portes-avions<sup>26</sup>. Parmi les attributs que tous les navires ont dans la PDB, nous avons, entre autres, la longueur des navires (LEN), ainsi que la liste des émetteurs électromagnétiques<sup>27</sup> qu'ils utilisent. Chaque émetteur a une fonction spécifique parmi sept possibilités telles que IFFINRE (Système d'interrogation/réponse Ami-ou-Ennemi), NAVNAVI (Radar de navigation naval), ATCGCCA (Control de trafic aérien de sol/porte-avions), etc.<sup>28</sup> L'annexe C détaille les statistiques et informations principales de la PDB qui nous concernent. Plus d'informations sont disponibles dans [45, 91, 92, 97].

Pour des raisons de simplification, on définit le ratio donné par le numéro d'itération courant sur le nombre total d'itérations d'une simulation par  $\phi$ . Cela permettra de définir un accroissement de valeur de certitude des capteurs dans le temps. Pour les données, on génère des rapports de capteurs à fusionner pour des systèmes de capteurs ESM et ISM.

---

26. Les porte-hélicoptères sont du ST porte-avions.

27. Que l'on désignera plus simplement *émetteurs* par la suite.

28. Une liste est disponible à la table C.2.



### 2.2.1 Modélisation de l'information

Un des points les plus importants lors d'un projet d'implémentation de système de fusion est la modélisation de l'information. En ce qui concerne la DSmT, il faut faire une correspondance appropriée entre les ensembles que la théorie permet et la réalité physique de l'application. Il faut plus spécifiquement pouvoir justifier l'utilisation des ensembles avec conjonctions ainsi que les ensembles avec disjonctions.

Dans notre cas, les intersections sont justifiées par de possibles problèmes de pistage, ou des problèmes avec la base de données, que ce soit au niveau de la représentation de l'information ou le cas plus probable d'une cible non répertoriée. Quant aux unions, un niveau d'incertitude relevé, et/ou une difficulté à obtenir des rapports précis de la part des capteurs, peuvent être en cause.

Pour ce qui est du choix du modèle, il faut d'abord se concentrer sur la manière de représenter les singletons dans notre modèle. Le choix doit être fait en partie afin de permettre une décision, une détermination ou une caractérisation de l'objet détecté selon ce que l'on souhaite obtenir. On aurait pu souhaiter avoir des classes de navires, des types de navires (ST) ou des catégories de navires (SC) en tant que singletons. Dans le cas où les ST auraient été des singletons, l'union aurait pu représenter des SC, et l'intersection aurait pu représenter des classes de navires ou les navires mêmes qui ont des caractéristiques appartenant à deux ST. La figure 2.9 montre la superposition des fonctions d'appartenances floues pour tous les ST, basé sur l'observation de la longueur de navire.

On a toutefois préféré exploiter une situation plus complexe<sup>29</sup> mais plus précise en modélisant l'identification des navires par les singletons. On a retiré de la base de données les *navires-sœurs*, c'est-à-dire ayant simultanément un même pays, une même longueur, avec le même groupe d'émetteurs et généralement partageant un nom commun. Les résultats de fusion avec intersections seront donc, soit des navires non identifiés partageant des caractéristiques de plusieurs navires connus, soit une difficulté d'identification par manque provisoire d'information non conflictuelle, soit des navires *non-sœurs*, partageant un grand nombre de caractéristiques. Ce dernier cas arrive entre autres, lorsqu'un pays revend un de ses modèles à un autre pays qui ensuite change sur le navire un grand nombre d'émetteurs, mais partage tout de même encore plusieurs caractéristiques.

---

29. en termes de calcul

### 2.2.2 ESM complexe

On commence notre évaluation de performances avec un système de capteur ESM ainsi qu'une cible donnée choisi aléatoirement parmi toutes les possibilités, qui sera désigné comme étant la base de vérité (*ground truth*, GT). La première étape est de sélectionner, aléatoirement aussi, un émetteur parmi ceux présents sur le GT selon notre PDB.

Si l'on avait accès au matériel et la possibilité de compiler des données expérimentales en conditions réelles, on procéderait comme suit : on construirait une table de corrélation statistique permettant d'établir une probabilité que la cible observée soit d'une identité spécifique lorsque l'on détecte la présence d'un émetteur donné. Une telle table devrait inclure une valeur de probabilité d'identité pour toutes les paires de combinaison d'identité de navire avec un émetteur. Un BOE construit de cette manière aurait un nombre de propositions égal au nombre de navires connu.

On n'a toutefois pas accès aux informations requises pour construire une telle table, c'est pourquoi on procède ainsi : on suit la distribution de certitude montrée à la figure 2.5, on donne à l'émetteur choisi, comme étant celui que le ESM perçoit, un niveau de certitude qui est fonction de  $\varphi$ . Ainsi, une relation avec  $\varphi$  permet de simuler un niveau de certitude croissant dans le temps par rapport à l'émetteur détecté. Cela reproduit le fait que l'on a de plus en plus de rapports de capteurs ESM concernant cette cible avec le temps, ou qu'une plus grande attention sera portée à une cible nouvellement détectée. La figure 2.6 montre l'évolution de la distribution des masses du BOE construit à partir de l'information du capteur ESM simulé et de la distribution de la figure 2.5. Trois autres émetteurs sont sélectionnés aléatoirement parmi les émetteurs de même fonction (voir table C.2). Ces quatre émetteurs se voient attribuer un niveau de certitude suivant la distribution présentée à la figure 2.5.

De ceci, on obtient une série de quatre propositions formées chacune par un seul émetteur ainsi qu'une valeur de certitude. Le total des quatre valeurs de certitude est ensuite normalisé à 1. À partir du contenu de la PDB, on remplace chacun de ces émetteurs par une proposition composée de l'union de toutes les plateformes portant ces émetteurs pris individuellement. C'est ainsi que l'on forme un BOE à partir des quatre propositions des plateformes possibles contenant l'émetteur vu à différents niveaux de certitude. L'exemple 2.1 montre le BOE que l'on peut construire à l'aide d'un système ESM.

Sur les figures 2.5 et 2.7, les flèches de couleur indiquent les points où sont tirés les valeurs de masse qui seront normalisées pour former la distribution de masse du BOE nouvellement formé. Les figures 2.6 et 2.8 montrent l'évolution de ces fonctions d'appartenances floues de masse des BOEs formés à partir du capteur ESM simulé. L'objectif du choix de ces points, et du choix de la fonction de distribution, des figures 2.5 ou 2.7, est l'atteinte du meilleur réalisme possible dans la reproduction du comportement d'un capteur ESM. Les choix que nous avons effectués pour nos expérimentations se sont fait plutôt arbitrairement étant donné le secret

militaire qui empêche l'accès à l'information réelle sur le comportement d'un capteur ESM. On a finalement employé la distribution présentée à la figure 2.7, et les points de valeur de masse qui y sont indiqués par les flèches de couleur bleu, vert, rouge et turquoise. Une étude serait recommandée pour l'exploration de différentes distributions en tant que remplacement des données réelles. Idéalement, il faudra obtenir les données réelles, comme on a mentionné en début de la présente section. Les différentes distributions présentées sont différents cas qu'il pourrait être intéressant d'explorer, à défaut d'obtenir les valeurs réelles.

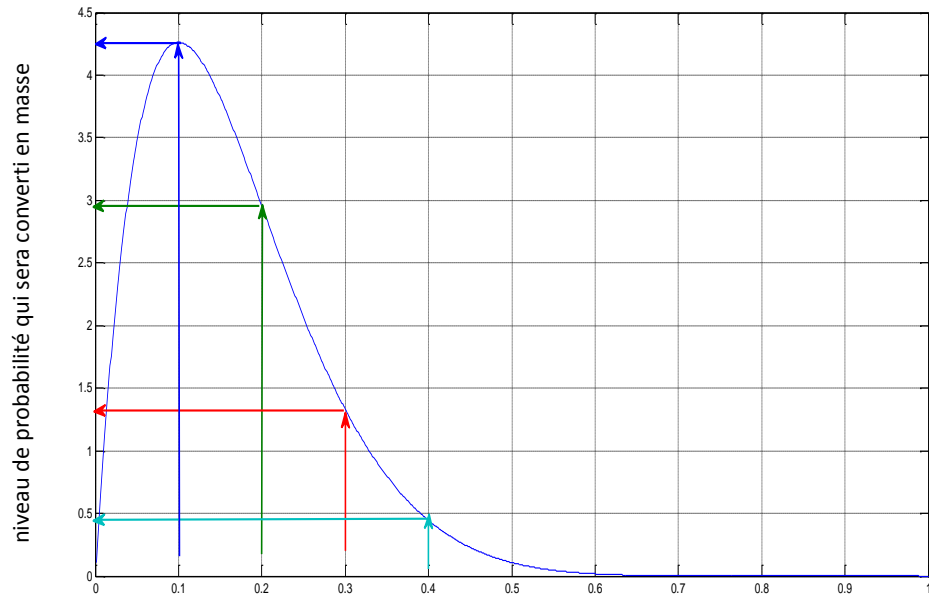


FIGURE 2.5 – Distribution de probabilité BETA, avec paramètres  $\alpha = 2$  et  $\beta = 10$  pour la construction du BOE à partir des émetteurs vus par le ESM

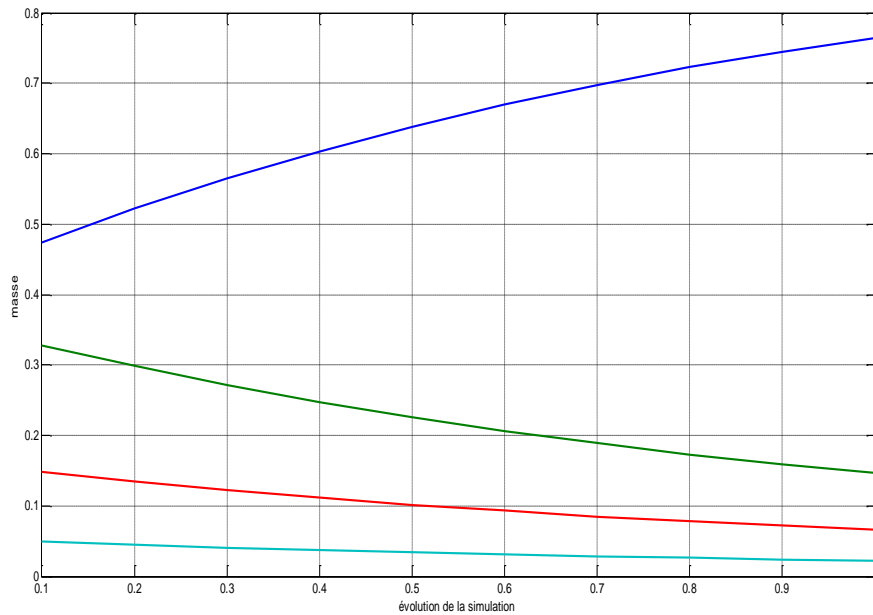


FIGURE 2.6 – Évolution de la distribution des masses du BOE construite avec l’information du ESM, en fonction de  $\varphi$ , et de la distribution BETA de la figure 2.5

Ainsi l’amélioration de la certitude qu’un capteur obtient avec le temps devient une fonction de  $\varphi$ . Cette amélioration que l’on simule à lieu, par exemple, lorsqu’une cible se dirige vers notre capteur. Ce dernier aura une meilleure visibilité.

Les courbes colorées de la figure 2.6 font référence aux points sur la courbe de distribution de la figure 2.5. Ainsi, lorsque  $\varphi = 0.4$ , la proposition suivant le point de la courbe bleue, aura une masse d’environ 0.6. Lorsque  $\varphi$  atteindra 0.7, la même proposition aura alors une masse d’environ 0.7.

On rappelle que les quatre propositions sont faites de l’union des plateformes possédant un émetteur spécifique. Ces quatre émetteurs spécifiques sont l’émetteur principal ainsi que trois autres émetteurs. L’émetteur principal est celui que le ESM aura détecté sur la cible. Les trois autres émetteurs sont choisis aléatoirement parmi les émetteurs ayant la même fonction que l’émetteur principal. L’émetteur principal est celui dont la masse est attribuée par la courbe bleue. Les masses déterminées par les 3 autres courbes, sont celles associées aux 3 émetteurs sélectionnés aléatoirement sans aucune règle particulière.

**Exemple 2.1 Construction de BOE à partir de l'information d'un ESM**

**Étape A** On sélectionne aléatoirement un émetteur sur la cible. Supposons ici que l'on détecte l'émetteur no. 40, qui sera notre émetteur principal pour le rapport ESM courant. On choisit ensuite trois émetteurs supplémentaires de même fonction que l'émetteur principal, soit les émetteurs no. 44, 75, et 80.

**Étape B** À partir des émetteurs vus, on forme une liste des identifiants (id) des plateformes les contenant.

**id 9** contient l'émetteur no. 44,

**id 10, 13, 14** contiennent l'émetteur no. 75,

**id 9, 10, 13, 14** contiennent l'émetteur no. 40, (qui correspond à l'émetteur principal)

**id 10** contient l'émetteur no. 80.

**Étape C** De la liste des plateformes contenant les émetteurs probablement vus, et avec la distribution montrée à la figure 2.7 et supposant que l'on soit vers la fin d'une période de simulation, donc avec un ratio  $\varphi \geq 0.9$

$$distribution = \text{normalisation} [z(3) \quad z(3.6) \quad (1 + \varphi)z(5) \quad z(7)] \quad (2.1)$$

$m(id\ 9) = 0.0375$ , valeur lue sur les courbes en turquoise sur les figures 2.7 et 2.8,

$m(id\ 10, 13, 14) = 0.129$ , valeur lue sur les courbes en vert sur les figures 2.7 et 2.8,

$m(id\ 9, 10, 13, 14) = 0.7599$ , valeur lue sur les courbes en bleu sur les figures 2.7 et 2.8,

$m(id\ 10) = 0.0736$ , valeur lue sur les courbes en rouge sur les figures 2.7 et 2.8.

Comme les trois émetteurs supplémentaires choisis à l'étape A sont sélectionnés aléatoirement, il importe peu laquelle des courbes sera utilisée pour déterminer leur valeur de masse. Il faut cependant que l'émetteur principal voit sa masse suivre les valeurs de la courbe bleue. Cette valeur plus élevée simule une bonne qualité de certitude du capteur.

**Remarque** Notre implémentation de la sélection des valeurs de masse de la figure 2.6 est faite par intervalle pour des valeurs  $(\varphi < 0.1)$ ,  $(0.1 \leq \varphi < 0.2)$ ,  $(0.2 \leq \varphi < 0.3)$ ,  $(0.3 \leq \varphi < 0.4)$ ,  $(0.4 \leq \varphi < 0.5)$ ,  $(0.5 \leq \varphi < 0.6)$ ,  $(0.6 \leq \varphi < 0.7)$ ,  $(0.7 \leq \varphi < 0.8)$ ,  $(0.8 \leq \varphi < 0.9)$ , et  $(\varphi \geq 0.9)$ .

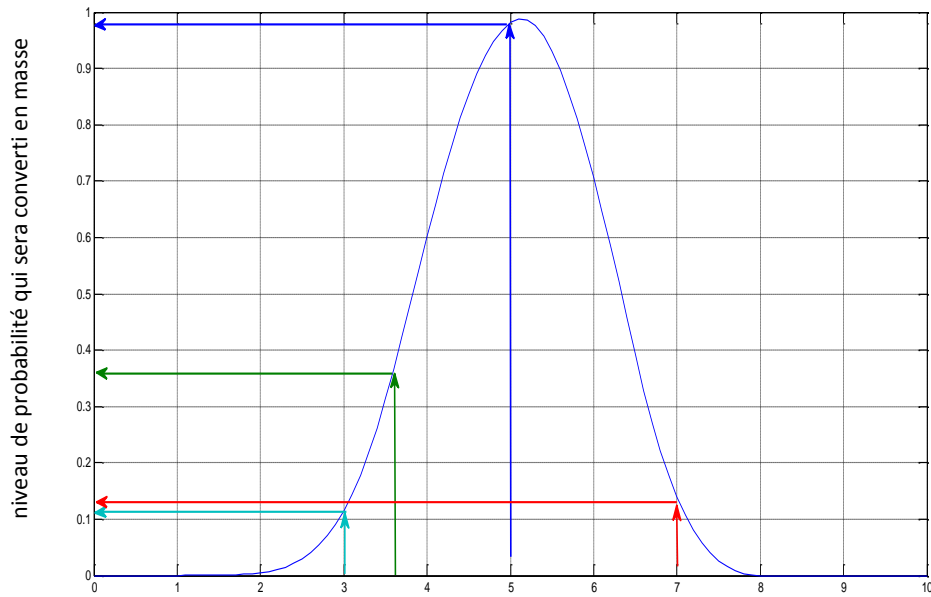


FIGURE 2.7 – Distribution de masse parmi les ensembles possibles d’émetteurs vus par le ESM

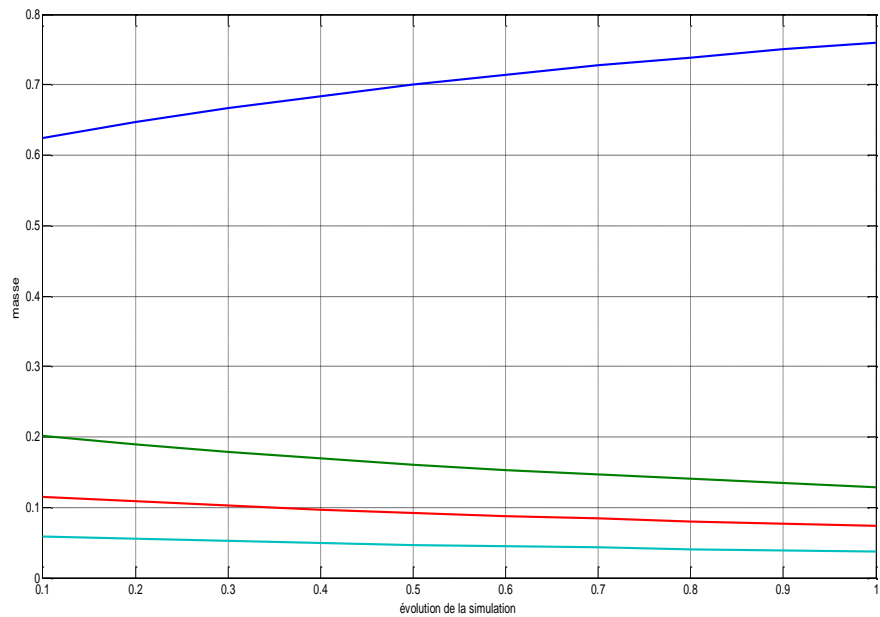


FIGURE 2.8 – Évolution de la distribution des masses du BOE construit avec l’information du ESM, en fonction de  $\varphi$ , et de la distribution de la figure 2.7

### 2.2.3 ISM

Dans une même simulation, on utilise le même GT, choisi aléatoirement en début de simulation, pour le système de capteurs ISM. Toutefois, cette fois-ci on utilise la longueur de la plateforme donnée par la PDB. Afin de simuler l'imprécision au niveau du système optique de l'ISM, des différentes possibilités de positionnement relatif du navire observé par rapport à l'instrument d'observation, et des possibles obstructions partielles que peut apporter l'environnement climatique autour du navire, de l'observateur et entre les deux. Nous avons choisi d'ajouter une imprécision aléatoirement sélectionnée entre  $-3\%$  et  $+3\%$  par rapport à la longueur réelle fournie par la PDB. Nous construisons aussi le BOE, fait à partir de la catégorie de navire (SC) du GT, et des types de navire de ce SC, en fonction du de  $\varphi$ .

La liste suivante montre la règle de construction de la distribution de masse des SC à l'aide de relevés du capteur ISM. Cette distribution est produite de façon à ce que le ISM devienne de plus en plus précis avec le temps. On simule ainsi une situation où la distance entre le capteur et la cible diminue.

1. Durant le premier quart de la simulation ( $0.00 \leq \varphi < 0.25$ )
  - a)  $m(\text{militaire}) = [0.45 \text{ à } 0.55]$
  - b)  $m(\text{marchand}) = 3/4 \text{ de } 1 - m(\text{militaire}) - 0.04$
  - c)  $m(\text{inconnu}) = 1/4 \text{ de } 1 - m(\text{militaire}) - 0.04$
  - d)  $m(I_t) = 0.04$
2. Au second quart de la simulation ( $0.25 \leq \varphi < 0.50$ )  $m(\text{militaire}) = [0.55 \text{ à } 0.65]$
3. Au troisième quart de la simulation ( $0.50 \leq \varphi < 0.75$ )  $m(\text{militaire}) = [0.65 \text{ à } 0.75]$
4. Au dernier quart de la simulation ( $0.75 \leq \varphi \leq 1.00$ )  $m(\text{militaire}) = [0.75 \text{ à } 0.93]$

**Exemple 2.2 Construction de BOE à partir de l'information d'un ISM, étape 1**

Un résultat possible du générateur aléatoire dans le premier quart de la simulation ( $\varphi < 0.25$ ) respectant les limites mentionnées plus haut, pourrait être ceci :

$$m(\text{militaire}) = 0.5300,$$

$$m(\text{marchand}) = 0.3225,$$

$$m(\text{inconnu}) = 0.1075,$$

$$m(\text{ignorance}) = m(\text{militaire} \cup \text{marchand} \cup \text{inconnu}) = 0.0400.$$

Notez que *ignorance*, sera éventuellement remplacée par l'union des ID de tous les navires de la PDB. Le SC militaire représente tous les navires militaires appartenant à l'un des cinq ST principaux qui sont considérés : patrouille, frégate, croiseur, destroyeur, et porte-avions. Le SC marchand représente tous les navires non-militaires (c.-à-d. civils, commerciaux ou industriels) appartenant à l'un des cinq ST principaux qui sont considérés pour ce SC : *Traversier*, *Roll-on Roll-off* (RoRo), *Cargo*, *Passager*, et *Pétrolier*. Tout autre ST non énuméré ici, ainsi que le navire identifié comme *inconnu*<sup>30</sup> dans la PDB, font parties de la catégorie *inconnu*.

Afin d'améliorer le réalisme, lorsque la certitude d'un SC est plus grande que 0.50, on simule une investigation supplémentaire par l'obtention de certitudes sur les ST de ce SC. On attribue les valeurs de certitude aux ST appropriés suivant la distribution de la longueur estimée du navire montrée à la figure 2.9. Ces distributions approximatives ont été construites à partir des longueurs des navires dans la banque de données.

Plus exactement, lorsque l'on souhaite remplacer un SC militaire ayant une certitude de 0.53, par exemple, pour une longueur donnée  $x$ , on repère d'abord dans la figure 2.9, les valeurs de certitude des différents ST pour cette longueur  $x$ . On remplace ensuite la proposition attribuant 0.53 au SC militaire, par cinq propositions. On aura une proposition par ST appartenant au SC militaire, avec les valeurs retrouvées dans la figure que l'on aura pris soin de normaliser par la valeur du SC que l'on remplace (ici 0.53). Ainsi, la valeur de certitude est prise de la distribution montrée à la figure 2.9, puis elle est normalisée avec la valeur du SC que ces ST remplacent. Ceci permet la formation d'un BOE complet<sup>31</sup>.

**Remarque** On rappelle que

$$\{\text{militaire}\} = \{\text{frégate, destroyeur, croiseur, patrouille, porte-avions, autres ST} \in \text{militaire}\},$$

$$\{\text{marchand}\} = \{\text{Traversier, RoRo, Cargo, Passager, Pétrolier, autres ST} \in \text{marchand}\},$$

$$\{\text{inconnu}\} = \left\{ \text{autres ST} \in \text{militaire}, \text{autres ST} \in \text{marchand}, \overline{\{\text{militaire, marchand}\}} \right\}.$$

On ajoute *autres ST*  $\in$  puisque l'on travaille avec cinq principaux ST seulement par SC. Il existe bien sûr d'autres ST par SC que les cinq sélectionnés.

---

30. On a inscrit dans la PDB un navire dont la désignation est *inconnu* permettant ainsi la sélection effective d'un navire dont on ignore les spécifications, au lieu de l'ignorance totale. Ceci signifie en fait que l'on ne sait pas, **parmi une sélection**, quelle est l'identité de la cible observée.

31. Qui respecte la définition d'un BOE faite au glossaire et au chapitre 1.



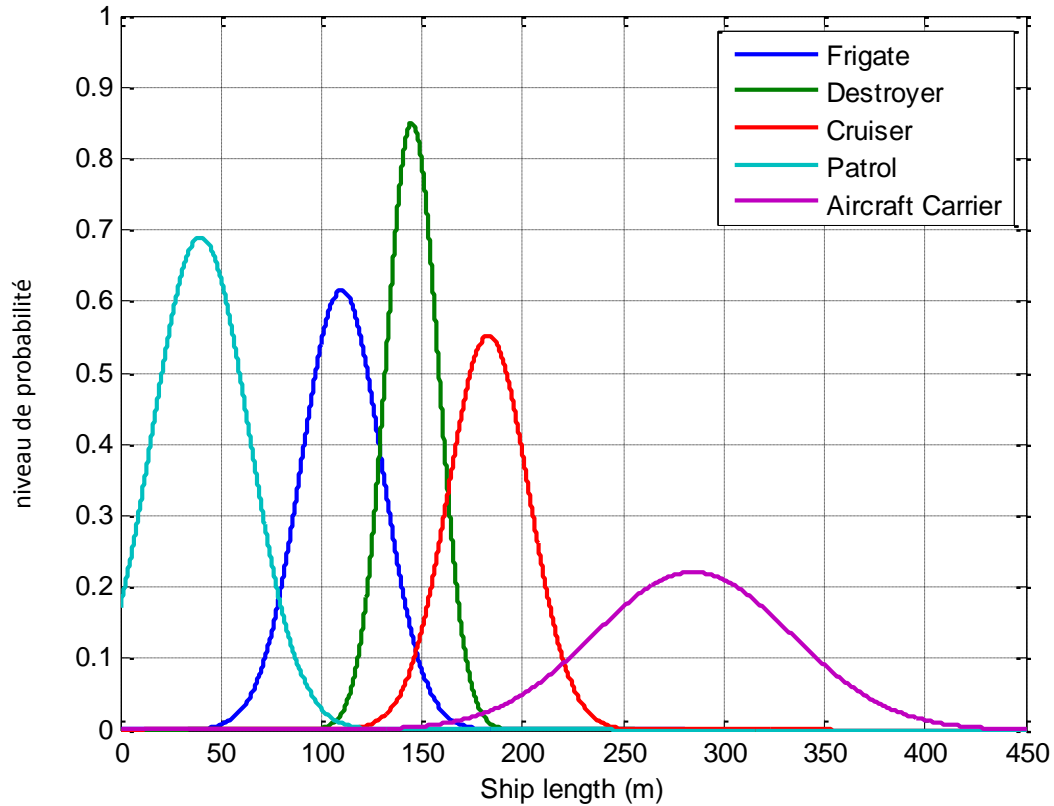


FIGURE 2.9 – Courbes d'appartenances floues du ST en fonction de la longueur

**Exemple 2.3 Construction de BOE à partir de l'information d'un ISM, étape 2**

Par exemple, pour une longueur de navire estimée de 213 mètres, on obtient le BOE suivant :

$$m(\text{marchand}) = 0.3225,$$

$$m(\text{inconnu}) = 0.1075,$$

$$m(\text{ignorance}) = 0.04,$$

$$m(\text{frégate}) = 0.0000,$$

$$m(\text{destroyeur}) = 0.0000,$$

$$m(\text{croiseur}) = 0.3736,$$

$$m(\text{patrouille}) = 0.0000,$$

$$m(\text{porte-avions}) = 0.1564.$$

Ces données proviennent de l'exemple 2.2 qui se poursuit ici. Ainsi, la somme des masses des cinq dernières propositions énumérées correspondent à  $m(\text{militaire}) = 0.5300$ .

### 2.2.4 Cas simulés

Un relevé ISM est généré une fois à chaque cinq générations de relevés ESM ; il retourne une estimation de la longueur de navire. Afin de viser une simulation en temps réel, il faut être en mesure de fusionner autour de 72 relevés (71 opérations de fusion, pour un total de 60 relevés ESM et 12 relevés ISM) en environ 5 minutes selon [55].

### 2.2.5 Remarques

On présente ici quelques remarques avant de conclure le chapitre.

- Qu’est-ce qui se produit dans la situation d’une présence de navire inconnu de la PDB ?
  - L’utilisation de la DSMT permet la présence d’ensembles d’intersection de plusieurs navires. Si on se trouve en présence d’une intersection de deux navires, il est possible qu’en réalité le navire observé ne soit pas connu de la PDB mais partage des caractéristiques des deux navires. Il est également possible que ce soit effectivement un de ces deux navires, mais que la PDB ne soit pas à jour, et que le navire partage maintenant un plus grand nombre de caractéristiques du second navire.
  - Si l’on a des raisons de croire en la présence d’un navire inconnu de la PDB, il est possible d’assigner manuellement<sup>32</sup> une masse au navire dénommé *Unknown* déjà prévu dans la PDB, il faudra toutefois déterminer les caractéristiques à lui assigner.
- Le système n’est pas dépendant des données puisque ces dernières peuvent être mises à jour régulièrement. Le système de simulation ira puiser l’information au moment opportun.
- Le système utilise de l’information issue de sources ESM et ISM. Rien n’empêche l’utilisation de sources supplémentaires et différentes. Il faudra bien entendu effectuer un processus d’adaptation de l’information pour la convertir en un BOE.

---

32. C’est ce qui peut être désigné de HUMINT (*information de provenance humaine*).

## 2.3 Conclusions et contributions

Ce chapitre a présenté les applications et implémentations que nous avons employées pour l'exploration et l'expérimentation des nouveaux développements pour nos travaux de recherches doctorales. On a traité spécifiquement d'applications reliées à la classification d'allégeance de cibles, ainsi qu'à l'identification de plateformes navales.

Dans [21, 37, 36, 95], on démontre l'utilisation possible d'une application militaire fondée sur le STANAG 1241 et 4162 pour la classification d'allégeances de cibles ainsi que la pertinence de l'utilisation de la DSmT dans un tel contexte. On reviendra sur les cas issus de cette application pour l'exploration des méthodes d'approximation et des métriques sur les évidences développées dans les prochains chapitres.

Dans [30], on applique le développement d'une nouvelle méthode d'approximation sur une interprétation et une implémentation d'une application beaucoup plus complexe. Cette dernière est également issue du domaine militaire ; elle est fondée sur un cas d'identification de plateformes navales inspirée des rapports [91, 92, 97]. Cette implémentation originale d'une application militaire utile permet l'utilisation de la DSmT dans un contexte extrême. Pour la première fois, cette théorie est appliquée à une situation bien au-delà des cas classiques nécessitant un cadre de discernement de taille 2, 3, 4, même 5 ou 6 que l'on voit très rarement. Nos travaux ont permis d'aller bien au-delà de 6 sans difficulté. En fait, si on se réfère à la section 1.2.1.1, on comprend la logique et la difficulté d'aller bien plus loin. On note toutefois que notre application a permis d'aller jusqu'à un cadre de discernement de taille 72. Ceci ne représente pas une limite technologique ou mathématique, mais simplement, une contrainte de temps car nous n'avons pas perçu de limite à court terme.

On peut consulter [30] et [93], tous deux disponibles en annexe, afin d'en savoir plus sur notre cas d'application complexe, ainsi que sur le concept de précision et d'incertitude.



# Chapitre 3

## Métriques d'Évidence

---

**Résumé :** Ce chapitre couvre le sujet des métriques d'évidence. On traite spécifiquement de mesures permettant d'attribuer une valeur de distance entre deux corps d'évidence. Ceci permettra éventuellement de savoir si les approximations développées auront une répercussion sur le BOE résultat comparativement à celui obtenu sans approximation.

### Sommaire

---

3.1	Méthodes classiques . . . . .	<b>53</b>
3.1.1	Mesures d'ambiguïté pour la théorie de l'évidence . . . . .	53
3.1.2	Mesures d'erreurs d'approximation . . . . .	54
3.1.3	Mesures de similarité entre corps d'évidence . . . . .	54
3.1.4	Distances entre deux distributions de masses de croyance . . . . .	57
3.1.5	Distance de Jousselme entre deux corps d'évidence dans le cadre DST	58
3.1.6	Processus d'évaluation de distance entre deux corps d'évidence . .	59
3.2	Adaptations vers la DS <sub>m</sub> T . . . . .	<b>60</b>
3.2.1	Distance de Jousselme entre deux corps d'évidence dans le cadre DS <sub>m</sub> T . . . . .	60
3.2.2	Métrique de Jousselme par intervalle (mJI) . . . . .	61
3.3	Nouvelles mesures originales proposées entre deux corps d'évidence . . . . .	<b>64</b>
3.3.1	Distance de Hamming pour Évidences (DHE), entre deux corps d'évidence . . . . .	64
3.3.2	Distance basée sur le niveau d'incertitude partagée (DSU), entre deux corps d'évidence . . . . .	70
3.4	Conclusions et contributions . . . . .	<b>73</b>

---

Plusieurs chercheurs ont travaillé sur des métriques entre corps d'évidence. Toutefois, on se concentre sur les travaux provenant de [6, 18, 75]. La prochaine étape de nos recherches porte sur l'exploration des mesures de performance telles que celles proposées en [75].

Bauer, dans [6], fait usage de quatre mesures de performance dans la comparaison de plusieurs méthodes d'approximation. Toutes sont basées sur la transformation pignistique proposée par Smets [84]. Ristic et Smets, dans [75], ont exploré les mesures de performance, spécifiquement avec des métriques de distance entre informations incertaines. Diaz et al., dans [18], proposent une nouvelle métrique de similarité entre BOEs en considérant l'écart par rapport à l'ignorance totale pour tenir compte de l'environnement des deux BOEs. Ils ont étudié ce que devrait être une mesure de similarité, ses propriétés, et en ont construit une qui considère la relation avec l'ignorance totale.

Dans le présent chapitre, on passe en revue des métriques classiques, telles que la mesure d'ambiguïté, les mesures d'erreurs, et la distance de Jousselme. On présente également les propriétés souhaitées pour les mesures de similarité et les distances. On présente ensuite deux adaptations possibles de la distance de Jousselme pour la DSMT. Le tout est suivi d'une section portant sur deux nouvelles métriques que l'on a développées.

## 3.1 Méthodes classiques

### 3.1.1 Mesures d'ambiguïté pour la théorie de l'évidence

Comme expliqué dans [66], une mesure est une dimension, quantité, ou une capacité déterminée par comparaison avec un standard. Toutefois, l'information est la plupart du temps affectée par l'incertitude qui peut être vue comme étant une imperfection de l'information même. Une imperfection peut prendre plusieurs formes, telles que de l'information fragmentaire, contradictoire, non fiable, floue, ou incomplète [69]. On a trois principaux types d'incertitude, [61, 112] : la non-spécificité (imprécision), la discorde (conflit entre plusieurs alternatives), et le flou. La discorde et la non-spécificité sont vues comme étant deux sous types d'une catégorie que l'on nomme l'ambiguïté.

La référence [56] est un article portant sur une nouvelle mesure d'ambiguïté pour la théorie de l'évidence qui débute avec un bon résumé des différents types d'incertitude. Cet article fut une source d'inspiration pour le développement de la nouvelle mesure d'ambiguïté. Cette mesure d'ambiguïté est présentée à l'équation (3.1) où  $m$  est une fonction de masse.

$$\text{AM}(m) = \sum_{\theta \in \Theta} \text{BetP}_m(\theta) \log_2(\text{BetP}_m(\theta)) \quad (3.1)$$

Toutefois, dans [60], les auteurs montrent qu'il y a une erreur dans une preuve par rapport à une propriété énoncée dans [56]. On montre dans [1] qu'une propriété non considérée dans [56] n'est pas respectée. Déjà en 2003, dans [16], cette mesure était présentée comme étant une mesure d'entropie pignistique, la seule différence étant un signe de négation devant l'opérateur de sommation.

Les auteurs de [16] ont aussi présenté une entropie pignistique généralisée travaillant directement dans la DSmT. Cette entropie pignistique est définie par

$$H_{\text{BetP}}^*(P^*) = - \sum_{\theta \in \Upsilon} P^*(\theta) \ln(P^*(\theta)) \quad (3.2)$$

L'équation (3.2) contient  $P^*$  qui est la probabilité pignistique donnée par la transformation pignistique généralisée. Cette transformation est présentée à la section 1.2.3. Dans cette équation,  $\Upsilon$  qui représente les parties du diagramme de Venn du modèle DSm libre. Ceci revient à travailler dans  $S^\Theta$  [82], où  $S^\Theta$  est l'ensemble de super puissance tel que  $S^\Theta \triangleq (\Theta, \cup, \cap, c(\cdot))$ . On ne peut qu'imaginer le niveau de complexité de  $S^\Theta$  puisque celui de  $D^\Theta$  qui est déjà de niveau significatif. On note que l'ensemble de super puissance  $S^\Theta$  où  $S^\Theta \triangleq (\Theta, \cup, \cap, c(\cdot))$  est défini comme étant le cadre de raisonnement développé à partir du cadre de raisonnement  $\Theta$  où les opérations permises sur les singletons sont l'union, l'intersection et le complément.

### 3.1.2 Mesures d'erreurs d'approximation

Posons  $P_0$  comme étant la probabilité pignistique induite par la version originale de la fonction de masse  $m$ , puis  $P_{\text{apx}}$ , celle qui est induite par la version approximée de la fonction de masse, notée  $m'$ . En découle la mesure d'erreur 1 définie à l'équation (3.3). Toutefois, cette mesure ne reflète pas la qualité de la décision basée sur  $P_{\text{apx}}$ . Afin de capturer cet aspect, Bauer propose en [6] la mesure additionnelle suivante :

$$\text{Error1}(m') = \max_{A \subseteq \Theta} |P_0(A) - P_{\text{apx}}(A)| \quad (3.3)$$

Posons  $x_0, x_{\text{apx}} \in \Theta$  comme étant caractérisés par

$$\begin{aligned} P_0(\{x_0\}) &= \max_{x \in \Theta} P_0(\{x\}) \\ P_{\text{apx}}(\{x_{\text{apx}}\}) &= \max_{x \in \Theta} P_{\text{apx}}(\{x\}) \end{aligned} \quad (3.4)$$

Ce qui signifie que  $x_0$  (ou  $x_{\text{apx}}$ ) possède la plus grande valeur dans  $P_0$  (ou  $P_{\text{apx}}$ ) parmi les éléments de  $\Theta$ . En d'autres termes,  $x_0$  est le choix optimal étant donné  $m$ , donc  $x_0$  est la décision à prendre. Dans la version approximée  $m'$ ,  $x_{\text{apx}}$  est le choix optimal. Basé sur ce principe, Bauer postule deux autres mesures d'erreurs ;

$$\text{Error2}(m') = |\{x \mid P_{\text{apx}}(\{x\}) > P_{\text{apx}}(\{x_0\})\}| \quad (3.5)$$

$$\text{Error3}(m') = |\{x \mid P_0(\{x\}) > P_0(\{x_{\text{apx}}\})\}| \quad (3.6)$$

Ces mesures d'erreurs donnent un nombre d'alternatives avec une plus grande valeur de  $P_{\text{apx}}(\{x\})$  que  $P_{\text{apx}}(\{x_0\})$  et une plus grande valeur de  $P_0(\{x\})$  que  $P_0(\{x_{\text{apx}}\})$  respectivement. Ceci signifie qu'ils reflètent le classement des  $x_0$  sur la base de  $P_{\text{apx}}$  et  $x_{\text{apx}}$  sur la base de  $P_0$ . Bauer semble préférer (3.6) puisqu'elle permet de mesurer la qualité de la décision optimale de la version approximée. Bauer suggère finalement la mesure suivante [7] ;

$$\text{Error4}(m') = |P_0(\{x_0\}) - P_{\text{apx}}(\{x_{\text{apx}}\})| \quad (3.7)$$

### 3.1.3 Mesures de similarité entre corps d'évidence

Les mesures de similarité sont à la base des métriques représentant la différence entre deux corps d'évidence. Si ces métriques respectent toutes les propriétés suivantes, elles sont considérées comme étant des distances. Autrement, selon le niveau de respect des différentes propriétés, elles pourraient être des pseudo-métriques, des quasi-métriques, des quasi-métriques



non positives, des semi-métriques, des pré-métriques, ou même des pseudo-quasi-métriques. (cf. [2])

### 3.1.3.1 Propriétés d'une mesure de similarité entre deux corps d'évidence

Diaz et al. [18] rappellent qu'une bonne mesure de similarité respecte les six propriétés suivantes.

$$S'(A, B) \in [0, 1] \quad \text{normalisation} \quad \forall A, B \subseteq \Theta \quad (3.8)$$

$$S'(A, B) = S'(B, A) \quad \forall A, B \subseteq \Theta \quad \text{symétrie} \quad (3.9)$$

$$\begin{array}{l} \text{Croissant avec} \quad |A \cap B| \\ \text{Décroissant avec} \quad |A - B| \text{ et } |B - A| \end{array} \quad (3.10)$$

$$S'(A, B) = 1 \Leftrightarrow A = B \quad \text{identité d'indiscernabilité} \quad (3.11)$$

$$S'(A, B) = 0 \Leftrightarrow A \cap B = \emptyset \quad \text{exclusivité} \quad (3.12)$$

$$\begin{array}{l} \text{Décroissant avec } R \\ R = \frac{|A \cup B|}{|\Theta|} \end{array} \quad (3.13)$$

### 3.1.3.2 Mesure de similarité entre deux corps d'évidence

Diaz et al. [18] proposent que les mesures de similarité devraient considérer, non seulement les BOEs les uns par rapport aux autres, mais aussi le cadre de discernement dans lequel elles sont définies. Après avoir défini les six propriétés possédées par les mesures de similarité, selon à la section 3.1.3.1, ils évaluent les mesures de similarité existantes. Leur analyse montre qu'aucune des mesures de similarité ne considère la cardinalité du cadre de discernement, et ne respecte la sixième propriété. Ces auteurs développent une procédure qui utilise des mesures de similarité conventionnelles<sup>33</sup>. Ce n'est donc pas exactement une mesure de similarité, mais une manière de considérer le cadre de discernement à partir d'une mesure de similarité standard. Cette procédure récompense les bons comportements et pénalise les mauvais comportements de la mesure de similarité en employant une fonction de pénalité. Cette fonction de récompense se base sur  $R$  de (3.13). Elle attribue une plus petite valeur lorsque les valeurs de cardinalité sont plus petites.

33. C'est-à-dire, qu'ils n'utilisent pas le cardinal du cadre de discernement.

Les auteurs de [18] sont les premiers à postuler la nécessité de l'utilisation de la sixième propriété. Cependant, ils ont seulement donné une procédure pour l'obtention d'une mesure de similarité qui la respecte, procédure qui ajoute plusieurs étapes de calculs. Considérant que nos recherches sont faites dans un contexte où l'on souhaite minimiser le temps d'exécution et l'optimisation de la qualité de la décision par unité de temps d'exécution, l'approche proposée par Diaz et al. dans [18] n'est pas appropriée pour nos applications.

L'idée de favoriser les éléments focaux ayant une petite cardinalité n'est pas forcément appropriée pour la raison essentielle suivante :

- Considérons les deux mots binaires définis sur quatre bits : 0101, 0111.
- Maintenant, considérons les deux mêmes mots sur six bits : 000101, 000111.

L'utilisation de la distance de Hamming [51] sur les deux paires de mots donne la même distance. Avec la procédure donnée dans [18], l'accroissement du cadre de discernement affecte la distance, alors que tout ce qui est changé est la *résolution*<sup>34</sup>. Ce serait comme être en mesure de définir les mêmes valeurs dans  $\mathbb{R}$  au lieu de  $\mathbb{Z}$ , cela ne devrait pas affecter la distance.

### 3.1.3.3 Mesure de similarité de Jaccard entre deux ensembles

La mesure de similarité de Jaccard [53] ( $S_J$ ) est une statistique utilisée pour comparer la similarité et diversité d'échantillons d'ensembles. Elle était originellement créée pour l'évaluation de la similarité entre les espèces.

$$S_J(A, B) = \frac{|A \cap B|}{|A \cup B|} \quad \forall A, B \subseteq \Theta \quad (3.14)$$

### 3.1.3.4 Mesure de similarité de Dice entre deux ensembles

La mesure de similarité de Dice [19] ( $S_D$ ), utilisée en recherche d'information, est définie comme suit :

$$S_D(A, B) = \frac{2|A \cap B|}{|A| + |B|} \quad \forall A, B \subseteq \Theta \quad (3.15)$$

Son équivalence par rapport à la mesure de similarité de Jaccard est évidente avec la formule suivante

$$S_D = 2S_J / (1 + S_J) \quad (3.16)$$

---

<sup>34</sup>. Précision de la représentation de l'information.

### 3.1.3.5 Mesure de similarité du cosinus entre deux ensembles

La mesure de similarité du cosinus ( $S_{\cos}$ ) est une mesure de similarité entre deux vecteurs de  $n$ -dimensions qui obtient le cosinus de l'angle entre les deux [49]. Cette mesure de similarité n'a pas été utilisée explicitement dans la théorie de l'évidence pour une distance entre deux BOEs, toutefois, une distance pourrait en être dérivée depuis le développement de la distance de Jousselme [57] qui voit les BOEs comme étant des vecteurs.

$$S_{\cos}(A, B) = \cos \theta = \frac{A \cdot B}{|A| |B|} = \frac{a_1 a_2 + b_1 b_2}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2} \sqrt{a_2^2 + b_2^2}} \quad \forall A, B \subseteq \Theta \quad (3.17)$$

Depuis 2009, il semble que, dans une étude entre quelques métriques, la mesure de similarité du cosinus à été employée dans la DST [46]. La version longue de l'article donne plus de détails [43].

### 3.1.4 Distances entre deux distributions de masses de croyance

Une mesure de similarité devient une mesure de distance si elle respecte les conditions suivantes :

1. La distance doit être plus grande ou égale à zéro ;
2. La distance entre un objet et lui-même doit être nulle :  $D_{AA} = 0$  ;
3. Les distances doivent être symétriques :  $D_{AB} = D_{BA}$  ;
4. Les distances doivent obéir à l'inégalité du triangle :  $D_{AB} \leq D_{AC} + D_{BC}$  ;
5. La distance entre deux objets différents doit être supérieure à zéro ;
6. La dissimilarité est une distance dans un espace de dimension  $n$ .

Cette section répertorie les propriétés d'une distance ainsi que quelques distances de base.

#### 3.1.4.1 Distance de Tessem entre deux corps d'évidence

La distance de Tessem [88] entre  $m_i$  et  $m_j$  est définie ainsi :

$$d_{\text{Tessem}} \triangleq \max_{A \subseteq \Theta} |\text{BetP}_i(\theta_l) - \text{BetP}_j(\theta_l)| \quad (3.18)$$

où  $\text{BetP}_i$  est la probabilité pignistique correspondant au BOE  $m_i$ . Cette mesure calcule la distance entre la transformation pignistique d'une paire de BOEs.

### 3.1.5 Distance de Jousselme entre deux corps d'évidence dans le cadre DST

Afin d'analyser la performance des algorithmes d'approximation sur les fonctions de croyance, particulièrement par rapport à leur proximité face aux fonctions de croyance non approximée, la mesure de distance de Jousselme est employée [57]. La mesure de distance de Jousselme entre deux BOEs, peut quantifier la qualité d'une méthode d'approximation. Posons  $m_1$  et  $m_2$ , deux fonctions de masse définies dans le même cadre de discernement  $\Theta$ , alors la distance entre  $m_1$  et  $m_2$  est définie par :

$$d_{\text{Jousselme}}(m_1, m_2) = \sqrt{\frac{1}{2} \langle (m_1 - m_2), (m_1 - m_2) \rangle} \quad (3.19)$$

$$\langle m_1, m_2 \rangle = \sum_{A \subseteq \Theta} \sum_{B \subseteq \Theta} m_1(A) m_2(B) S_J(A, B) \quad (3.20)$$

$$S_J(A, B) = \frac{|A \cap B|}{|A \cup B|} \quad (3.21)$$

où  $S_J(A, B)$  est la mesure de similarité de Jaccard entre deux ensembles, cf [53].

### 3.1.6 Processus d'évaluation de distance entre deux corps d'évidence

On considère ici qu'une mesure de distance entre  $BOE_0$  et  $BOE_{apx}$  représente une mesure de performance. Le premier corps d'évidence ( $BOE_0$ ) provient de la fusion de deux BOEs en utilisant simplement une méthode de combinaison, et le second ( $BOE_{apx}$ ) est donné par la fusion des deux BOEs à l'aide d'une méthode de combinaison suivie d'un processus d'approximation de BOE. Ainsi,  $m_1 = m_t$ , le BOE courant donné par la règle de combinaison, et  $m_2 = \widetilde{m}_t$ , le BOE approximé de  $m_t$ . Après qu'un nouveau BOE  $m_0$  ait été combiné avec un ancien BOE  $m_{t-1}$  donnant  $m_t$ , ce dernier est alors conservé tel quel ou approximé suivant certaines règles pour fournir  $\widetilde{m}_t$ .

La distance entre le BOE original (i.e. sans approximation) et le BOE approximé, est calculée pour permettre de comparer les algorithmes d'approximation tels que *klx* [88] ou *D1* [6] introduits au chapitre 4.

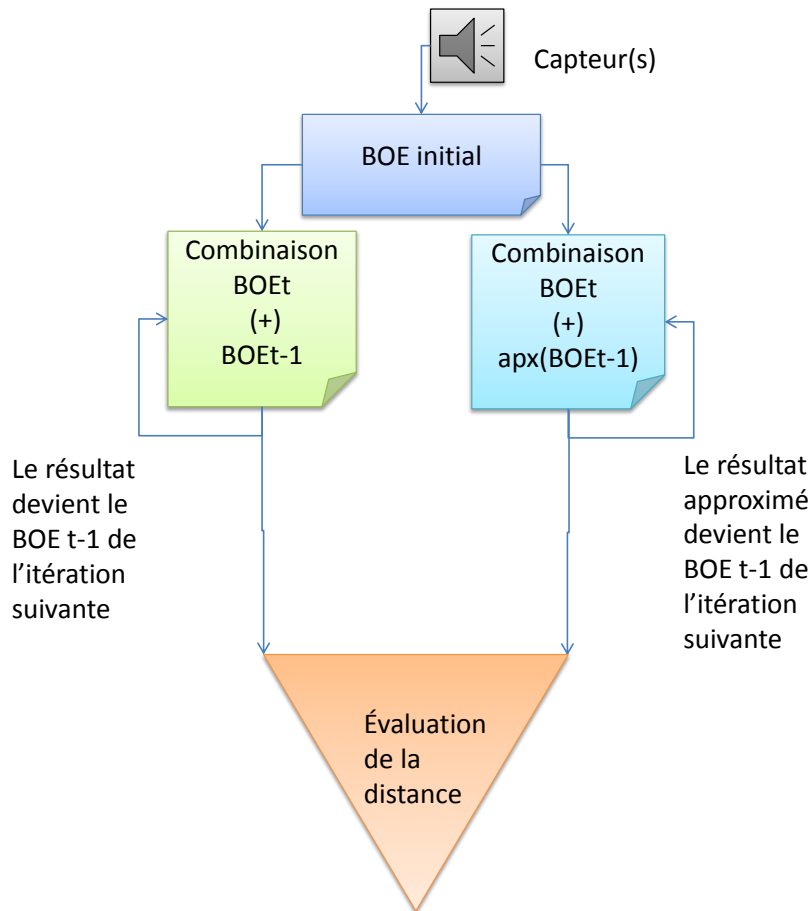


FIGURE 3.1 – Processus d'évaluation de distance entre  $BOE_0$  et  $BOE_{apx}$

## 3.2 Adaptations vers la DSMT

Cette section montre l'utilisation de la distance de Jousselme dans le cadre de la DSMT. On y montre également une extension vers un format *par intervalle*.

### 3.2.1 Distance de Jousselme entre deux corps d'évidence dans le cadre DSMT

La distance de Jousselme, originellement définie dans [57], peut fonctionner dans le cadre de la DSMT sans changement significatif. L'utilisateur a simplement à utiliser deux BOEs définis dans  $D^\ominus$  au lieu de  $2^\ominus$ . Les limites, dimensions, et donc la quantité de calculs augmenteront bien sûr. Autrement cette mesure de distance ne présente pas de contre-indication quant à son utilisation sous la DSMT. On maintient donc l'équation (3.19) comme étant la définition de la mesure de distance de Jousselme sous la DSMT. Une publication de 2011 montre une adaptation faite pour la DSMT en [64]. Une démonstration mathématique établissant la métrique comme une distance vient d'être réalisé pour le cadre de la DST en [10].

Les tables 3.1 et 3.2 montrent des BOEs pour lesquelles la distance des uns par rapport aux autres a été évaluée. L'exemple a été réalisé avec un cadre de discernement de taille 3 afin que le cardinal du cadre de raisonnement soit de 19 pour le modèle libre, selon ce qui a été défini par Dezert et Smarandache [80]. La table est divisée en trois sections de trois colonnes. Chacune des sections de la table représente les données pour un corps d'évidence. Les trois rangées donnent les éléments focaux associés au BOE de la section, leur masse et leur cardinal.

TABLE 3.1 – Trois BOE, série no. 1

BOE <sub>1</sub>	$m(\cdot)$	$ \cdot $	BOE <sub>2</sub>	$m(\cdot)$	$ \cdot $	BOE <sub>3</sub>	$m(\cdot)$	$ \cdot $
$A$	0,8	4	$B$	0,8	4	$A \cap B$	0,8	2
$A \cap B$	0,1	2	$A \cap B$	0,1	2	$A \cup B$	0,1	6
$A \cup B$	0,1	6	$A \cup B$	0,1	6	$A \cap C$	0,1	2

Le calcul de distance entre les différentes paires de BOEs prend énormément de temps avec tous les calculs requis par la mesure de distance de Jousselme. Les résultats sont montrés à la table 3.2 en même temps que le respect de l'identité du triangle pour ce cas précis.

La différence ici, par rapport à la version originale présentée dans [57] est que nous avons permis la présence des ensembles avec intersections créés par l'utilisation du cadre de raisonnement  $D^\ominus$  plutôt que  $2^\ominus$  et que le cardinal est calculé selon la définition donnée dans [80] pour la DSMT. Cette différence ajoute plusieurs possibilités ainsi que plus de calculs pour évaluer la valeur de distance. Spécifiquement le calcul du cardinal accroît de beaucoup la difficulté calculatoire de la distance de Jousselme.

TABLE 3.2 – Distance de Jousselme entre les BOEs de la table 3.1

$d_{\text{Jousselme}}(\text{BOE}_1, \text{BOE}_2)$	$d_{\text{Jousselme}}(\text{BOE}_1, \text{BOE}_3)$	$d_{\text{Jousselme}}(\text{BOE}_2, \text{BOE}_3)$
0,65	0,52	0,52

### 3.2.2 Métrique de Jousselme par intervalle (mJI)

Puisque l'objectif de nos recherches est de simplifier et de réduire la complexité de calcul, la définition standard de croyance et de plausibilité montrée précédemment devient vite ingérable pour nos applications, nous proposons alors un raffinement de  $\text{Bel}(A)$  et  $\text{Pl}(A)$  pour que  $A$  ne soit pas défini sur tout  $2^\Theta$  ou  $D^\Theta$  mais restreint aux ensembles focaux du BOE à partir desquels on désire évaluer la croyance et la plausibilité.

#### 3.2.2.1 Croyance et plausibilité restreintes

Les deux équations suivantes définissent les croyance et plausibilité restreintes notées respectivement  $\text{Bel}'$  et  $\text{Pl}'$ .

$$\text{Bel}'(A) = \sum_{B \subseteq A} m(B) \quad (\forall A, B \in \mathfrak{F}) \in D^\Theta \quad (3.22)$$

$$\text{Pl}'(A) = \sum_{A \cap B \neq \emptyset} m(B) \quad (\forall A, B \in \mathfrak{F}) \in D^\Theta \quad (3.23)$$

Comme mentionné plus haut : les éléments de  $2^\Theta$ , ou  $D^\Theta$  qui ont une masse non nulle sont appelés éléments focaux. On définit  $\mathfrak{F}$  comme l'ensemble des éléments focaux d'un BOE donné. De toute évidence avoir  $B \in \mathfrak{F}$  ne changera rien, puisqu'il existe déjà uniquement sur les ensembles de masses non nulle. C'est la restriction sur  $A \in \mathfrak{F}$  qui cause un changement de complexité et de résultat.

Les tableaux 3.3 et 3.4 donnent les valeurs de  $\text{Bel}'$  et de  $\text{Pl}'$  pour les exemples de BOEs donnés sous la DSMT comme indiqué dans les équations (3.22) et (3.23).

TABLE 3.3 – Trois BOEs, série no. 2 (du modèle DSMT libre)

BOE <sub>1</sub>	$m(\cdot)$	$\text{Bel}'$	$\text{Pl}'$	BOE <sub>2</sub>	$m(\cdot)$	$\text{Bel}'$	$\text{Pl}'$	BOE <sub>3</sub>	$m(\cdot)$	$\text{Bel}'$	$\text{Pl}'$
A	0,8	0,9	1	B	0,8	0,9	1	$A \cap B$	0,8	0,8	1
$A \cap B$	0,1	0,1	1	$A \cap B$	0,1	0,1	1	$A \cup B$	0,1	1	1
$A \cup B$	0,1	1	1	$A \cup B$	0,1	1	1	$A \cap C$	0,1	0,1	1

TABLE 3.4 – Trois BOEs, série no. 3, considérant l'ensemble  $B \cap C$  impossible

BOE <sub>1</sub>	$m(\cdot)$	Bel'	Pl'	BOE <sub>2</sub>	$m(\cdot)$	Bel'	Pl'	BOE <sub>3</sub>	$m(\cdot)$	Bel'	Pl'
A	0,8	0,9	1	B	0,8	0,9	1	$A \cap B$	0,8	0,8	0,9
$A \cap B$	0,1	0,1	1	$A \cap B$	0,1	0,1	1	$A \cup B$	0,1	1	1
$A \cup B$	0,1	1	1	$A \cup B$	0,1	1	1	$A \cap C$	0,1	0,1	0,2

Le calcul va comme suit pour la croyance restreinte du BOE<sub>2</sub> du modèle DSm libre présenté à la table 3.3. Pour évaluer la valeur de  $\text{Bel}'(B)$ , on observe chacun des éléments focaux du BOE<sub>2</sub>.

1. Le premier est  $B$ , on confirme donc si  $B \subseteq B$  est vrai, si c'est le cas, on additionne la valeur  $m(B) = 0.80$  à  $\text{Bel}'(B)$  qui débute à 0.
2. Le second élément focal est  $A \cap B$ , on vérifie donc si  $(A \cap B) \subseteq B$ , si c'est le cas, on peut additionner  $m(A \cap B) = 0.10$  à  $\text{Bel}'(B) = 0.80$ . C'est le cas ici, on a donc maintenant  $\text{Bel}'(B) = 0.90$ .
3. Le dernier élément focal est  $A \cup B$ , on vérifie aussi si  $(A \cup B) \subseteq B$ , si c'est le cas, on peut additionner  $m(A \cup B) = 0.10$  à  $\text{Bel}'(B) = 0.90$ . Ce n'est pas le cas ici, on demeure donc avec  $\text{Bel}'(B) = 0.90$ .

Pour le calcul de la plausibilité restreinte, on vérifie plutôt s'il y a intersection non nulle entre les ensembles à comparer. Dans le modèle DSm libre, la valeur sera toujours de 1.

### 3.2.2.2 mJI utilisant $\text{Bel}'$ et $\text{Pl}'$

Le but de la conception d'une métrique par intervalle en utilisant croyance et plausibilité restreintes, est d'avoir une métrique fournissant une distance dite pessimiste et une dite optimiste. Cela utilise les natures optimiste et pessimiste des croyances et plausibilités par rapport à la fonction de masse.

Pour ce faire, au lieu d'avoir  $d_{\text{Jousselme}}(m_1, m_2) = d_{\text{BOE}}(m_1, m_2)$  définie à l'équation (3.19) pour la distance de Jousselme, nous avons une métrique par intervalle. Au premier point de l'intervalle, cette métrique utilise des valeurs de croyance restreinte au lieu des valeurs de masse. Au second point, la métrique utilise des valeurs de plausibilité restreinte. L'équation de la métrique par intervalle va comme suit :

$$m_{\mathfrak{F}_j} = [d_{\text{Jousselme}}(\text{Bel}'(m_1), \text{Bel}'(m_2)), d_{\text{Jousselme}}(\text{Pl}'(m_1), \text{Pl}'(m_2))] \quad (3.24)$$

Comme  $\text{Bel}'$  et  $\text{Pl}'$  ne sont pas délimitées comme un BOE l'est généralement, cette métrique sera difficile à utiliser comme mesure de distance. Plus précisément, la distance de Jousselme est connue pour être bornée entre 0 et 1. Évidemment, dans l'équation (3.24), les valeurs de croyance restreinte et de plausibilité restreinte doivent être normalisées puisque la distance



de Jousselme est construite pour une fonction de masse variant entre 0 et 1 dont la valeur totale se somme à 1, selon (1.3). Dans notre cas, nous n'avons pas  $\sum_{\forall A \in D^\Theta} \text{Bel}'(A) = 1$  et

$$\sum_{\forall A \in D^\Theta} \text{Pl}'(A) = 1.$$

Cette idée de métrique par intervalle, d'abord prometteuse, peut éventuellement causer des problèmes en ce qui à trait à la borne plausibilité de l'intervalle pour les applications où il pourrait n'y avoir aucune contrainte<sup>35</sup>. Nous avons constaté, au travers de différents tests, que dans certains cas particuliers, l'utilisation de la mJI peut s'avérer inappropriée. Une exploration plus profonde sur le sujet est recommandée, puisque les cardinaux des ensembles ont également une incidence sur la métrique.

La démonstration du respect des propriétés d'une distance n'est pas faite. L'idée d'une distance par intervalle, bien qu'intéressante au niveau de la formation d'une métrique avec des bornes pessimistes et optimistes pour un décideur, pourrait s'avérer plus difficile d'utilisation qu'une métrique sans intervalle. On a donc limité l'exploration de cette métrique dans notre contexte de recherche.

TABLE 3.5 – mJI entre les  $\text{BOE}_1$  et  $\text{BOE}_2$  de la table 3.3

mJI ( $\text{BOE}_1, \text{BOE}_2$ )		mJI ( $\text{BOE}_1, \text{BOE}_3$ )		mJI ( $\text{BOE}_2, \text{BOE}_3$ )	
Bel'	Pl'	Bel'	Pl'	Bel'	Pl'
0,356	0,272	0,281	0,236	0,275	0,236

La table 3.5 montre des valeurs de la mJI entre les  $\text{BOE}_1$  et  $\text{BOE}_2$  de la table 3.3. Elle présente trois paires de valeurs numériques formant trois intervalles représentant les résultats d'évaluation de la métrique entre trois paires de BOEs. Le calcul de la métrique a nécessité le calcul de la distance de Jousselme avec l'utilisation de la croyance restreinte en remplacement de la masse, pour l'intervalle inférieure. La borne supérieure de l'intervalle a requis l'utilisation de la plausibilité restreinte.

Remarquez que la borne supérieur offre des valeurs inférieurs de distance. Cela est dû au fait qu'elle se base sur un élément différent de la borne inférieur, qui se comporte différemment. En effet, les valeurs de plausibilités sont généralement rapprochés les uns des autres, plus que pour le cas des valeurs de croyances. La valeur de plausibilité étant souvent de valeur supérieur à celle de la plausibilité on en a fait l'affichage à sa droite, mais une simple inversion des bornes pourrait rassurer le lecteur quant au niveau des valeurs de distance.

35. Comme mentionné dans la section précédente, dans le modèle DS<sub>m</sub> libre, la valeur sera toujours de 1.

### 3.3 Nouvelles mesures originales proposées entre deux corps d'évidence

Cette section présente deux mesures de distance complètement originales. On vise à trouver des métriques à la fois simples et peu coûteuses en termes de calculs requis. L'approche idéale consisterait à éviter d'employer l'opération de cardinal ou quelque opération de comptage exhaustif de tous les ensembles possibles.

#### 3.3.1 Distance de Hamming pour Évidences (DHE), entre deux corps d'évidence

La distance de Hamming [51] se résume au nombre minimum de substitutions requis pour changer une séquence d'information en une autre. En d'autres mots, elle est définie comme étant la somme de la différence absolue. Inspiré par ceci, ainsi que du cardinal  $DSm$  [80, 81, 82] d'un ensemble  $A$ ,  $C_{\mathcal{M}}(A)$ , et de l'opérateur mathématique continu XOR, présenté à la section 3.3.1.1, nous avons développé une nouvelle distance. Cette distance est dite normalisée, c'est-à-dire qu'elle est bornée pour que les valeurs de distance soient  $D \in [0, 1]$ . Cette distance respecte également la liste des propriétés énumérées à la section ???. La section A.1 démontre le respect des propriétés d'une distance.

##### 3.3.1.1 XOR continu

Dans [107], on y définit l'opérateur standard OR noté  $\vee$  comme opérateur logique qui donne une valeur vraie si au moins une des conditions d'une séquence est vraie. Le terme disjonction est également employé pour définir cet opérateur. La table suivante affiche la table de vérité du OR binaire (où T = vraie et F = fausse).

TABLE 3.6 – Table de vérité de l'opérateur OR binaire

$A$	$B$	$A \vee B$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

L'opérateur standard XOR noté  $\underline{\vee}$  comme opérateur logique connu en tant que disjonction exclusive est défini dans [50]. Il donne une valeur vraie si exactement une seule, mais pas deux, d'une paire de conditions, est vraie. Dans la théorie des ensembles, cet opérateur est typiquement désigné comme étant la différence symétrique [108]. En tant que tel, on le voit comme l'union du complément de  $A$  par rapport à  $B$  et  $B$  par rapport à  $A$ . La table 3.7 montre la table de vérité du XOR binaire. La figure (3.2) représente un diagramme de Venn montrant l'opérateur XOR binaire sur des valeurs numériques discrètes.

TABLE 3.7 – Table de vérité de l'opérateur XOR binaire

$A$	$B$	$A \vee B$
T	T	F
T	F	T
F	T	T
F	F	F

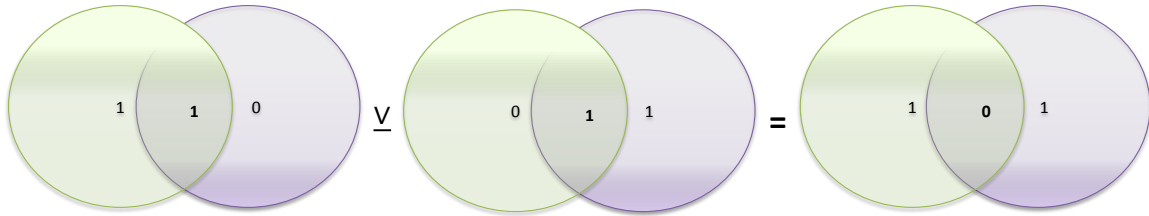


FIGURE 3.2 – Diagramme de Venn montrant l'opérateur XOR binaire avec valeurs discrètes

En commençant par l'opérateur logique XOR standard et inspiré par la distance de Hamming qui utilise une différence symétrique implicitement, nous développons l'idée d'un opérateur XOR continu. Le présenter dans un tableau serait inapproprié puisqu'il est valide sur  $\mathbb{R}$ . La figure 3.3 montre un simple cas similaire à celui de la figure 3.2, mais en utilisant des valeurs dans  $\mathbb{R}$ . On remarque le fonctionnement comme une valeur absolue de la différence de chaque partition des diagrammes de Venn individuellement prise un à un. Cette méthodologie est issue d'une interprétation de la distance de Hamming pour laquelle on tente adaptation aux fonctions de croyances. On note toutefois, que l'on se retrouve avec un opérateur XOR standard mais qu'il pourrait être intéressant d'explorer l'usage de XOR flou. On se restreint au modèle de base analogue à la distance de Hamming pour nos expériences présentées ici préférant en premier lieu tester la validité de l'approche et de la distance obtenue.

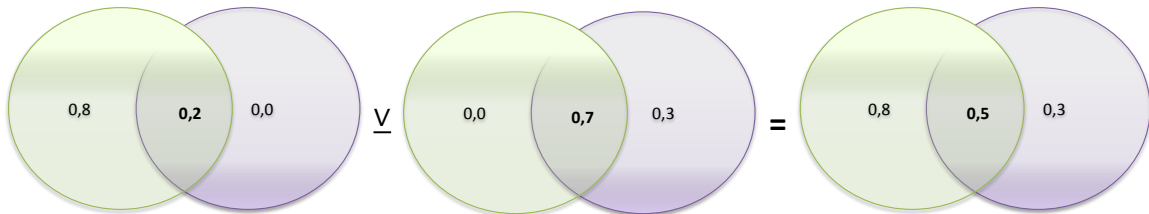


FIGURE 3.3 – Diagramme de Venn montrant l'opérateur XOR binaire avec valeurs continues

### 3.3.1.2 Algorithme du calcul de la Distance de Hamming pour Évidences (DHE)

La distance de Hamming, entre les corps d'évidence  $A$  et  $B$ , est définie par l'équation (3.25). Ces corps d'évidences  $A$  et  $B$  sont composés d'ensembles  $A_j \in D^\Theta$  et  $B_k \in D^\Theta$  respectivement, tel que définit aux équations (3.26) et (3.27). Remarquez que  $S^\Theta$  représente l'ensemble de super-puissance du cadre de discernement  $\Theta$ .

La figure 3.4 montre la distribution des ensembles sur les diagrammes de Venn pour  $|\Theta| = 3$  pour deux cas. Le premier cas représente les ensembles lors de l'utilisation d'un ensemble  $D^\Theta$  où  $m(A)$  est simplement la masse de l'ensemble  $A$  tel que définie par la DSmT. Le second cas représente les mêmes ensembles redistribués sur un modèle hybride avec contraintes sur tous les ensembles d'un cardinal supérieur à l'unité sous l'ensemble de superpuissance et on dénote la masse d'un tel ensemble en minuscule avec sa masse  $m^*(a)$ .

$$\text{DHE}(\text{BOE}(A), \text{BOE}(B)) = \frac{1}{2} \sum_{\forall x_i, y_i} |x_i - y_i| \quad (3.25)$$

avec  $m^*(x_i)$  et  $m^*(y_i)$  évalués par

$$m^*(x_i) = \begin{cases} \sum_{x_i \subseteq A_j} \frac{m(A_j)}{|A_j|} & \left\{ \begin{array}{l} \forall \{A_j \in D^\Theta \mid m(A_j) > 0\} \\ \forall \{x_i \in S^\Theta \mid |x_i| = 1\} \end{array} \right\} \\ 0 & \text{autrement} \end{cases} \quad (3.26)$$

$$m^*(y_i) = \begin{cases} \sum_{y_i \subseteq B_k} \frac{m(B_k)}{|B_k|} & \left\{ \begin{array}{l} \forall \{B_k \in D^\Theta \mid m(B_k) > 0\} \\ \forall \{y_i \in S^\Theta \mid |y_i| = 1\} \end{array} \right\} \\ 0 & \text{autrement} \end{cases} \quad (3.27)$$

Les équations (3.25), (3.26), et (3.27), qui représentent mathématiquement l'algorithme du calcul de la DHE, se regroupent en deux parties. La première partie symbolisée par les équations (3.26) et (3.27) a pour but de redéfinir les BOEs sous  $S^\Theta$ .

1. Pour chacun des ensembles  $x_i \in S^\Theta$ , où le cardinal est de 1.
2. On ajoute une masse correspondant à la partie de  $A_j \in D^\Theta$  qui y est incluse, c'est-à-dire où  $x_i \subseteq A_j$ .
3. On procède ainsi jusqu'à ce que tous les éléments focaux du BOE sous  $D^\Theta$  ayant intersection avec  $x_i$  voient leur masse redistribuée sur  $S^\Theta$ .

Vient ensuite les étapes du calcul représentées à l'équation (3.25) qui composent la seconde partie de l'algorithme du calcul de la DHE. Cette partie a pour but de procéder à la différence absolue normalisée des deux fonctions de masse.

La distance de Hamming pour évidences (DHE) utilise la masse du BOE distribuée parmi les différentes parties (ensembles) dans  $S^\ominus$  qui composent le BOE dans  $D^\ominus$ . Cette transition vers  $S^\ominus$  est faite avec l'équation (3.26). On considère que représenter un BOE dans  $S^\ominus$  apporte une définition plus précise de ce dernier, ainsi que des fonctions de croyance et de plausibilité. Une fois dans  $S^\ominus$ , on utilise le principe de la distance de Hamming en l'opérateur XOR continu. Son implémentation est plus facile à saisir comme étant la moitié d'une sommation de la différence absolue<sup>36</sup> entre BOEs dans  $S^\ominus$ .

Avec les mêmes valeurs de BOEs sans contrainte, employées précédemment, on obtient les distances présentées dans la table 3.8. On poursuit avec les mêmes BOEs afin d'avoir une comparaison relative entre les différentes distances présentées.

TABLE 3.8 – DHE entre les BOEs de la table 3.3

DHE (BOE <sub>1</sub> , BOE <sub>2</sub> )	DHE (BOE <sub>1</sub> , BOE <sub>3</sub> )	DHE (BOE <sub>2</sub> , BOE <sub>3</sub> )
0,400	0,350	0,400

### 3.3.1.3 Exemple de calcul de la DHE

On montre ici un exemple de calcul de la DHE entre les BOE<sub>1</sub> et BOE<sub>2</sub> de la table 3.3 dont la valeur finale est montrée à la table 3.8. On débute par une visualisation par diagrammes de Venn des ensembles avec la figure 3.4. Le premier diagramme à gauche, montre les ensembles d'hyperpuissance du cadre de la DS<sub>m</sub>T. Le second montre le partitionnement de ces ensembles vers des ensembles qui requièrent une représentation dans l'ensemble de super-puissance.

**Remarque :** La nomenclature a été simplifiée ici. En effet,  $a \wedge b$  représente en fait  $A \cap B - A \cap B \cap C$ . Les ensembles du diagramme de droite s'excluent donc, comme  $a$  qui représente en fait  $A - A \cap B - A \cap C - A \cap B \cap C$ . Puisque  $S^\ominus$  permet l'opérateur de négation, ces ensembles s'y retrouvent. On a toutefois voulu simplifier ici la notation et la présentation de ces ensembles.  $S^\ominus$  contient un nombre d'ensembles bien plus élevé que ceux représentés dans le diagramme de Venn de droite, mais ceux-ci suffisent pour nos besoins à ce moment-ci.

La première étape du calcul consiste à transposer les masses et ensembles d'une répartition, montrés au diagramme de Venn de gauche de la figure 3.4 vers la répartition montrée au diagramme de droite.

On note d'abord que le cardinal des ensembles  $A, B, C$  est de 4. Le cardinal de  $A \cap B$ ,  $A \cap C$ ,  $B \cap C$  est de 2 et celui de  $A \cap B \cap C$  est de 1. Quant à  $A \cup B$ ,  $A \cup C$ ,  $B \cup C$ , leur cardinal respectif est de 6. En ce qui concerne les partitions du diagramme de Venn présentées à la droite, dans la figure 3.4, toutes les cardinalités ont une valeur de 1.

---

<sup>36</sup>. Ceci est équivalent à la différence symétrique utilisée pour définir l'opérateur XOR dans la littérature [50].

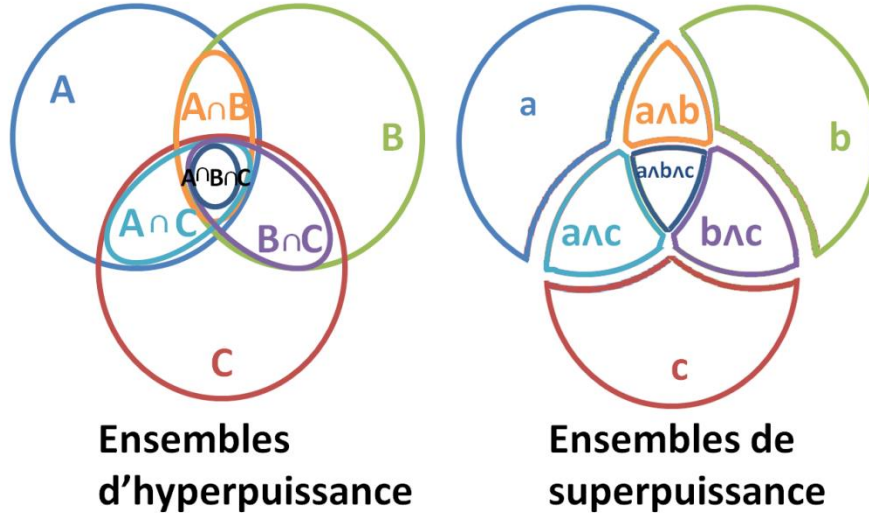


FIGURE 3.4 – Représentation visuelle par diagrammes de Venn des ensembles pour un calcul de DHE pour un cadre de discernement d’une cardinalité de 3.

Les tables 3.9 et 3.10 montrent la première étape du calcul de DHE ( $BOE_1, BOE_2$ ). La table 3.11 montre la valeur des masses sous le partitionnement des ensembles représentés dans le diagramme de droite de la figure 3.4. Cette table montre également la différence absolue entre les deux corps d’évidence. Enfin, la table 3.12 montre les dernières étapes du calcul, soit la sommation des différences absolues, et la division du résultat en deux.

TABLE 3.9 – Première partie du calcul de DHE ( $BOE_1, BOE_2$ ), répartition des ensembles de  $BOE_1$ .

$D^\ominus$	$S^\ominus$
$m(A) = 0.8$	$\left\{ m^*(a) = \frac{0.8}{C_{\mathcal{M}(A)=4}} \right\} + \left\{ m^*(a \wedge b) = \frac{0.8}{C_{\mathcal{M}(A)=4}} \right\} +$ $\left\{ m^*(a \wedge b \wedge c) = \frac{0.8}{C_{\mathcal{M}(A)=4}} \right\} + \left\{ m^*(a \wedge c) = \frac{0.8}{C_{\mathcal{M}(A)=4}} \right\}$
$m(A \cap B) = 0.1$	$\left\{ m^*(a \wedge b) = \frac{0.1}{C_{\mathcal{M}(A \cap B)=2}} \right\} + \left\{ m^*(a \wedge b \wedge c) = \frac{0.1}{C_{\mathcal{M}(A \cap B)=2}} \right\}$
$m(A \cup B) = 0.1$	$\left\{ m^*(a) = \frac{0.1}{C_{\mathcal{M}(A \cup B)=6}} \right\} + \left\{ m^*(b) = \frac{0.1}{C_{\mathcal{M}(A \cup B)=6}} \right\} +$ $\left\{ m^*(a \wedge b) = \frac{0.1}{C_{\mathcal{M}(A \cup B)=6}} \right\} + \left\{ m^*(a \wedge c) = \frac{0.1}{C_{\mathcal{M}(A \cup B)=6}} \right\} +$ $\left\{ m^*(b \wedge c) = \frac{0.1}{C_{\mathcal{M}(A \cup B)=6}} \right\} + \left\{ m^*(a \wedge b \wedge c) = \frac{0.1}{C_{\mathcal{M}(A \cup B)=6}} \right\}$

TABLE 3.10 – Première partie du calcul de DHE (BOE<sub>1</sub>, BOE<sub>2</sub>), répartition des ensembles de BOE<sub>2</sub>.

$D^\Theta$	$S^\Theta$
$m(B) = 0.8$	$\left\{ m^*(b) = \frac{0.8}{C_{\mathcal{M}(B)=4}} \right\} + \left\{ m^*(a \wedge b) = \frac{0.8}{C_{\mathcal{M}(B)=4}} \right\} +$ $\left\{ m^*(a \wedge b \wedge c) = \frac{0.8}{C_{\mathcal{M}(B)=4}} \right\} + \left\{ m^*(b \wedge c) = \frac{0.8}{C_{\mathcal{M}(B)=4}} \right\}$
$m(A \cap B) = 0.1$	$\left\{ m^*(a \wedge b) = \frac{0.1}{C_{\mathcal{M}(A \cap B)=2}} \right\} + \left\{ m^*(a \wedge b \wedge c) = \frac{0.1}{C_{\mathcal{M}(A \cap B)=2}} \right\}$
$m(A \cup B) = 0.1$	$\left\{ m^*(a) = \frac{0.1}{C_{\mathcal{M}(A \cup B)=6}} \right\} + \left\{ m^*(b) = \frac{0.1}{C_{\mathcal{M}(A \cup B)=6}} \right\} +$ $\left\{ m^*(a \wedge b) = \frac{0.1}{C_{\mathcal{M}(A \cup B)=6}} \right\} + \left\{ m^*(a \wedge c) = \frac{0.1}{C_{\mathcal{M}(A \cup B)=6}} \right\} +$ $\left\{ m^*(b \wedge c) = \frac{0.1}{C_{\mathcal{M}(A \cup B)=6}} \right\} + \left\{ m^*(a \wedge b \wedge c) = \frac{0.1}{C_{\mathcal{M}(A \cup B)=6}} \right\}$

TABLE 3.11 – Seconde partie du calcul de DHE (BOE<sub>1</sub>, BOE<sub>2</sub>), effectuer l'opération des différences absolues.

	De BOE1	De BOE2	Différence absolue
ensembles	masses	masses	
$a$	$0.8/4 + 0.1/6$	$0.1/6$	$0.8/4$
$b$	$0.1/6$	$0.8/4 + 0.1/6$	$0.8/4$
$c$	$0$	$0$	$0$
$a \wedge b$	$0.8/4 + 0.1/2 + 0.1/6$	$0.8/4 + 0.1/2 + 0.1/6$	$0$
$a \wedge c$	$0.8/4 + 0.1/6$	$0.1/6$	$0.8/4$
$b \wedge c$	$0.1/6$	$0.8/4 + 0.1/6$	$0.8/4$
$a \wedge b \wedge c$	$0.8/4 + 0.1/2 + 0.1/6$	$0.8/4 + 0.1/2 + 0.1/6$	$0$

TABLE 3.12 – Seconde partie du calcul de DHE (BOE<sub>1</sub>, BOE<sub>2</sub>), sommation des différences absolues divisée par deux.

DHE (BOE <sub>1</sub> , BOE <sub>2</sub> )
$0.8/4 + 0.8/4 + 0.8/4 + 0.8/4 = 0.8 \quad /2 = 0.400$

### 3.3.2 Distance basée sur le niveau d'incertitude partagée (DSU), entre deux corps d'évidence

L'intérêt d'introduire un coefficient de similarité du degré d'incertitude partagée est de pouvoir quantifier le degré d'incertitude relatif à une paire d'ensembles. Pour ce faire, nous proposons un arbre de test qui permet d'évaluer le degré d'incertitude partagée rapidement, sans utilisation d'opérateurs sur les cardinaux des éléments focaux. L'annexe A.2 démontre que la *distance* proposée est en fait une semi-métrique de distance.

#### 3.3.2.1 Coefficient du niveau d'incertitude partagée

La prochaine équation exprime notre développement du coefficient de similarité pour une paire d'ensembles.

$$\varphi_{A \times B} = \begin{cases} 3 & \text{si } A = B \\ 2 & \text{si } (A \subset B \text{ ou } B \subset A) \\ 1 & \text{si } (A \not\subset B \text{ ou } B \not\subset A) \text{ et } A \cap B \neq \emptyset \\ 0 & \text{si } A \cap B = \emptyset. \end{cases} \quad (3.28)$$

L'équation (3.28) donne une valeur de coefficient de 3 lorsque la paire d'ensembles est égale. Il donne la valeur 2 lorsque l'un des ensembles est inclus dans l'autre. La valeur du coefficient devient 1 lorsque les ensembles donnent une intersection non vide sans être égaux. Enfin, le coefficient a une valeur de 0 lorsque l'intersection entre la paire d'ensembles est un ensemble vide. La figure 3.5 montre des exemples pour les différents cas possible de coefficient. La valeur maximale que le coefficient de similarité  $\varphi_{A \times B}$  a entre les séries A et B est de 3, comme indiqué dans l'équation (3.28). Plus explicitement, on obtient l'équation (3.29).

$$\max(\varphi) = 3 \quad (3.29)$$

#### 3.3.2.2 Algorithme du calcul DSU

Du coefficient de similarité de degré d'incertitude partagé défini ci-dessus, nous développons la semi-métrique de distance suivante, définie dans l'équation (3.30). Le facteur  $\frac{1}{\max(\varphi)}$  est un facteur de normalisation requis afin de limiter la valeur de distance dans l'intervalle  $[0, 1]$ . La sommation sur  $\forall A \in \mathfrak{F}_i \times \forall B \in \mathfrak{F}_j$  symbolise une somme parcourant la matrice de toutes les paires possibles d'éléments focaux<sup>37</sup> des deux BOEs pour lesquels on souhaite évaluer la distance de l'un à l'autre.

---

37. Le parcours matriciel restreint aux éléments focaux seulement accélère les calculs.



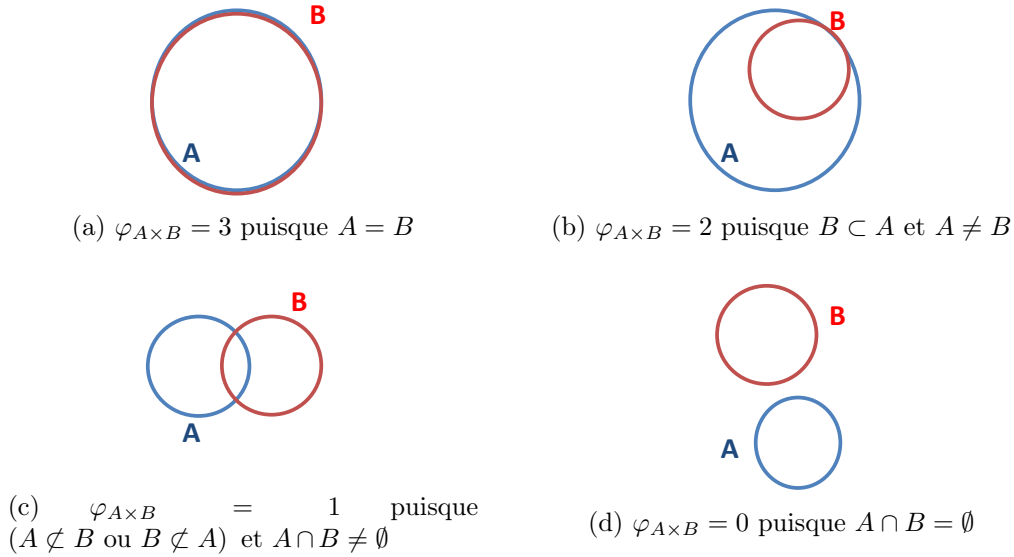


FIGURE 3.5 – Exemples pour chacun des cas possible de  $\varphi_{A \times B}$ .

Sans la soustraction d'une unité dans l'équation (3.30) on aurait des valeurs de distance croissant avec le rapprochement des corps d'évidence. La semi-métrique proposée tient compte de la masse des BOEs par la pondération qu'elle fait sur le coefficient de similarité. De cette façon, on peut représenter la distance entre les BOEs et non pas seulement entre des ensembles.

$$DSU(X, Y) = 1 - \frac{1}{\max(\varphi)} \sum_{\forall A \in \mathfrak{F}_i \times \forall B \in \mathfrak{F}_j} \varphi_{A \times B} m(A) \times m(B) \quad (3.30)$$

Voici un premier exemple simple pour montrer le fonctionnement de cette méthode. Le cas présenté dans la table 3.13, montre d'abord une matrice de calcul avec des valeurs de degrés d'incertitude partagée comme définie ci-dessus par  $\varphi_{A \times B}$ , et la valeur du produit des masses de la paire d'ensembles  $m(A) \times m(B)$ . Le tableau du centre donne les valeurs de similarité pondérées. Le tableau de droite donne dans un premier temps la somme des valeurs de l'intérieur de la matrice, ou la valeur de la somme dans l'équation (3.30). Cette somme divisée par le facteur de normalisation donne ensuite la valeur de distance de l'incertitude partagée (DSU). La table 3.14 montre le résultat de la DSU sur les BOEs, comme fait précédemment avec les autres métriques.

### 3.3.2.3 Exemple de calcul de la DSU

On montre aux tables 3.15, 3.16 et 3.17 un exemple de calcul de la DSU entre les  $BOE_1$  et  $BOE_2$  de la table 3.3 dont la valeur finale est montrée à la table 3.14 sous DSU ( $BOE_1, BOE_2$ ).

TABLE 3.13 – Premier exemple simple de cas du calcul de la DSU

	BOE <sub>2</sub>	<i>A</i>	<i>A</i> ∪ <i>B</i>		BOE <sub>2</sub>	<i>A</i>	<i>A</i> ∪ <i>B</i>		Σ	2.04
BOE <sub>1</sub>		0.8	0.2	BOE <sub>1</sub>		0.8	0.2		Σ/ <i>n</i>	0.68
<i>A</i> ∩ <i>B</i>		<b>2</b>	<b>2</b>	<i>A</i> ∩ <i>B</i>		<b>1.28</b>	<b>0.32</b>		DSU	0.32
0.8		0.64	0.16	0.8						
<i>A</i> ∪ <i>B</i>		<b>2</b>	<b>3</b>	<i>A</i> ∪ <i>B</i>		<b>0.32</b>	<b>0.12</b>			
0.2		0.16	0.04	0.2						

(a) Première étape

(b) Seconde étape

(c) Dernière étape

TABLE 3.14 – Résultat du calcul DSU entre les BOEs de la table 3.3

DSU (BOE <sub>1</sub> , BOE <sub>2</sub> )	DSU (BOE <sub>1</sub> , BOE <sub>3</sub> )	DSU (BOE <sub>2</sub> , BOE <sub>3</sub> )
0.54	0.307	0.333

TABLE 3.15 – 2e exemple, 1ère partie du calcul de DSU (BOE<sub>1</sub>, BOE<sub>2</sub>), produit des masses et évaluation des valeurs de  $\varphi$ .

	BOE <sub>2</sub>	<i>B</i>	<i>A</i> ∩ <i>B</i>	<i>A</i> ∪ <i>B</i>
BOE <sub>1</sub>		0.8	0.1	0.1
<i>A</i>		<b>1</b>	<b>2</b>	<b>2</b>
0.8		0.64	0.08	0.08
<i>A</i> ∩ <i>B</i>		<b>2</b>	<b>3</b>	<b>2</b>
0.1		0.08	0.01	0.01
<i>A</i> ∪ <i>B</i>		<b>2</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
0.1		0.08	0.01	0.01

TABLE 3.16 – 2e partie du calcul de DSU (BOE<sub>1</sub>, BOE<sub>2</sub>), produit des masses avec  $\varphi$ .

	BOE <sub>2</sub>	<i>B</i>	<i>A</i> ∩ <i>B</i>	<i>A</i> ∪ <i>B</i>
BOE <sub>1</sub>		0.8	0.1	0.1
<i>A</i>		<b>0.64</b>	<b>0.16</b>	<b>0.16</b>
0.8				
<i>A</i> ∩ <i>B</i>		<b>0.16</b>	<b>0.03</b>	<b>0.02</b>
0.1				
<i>A</i> ∪ <i>B</i>		<b>0.16</b>	<b>0.02</b>	<b>0.03</b>
0.1				

TABLE 3.17 – Dernière partie du calcul de DSU (BOE<sub>1</sub>, BOE<sub>2</sub>), sommation et normalisation.

	Σ	1.38
	Σ/ <i>n</i>	0.46
1 - Σ/ <i>n</i> = DSU (BOE <sub>1</sub> , BOE <sub>2</sub> )		0.54

### 3.4 Conclusions et contributions

Ce chapitre avait pour but de présenter des métriques d'évidence. On traite spécifiquement de métriques permettant d'attribuer une valeur de distance entre deux corps d'évidence pour exploration et expérimentation lors de nos travaux de recherches doctorales.

Comme aucune distance définie explicitement pour  $D^\ominus$  n'existait au début de nos travaux de recherche, un des objectifs était de redéfinir des distances d'évidence pour la DSMT. C'est ce qui a été réalisé avec la distance de Jusselme à la section 3.2.

On est allé plus loin en développant une métrique de distance par intervalle avec la distance de Jusselme (voir section 3.2.2). La mJI a requis la définition de la croyance restreinte ainsi que de la plausibilité restreinte.

L'autre objectif concernant les métriques de distance était de trouver une métrique qui simplifierait le niveau de calculs requis, pour diminuer le temps d'exécution (voir section 3.3).

Une des options pour cela fut le développement d'une métrique ne requérant pas d'opération de cardinal ou quelque opération de comptage exhaustif de tous les ensembles possibles pour l'évaluation de distance. La distance Hamming d'évidence (DHE) répond partiellement à cet objectif (cf. section 3.3.1). En effet, pour la mesure de distance, elle n'a pas besoin de cardinal. Elle en a par contre besoin lors de la conversion vers le cadre de raisonnement de super puissance. La DHE a nécessité le développement d'un opérateur mathématique XOR continu.

La métrique de distance basée sur le niveau d'incertitude partagée (DSU) est une autre option présentée à la section 3.3.2 qui répond cette fois à l'objectif. La DSU a nécessité la définition d'un coefficient de similarité discret. En procédant avec une valeur discrète, on espère ainsi réduire la charge de calculs.

Ces nouvelles métriques de distance, DHE et DSU, ont été publiées dans [28]. Disponible également en annexe pour consultation. On retrouve aussi quelques cas d'exploration de ces distances, une comparaison entre celles-ci, ainsi qu'une évaluation de leurs performances en termes de temps de calcul.



# Chapitre 4

## Algorithmes d'Approximation

---

**Résumé :** Ce chapitre présente des algorithmes d'approximation explorés et ceux développés lors de nos travaux de recherches doctorales. On traite spécifiquement des méthodes classiques que nous avons adaptées aux fonctions de croyance généralisées, ainsi qu'une méthode prometteuse que nous avons développée.

### Sommaire

---

4.1	Algorithmes classiques . . . . .	<b>77</b>
4.1.1	Algorithme d'approximation de Lowrance . . . . .	77
4.1.2	Algorithme d'approximation de Simard et Valin . . . . .	77
4.1.3	Algorithme d'approximation de Bauer . . . . .	78
4.1.4	Algorithme d'approximation de Tessem . . . . .	79
4.1.5	Algorithme d'approximation de Denceux . . . . .	79
4.1.6	Principes généraux des méthodes d'approximations classiques . . . . .	80
4.2	Adaptation pour fonctions de croyance généralisées . . . . .	<b>81</b>
4.3	Nouvel algorithme, l'algorithme d'approximation <i>klxy</i> . . . . .	<b>82</b>
4.4	Conclusions et contributions . . . . .	<b>86</b>

---

La DST est vue comme étant le passage de l'espace des hypothèses qui a une dimension de  $n$  pour les méthodes Bayésiennes, où  $|\Theta| = n$ , vers un espace de  $2^n$  possibilités. Dans [63], on présente une comparaison de la complexité de calcul entre la DST et l'approche bayésienne.

En [59], les auteurs rapportent que la complexité de calcul pour la fusion à l'aide de la DST ou la théorie des probabilités dépend en fait de l'application et de l'implémentation. En fusion bayésienne, lorsque des mesures sur un nouveau critère deviennent disponibles, la probabilité conditionnelle est calculée puis combinée avec les autres probabilités conditionnelles en utilisant le calcul des probabilités a posteriori. Avec la DST, le support des probabilités pour toutes les propositions disjonctives sont calculées, exigeant une plus grande charge de calculs. Toutefois, si l'espace des décisions possibles doit être redéfini, la DST est plus simple à appliquer que l'approche bayésienne. Pour cette dernière, le changement d'éléments dans l'espace des décisions requiert le calcul des probabilités a posteriori pour tous les nouveaux éléments. Par contre, pour la DST, le raffinement des propositions de l'espace des décisions n'affecte pas la croyance et la plausibilité qui avaient été calculés antérieurement. La nouvelle information peut être combinée avec le support de probabilité pour le raffinement de la proposition.

Ceci étant dit, il demeure que la DST reste complexe à mettre en œuvre. C'est une méthode de calcul  $\#P$ -complet [71]. Depuis, plusieurs approches ont été proposées pour réduire la complexité des calculs. Dans [58], on utilise une approche basée sur la théorie des graphes et la transformée de Möbius, ou une approche via la théorie des ensembles finis qui nécessite également la transformée de Möbius [72]. Dubois, dans [40], utilise une technique d'approximation consonante inspirée de l'idée d'inclusion entre ensembles aléatoires avec l'aide d'ensembles flous. Des méthodes Monte-Carlo ou de chaînes de Markov Rapides sont proposées en [110, 111], mais également plus simplement une approximation bayésienne en [99]. Une variété d'approches [13, 74, 77, 100, 103, 113], [6, 15, 65, 88, 90] proposent une simplification via une réduction du BOE selon différentes règles paramétriques. La réduction du BOE correspond à l'approche que nous examinons en profondeur (cf section 4.1 et [22, 24, 30, 29, 35, 38]).

Une méthode de simplification des calculs reste généralement nécessaire pour la mise en œuvre de la DST dans les applications réelles. La DSMT étant bien plus complexe que la DST, son utilisation dans les applications à temps réel est très difficile, voire impossible, dès lors que la taille du cadre de discernement est supérieure à 3. Pour pallier à ce problème, il est impératif de mettre en œuvre une technique de simplification des fonctions de croyance. Cette simplification peut avoir lieu soit au niveau de l'implémentation, comme réalisée dans [21, 67], ou bien au niveau théorique, avec des méthodes d'approximation de fonctions de croyance. Même avec des simplifications importantes, l'obtention d'un calcul de fusion de données basé sur la DSMT demeure délicate.

## 4.1 Algorithmes classiques

### 4.1.1 Algorithme d'approximation de Lowrance

Parmi les algorithmes d'approximation par réduction de taille du BOE, l'algorithme d'approximation de Lowrance [65] semble être le plus élémentaire. En effet, ce dernier met en ordre de masse décroissante les différents éléments focaux du BOE. Ensuite, il conserve les  $k - 1$  éléments focaux de masse supérieure. La masse des éléments focaux non conservés est simplement sommée puis attribuée à l'ensemble d'union des ensembles représentant les éléments focaux rejetés.

Exemple : Considérons le  $\text{BOE}_0$  avec le jeu de masses :  $m_0(A) = 0.6$ ,  $m_0(B) = 0.2$ ,  $m_0(C) = 0.1$ ,  $m_0(D) = 0.05$ , et  $m_0(E) = 0.05$ . Une approximation de ce jeu de masses avec le paramètre choisi  $k = 3$  demande que l'on conserve  $m(A) = 0.6$  et  $m(B) = 0.2$ . La masse non conservée de 0.20 est attribuée à l'ensemble d'union des éléments focaux rejetés  $m(C \cup D \cup E) = 0.2$ . On obtient alors le BOE approximé ( $\text{BOE}_{\text{APX}}$ ) suivant :  $m_{\text{APX}}(A) = 0.6$ ,  $m_{\text{APX}}(B) = 0.2$ , et  $m_{\text{APX}}(C \cup D \cup E) = 0.2$ .

### 4.1.2 Algorithme d'approximation de Simard et Valin

Cette méthode de troncature [90] conserve les éléments focaux de cardinalité inférieure après 2 passages. La méthode d'approximation de Simard et Valin nécessite trois paramètres :  $\text{BBA}_{\text{max}}$ ,  $\text{BBA}_{\text{min}}$  et  $N_{\text{max}}$ . Les développements de [90, 8, 78] ont mené à la sélection des valeurs typiques pour ces paramètres. Le principe général de l'algorithme de Simard et Valin consiste à suivre les étapes suivantes :

1. Tous les éléments focaux avec  $\text{BBA} > \text{BBA}_{\text{max}}$  sont conservés.
2. Tous les éléments focaux avec  $\text{BBA} < \text{BBA}_{\text{min}}$  sont rejetés.
3. Si le nombre d'éléments focaux retenus à l'étape 1 est plus petit que  $N_{\text{max}}$ , retenir, par ordre décroissant de masse (BBA), les éléments focaux de longueur<sup>38</sup> 1. Si le nombre d'éléments focaux conservés demeure inférieur à  $N_{\text{max}}$ , y ajouter, par ordre décroissant de masse les éléments focaux de longueur 2, puis 3, et ainsi de suite, tant que le nombre d'éléments focaux conservés demeure inférieur à  $N_{\text{max}}$ .
4. Si le nombre d'éléments focaux demeure inférieur à  $N_{\text{max}}$ , retenir les éléments focaux en ordre décroissant de masse, quelle que soit leur longueur.
5. On normalisera au besoin.

Cette méthode a été testée pendant plus d'une décennie sur des applications concrètes, et elle peut être optimisée pour chaque taille de base de données d'identités/classes très spécifique. Une plus grande base de données implique de plus grands éléments focaux, et très certainement,

---

38. Longueur ou cardinal

un plus grand nombre d'éléments focaux sera généré par la combinaison de DS. L'ajustement de  $N_{\max}$  signifie également le changement du seuil pour la conservation des éléments focaux, de  $BBA_{\max}$  et  $BBA_{\min}$  aussi. De manière heuristique, la *règle du pouce* suivante est souvent employée : pour une taille de base de données croissant de 16 (où  $N_{\max} = 8$  est suffisant) à 142 :  $BBA_{\max} = 1/(2.5N_{\max})$  et  $BBA_{\min} = 1/(12.5N_{\max})$ .

### 4.1.3 Algorithme d'approximation de Bauer

L'algorithme d'approximation de Bauer<sup>39</sup> [6] procède comme suit : Pour  $k$ , le nombre d'éléments focaux que l'on souhaite obtenir ;

1. On sélectionne en premier lieu les  $k - 1$  éléments focaux ayant la valeur de masse supérieure. Leur regroupement dans un ensemble est représenté par l'ensemble  $M^+$ .
2. On distribue ensuite la masse rejetée parmi les éléments focaux suivant une procédure de sélection particulière. Leur regroupement dans un ensemble est représenté par l'ensemble  $M^-$ .
3. On pose l'ensemble  $M_A$  composé de tous les ensembles  $B$  appartenant à  $M^+$  et qui respecte  $A \subset B$ , où  $A$  est un des ensembles de  $M^-$  dont on souhaite distribuer la masse restante.
4. Procédant avec un ensemble  $A$  à la fois, on vérifie si  $M_A$  est vide ; s'il est vide, on passe à l'étape 4b, sinon, on exécute<sup>40</sup> l'étape 4a.
  - a)
    - i. On crée à partir de l'ensemble  $M_A$ , un ensemble  $\hat{M}_A = \{B_i \in M_A \text{ tel que } |B_i| = \min(|B|)\}$ . Cet ensemble correspond à un regroupement des ensembles  $B$  de cardinal minimal, parmi le regroupement de tout ensemble  $B$ .
    - ii. On distribue uniformément la masse  $m(A)$  parmi tous les ensembles  $B \in \hat{M}_A$  à part égale.
  - b) Puisque  $M_A$  est vide, on doit construire  $M'_A$  qui est formé de l'ensemble de tous les ensembles  $B \in M^+$  où  $|B| \geq |A|$  et  $A \cap B \neq \emptyset$ .
    - i. Si l'ensemble  $M_{A'}$  est vide, on attribue la masse  $m(A)$  à  $I_t$ .
    - ii. Si l'ensemble  $M'_A$  n'est pas vide, on construit un ensemble  $\hat{M}'_A = \{B_i \in M'_A \text{ tel que } |B_i| = \min(|B|)\}$ . On distribue la masse de  $A$  suivant le nombre de part en commun avec  $B_i$  suite à un calcul du ratio du cardinal, de leur intersection et du cardinal de  $A$  en tenant compte de la somme des cardinalités des intersections entre  $A$  et les différents  $B_i$ .

---

39. L'algorithme est particulièrement complexe. Le détail de la méthode est présenté dans [6].

40. Soit l'étape 4a, ou bien l'étape 4b est réalisée, mais pas les deux étapes.



Exemple : Considérons le BOE<sub>0</sub> avec le jeu de masses  $m_0(A \cup B) = 0.50$ ,  $m_0(A \cup C \cup D) = 0.30$ ,  $m_0(C) = 0.10$ ,  $m_0(C \cup D) = 0.05$ ,  $m_0(D \cup E) = 0.05$ . Une approximation par l'algorithme de Bauer faite en prenant  $k = 3$ , nous donnera  $m_{\text{APX}}(A \cup B) = 0.50$ ,  $m_{\text{APX}}(A \cup C \cup D) = 0.475$ ,  $m_{\text{APX}}(A \cup B \cup C \cup D \cup E) = 0.025$ .

Comme cette méthode d'approximation nécessite le calcul des cardinalités des éléments qui doit être effectué un grand nombre de fois pour la distribution de masses de chacun des ensembles rejetés par approximation. On a préféré éviter cette méthode pour la DSMT car le calcul du cardinal est très exigeant. Cette méthode ne sera visiblement pas en mesure d'apporter un gain notable.

#### 4.1.4 Algorithme d'approximation de Tessem

L'algorithme d'approximation de Tessem [88], ou algorithme d'approximation-*klx* utilise trois paramètres :  $k$ ,  $l$ , et  $x$ . Comme les autres méthodes, on doit d'abord ranger par ordre décroissant les masses des éléments focaux. Les étapes de l'algorithme *klx* de Tessem sont les suivantes :

1. sélectionner les  $k$  éléments focaux par ordre de masses décroissantes,
2. tant que la somme de leur masse est inférieure à  $1 - x$ , et tant que leur nombre est inférieur à  $l$ , poursuivre à l'élément focal de masse supérieure suivant.
3. On normalise la masse des éléments focaux finalement sélectionnés afin de former un BOE complet<sup>41</sup>.

#### 4.1.5 Algorithme d'approximation de Denœux

La méthode externe par regroupement hiérarchique de Denœux [15] fonctionne tout comme la méthode de Tessem [88], de façon itérative jusqu'à l'atteinte d'un critère d'arrêt ou de la valeur  $k$  choisie du paramètre d'approximation. Cette valeur  $k$  correspond au nombre d'éléments focaux voulu après approximation.

Cet algorithme itératif consiste à construire la matrice de similarité entre tous les éléments focaux de la fonction de masse à approcher. Un regroupement des deux éléments focaux de similarité maximale par le biais d'une union des deux éléments focaux concernés est ensuite effectué. Les masses des deux éléments focaux regroupés par une union sont alors sommées.

Le principe de la méthode, décrite en détails dans [15] est de réduire naturellement la complexité d'une structure de croyance (Bel,  $m$ , Pl) par la fusion<sup>42</sup> des éléments focaux similaires, ou non-importants, pour les remplacer par leur union ou leur intersection, menant respectivement à l'approximation externe ou interne de la fonction de croyance originale. Ce processus

41. C'est-à-dire, un BOE pour lequel la somme de ses éléments focaux vaut 1.

42. Le terme *fusion* est pris ici au sens commun, et non au sens mathématique attaché à une règle de fusion précise.

est itératif tant que l'on atteint pas le niveau de complexité souhaité. Cette méthode permet l'obtention de bornes inférieures et supérieures pour les fonctions de croyance (Bel) et les fonctions de plausibilité (Pl). Selon [15], cet algorithme offre un coût en calculs raisonnable.

Nous avons évalué uniquement la méthode externe, en employant seulement les masses plutôt que celles des croyances (Bel) et des plausibilités (Pl). Nos conclusions par rapport à l'algorithme d'approximation de Tessem sont présentées dans [35] pour le cas d'application de classification d'allégeance décrit à la section 2.1.

#### 4.1.6 Principes généraux des méthodes d'approximations classiques

Les méthodes d'approximation paramétriques basées sur le principe de réduction de taille du corps d'évidence fonctionnent toutes de la même façon. En effet, elles ont toutes un fonctionnement en deux parties :

1. Préparation de  $\text{BOE}_0$  pour l'approximation ;
  - a) Mise en ordre décroissant des masses des éléments focaux du  $\text{BOE}_0$ .
  - b) Sélection de  $r$  éléments focaux de masses supérieures.
  - c) Regroupement dans un ensemble  $M^+$  de ces  $r$  éléments focaux à conserver.
  - d) Regroupement dans un ensemble  $M^-$  des autres éléments focaux du  $\text{BOE}_0$ .
  
2. Séquence ou boucle de distribution de la masse des éléments focaux de  $M^-$  pour la formation de  $\text{BOE}_{\text{APX}}$ , (c'est-à-dire le BOE approximé).
  - a) Les méthodes plus simples de redistribution par procédure séquentielle utilisent, soit une redistribution et normalisation de la masse des éléments focaux dans  $M^+$  ; soit un ajout d'un ensemble représentant l'union des ensembles présent dans  $M^-$  qui sera ajouté à  $M^+$  et leur masse sommée ; soit une autre procédure simple en opérant en une seule étape.
  - b) Les méthodes plus complexes de redistribution par procédure en boucle vont évaluer selon une méthode ou une autre, le degré d'appartenance de la masse attribuée à un ensemble spécifique appartenant à  $M^-$  à un ensemble de  $M^+$  ou du cadre de discernement. Certaines méthodes évaluent le niveau d'appartenance par une mesure de similarité. D'autres méthodes font un calcul d'évaluation du niveau d'intersection entre un ou des ensembles de  $M^+$ . Il existe clairement une bonne variété de méthodes dans cette catégorie.

## 4.2 Adaptation pour fonctions de croyance généralisées

Mathématiquement, la différence entre les fonctions de croyance généralisées de la DS<sub>m</sub>T, et les fonctions de croyance de la DST réside principalement au niveau de leur domaine de définition, puisque dans le premier cas, elles sont définies sur  $D^\Theta$ , et dans le second cas, elles sont définies seulement sur  $2^\Theta$ . Leur utilisation demeure donc généralement la même pour les algorithmes d'approximation que l'on souhaitait porter sous  $D^\Theta$ .

Du point de vue opérationnel, les changements sont plus importants. En effet, l'implémentation d'algorithmes d'approximation tels celui de Bauer requiert l'exploration de tous les membres d'un groupe. Il faut ensuite faire une comparaison des cardinalités qui emploie le cardinal sous la DS<sub>m</sub>T. À lui seul, ce changement est grandement significatif, ne serait-ce que du point de vue calculatoire, mais il a également un impact au niveau de l'encodage de l'information qui sera possible d'utiliser. En effet, pour une petite taille de cadre de discernement, avec le cardinal standard, il sera avantageux d'employer l'encodage de Martin [67]. Ce dernier permet d'obtenir instantanément la valeur de cardinal à partir de la nomenclature même des ensembles. Il pourra même fournir la valeur de cardinal DS<sub>m</sub> si besoin est. Toutefois, un problème majeur avec cet encodage survient lorsque l'on souhaite faire le décodage de l'information, d'où la nécessité d'employer l'encodage présenté en [21, 27]. Ce dernier est non seulement en mesure d'évaluer le cardinal DS<sub>m</sub>, mais aussi d'effectuer le *décodage* et de fonctionner pour des problèmes exigeant une taille significative du cadre de discernement. En effet, outre le temps de calcul et la capacité en mémoire de la machine ou celle permise au logiciel, nous n'avons pas encore rencontré de limitation à ce niveau même pour des problèmes de grandes dimensions, comme par exemple avec  $|\Theta| = 73$  comme présenté en [30].

Nous avons utilisé avec succès en [29, 38], dans le cadre de la DS<sub>m</sub>T, les algorithmes d'approximation de Lowrance, de Tessem, et de Simard et Valin, mais aussi les algorithmes d'approximation de Denœux et de Tessem comme cela est montré en [35].

### 4.3 Nouvel algorithme, l'algorithme d'approximation *klxy*

Ce nouvel algorithme est basé sur le nombre d'éléments focaux du BOE ainsi que sur le nombre d'intersections que comportent ces éléments focaux individuellement. Cet algorithme [30], soumis au Journal of Applied Mathematics, est disponible pour consultation à l'annexe B.1. Il s'inspire en partie de l'algorithme d'approximation de Tessem [88], présentée à la section 4.1.4. On propose de résoudre le problème d'accumulation de masse vers les ensembles ayant des intersections pour les règles de combinaison basées sur l'opération de conjonction [21]. Ce problème pose une sérieuse difficulté pour la prise de décision puisqu'il bloque le processus de décision séquentielle (temporelle) par l'abandon de l'information pertinente délivrée par les capteurs au cours du temps. Notre méthode reprend la méthode d'approximation de Tessem ainsi que son algorithme, jusqu'à un certain point. Notre algorithme d'approximation appliqué sous DSMT comprend un paramètre supplémentaire qui considère le nombre d'intersections par élément focal, et au besoin, convertit les intersections d'un monôme en unions. L'algorithme 4.1 présente la procédure à suivre. Le détail mathématique suit l'exemple ci-bas et montre l'étape supplémentaire de l'algorithme d'approximation-*klxy* qui s'ajoute à l'algorithme d'approximation de Tessem.

#### Exemple 4.1 Usage du composant $y$ de l'algorithme d'approximation-*klxy* sur un élément focal

Si un BOE contient 4 éléments focaux, il faut appliquer l'algorithme pour chacun de ces éléments, soit quatre fois au total. Considérons la situation où l'un de ces éléments focaux soit celui de l'équation (4.1). Alors l'ensemble représenté à l'équation (4.2) représente sa décomposition en unions d'intersections, prête pour le processus d'approximation.

$$(\theta_A) \cup (\theta_A \cap \theta_B \cap \theta_D \cap \theta_F) \cup (\theta_C \cap \theta_E) \quad (4.1)$$

$$\left( \overbrace{\theta_{(i=1,j=1)}}^{\text{monôme } i=1} \right) \cup \left( \overbrace{\theta_{(i=2,j=1)} \cap \theta_{(i=2,j=2)} \cap \theta_{(i=2,j=3)} \cap \theta_{(i=2,j=4)}}^{\text{monôme } i=2} \right) \cup \left( \overbrace{\theta_{(i=3,j=1)} \cap \theta_{(i=3,j=2)}}^{\text{monôme } i=3} \right) \quad (4.2)$$

Choisissons, par exemple, le paramètre  $y = 2$  de l'algorithme d'approximation-*klxy*. Alors, on ne conservera qu'au plus 2 intersections par monôme.

On constate que nous avons 2 unions, donc 3 monômes. Les expressions  $\text{monôme}_{i=1}$ ,  $\text{monôme}_{i=2}$ , et  $\text{monôme}_{i=3}$  seront évalués les unes après les autres. Au départ pour le  $\text{monôme}_{i=1}$ , on comptabilise un seul singleton ( $n_{i=1} = 1$ ) et aucune intersection ( $n_i = 0$ ). Ainsi, la condition d'approximation  $n_i - 1 > y$  n'est pas respectée et on n'y effectue pas de conversion.

Pour le monôme $_{i=2}$ , on comptabilise quatre singletons ( $j = n_{i=2} = 4$ ) et donc trois intersections. Ainsi, la condition d'approximation  $n_i - 1 > y$  est respectée et on y effectue alors la conversion des trois intersections en trois unions. Ainsi, ce monôme $_{i=2}$  devient alors  $\theta_{(i=2,j=1)} \cup \theta_{(i=2,j=2)} \cup \theta_{(i=2,j=3)} \cup \theta_{(i=2,j=4)}$ .

Finalement, pour le monôme $_{i=3}$ , on comptabilise deux singletons ( $n_{i=3} = 2$ ) et une seule intersection. Ainsi, la condition d'approximation n'est pas respectée et on n'y effectue pas de conversion. On obtient donc l'élément focal suivant :

$$\left( \overbrace{\theta_{(i=1,j=1)}}^{\theta_A} \right) \cup \left( \overbrace{\theta_{(i=2,j=1)} \cup \theta_{(i=2,j=2)} \cup \theta_{(i=2,j=3)} \cup \theta_{(i=2,j=4)}}^{\theta_A \cup \theta_B \cup \theta_D \cup \theta_F} \right) \cup \left( \overbrace{\theta_{(i=3,j=1)} \cap \theta_{(i=3,j=2)}}^{\theta_C \cap \theta_E} \right) \quad (4.3)$$

Finalement, après approximation *klxy* (avec  $y = 2$ ), de l'expression (4.1), on obtiendra l'expression en (4.4).

$$\theta_A \cup \theta_B \cup \theta_D \cup \theta_F \cup (\theta_C \cap \theta_E) \quad (4.4)$$

Mathématiquement, l'équation (4.5) présente l'encodage utilisé dans l'algorithme, particulièrement la notation dite en sommes de produits. Où l'on a  $x$  qui est une proposition comportant  $m$  unions de  $n_i$  intersections de singletons  $(\theta_j)_i$ . Ce singleton  $(\theta_j)_i$  est le  $j$ -ième singleton du  $i$ -ième monôme de  $x$ . Tandis que l'équation (4.6) décrit mathématiquement l'approximation même.

$$\begin{aligned} x \\ x \in D^\Theta \\ m(x) > 0 \end{aligned} = \bigvee_{i=1}^m \left\{ \bigwedge_{j=1}^{n_i} (\theta_j)_i \right\} \quad (4.5)$$

$$\begin{aligned} x \\ x \in D^\Theta \\ m(x) > 0 \end{aligned} = \bigvee_{i=1}^m \left\{ \begin{array}{ll} \bigvee_{j=1}^{n_i} (\theta_j)_i & \text{si } (n_i - 1) > Y \\ \bigwedge_{j=1}^{n_i} (\theta_j)_i & \text{sinon} \end{array} \right\} \quad (4.6)$$

$y$  étant le nombre maximal d'intersections à conserver par monôme. En fait, plus le monôme contient des intersections, plus il risque de ne pas représenter la base de vérité (*ground truth*, GT). La DSmT a tendance à rapporter les conflits dans les intersections de sorte que souvent la masse converge vers des monômes contenant de nombreuses intersections. Pourtant la véritable identité ne se retrouve pratiquement jamais dans les intersections des singletons.

L'équation (4.6) permet la séparation d'un élément focal en union de produits, ou union de  $i$  monômes, et en comptabilise le nombre d'intersections par monôme. Si cette valeur s'avère supérieure à  $y$ , un changement d'opérateur d'intersection en opérateur d'union dans le monôme  $i$  a lieu.

Les différentes valeurs  $n_i$  représentent le nombre de singletons par monôme pour l'élément focal en cours. Le nombre d'opérateurs d'union avant l'approximation est de  $m - 1$ .  $m$  représente donc le nombre de monômes.

Les équations (4.5) et (4.6) ont pour but de définir mathématiquement les étapes de l'algorithme d'approximation *klxy*.

On note que cet algorithme s'applique pour chacun des éléments focaux de façon indépendante. C'est-à-dire, qu'à chaque élément focal, on applique les équations (4.5) et (4.6), en suivant le pseudo-code présenté à la page suivante.

L'équation (4.6) permet de procéder à la conversion des opérateurs de conjonction en opérateurs de disjonction dans les monômes dont le nombre de conjonctions est supérieur à  $y$ . Cette équation met en œuvre les étapes suivantes :

1. Après une réécriture dans le format *union d'intersections*, on évalue les  $m$  monômes selon le nombre d'intersections qu'ils contiennent.
2. Pour chacun des monômes, si ce nombre est supérieur à  $y$ , alors on remplace les opérateurs de conjonction de ce monôme, par des opérateurs de disjonction. Cela aura pour conséquence de convertir ce monôme d'intersections en union de singletons.
3. On poursuit ensuite avec l'évaluation du monôme suivant ( $i + 1$ ).

**Algorithme 4.1** Fonction d'approximation *klxy*

```

% liste des paramètres:
% m : éléments focaux du BOE à approximer
% k : nombre minimal d'éléments focaux à conserver
% l : nombre maximal d'éléments focaux à conserver
% x : masse maximale à retirer
% y : nombre maximal d'intersections à conserver

Sort m par rapport à la masse
Tmass = 0 ; % Masse totale dans le BOE approximé ( mklxy )
f = 0 ; % Nombre d'éléments focaux de mklxy
while ( m contient des éléments focaux) et ( f ≤ l )
    et ( ( f < k ) ou ( Tmass < (1 - x) ) do
    add l'élément focal suivant A de m à mklxy
    f = f + 1 ;
    Tmass = Tmass + m(A) ;
end while
for tout élément focal du BOE ( mklxy )
    % à l'aide de la notation Somme de produits
    g = 0 ; % nb d'intersections dans l'élément focal courant
    if g ≥ y
        diviser l'élément focal courant en monômes
        h = 0 ; % nb d'intersections dans le monôme courant
        for chacun des monômes
            if h ≥ y
                % cette partie remplace les opérateurs d'intersections des monômes
                % fait de > y intersections, par des unions.
                retirer le monôme courant
                créer h + 1 nouveaux monômes fait des
                Singletons composant le monôme.
            end if
        end for
    end if
end for
Normaliser mklxy % en divisant la masse d'éléments focaux par Tmass
return

```

## 4.4 Conclusions et contributions

Ce chapitre a présenté les algorithmes d'approximation que nous avons utilisés pour l'exploration et l'expérimentation des applications décrites au chapitre 2. On a traité spécifiquement des algorithmes d'approximation paramétriques procédant par réduction de la taille du BOE, ainsi que d'une nouvelle approche travaillant non seulement sur la taille du BOE, mais également sur la taille des éléments focaux en exploitant le nombre de monômes qu'ils contiennent.

On a sélectionné ces algorithmes d'approximation à cause de leur simplicité et de leur possibilité d'exploitation en temps réel. L'algorithme d'approximation de Tessem peut être considérée comme étant une généralisation de plusieurs algorithmes d'approximation. En effet, comme montré à la section 4.1.6, la plupart des algorithmes d'approximation partagent comme principe l'ordonnement des éléments focaux selon leur masse, avant d'en éliminer un certain nombre. La répartition de la masse de croyance éliminée diffère ensuite d'un algorithme à l'autre. On préfère pour algorithme classique, l'algorithme d'approximation de Tessem pour sa simplicité calculatoire. En effet, elle est directe, simple, en une seule étape, sans boucles, et surtout, sans calcul des cardinalités des éléments manipulés.

L'annexe B.1 [30], présente en détails la méthode *klxy* développée dans le cadre de nos recherches. Nos publications [29, 35, 38] traitent principalement d'implémentation d'algorithmes d'approximation pour la DSMT et présentent nos expériences, comparaisons, et analyses.



# Chapitre 5

## Résultats et analyse

---

**Résumé :** On présente ici une partie de nos résultats de recherche et expérimentation. Des résultats plus détaillés sont également présentés dans nos publications énumérées à la section 5.5. Les livrables du contrat W7701-093308/001/QCL du RDDC Valcartier [31, 32, 34], qui englobent nos recherches, feront aussi l’objet d’une publication au format d’un *Rapport Technique* du centre de Recherche et développement pour la défense Canada (RDDC).

### Sommaire

---

5.1	Résultats pour un cas académique . . . . .	<b>88</b>
5.1.1	Sommaire des cas académiques présentés . . . . .	88
5.1.2	Description du cas académique . . . . .	89
5.1.3	Résultats des simulations . . . . .	91
5.1.4	Discussion . . . . .	95
5.1.5	Résultats supplémentaires . . . . .	97
5.2	Application au cas de classification d’allégeance . . . . .	<b>107</b>
5.2.1	Sommaire des cas de classification d’allégeance présentés . . . . .	107
5.2.2	Résultats publiés . . . . .	108
5.2.3	Résultats et analyse de deux cas . . . . .	109
5.3	Méthode d’optimisation considérée pour fins de simplifications du processus d’approximation . . . . .	<b>131</b>
5.3.1	Inconvénients de la méthode de Nelder-Mead . . . . .	136
5.3.2	Sur la nécessité, ou non, d’utiliser une méthode d’optimisation . . . . .	136
5.4	Résultats pour un cas d’identification de plateformes navales . . . . .	<b>141</b>
5.5	Conclusions et contributions . . . . .	<b>142</b>

---

## 5.1 Résultats pour un cas académique

Avant de présenter nos résultats de recherche portant sur les deux cas présentés au chapitre 2, à savoir la classification d'allégeance de cibles, et l'identification de plateformes navales, nous avons effectuée une analyse d'un cas académique pour lequel nous maîtrisons tous les paramètres.

### 5.1.1 Sommaire des cas académiques présentés

TABLE 5.1 – Cas académiques pour exploration des algorithmes d'approximation

	cas du type 1	cas du type 2
niveau de conflit	cf. Fig. 5.1	cf. Fig. 5.4
taux de bonnes décision	cf. Fig. 5.2	cf. Fig. 5.5
distance de Jusselme	cf. Fig. 5.3	cf. Fig. 5.6

TABLE 5.2 – Cas académiques supplémentaires pour exploration des algorithmes d'approximation

		cas du type 1	cas du type 2
Simard et Valin	Cardinal des propositions	cf. Fig. 5.7	
	Nombre de propositions	cf. Fig. 5.8	
Tessem	Cardinal des propositions	cf. Fig. 5.9	cf. Fig. 5.13
	Nombre de propositions	cf. Fig. 5.10	cf. Fig. 5.14
Bauer	Cardinal des propositions		cf. Fig. 5.11
	Nombre de propositions		cf. Fig. 5.12

TABLE 5.3 – Cas académiques pour exploration des métriques

	cas exploratoire 1	cas exploratoire 2
Table de valeurs de distance	cf. Tab. 5.4	cf. Tab. 5.6
Table de durée de temps d'exécution	cf. Tab. 5.5	

### 5.1.2 Description du cas académique

Notre cas académique comporte plusieurs structures particulières de jeux de masses (appelées aussi "types d'entrées") à combiner. On présente ici les résultats uniquement pour deux de ces types, soit le *type 1* et le *type 2*, bien que plusieurs tests ont été réalisés.

#### 5.1.2.1 Structure du jeu de masses de type 1

Ce cas académique possède des entrées consistant en trois ensembles : l'ensemble principal, les ensembles secondaires, et l'ensemble d'ignorance totale  $I_t$ .

Nous avons évalué les méthodes par des simulations Monte Carlo pour les quatre jeux de paramètres suivants, où  $N$  représente la cardinalité du cadre de discernement, et  $M$  la cardinalité du noyau (c'est-à-dire, le nombre d'éléments focaux) de la bba.

1.  $N = 80, M = 20$
2.  $N = 40, M = 20$
3.  $N = 40, M = 10$
4.  $N = 20, M = 20$

**L'ensemble principal** a une masse  $m_p = 0.70$ . Le singleton  $R$  correspond au GT dans la première moitié d'un cycle de simulations comportant 100 combinaisons. Ce singleton  $R$  est dans cet ensemble principal dans 90% des fois. Les  $N - 1$  autres singletons se partagent également les 10% des fois restant. Par contre, dans la seconde moitié, c'est le singleton  $S$  qui correspond au GT et qui se retrouve maintenant dans cet ensemble principal dans 90% des fois.

**L'ensemble d'ignorance totale** a une masse de  $m_{I_t} = 0.05$  et consiste en une union de tous les singletons possibles dans un cadre de discernement donné.

**Les ensembles secondaires** sont chacun formés d'un singleton, choisis aléatoirement parmi tous les singletons dans un même corps d'évidence. Il y a  $M - 2$  ensembles secondaires,  $M$  étant le nombre d'éléments focaux que l'on aura spécifié au début de la simulation. Leur masses sont toutes égales et correspondent à  $m_{s_i} = \frac{1}{M-2} (1 - m_p - m_{I_t})$ . La masse totale des ensembles secondaires est  $m_s = 1 - m_p - m_{I_t}$ . Ainsi, pour ce type de simulation, on obtient  $m_s = 0.25$ .

Pour un jeu de paramètres  $(N, M)$ , nous avons testé 15 combinaisons de choix des paramètres intervenant pour le réglage des méthodes d'approximation. Le nombre de cycles des simulations Monte Carlo est égal à 100. Au total, 60 différents cas ont été simulés (15 types de combinaisons  $\times$  4 classes de simulations).

### 5.1.2.2 Structure du jeu de masses de type 2

Ce cas académique contient également trois ensembles : l'ensemble principal, un ensemble secondaire, et l'ensemble d'ignorance totale.

Nous avons évalué les méthodes par des simulations Monte Carlo pour les quatre jeux de paramètres suivants, où  $N$  représente la cardinalité du cadre de discernement, et  $M$  le nombre de singletons formant l'ensemble secondaire par l'opérateur d'union.

1.  $N = 80, M = 20$
2.  $N = 40, M = 20$
3.  $N = 40, M = 10$
4.  $N = 20, M = 20$

**L'ensemble principal** est une union de singletons. Un de ces singletons est le singleton représentant le GT. La présence du singleton représentant le GT dans cet ensemble principal à lieu <sup>43</sup> lors de 90% des itérations. Le nombre de singletons dans cet ensemble est de  $M/2$ , où  $M$  est spécifié au début de la simulation. La masse de cet ensemble est de  $m_p = 0.70$ .

**L'ensemble secondaire** est formé ici de l'union de  $M/2$  singletons. Ces singletons sont choisis aléatoirement parmi les  $N$  possibles singletons du cadre de discernement. La masse de cet ensemble est de  $m_s = 0.25$ .

**L'ensemble d'ignorance totale** a encore une masse de  $m_{It} = 0.05$  et consiste toujours en une union de tous les singletons possibles dans un cadre de discernement donné.

Pour un jeu de paramètres  $(N, M)$ , nous avons testé 15 combinaisons de choix des paramètres intervenant pour le réglage des méthodes d'approximation. Le nombre de cycles des simulations Monte Carlo est toujours égal à 100. Au total, 60 différents cas ont été simulés (15 types de combinaisons  $\times$  4 classes de simulations).

### 5.1.2.3 Analyse de performances

Notre analyse de performances des méthodes est basée sur les quatre mesures de performances suivantes :

1. La distance de Jusselme entre les BOEs de la série de combinaisons approximées et ceux de la série de combinaisons non approximées. (voir figure 3.1)
2. Le taux de bonnes décisions, déterminé par la comparaison entre l'ensemble ayant la masse la plus élevée dans un BOE avec l'ensemble de base de vérité (*Ground Truth*) <sup>44</sup> (GT).

---

43. Cela représente donc ici la précision.

44. L'ensemble représentant la véritable identité ou classe de la cible à classifier.

3. Le niveau de conflit, tel que défini dans la DST, avec et sans l'utilisation d'une approximation.
4. La durée moyenne du temps d'exécution par étape de combinaison sur les 100 cycles Monte Carlo. Cette durée moyenne est calculée à partir du temps d'exécution de la simulation Monte Carlo divisé par le nombre de cycles Monte Carlo.

### 5.1.3 Résultats des simulations

Les figures suivantes regroupent différentes méthodes d'approximation pour un même jeu de masses simulées. La séparation graphique n'a pas été faite puisque les différentes méthodes d'approximation donnaient des résultats très similaires. Dans les figures, DS représente le processus sans approximation, Lowrance est pour le cas où l'algorithme d'approximation de Lowrance [65] est employée avec le paramètre principal aux valeurs données. Les courbes k-l-x représentent l'algorithme d'approximation de Tessem [88]. Les courbes D1 représentent l'algorithme d'approximation de Bauer [6]. Enfin, DStronc représente la méthode de troncation de Simard et Valin [90].

Le but de cette première série de simulations est de comparer entre eux les algorithmes d'approximation quant à la qualité de la décision. On présente donc seulement les résultats pour une paire de paramètres M et N, et pour le cadre de la DST seulement. D'autres comparaisons sont privilégiées dans les autres sections. Enfin, plus de résultats sont disponibles dans nos publications.

Comme le montre la figure 3.1, le résultat de la combinaison au temps  $t$  est approximé avant de sortir en tant que résultat de l'étape de fusion de l'itération  $t$ . Ainsi, au temps  $t + 1$ , le résultat approximé de l'étape  $t$  est fusionné à la nouvelle information qui arrive au temps  $t + 1$ .

Le type de pic que l'on voit à la figure 5.2 est dû aux conditions du cas simulés. On simule en effet un système où la cible change complètement avant et après ce point. Ainsi, pendant un bref moment, causant le pic, le système n'est pas en mesure de bien effectuer la classification.

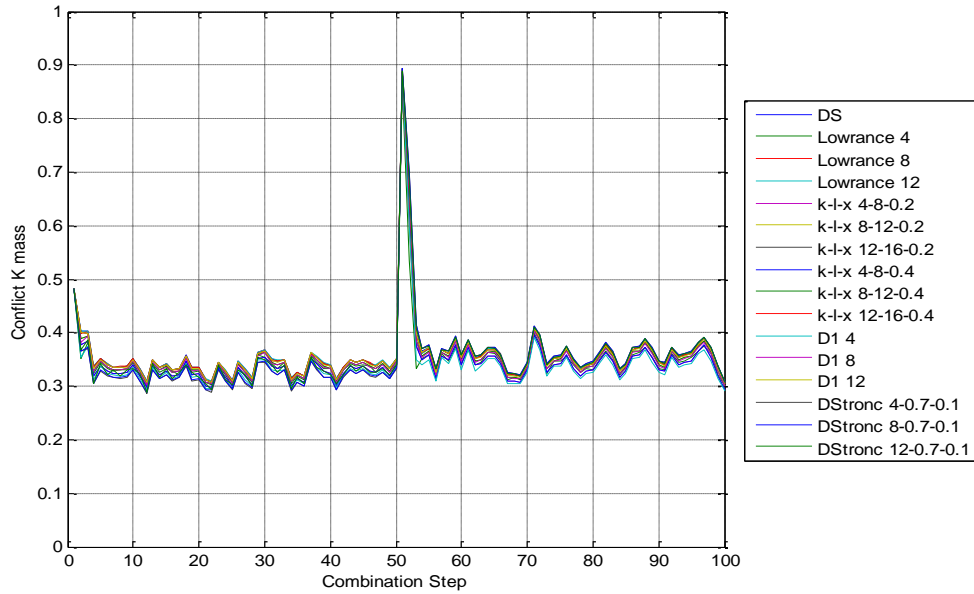


FIGURE 5.1 – Niveau de conflit pour  $N = 40$ ,  $M = 20$ , et une structure de masses du *type 1*.

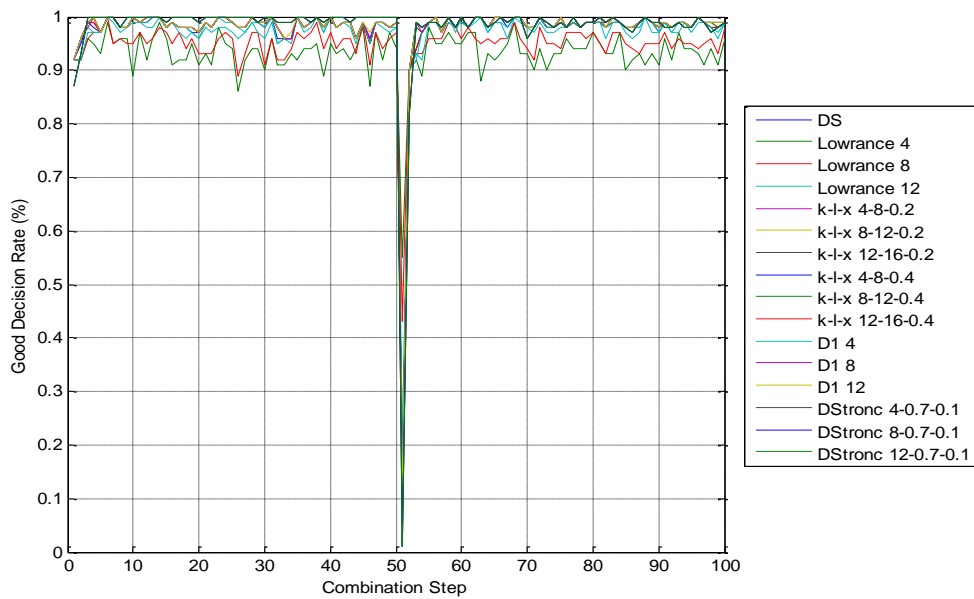


FIGURE 5.2 – Taux de bonnes décisions pour  $N = 40$ ,  $M = 20$ , et une structure de masses du *type 1*.

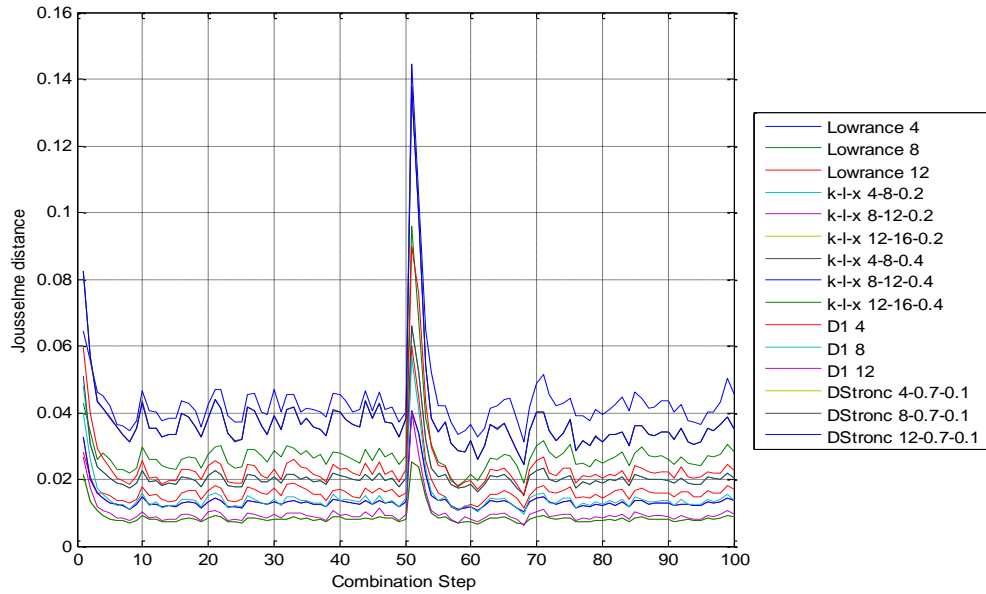


FIGURE 5.3 – Distance de Josselme pour  $N = 40$ ,  $M = 20$ , et une structure de masses du *type 1*.

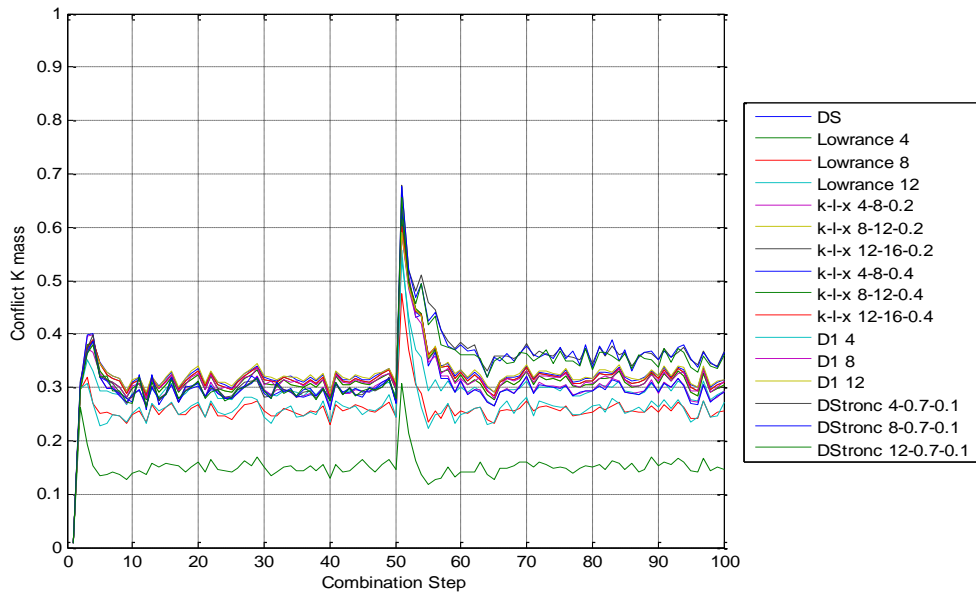


FIGURE 5.4 – Niveau de conflit pour  $N = 40$ ,  $M = 20$ , et une structure de masses du *type 2*.

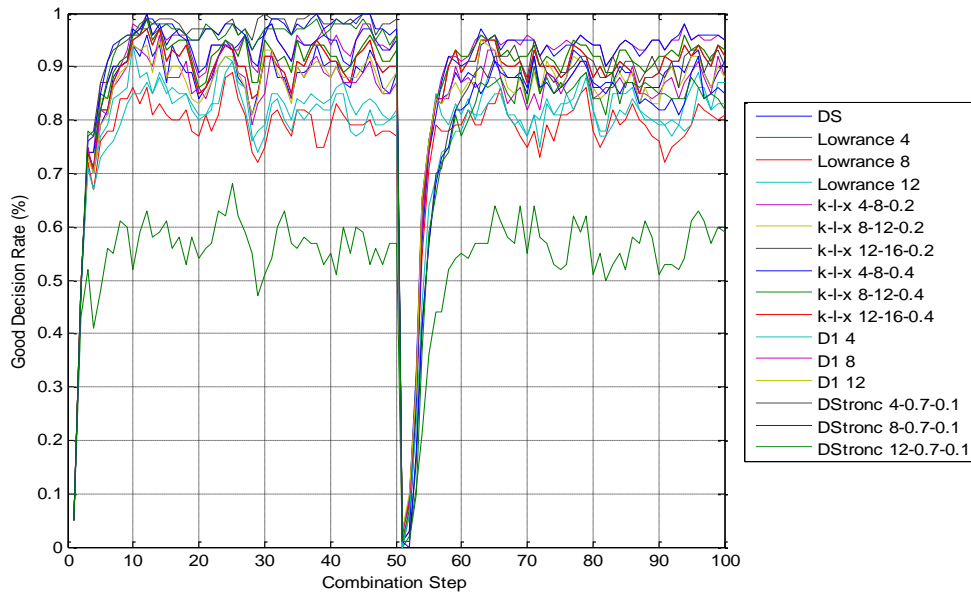


FIGURE 5.5 – Taux de bonnes décisions pour  $N = 40$ ,  $M = 20$ , et une structure de masses du *type 2*.

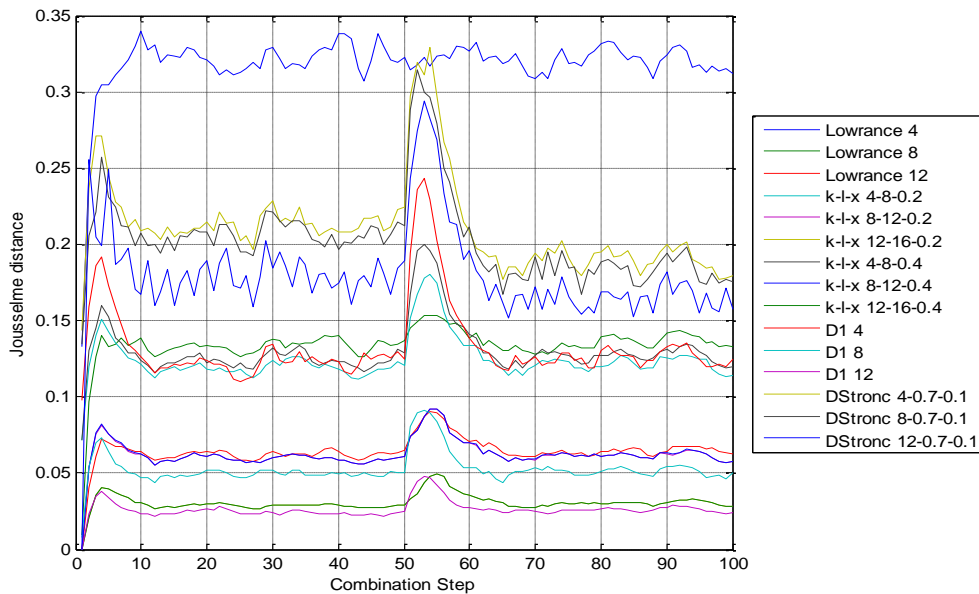


FIGURE 5.6 – Distance de Jousseme pour  $N = 40$ ,  $M = 20$ , et une structure de masses du *type 2*.



### 5.1.4 Discussion

L'analyse de performance réalisée à cette étape-ci est basée sur le taux de bonnes décisions, la distance de Jusselme, ainsi que le niveau du conflit. La masse du conflit et la distance de Jusselme montrent la similarité entre le BOE approximé et le BOE original. Plus la valeur de cette distance est basse, plus ces BOEs sont similaires. Plus les masses du conflit pour le BOE approximé et le BOE original ont des valeurs similaires, plus ils sont proches. Le taux de bonnes décisions est le critère d'évaluation que l'on privilégie ici. Il caractérise le nombre de fois où la bonne identité de la cible a été déclarée par les méthodes d'approximation et de combinaison utilisées. L'objectif est de déterminer si l'on est en mesure d'obtenir des décisions similaires entre un cas avec approximation par rapport au cas original sans approximation.

La figure 5.1 montre une figure typique avec les niveaux de conflit pour  $N = 40$ ,  $M = 20$ , et une entrée du *type 1*. Toutes<sup>45</sup> les méthodes d'approximation testées permettent d'obtenir des courbes similaires. Les courbes de taux de bonnes décisions pour les entrées du *type 1*, comme celles montrées à la figure 5.2, donnent toutes de très bons résultats. Les résultats obtenus avec les jeux de masses approximées sont très proches de ceux obtenus avec les jeux de masses originales, excepté pour la méthode d'approximation de Lowrance avec les paramètres  $k = 4$  et 8 qui s'écarte du groupe lorsque les valeurs  $M$  et  $N$  diffèrent sensiblement. La distance de Jusselme pour les structures de masses de *type 1*, (cf. figure 5.3), est relativement stable entre (0.01 et 0.04), selon la méthode d'approximation et paramètres employés.

Les courbes des taux de bonnes décisions pour les structures de masses du *type 2*, (cf. figure 5.5), sont moins regroupées. Pour ces cas, l'approximation de Lowrance avec les paramètres 4 et 8 et l'approximation D1 de Bauer avec le paramètre 4 (**D1 4** sur les figures), donnent les pires résultats. Toutefois, pour le cas particulier où  $N = M = 20$ , les résultats étaient mauvais pour toutes les méthodes, et encore pires avec la méthode d'approximation de Lowrance. On remarque aussi que la méthode de Simard et Valin a eu de la difficulté à retourner vers des valeurs normales après le changement de singleton du GT à mi-cycle de simulation.

Il faut donc éviter les méthodes d'approximation ayant un paramètre  $k$  trop bas pour une structure de *type 2* avec toutes valeurs de  $N$  et  $M$ . En dessous de 5, le paramètre  $k$  donne de mauvaises décisions la plupart du temps.<sup>46</sup>

Les niveaux de conflit pour structures de masses de *type 2* (cf. figure 5.4) sont similaires à ceux de *type 1* (cf. figure 5.1) dans les meilleurs scénarios. Dans les pires cas, où  $N = M = 20$ , et certains autres cas, plusieurs méthodes d'approximation ont donné des niveaux de conflit bas. C'est ce que l'on obtient, notamment en utilisant l'approximation de Lowrance pour n'importe

45. On montre ici seulement un échantillon représentatif des résultats obtenus notre analyse et nos conclusions se basent sur toutes les expériences effectuées.

46. Le paramètre  $k$  correspond au paramètre d'approximation représentant le nombre d'ensembles de masse plus élevée que l'on souhaite conserver après approximation. Ce paramètre  $k$  correspond au paramètre  $N_{\max}$  utilisé dans la méthode de Simard et Valin. (voir la section 4.1.2)

quel choix du paramètre, mais aussi avec la méthode d'approximation de Bauer avec  $k = 4$ .

Pour les structures de masses du *type 2*, la distance de Jousselme donne des résultats montrant jusqu'où va l'étendue de la similarité entre les BOEs approximés et originaux. La figure 5.6 donne une image plus claire d'un comportement intéressant. En effet, il semble que pour ce cas, on peut regrouper les méthodes d'approximation en termes de la meilleure à la pire, selon la distance de Jousselme, en cinq regroupements.

1. Bauer D1 ( $k = 12$ ), Tessem  $klx$  ( $k = 12, l = 16, x = 0.4$ ), Tessem  $klx$  ( $k = 12, l = 16, x = 0.2$ )
2. Bauer D1 ( $k = 8$ ), Tessem  $klx$  ( $k = 8, l = 12, x = 0.4$ ), Tessem  $klx$  ( $k = 12, l = 16, x = 0.2$ ), Lowrance ( $k = 12$ )
3. Tessem  $klx$  ( $k = 4, l = 8, x = 0.2$ ), Tessem  $klx$  ( $k = 4, l = 8, x = 0.4$ ), Bauer D1 ( $k = 4$ ), Lowrance ( $k = 8$ )
4. Simard (12, 0.7, 0.1), Simard (8, 0.7, 0.1), Simard (4, 0.7, 0.1)
5. Lowrance ( $k = 4$ )

Selon le taux de bonnes décisions et le niveaux de conflit sur les figures<sup>47</sup> (5.4, 5.5), les méthodes de Bauer et de Tessem semblent avoir un meilleur comportement. Afin de mieux déterminer précisément le meilleur ensemble de paramètres, un nombre plus grand d'expérimentations est requis pour ce cas académique. On remarque néanmoins que des valeurs trop basses ou trop élevées du paramètre  $k$  donnent de mauvais résultats en termes de taux de bonnes décisions.<sup>48</sup> Le choix de la mesure de performances à prendre en compte dépend de l'utilisateur.

En excluant l'algorithme d'approximation de Lowrance, qui possède une trop grande variabilité, les taux de bonnes décisions sont généralement similaires en comparant les exécutions faites avec, ou sans approximation. Les taux de bonnes décisions sont élevés dans la plupart des cas simulés. On obtient des valeurs de taux de bonnes décisions correctes similaires, ou parfois identiques, avec ou sans approximation.

#### 5.1.4.1 Analyse des résultats pour les structures de masses du *type 1*

1. Les simulations effectuées ont montré que le temps d'exécution varie en utilisant la combinaison de Dempster-Shafer sans approximation lorsque l'on change les paramètres  $N$  et  $M$ . Ce temps d'exécution croît avec l'augmentation de  $N$  (la cardinalité du cadre de discernement) pour  $M$  fixé, et réciproquement.

---

47. On rappelle également que l'on a choisi de présenter les figures les plus représentatives des comportements que l'on souhaite mettre en lumière.

48. Avoir plus d'informations, nous donne également de l'information en quelques sorte superflus, dispersant aussi la masse.

2. Pour une méthode d'approximation et un groupe donné de paramètres d'approximation, le temps d'exécution double lorsque  $M$  double. Le temps d'exécution semble relativement stable par rapport aux autres facteurs.
3. Les résultats de l'approximation de Tessem pour  $x = 0.2$  sont similaires à ceux obtenus pour  $x = 0.4$ .
4. Les approximations de Lowrance, Tessem et Bauer donnent des résultats similaires pour les mêmes valeurs de  $k$ .
5. Pour toutes méthodes d'approximation, à mesure que  $k$  croît, seul le taux d'accroissement diffère selon la méthode.

#### 5.1.4.2 Analyse des résultats pour les structures de masses du *type 2*

1. La combinaison de Dempster-Shafer sans approximation montre une variation importante du temps d'exécution lorsque la valeur de  $M$  s'approche de  $N$ . Le temps d'exécution diminue considérablement lorsque  $M$  représente une petite fraction de  $N$ .
2. Pour une méthode d'approximation et un choix de paramètres d'approximation, on obtient un même temps d'exécution pour différentes valeurs de  $N$  ou de  $M$ .
3. Les résultats de l'approximation de Tessem pour  $x = 0.2$  sont similaires à ceux obtenus pour  $x = 0.4$ .
4. Les approximations de Lowrance, Tessem et Bauer donnent des résultats similaires pour les mêmes valeurs de  $k$ , sauf pour la méthode de Simard-Valin avec  $k = 12$  où l'on obtient des temps d'exécution réduits environ de moitié.
5. Pour toutes les méthodes d'approximation le temps d'exécution augmente avec l'accroissement du paramètre  $k$ ; seule la vitesse d'accroissement diffère entre les méthodes.

### 5.1.5 Résultats supplémentaires

#### 5.1.5.1 Exploration de la distribution de masse et de la forme des BOEs

Nous présentons des résultats publiés dans l'annexe du livrable [34] remis au RDDC<sup>49</sup>. Ces résultats concernent l'analyse de la répartition des masses dans le corps d'évidence. On y représente graphiquement, dans un premier temps, le cardinal moyen des propositions par BOE par étape de combinaison. Dans un second temps, on y représente graphiquement le nombre moyen de propositions par BOE. On constate que les méthodes d'approximation tendent à niveler ces valeurs au niveau prédéterminé par leurs paramètres. Quant aux situations qui ne font pas usage de méthodes d'approximation, on constate une *explosion* du cardinal de chaque proposition et de leur nombre. En effet, le nombre de propositions tend vers la valeur maximale atteignable contrainte par la taille du cadre de discernement.

<sup>49</sup>. Les publications du RDDC sont généralement disponibles à l'adresse <http://www.drdc-rddc.gc.ca/en/publications.page>. Ce type de livrable est toutefois accessible de façon restreinte seulement, on a donc mis un extrait en annexe B.4.

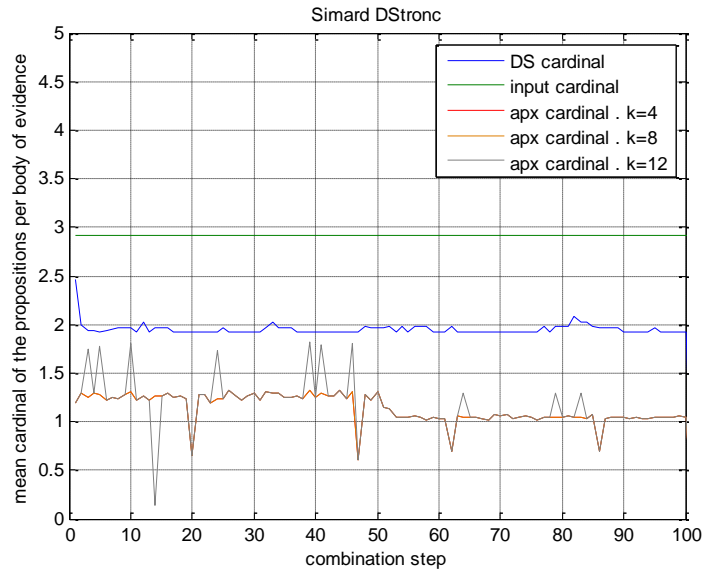


FIGURE 5.7 – Cardinal des propositions des BOEs après approximation de Simard et Valin pour  $N = 40$ ,  $M = 20$  et structure de masses de *type* 1.

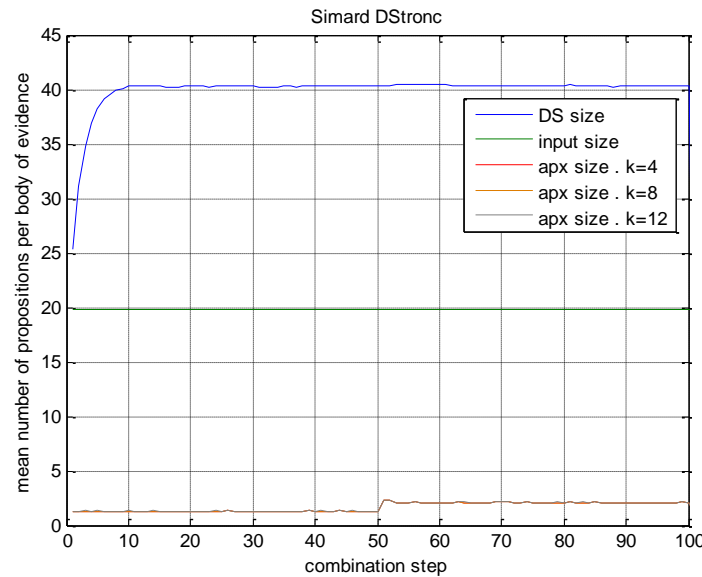


FIGURE 5.8 – Nombre de propositions des BOEs après approximation de Simard et Valin pour  $N = 40$ ,  $M = 20$  et structure de masses de *type* 1.

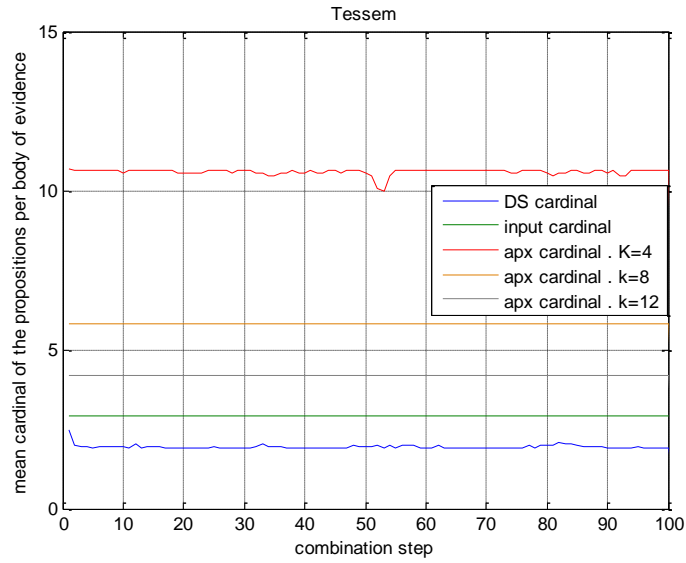


FIGURE 5.9 – Cardinal des propositions des BOEs après approximation de Tessem pour  $N = 40$ ,  $M = 20$  et structure de masses de *type* 1.

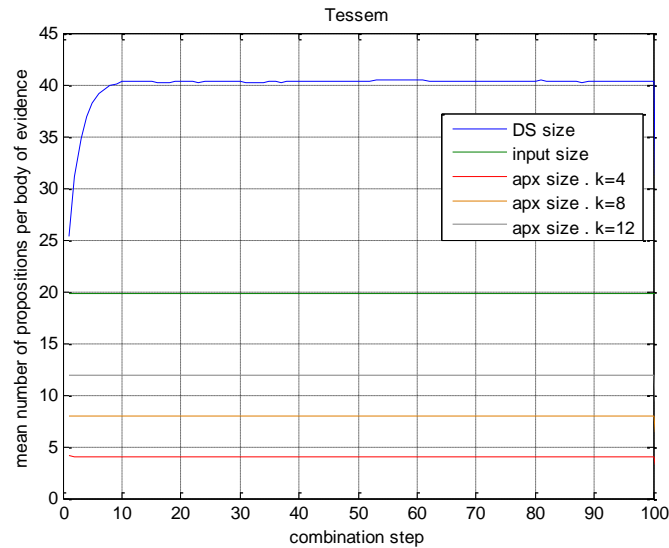


FIGURE 5.10 – Nombre de propositions des BOEs après approximation de Tessem pour  $N = 40$ ,  $M = 20$  et structure de masses de *type* 1.

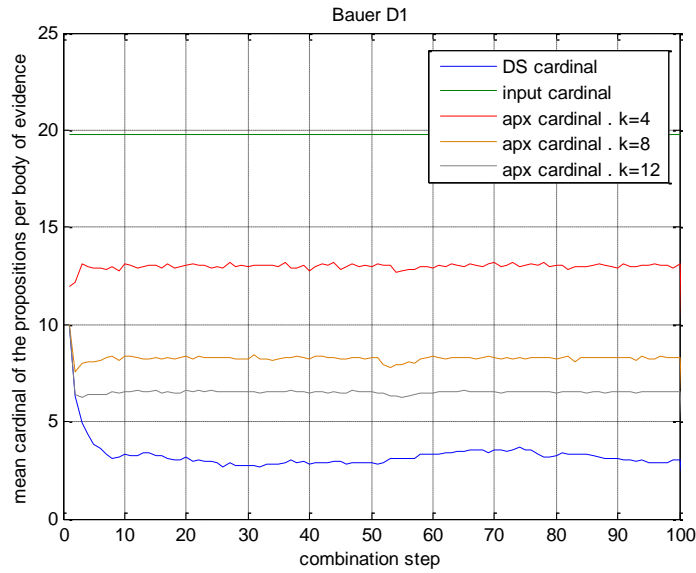


FIGURE 5.11 – Cardinal des propositions des BOEs après approximation de Bauer pour  $N = 40$ ,  $M = 20$  et structure de masses de *type 2*.

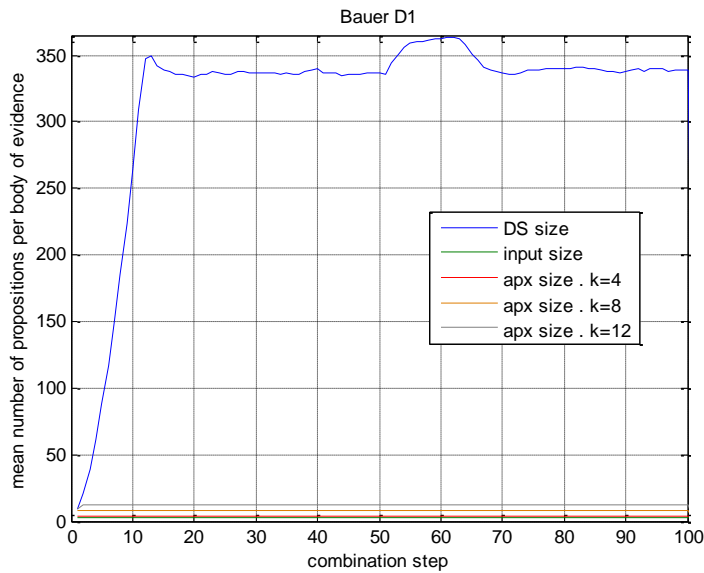


FIGURE 5.12 – Nombre de propositions des BOEs après approximation de Bauer pour  $N = 40$ ,  $M = 20$  et structure de masses de *type 2*.

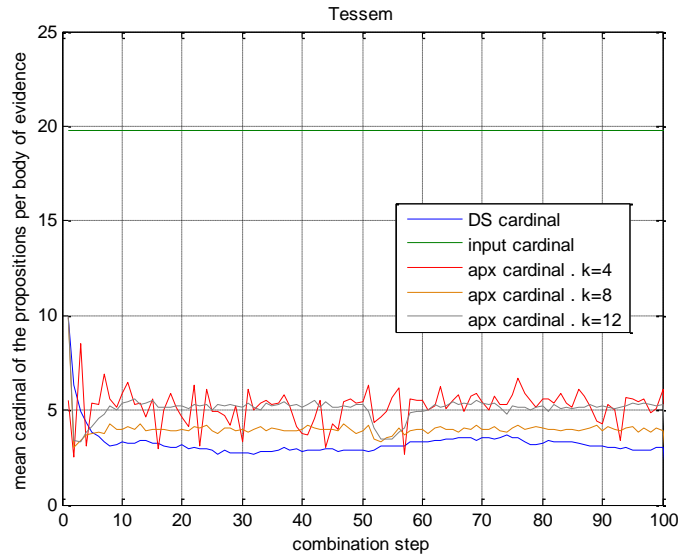


FIGURE 5.13 – Cardinal des propositions des BOEs après approximation de Tessem pour  $N = 40$ ,  $M = 20$  et structure de masses de *type 2*.

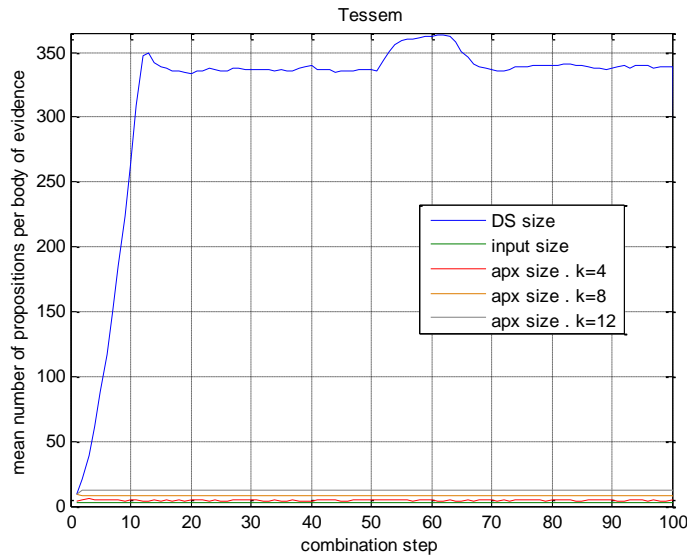


FIGURE 5.14 – Nombre de propositions des BOEs après approximation de Tessem pour  $N = 40$ ,  $M = 20$  et structure de masses de *type 2*.

Notez que les valeurs inférieures à l'unité obtenues, en particulier à la figure 5.7 est due à l'implémentation logicielle. Effectivement, il est illogique d'obtenir de telle valeur en réalité, mais dans l'implémentation la moyenne a été faite de façon automatisé et a potentiellement inclut des ensembles provisoirement vide. L'impact de cette méthode est toutefois très limitée et n'influencent pas nos conclusions qui demeurent valides.

### 5.1.5.2 Évaluation des métriques

#### Cas d'exploration 1

Les tables 5.4 et 5.5 présentent les valeurs de distance et de temps d'exécution pour un cas de modèle libre de la DSMT.

**BOE<sub>1</sub>**  $m_1(\text{id3}) = i/10$ ,  $m_1(\text{id1} \cup \text{id2} \cup \text{id3}) = 1 - i/10$   
pour  $i$  allant de 1 à 9.

**BOE<sub>2</sub>**  $m_2(\text{id3}) = 0.8$ ,  $m_2(\text{id1} \cup \text{id2} \cup \text{id3}) = 0.2$

Pour  $i = 8$  on s'attend à une distance nulle puisque dans ce cas les deux jeux de masses sont identiques  $m_1 = m_2$ .

Les métriques notées *Tessem DS* ou *Tessem DS<sub>m</sub>* correspondent à celles émise en [89] et reprises par Bauer (cf. Eqn. (3.3)). La métrique de *Tessem* fait usage de la transformation pignistique classique (TPC) (cf. Section 1.1.7) et donc, elle ne sont pas définies pour la DSMT. Son adaptation vers la DSMT fait plutôt usage de la transformation pignistique généralisée (TPG) (cf. Section 1.2.3) tel que prescrit par [80] et fonctionne sous la  $D^\ominus$ .

TABLE 5.4 – Valeurs de distance pour la série de paires de BOEs décrites pour le cas d'exploration 1

	<b>i = 1</b>	<b>i = 2</b>	<b>i = 3</b>	<b>i = 4</b>	<b>i = 5</b>	<b>i = 6</b>	<b>i = 7</b>	<b>i = 8</b>	<b>i = 9</b>
Jousselme	0.458	0.393	0.327	0.262	0.196	0.131	0.065	0	0.065
mJI	0	0	0	0	0	0	0	0	0
DHE	0.495	0.424	0.354	0.283	0.212	0.141	0.071	0	0.071
DSU	0.3	0.257	0.214	0.171	0.129	0.086	0.043	0	0.043
Tessem DS	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Tessem DS <sub>m</sub>	0.3	0.257	0.214	0.171	0.129	0.086	0.043	0	0.043

Les résultats obtenus pour cet exemple montrent que la DSU n'est pas en mesure de considérer correctement la distribution de la masse. À moins d'effectuer un ajustement, on préférera donc une alternative à cette métrique pour nos besoins. Par contre, la DHE, la distance de Jousselme, et la mJI donnent des résultats symétriques autour de BOEs égaux. Autrement dit, en observant les distances dans la table 5.4, les valeurs pour  $i = 7$  et 9 sont égales. Pour l'étape  $i = 8$ , toutes les métriques donnent la valeur attendue.



TABLE 5.5 – Durée du temps d’exécution en secondes pour la série de paires de BOEs décrite pour le cas d’exploration 1

	<b>i = 1</b>	<b>i = 2</b>	<b>i = 3</b>	<b>i = 4</b>	<b>i = 5</b>	<b>i = 6</b>	<b>i = 7</b>	<b>i = 8</b>	<b>i = 9</b>
Jousselme	0.241	0.043	0.043	0.043	0.043	0.040	0.041	0.040	0.041
mJI	0.192	0.107	0.108	0.103	0.103	0.103	0.106	0.106	0.104
DHE	0.027	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.010
DSU	0.078	0.008	0.007	0.007	0.006	0.006	0.007	0.006	0.006
Tessem DS	0.105	0.024	0.021	0.022	0.021	0.021	0.021	0.021	0.021
Tessem DSm	0.237	0.092	0.089	0.090	0.089	0.088	0.089	0.105	0.089

Finalement, pour la métrique de Tessem (cf. Section 3.1.4.1), on obtient les mêmes valeurs, que les calculs soient effectués sous la DST ou la DSmT. On s’attendait à des valeurs différentes puisque cette métrique comporte un calcul de transformée pignistique, un calcul qui diffère pourtant entre la DST et la DSmT.

La table 5.5 montre un temps d’exécution relativement stable pour une même métrique. Comme on pouvait s’y attendre, on observe de forts accroissements de la durée du temps d’exécution (pouvant aller du simple au double, voire au quadruple) en passant du cadre de la DST à celui de la DSmT.

Remarquez que les valeurs de la première colonne de la table 5.5 par exemple, nous donne une grande variation par rapport aux données de la colonne subséquente. Cela est une particularité due à l’implémentation logicielle uniquement, et qui n’affecte pas nos conclusions. Dans ce cas-ci, la comptabilisation du temps d’exécution inclut des étapes d’initialisation qui ont pris un temps supplémentaire.

### Cas d’exploration 2

Ce cas est effectué sous le modèle libre DSm, sauf pour la mesure Tessem DS qui sont utilisées sous le modèle de Dempster-Shafer. La table 5.6 présente les valeurs de distances pour les jeux de masses suivants :

$$\mathbf{BOE}_1 \quad m_1(\text{id2}) = 0.8, m_1(\text{id1} \cup \text{id2} \cup \text{id3}) = 0.2$$

$$\mathbf{BOE}_2^A \quad m_2^A(\text{id2}) = 0.8, m_2^A(\text{id1} \cup \text{id2} \cup \text{id3}) = 0.2$$

$$\mathbf{BOE}_2^B \quad m_2^B(\text{id2}) = 0.7, m_2^B(\text{id2} \cup \text{id3}) = 0.1, m_2^B(\text{id1} \cup \text{id2} \cup \text{id3}) = 0.2$$

$$\mathbf{BOE}_2^C \quad m_2^C(\text{id2}) = 0.6, m_2^C(\text{id2} \cup \text{id3}) = 0.2, m_2^C(\text{id1} \cup \text{id2} \cup \text{id3}) = 0.2$$

$$\mathbf{BOE}_2^D \quad m_2^D(\text{id2}) = 0.7, m_2^D(\text{id2} \cap \text{id3}) = 0.1, m_2^D(\text{id1} \cup \text{id2} \cup \text{id3}) = 0.2$$

$$\mathbf{BOE}_2^E \quad m_2^E(\text{id2}) = 0.6, m_2^E(\text{id2} \cap \text{id3}) = 0.2, m_2^E(\text{id1} \cup \text{id2} \cup \text{id3}) = 0.2$$

$$\mathbf{BOE}_2^F \quad m_2^F(\text{id2}) = 0.6, m_2^F(\text{id2} \cap \text{id3}) = 0.1, m_2^F(\text{id2} \cup \text{id3}) = 0.1, m_2^F(\text{id1} \cup \text{id2} \cup \text{id3}) = 0.2$$

$$\mathbf{BOE}_2^G \quad m_2^G(\text{id2}) = .1, m_2^G(\text{id2} \cap \text{id3}) = .6, m_2^G(\text{id2} \cup \text{id3}) = .1, m_2^G(\text{id1} \cup \text{id2} \cup \text{id3}) = .2$$

$$\mathbf{BOE}_2^H \quad m_2^H(\text{id2}) = .1, m_2^H(\text{id2} \cap \text{id3}) = .1, m_2^H(\text{id2} \cup \text{id3}) = .6, m_2^H(\text{id1} \cup \text{id2} \cup \text{id3}) = .2$$

 TABLE 5.6 – Valeurs de distances pour la série de paires  $(\mathbf{BOE}_1, \mathbf{BOE}_2^\bullet)$ 

mesure $(\mathbf{BOE}_1, \bullet)$	$\mathbf{BOE}_2^A$	$\mathbf{BOE}_2^B$	$\mathbf{BOE}_2^C$	$\mathbf{BOE}_2^D$	$\mathbf{BOE}_2^E$	$\mathbf{BOE}_2^F$	$\mathbf{BOE}_2^G$	$\mathbf{BOE}_2^H$
Jousselme	0	0.0577	0.1155	0.0707	0.1414	0.1	0.4397	0.3674
mJI	0	0.7071	0.7071	0.7071	0.7071	1.1547	1.1547	1.1547
DHE	0	0.5212	0.4831	0.0707	0.1414	0.5462	0.7627	0.4262
DSU	0	0.0333	0.0667	0.05	0.1	0.06667	0.3167	0.2
Tessem DS	0	0.1333	0.16	0.1333	0.16	0.16	0.2933	0.2933
Tessem DSm	0	0.0333	0.0667	0.1	0.2	0.1333	0.6333	0.3
	0	0.0333	0.0667	0.05	0.1	0.06667	0.3167	0.2

- Tel qu’attendu, les métriques pour  $(\mathbf{BOE}_1, \mathbf{BOE}_2^A)$  sont toutes de zéro.
- Les métriques devraient décroître lorsque l’on passe de  $(\mathbf{BOE}_1, \mathbf{BOE}_2^B)$  à  $(\mathbf{BOE}_1, \mathbf{BOE}_2^C)$ . Il en est de même lorsque l’on va de  $(\mathbf{BOE}_1, \mathbf{BOE}_2^D)$  à  $(\mathbf{BOE}_1, \mathbf{BOE}_2^E)$ , et de  $(\mathbf{BOE}_1, \mathbf{BOE}_2^F)$  à  $(\mathbf{BOE}_1, \mathbf{BOE}_2^G)$  ou  $(\mathbf{BOE}_1, \mathbf{BOE}_2^H)$ . En termes mathématiques :
  - mesure  $(\mathbf{BOE}_1, \mathbf{BOE}_2^B) >$  mesure  $(\mathbf{BOE}_1, \mathbf{BOE}_2^C)$
  - mesure  $(\mathbf{BOE}_1, \mathbf{BOE}_2^D) >$  mesure  $(\mathbf{BOE}_1, \mathbf{BOE}_2^E)$
  - mesure  $(\mathbf{BOE}_1, \mathbf{BOE}_2^F) >$  mesure  $(\mathbf{BOE}_1, \mathbf{BOE}_2^G)$
  - mesure  $(\mathbf{BOE}_1, \mathbf{BOE}_2^F) >$  mesure  $(\mathbf{BOE}_1, \mathbf{BOE}_2^H)$
- Pour les cas plus intéressants de  $(\mathbf{BOE}_1, \mathbf{BOE}_2^F)$  versus  $(\mathbf{BOE}_1, \mathbf{BOE}_2^G)$ , et de  $(\mathbf{BOE}_1, \mathbf{BOE}_2^F)$  versus  $(\mathbf{BOE}_1, \mathbf{BOE}_2^H)$ , la distance peut être plus petite ou équivalente selon la métrique choisie.
- Théoriquement, on peut voir que la distribution de masse est plus concentrée dans le cas  $\mathbf{BOE}_2^G$  qui est plus spécifique que  $\mathbf{BOE}_2^H$ . La masse plus petite pour l’élément [id2] (un singleton) maintient une partie commune avec [id2] lorsqu’une partie de la masse de [id2] est envoyée vers [id2  $\cap$  id3]. C’est le cas pour  $\mathbf{BOE}_2^G$  comparativement à  $\mathbf{BOE}_2^H$ , où la masse plus faible de [id2] va principalement à [id2  $\cup$  id3].
- On peut espérer avoir une plus petite valeur de distance pour  $(\mathbf{BOE}_1, \mathbf{BOE}_2^H)$  puisqu’une part de la masse distribuée à [id2  $\cup$  id3] ne fait pas partie de [id2] comme le montre la figure 5.15.

La semi-métrique DSU donne des résultats égaux pour les cas  $(\mathbf{BOE}_1, \mathbf{BOE}_2^G)$  ou  $(\mathbf{BOE}_1, \mathbf{BOE}_2^H)$ . Pour les autres métriques testées, on obtient des valeurs inférieures pour  $(\mathbf{BOE}_1, \mathbf{BOE}_2^H)$ . On observe un comportement similaire lorsque l’on fait la comparaison des paires  $((\mathbf{BOE}_1, \mathbf{BOE}_2^B), (\mathbf{BOE}_1, \mathbf{BOE}_2^D))$  et  $((\mathbf{BOE}_1, \mathbf{BOE}_2^C), (\mathbf{BOE}_1, \mathbf{BOE}_2^E))$  : pour une distribution de masse similaire, obtenue quand la masse est attribuée à la disjonction, la distance résultante est inférieure à celle lorsque la masse est mise à la conjonction. Toutes

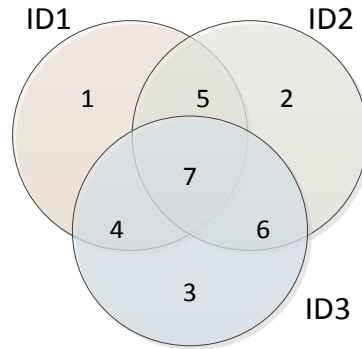


FIGURE 5.15 – Diagramme de Venn montrant les 7 parties d'un cadre de discernement de taille 3 avec le modèle DS<sub>m</sub> libre.

choses étant égales par ailleurs, lorsque l'on a plus de masse sur la conjonction, plutôt que la disjonction (ou l'ensemble de cardinalité supérieur ou l'ensemble parent de l'ensemble ayant la conjonction), on a une distance plus faible donc une meilleure situation.

La figure 5.15 montre les 7 parties possibles avec un cadre de discernement de cardinalité 3. On peut voir que lorsque la masse est assignée à l'intersection de **id2** et **id3**, cette masse va dans les parties 6 et 7, qui sont incluses dans **id2** (et **id3**). Toutefois, lorsque la masse est assignée à l'union de **id2** et **id3**, certaines parties de la masse vont dans des parties qui ne sont pas dans **id2**, telles les parties 3 et 4 qui sont en dehors de **id2**. On s'attend donc naturellement à obtenir une plus grande distance lorsque les masses sont réparties à l'union plutôt qu'à l'intersection.

### Conclusions

Les deux cas étudiés montrent qu'il est préférable d'avoir des ensembles comprenant les mêmes *id* afin d'obtenir une distance plus faible. Autrement, on préférera avoir un nombre minimal d'ensembles pour minimiser la dispersion de la masse sur des ensembles n'ayant pas de parties communes avec celles visées. S'il n'y a pas de partie commune, il est préférable d'avoir la masse sur un ensemble disjonctif, sur un ensemble parent<sup>50</sup>, qui lui contiendra des parties communes. Aussi, il est préférable d'avoir la masse sur des disjonctions les plus spécifiques possibles, en d'autres mots, de cardinal le plus petit. Ainsi, on tente de minimiser la partie de la masse mise sur des ensembles de disjonction afin d'éviter une répartition de masse sur un trop grand nombre de parties non communes. La masse allouée à un ensemble conjonctif inclus dans l'ensemble visé est préférable à celui qui n'a pas de partie commune. Dans le contexte

<sup>50</sup>. C'est-à-dire un ensemble de hiérarchie supérieure. (cf. Glossaire) Par exemple,  $A$  est l'ensemble parent de  $A \cap C$ .

de développement de méthodes d'approximation, ces indications sont très utiles. Les analyses menées nous conduisent à préférer la distance de Jousselme adaptée à la DSMT, ou la distance de Hamming pour les évidences (DHE) qui est très rapide à calculer.

## 5.2 Application au cas de classification d'allégeance

On présente dans cette section les résultats de simulation pour le cas d'application décrit à la section 2.1.

### 5.2.1 Sommaire des cas de classification d'allégeance présentés

TABLE 5.7 – Cas de classification d'allégeance publié

Cas tiré de [38]	
Durée d'exécution, DSmH	cf. Fig. 5.16
Taux de bonnes décisions, DSmH, $klx$	cf. Fig. 5.17

TABLE 5.8 – Cas de classification d'allégeance

		Durée d'exécution		TBD	di.
		C.A.	dé.		
Cas 3, DST	sans métrique	cf. Fig. 5.18		cf. Fig. 5.19	
	Jousselme	cf. Fig. 5.20	cf. Fig. 5.21		cf. Fig. 5.22
	DHE	cf. Fig. 5.23	cf. Fig. 5.24		cf. Fig. 5.25
Cas 3, DSmT	sans métrique	cf. Fig. 5.26		cf. Fig. 5.27	
	Jousselme	cf. Fig. 5.28	cf. Fig. 5.29		cf. Fig. 5.30
	DHE	cf. Fig. 5.31	cf. Fig. 5.32		cf. Fig. 5.33
Cas 4, DST	sans métrique	cf. Fig. 5.34		cf. Fig. 5.35	
	Jousselme	cf. Fig. 5.36	cf. Fig. 5.37		cf. Fig. 5.38
	DHE	cf. Fig. 5.39	cf. Fig. 5.40		cf. Fig. 5.41

C.A. signifie combinaison et approximation ; dé. pour décision ; TBD, pour taux de bonnes décisions ; di. pour distance

TABLE 5.9 – Cas de classification d'allégeance

Table des durées d'exécution	
Cas 3, DST	cf. Tab. 5.10
Cas 4, DST	cf. Tab. 5.11
Cas 3, DSmT	cf. Tab. 5.12
Cas 5, $ \Theta  = 4$ , DSmT	cf. Tab. 5.13

Les figures 5.46, 5.47, 5.48, et tables 5.14 et 5.15 concernent l'exploration de l'usage de la méthode d'optimisation de Nelder-Mead.

### 5.2.2 Résultats publiés

Les résultats présentés dans cette section ont été publiés en [38]. La figure 5.16 met en évidence le temps d'exécution moyen de l'étape de combinaison et d'approximation pour un cas réaliste, avec un paramètre  $k \leq 5$ . On note que les valeurs étaient plus faibles avec approximation plutôt que sans approximation car avec  $k \leq 5$ , l'approximation devient trop sévère. La figure 5.17 montre les taux de bonnes décisions pour différentes combinaisons de paramètres d'approximation  $klx$  ainsi qu'un cas qui n'utilise pas d'algorithme d'approximation. Avec une valeur de  $k = 5$ , ou un peu plus, on a toujours obtenu un taux de bonnes décisions supérieur au cas sans approximation. On obtient donc non seulement une méthode de combinaison plus rapide, mais aussi de meilleurs taux de bonnes décisions. Cette remarque n'est pas valide si l'on utilise l'approximation de Lowrance, et est limitée aux cas explorés avec DSMT.

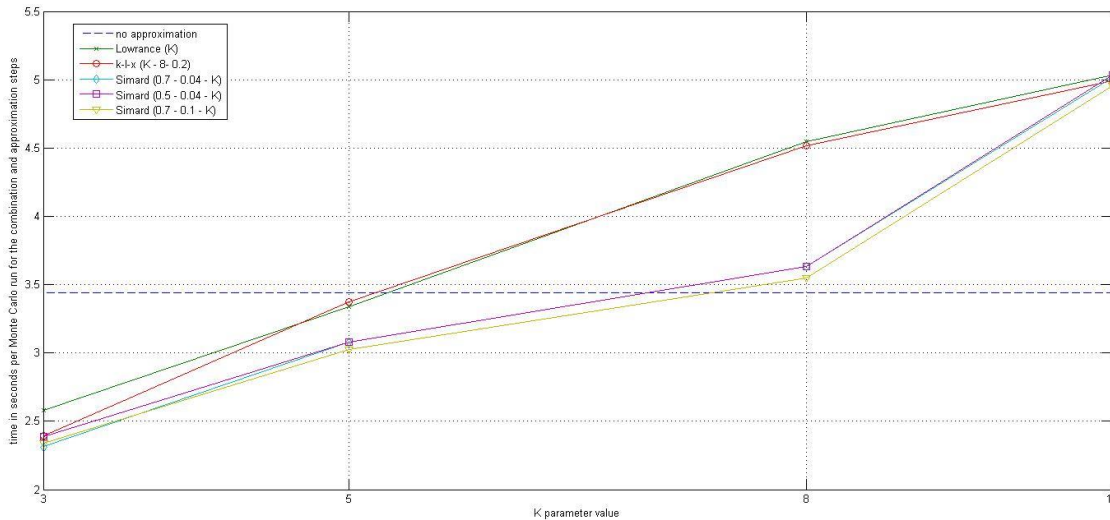


FIGURE 5.16 – Temps d'exécution en secondes par cycle Monte Carlo pour l'étape de combinaison DSMT et d'approximation.

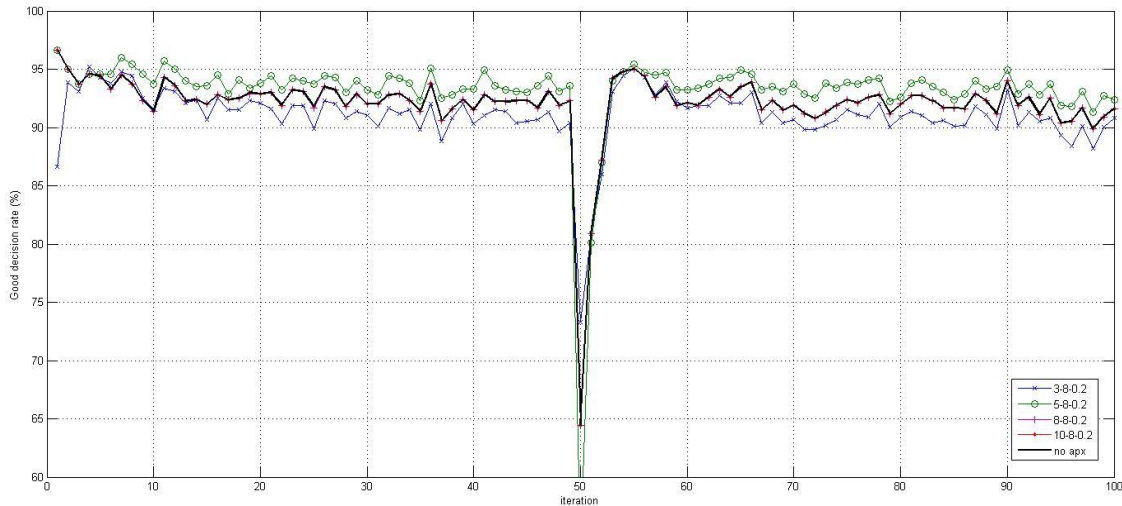


FIGURE 5.17 – Taux de bonnes décisions pour un combinaison DS<sub>m</sub>H en utilisant l’approximation  $k - l - x$  ( $k = 3, 5, 8, 10 - l = 8 - x = 0.2$ ).

### 5.2.3 Résultats et analyse de deux cas

#### 5.2.3.1 Description des cas étudiés

##### Cas d’exploration 3 : exploitation d’un ESM dans le cadre de la DST

Ce cas utilise un ESM simple, comme dans [21, 33]. Sur exactement les mêmes données générées, une suite d’une vingtaine de simulations différentes a été faite sur un cas qui n’utilise pas d’approximation. Ce lot de 21 simulations a été exécuté trois fois : avec la distance de Joussemme, avec la DHE, et l’autre n’utilisant pas de métrique.

On cherche par ces simulations à établir, entre autres, le niveau de l’impact en terme du temps d’exécution, par l’ajout d’une métrique pour corps d’évidence. Cela permet également d’avoir le temps d’exécution de la procédure dans des cas réels. En effet, il est possible de prendre des mesures de distance lors de simulations, mais dans le monde réel, l’évaluation d’une distance par rapport à un GT n’est pas possible et ne serait pas effectuée. C’est ainsi que le cas sans métrique, permet à la fois d’avoir un estimé plus réaliste du temps d’exécution, ainsi qu’une base de comparaison pour les cas sur lesquels on applique une métrique.

Chacune de ces simulations consiste en une centaine de cycles Monte Carlo, chacune comportant une centaine d’étapes de combinaison. À chaque étape de combinaison (ou itération) la nouvelle information est combinée avec celle issue de la combinaison précédente. Le résultat de la combinaison est approximée avec la méthode  $klx$ . Une combinaison différente de valeurs pour les paramètres  $k$ ,  $l$  et  $x$  est utilisée pour chaque simulation. Une série de calculs est effectuée consistant en l’évaluation du taux de bonnes décisions, les valeurs de probabilité

pignistique, la distance entre les résultats de combinaison approximée et le GT, et la mesure du temps d'exécution. Ces calculs sont faits à chaque étapes à partir des données obtenues sur tous les cycles Monte-Carlo.

Cette expérimentation a été réalisée pour un cadre de discernement de taille 3, où la certitude et la précision sont toutes les deux de 0.80. Le reste de la masse est toujours placée sur l'ensemble d'ignorance totale. Un processus de filtrage attribue un minimum de masse à l'ignorance totale de 0.04. Le GT alterne de l'ensemble **id1** à **id3** à partir de la 50ième étape de combinaison, soit à mi-simulation. Après une première simulation sans utilisation d'approximation, la méthode *klx* a ensuite été employée de vingt de façons différentes. On a utilisé  $k=3$ ,  $l=4,5,6,7,8,9$ ,  $x=0.2,0.4$  ce qui donne une douzaine de cas différents, puis avec  $k=5$ ,  $l=6,7,8,9$ ,  $x=0.2,0.4$  nous donnant les huit cas restant, pour un grand total de 21 différentes simulations.

#### Cas d'exploration 4 : ESM dégradé sous DST

Ce cas est conçu pour simuler un ESM endommagé. En fait, il est pratiquement identique à celui d'un ESM simple fonctionnel, outre le fait que ce capteur donnera, de façon aléatoire, le GT dans 60% (précision) des informations, avec une masse de 0.60 (certitude).

#### Remarques

- Dans la série de figures suivantes l'on présente les résultats de nos simulations pour des cas *sans métrique* i.e. sans l'utilisation d'outils de mesure dans la simulation. On cherche par là à quantifier l'impact au niveau du temps d'exécution. Les tables 5.10 et 5.11 permettent de mieux repérer les conditions où il serait préférable de choisir une distance plutôt qu'une autre.
- Comme l'utilisation d'une métrique n'affecte pas le taux de bonnes décisions, on affiche qu'une seule figure de *taux de bonnes décisions basées sur la masse la plus élevée*. cf. Figures 5.19, 5.27, et 5.35.
- Les figures 5.26 à 5.33 sont quasiment identiques aux figures 5.18 à 5.25, hormis un point où ils diffèrent : les figures 5.26 à 5.33 représentent des cas fonctionnant sous la DSMT plutôt que la DST.
- **Il est à noter que dans toutes les figures la courbe pointillée représente la courbe de résultats sans utilisation d'un algorithme d'approximation. Les courbes en bleu représentent les différentes combinaisons de paramètres *klx* pour  $k = 3$ , alors que les courbes vertes sont pour  $k = 5$ .**



### 5.2.3.2 Résultats

#### Cas d'exploration 3 : ESM exploité dans le cadre de la DST avec la règle de DS sans utilisation de métrique

Les figures 5.18, et 5.19 illustrent les résultats pour le cas d'exploration 3, avec ESM dans le cadre de la DST, sans utilisation de métrique. La figure 5.18 affiche le temps d'exécution moyen par itération pour les étapes de combinaison et d'approximation. On montre ensuite le taux de bonnes décisions basées sur la masse la plus élevée à la figure 5.19.

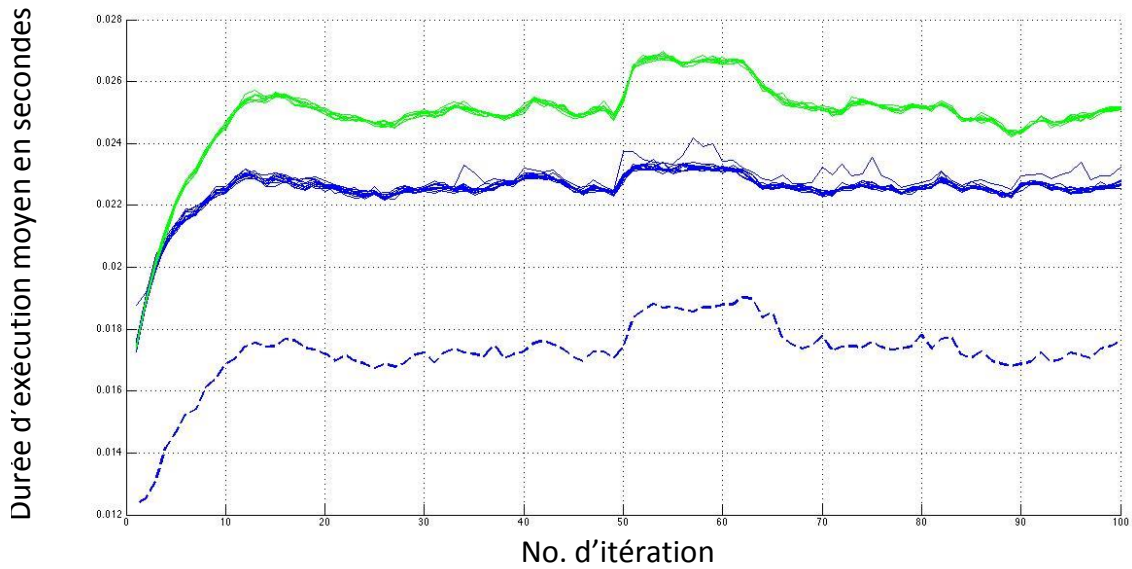


FIGURE 5.18 – Temps d'exécution (en secondes) par cycle Monte Carlo pour la règle de Dempster-Shafer et l'approximation. (DST, ESM fonctionnel)

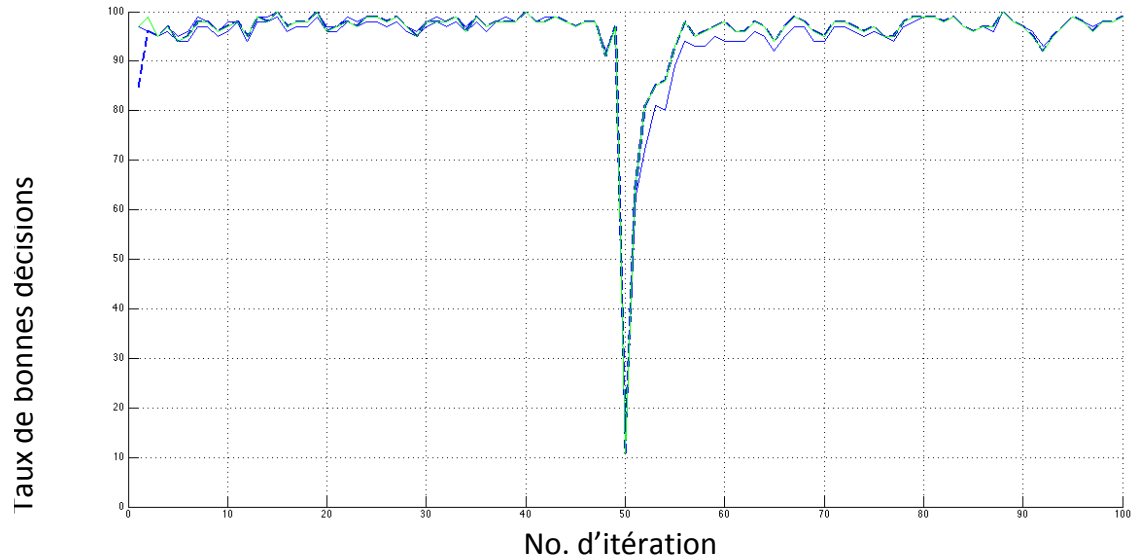


FIGURE 5.19 – Taux de bonnes décisions basées sur la masse la plus élevée. (DST, ESM fonctionnel)

### Cas d'exploration 3 : ESM exploité dans le cadre de la DST avec la règle de DS avec la distance de Jusselme

Les figures 5.20, 5.21, et 5.22 illustrent les résultats pour le cas d'exploration 3 avec ESM, sous la DST, avec utilisation de la distance de Jusselme. On a spécifiquement le temps d'exécution moyen par itération pour les étapes de combinaison et d'approximation à la figure 5.20 et pour l'étape du processus de décision à la figure 5.21. On montre ensuite les courbes de distance par itération pour une sélection de paramètres  $klx$  avec le GT à la figure 5.22.

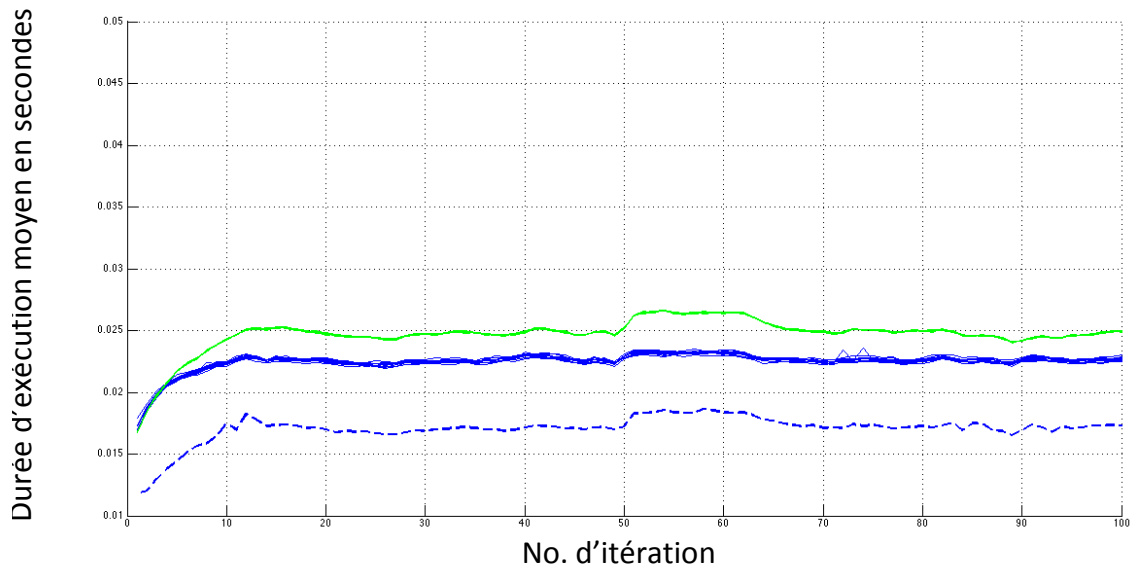


FIGURE 5.20 – Temps d'exécution moyen (en secondes) par itération de combinaison et d'approximation avec la distance de Jusselme. (DST, ESM fonctionnel)

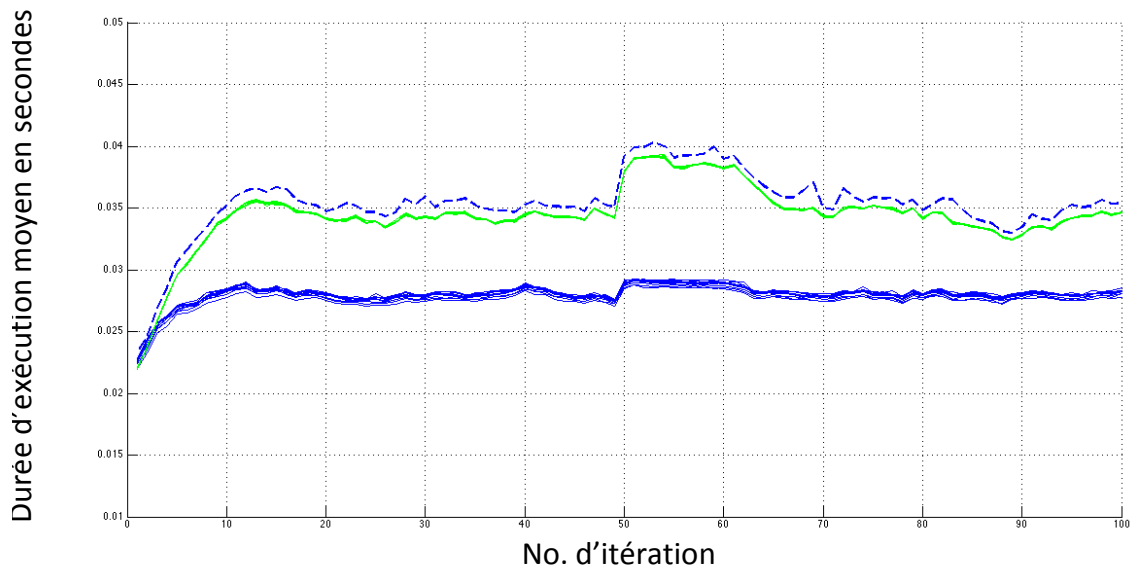


FIGURE 5.21 – Temps d'exécution moyen (en secondes) par itération pour le processus de décision avec la distance de Jusselme. (DST, ESM fonctionnel)

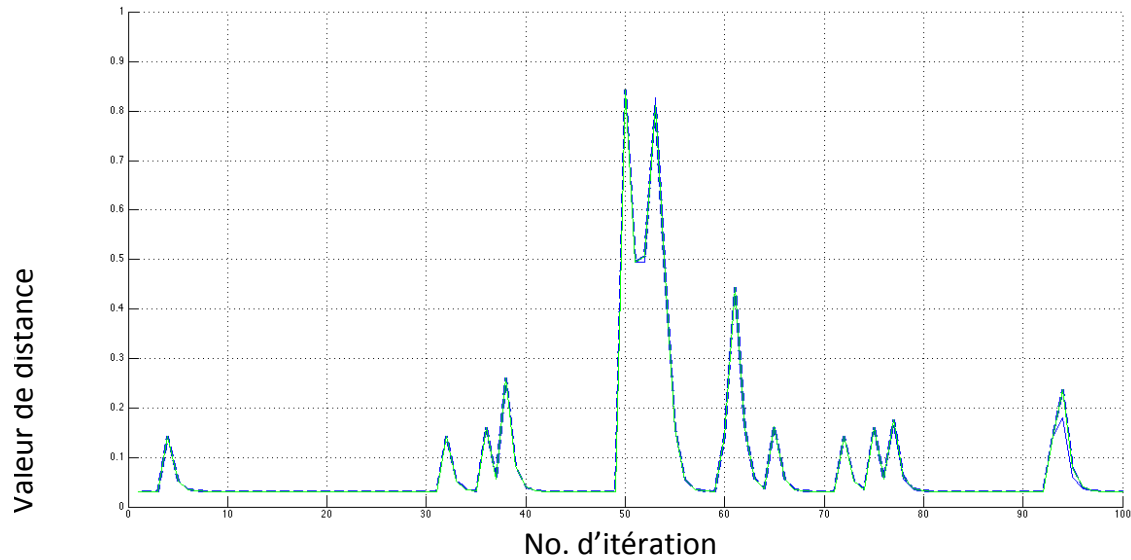


FIGURE 5.22 – Distances de Jusselme par itération pour une sélection de paramètres  $klx$  avec le GT. (DST, ESM fonctionnel)

### Cas d'exploration 3 : ESM exploité dans le cadre de la DST avec la règle de DS avec la DHE

Les figures 5.23, 5.24, et 5.25 illustrent les résultats pour le cas d'exploration 3 avec ESM, sous la DST, avec utilisation de la métrique DHE. On a spécifiquement le temps d'exécution moyen par itération pour les étapes de combinaison et d'approximation à la figure 5.23 et pour l'étape du processus de décision à la figure 5.24. On montre ensuite les courbes de distance par itération pour une sélection de paramètres  $klx$  avec le GT à la figure 5.25.

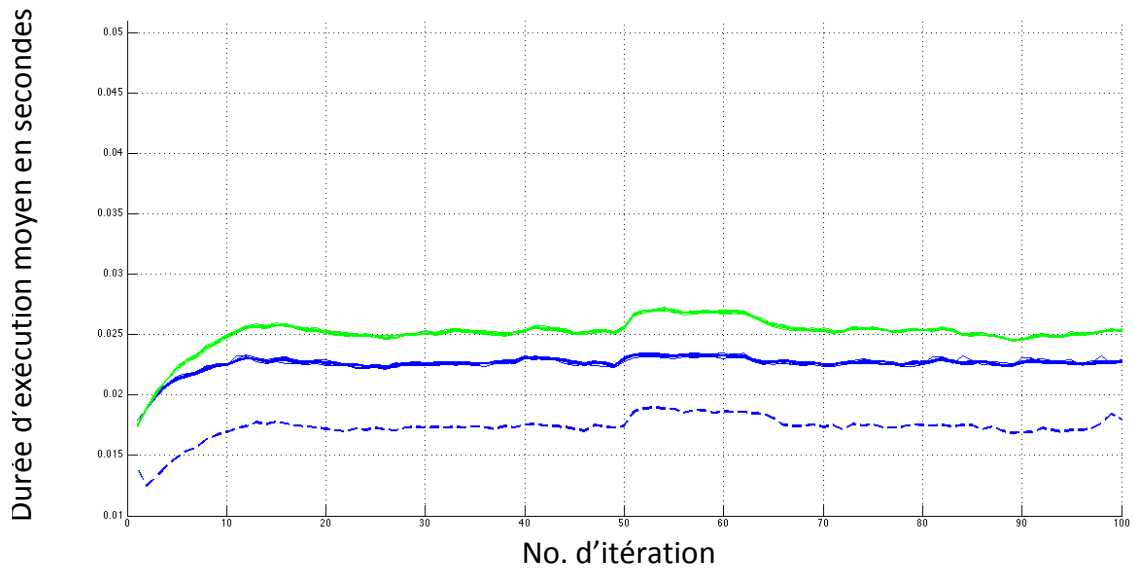


FIGURE 5.23 – Temps d'exécution moyen (en secondes) par itération de combinaison et d'approximation avec la distance DHE. (DST, ESM fonctionnel)

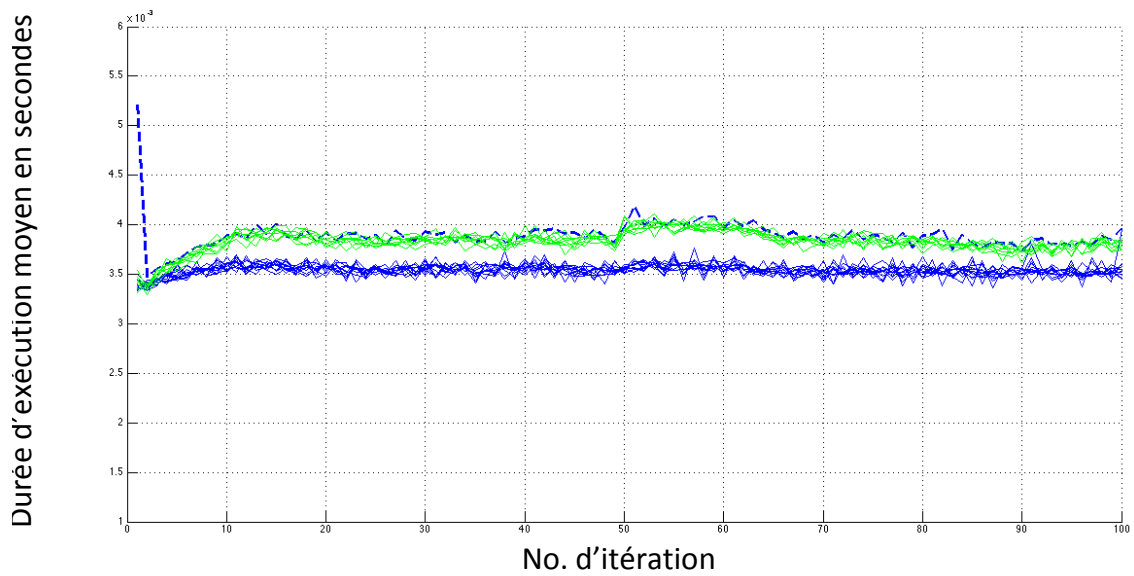


FIGURE 5.24 – Temps d'exécution moyen (en secondes) par itération pour le processus de décision avec la distance DHE. (DST, ESM fonctionnel)

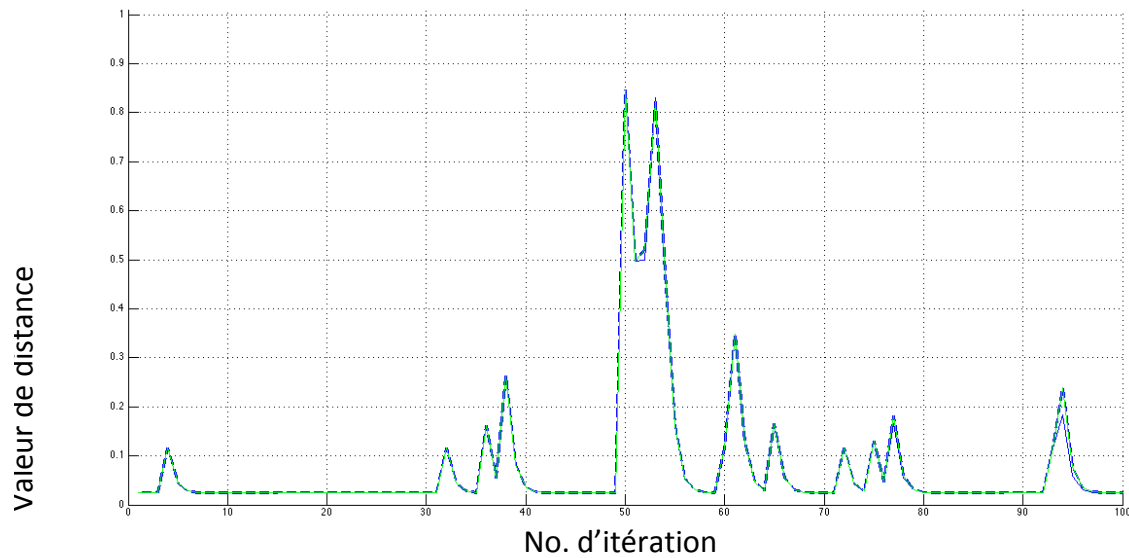


FIGURE 5.25 – Distances DHE par itération pour une sélection de paramètres  $klx$  avec le GT. (DST, ESM fonctionnel)

### Cas d'exploration 3 : ESM exploité dans le cadre de la DS<sub>m</sub>T avec la règle de DS<sub>m</sub>H sans utilisation de métrique

Les figures 5.26, et 5.27 illustrent les résultats pour le cas d'exploration 3 avec ESM, sous la DS<sub>m</sub>T, sans utilisation de métrique. On a spécifiquement le temps d'exécution moyen par itération pour les étapes de combinaison et d'approximation à la figure 5.26. On montre ensuite le taux de bonnes décisions basées sur la masse la plus élevée à la figure 5.27.

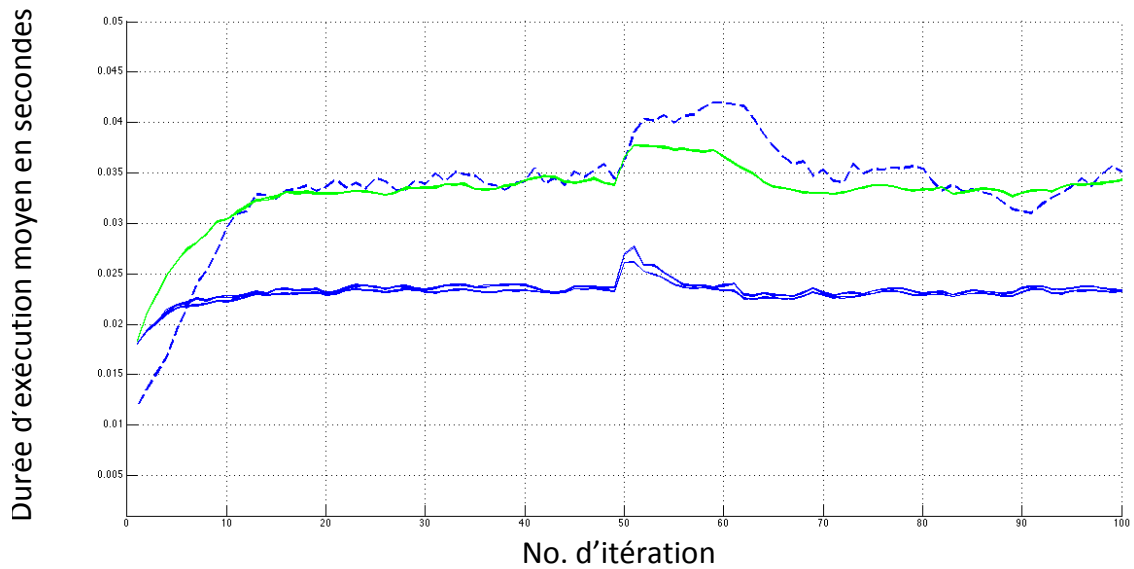


FIGURE 5.26 – Temps d'exécution moyen (en secondes) par itération de combinaison et d'approximation. (DSmT, ESM fonctionnel)

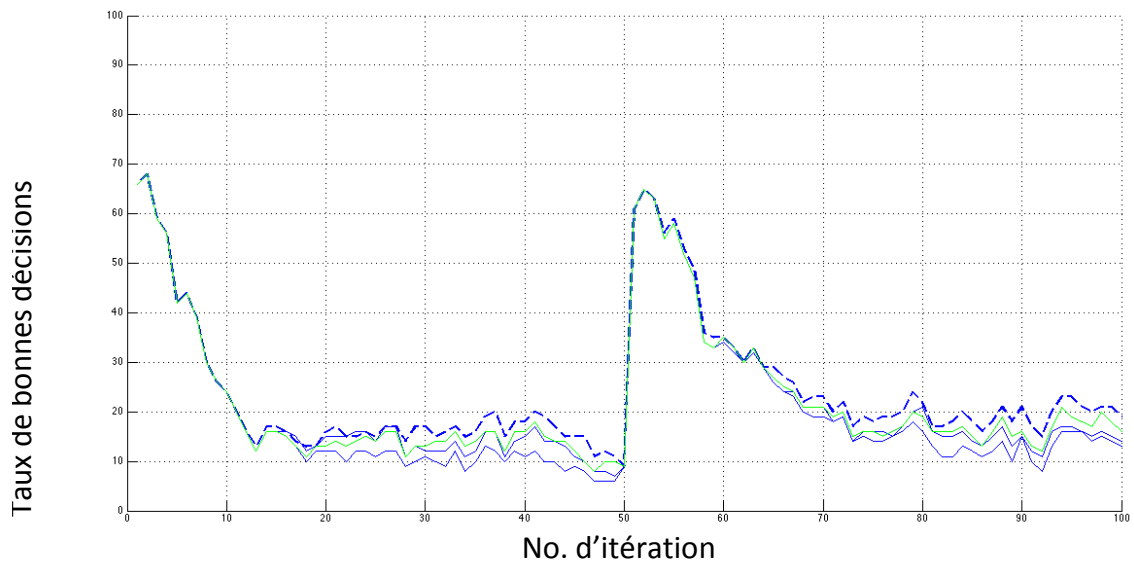


FIGURE 5.27 – Taux de bonnes décisions basées sur la masse la plus élevée. (DSmT, ESM fonctionnel)

**Cas d'exploration 3 : ESM exploité dans le cadre de la DSMT avec la règle de DSMT avec la distance de Josselme**

Les figures 5.28, 5.29, et 5.30 illustrent les résultats pour le cas d'exploration 3 avec ESM, sous la DSMT, avec utilisation de la distance de Josselme. On a spécifiquement le temps d'exécution moyen par itération pour les étapes de combinaison et d'approximation à la figure 5.28 et pour l'étape du processus de décision à la figure 5.29. On montre ensuite les courbes de distance par itération pour une sélection de paramètres  $klx$  avec le GT à la figure 5.30.

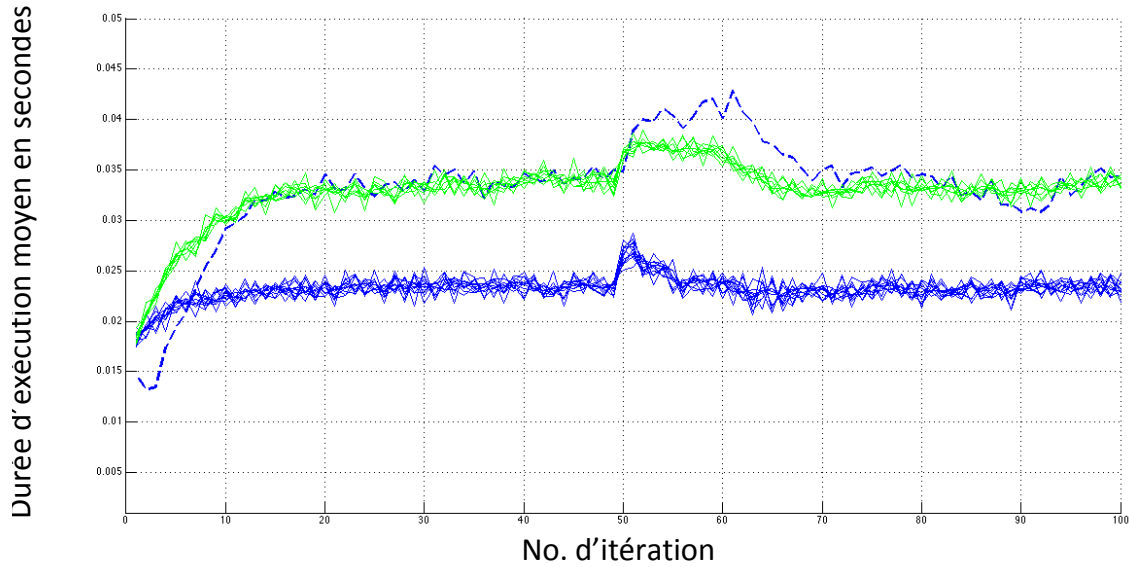


FIGURE 5.28 – Temps d'exécution moyen (en secondes) par itération de combinaison et d'approximation avec la distance de Josselme. (DSMT, ESM fonctionnel)



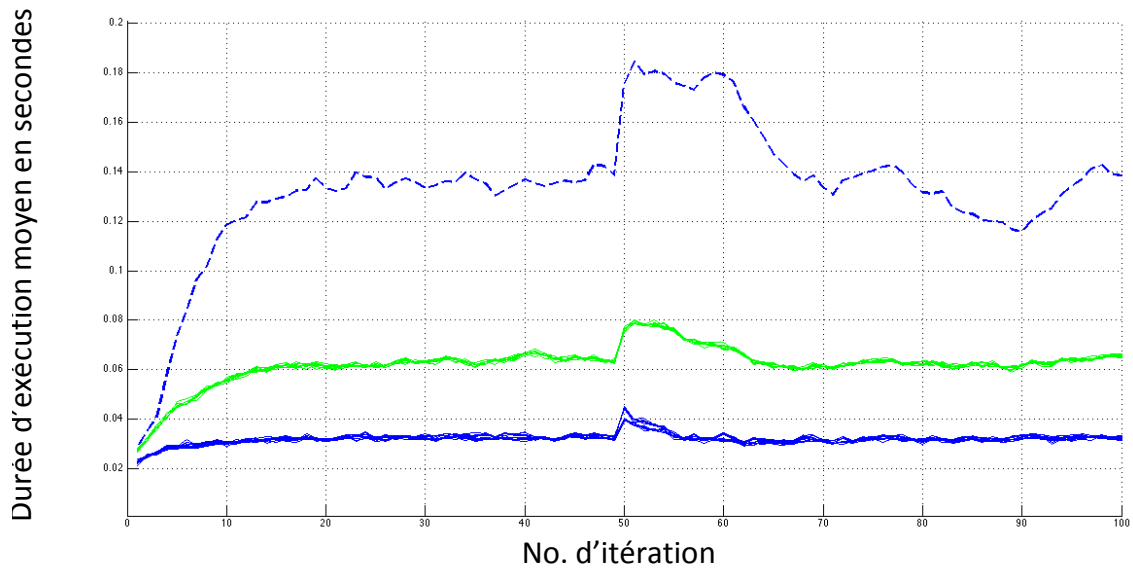


FIGURE 5.29 – Temps d'exécution moyen (en secondes) par itération pour le processus de décision avec la distance de Josselme. (DSmT, ESM fonctionnel)

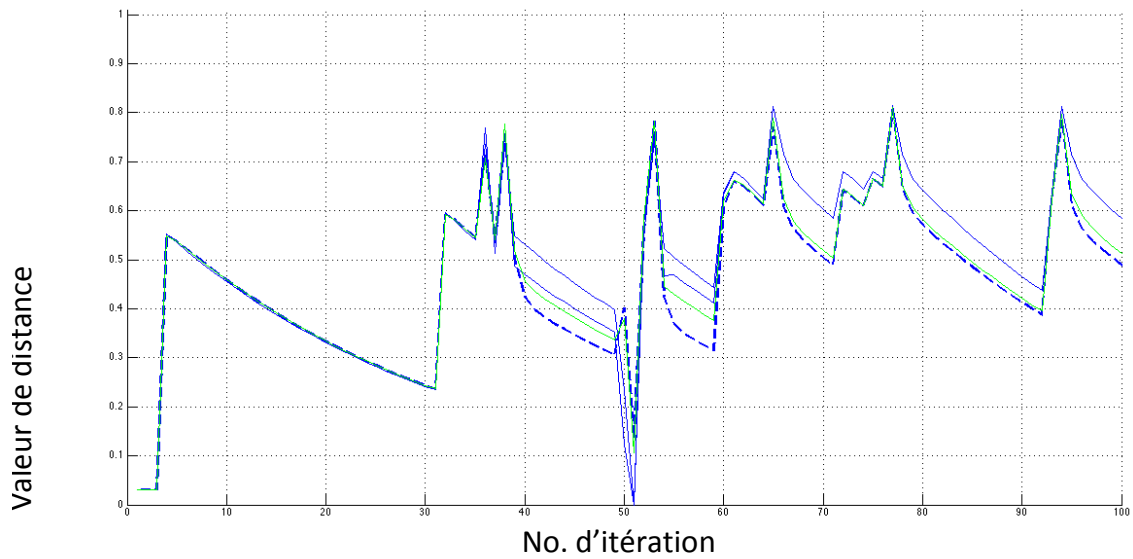


FIGURE 5.30 – Distances de Josselme par itération pour une sélection de paramètres  $k_{lx}$  avec le GT. (DSmT, ESM fonctionnel)

**Cas d'exploration 3 : ESM exploité dans le cadre de la DSMT avec la règle de DSMT avec la DHE**

Les figures 5.31, 5.32, et 5.33 illustrent les résultats pour le cas d'exploration 3 avec ESM, sous la DSMT, avec utilisation de la métrique DHE. On a spécifiquement le temps d'exécution moyen par itération pour les étapes de combinaison et d'approximation à la figure 5.31 et pour l'étape du processus de décision à la figure 5.32. On montre ensuite les courbes de distance par itération pour une sélection de paramètres  $klx$  avec le GT à la figure 5.33.

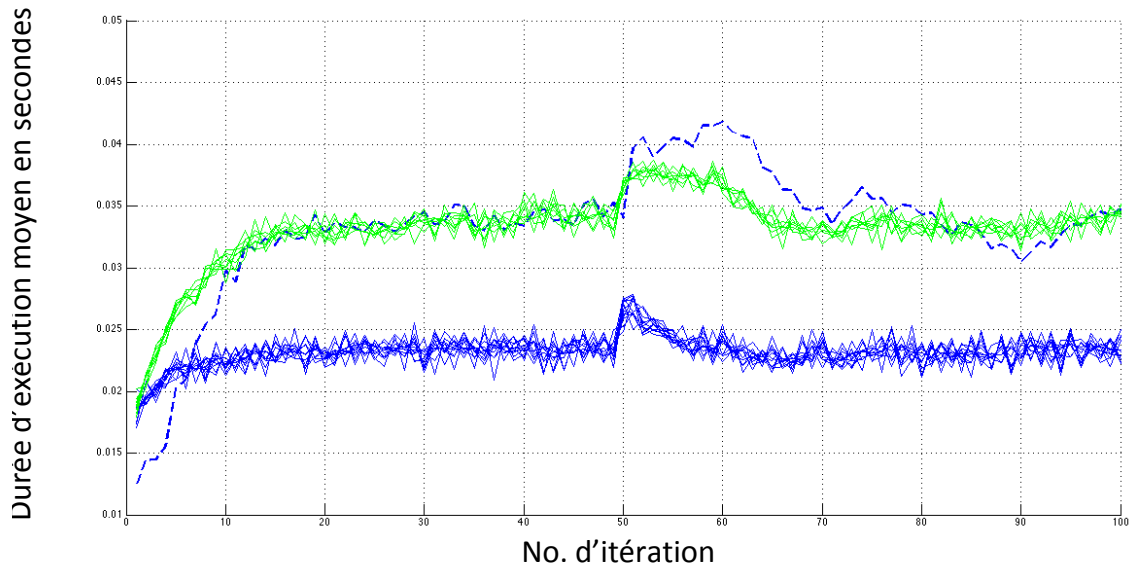


FIGURE 5.31 – Temps d'exécution moyen (en secondes) par itération de combinaison et d'approximation avec la distance DHE. (DSMT, ESM fonctionnel)

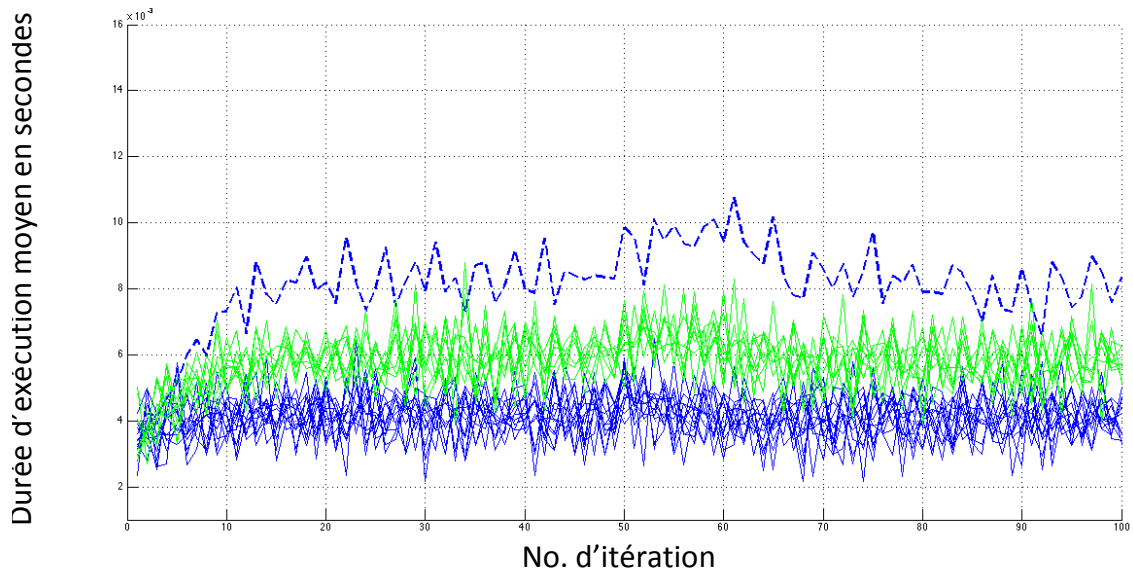


FIGURE 5.32 – Temps d'exécution moyen (en secondes) par itération pour le processus de décision avec la distance DHE. (DSmT, ESM fonctionnel)

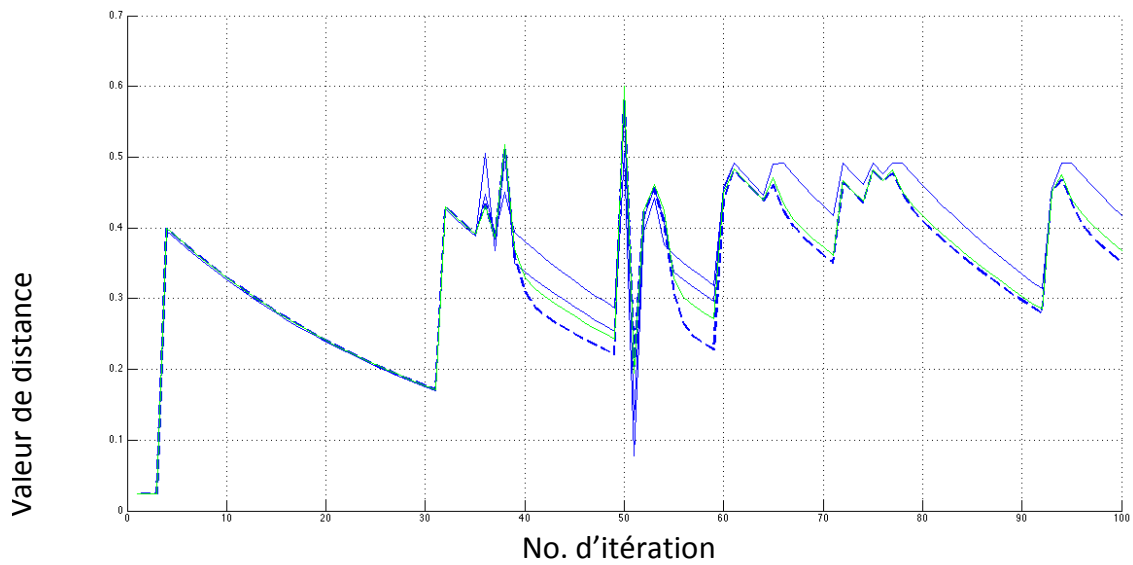


FIGURE 5.33 – Distances DHE par itération pour une sélection de paramètres  $klx$  avec le GT. (DSmT, ESM fonctionnel)

**Cas d'exploration 4 : ESM endommagé exploité dans le cadre de la DST avec la règle de DS sans utilisation de métrique**

Les figures 5.34, et 5.35 illustrent les résultats pour le cas d'exploration 4 avec ESM endommagé, sous la DST, sans utilisation de métrique. On a spécifiquement le temps d'exécution moyen par itération pour les étapes de combinaison et d'approximation à la figure 5.34. On montre ensuite le taux de bonnes décisions basées sur la masse la plus élevée à la figure 5.35.

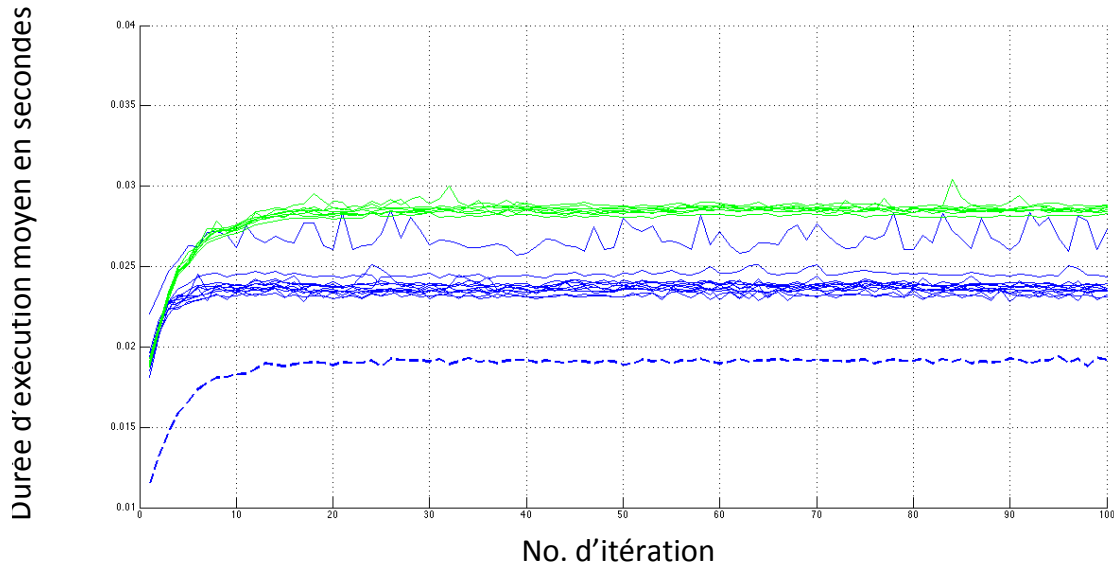


FIGURE 5.34 – Temps d'exécution moyen (en secondes) par itération de combinaison et d'approximation. (DST, ESM endommagé)

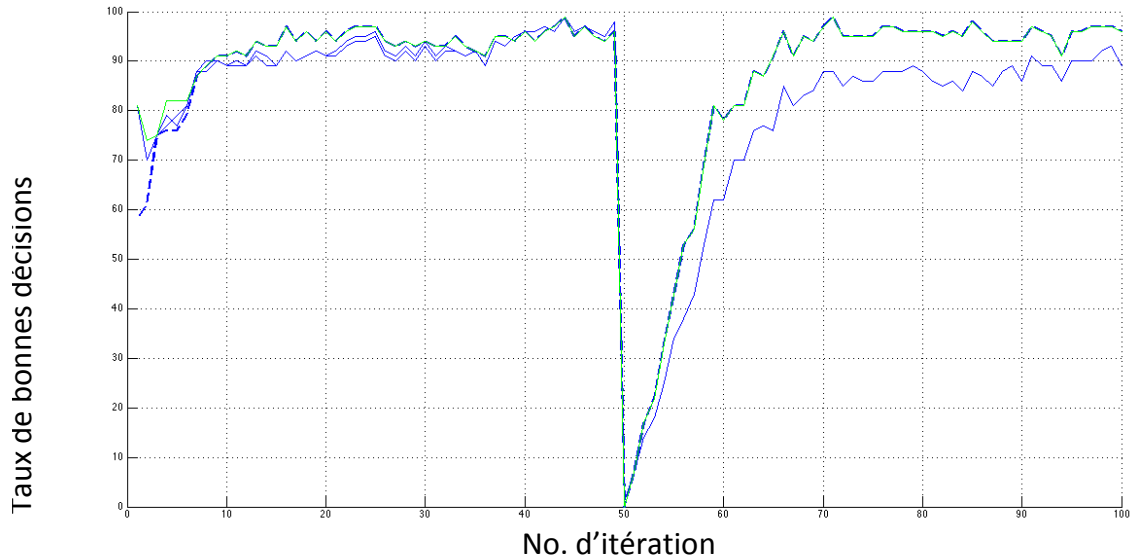


FIGURE 5.35 – Taux de bonnes décisions basées sur la masse la plus élevée. (DST, ESM endommagé)

#### Cas d'exploration 4 : ESM endommagé exploité dans le cadre de la DST avec la règle de DS avec la distance de Jusselme

Les figures 5.36, 5.37, et 5.38 illustrent les résultats pour le cas d'exploration 4 avec ESM endommagé, sous la DST, avec utilisation de la distance de Jusselme. On a spécifiquement le temps d'exécution moyen par itération pour les étapes de combinaison et d'approximation à la figure 5.36 et pour l'étape du processus de décision à la figure 5.37. On montre ensuite les courbes de distance par itération pour une sélection de paramètres  $klx$  avec le GT à la figure 5.38.

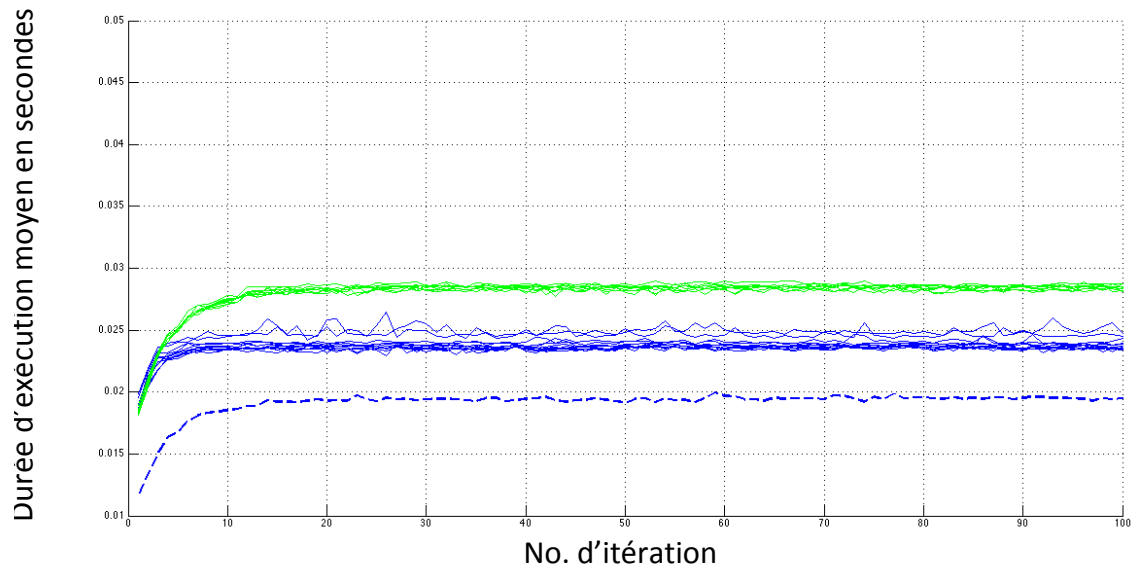


FIGURE 5.36 – Temps d’exécution moyen (en secondes) par itération de combinaison et d’approximation avec la distance de Jousset. (DST, ESM endommagé)

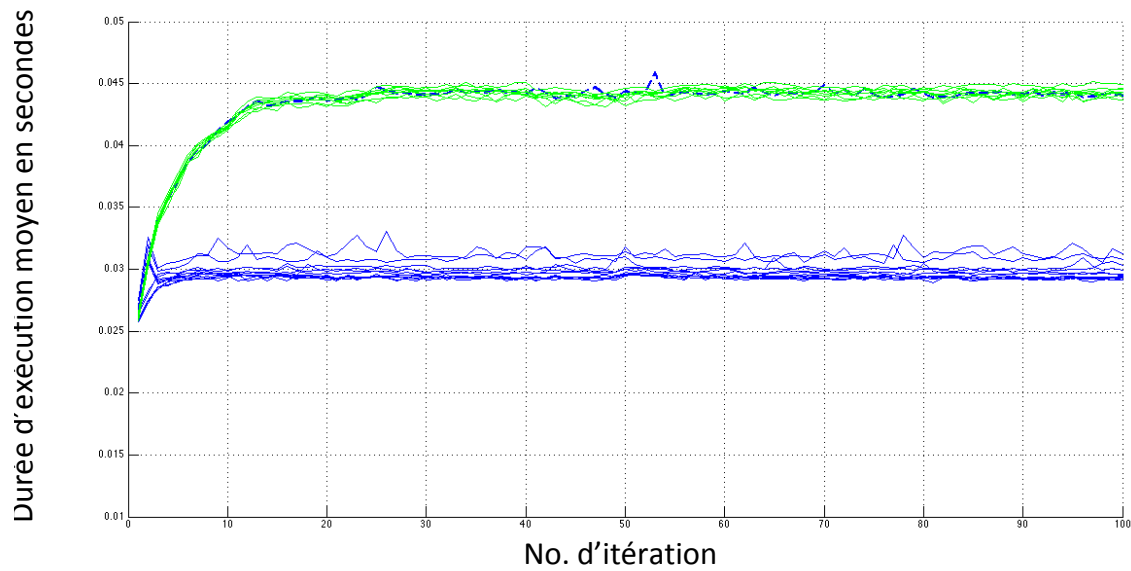


FIGURE 5.37 – Temps d’exécution moyen (en secondes) par itération pour le processus de décision avec la distance de Jousset. (DST, ESM endommagé)

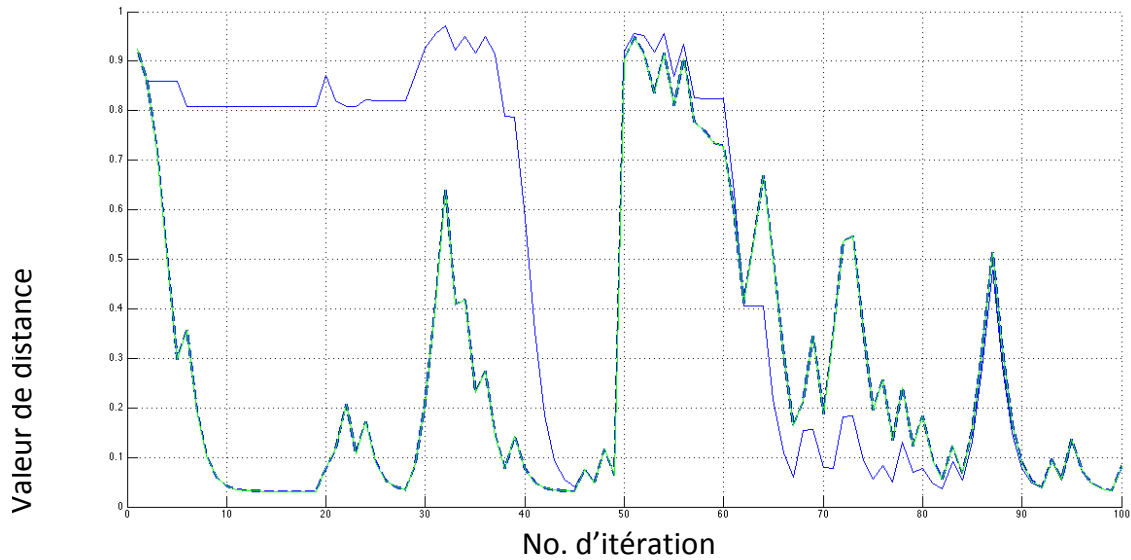


FIGURE 5.38 – Distances de Josselme par itération pour une sélection de paramètres  $klx$  avec le GT. (DST, ESM endommagé)

#### Cas d'exploration 4 : ESM endommagé exploité dans le cadre de la DST avec la règle de DS avec la DHE

Les figures 5.39, 5.40, et 5.41 illustrent les résultats pour le cas d'exploration 4 avec ESM endommagé, sous la DST, avec utilisation de la métrique DHE. On a spécifiquement le temps d'exécution moyen par itération pour les étapes de combinaison et d'approximation à la figure 5.39 et pour l'étape du processus de décision à la figure 5.40. On montre ensuite les courbes de distance par itération pour une sélection de paramètres  $klx$  avec le GT à la figure 5.41.

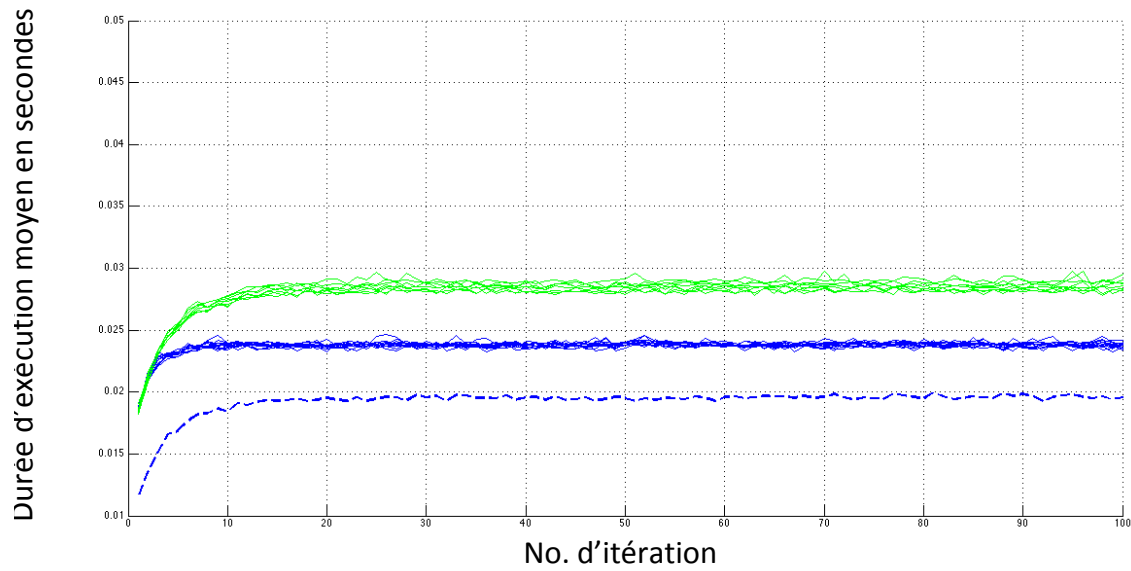


FIGURE 5.39 – Temps d'exécution moyen (en secondes) par itération de combinaison et d'approximation avec la distance DHE. (DST, ESM endommagé)

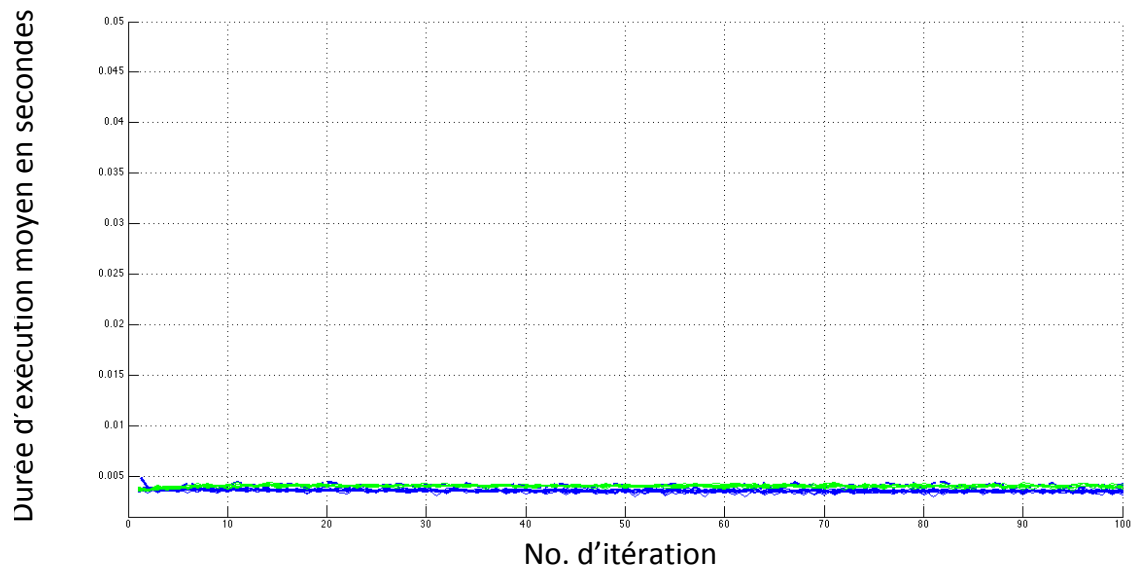


FIGURE 5.40 – Temps d'exécution moyen (en secondes) par itération pour le processus de décision avec la distance DHE. (DST, ESM endommagé)



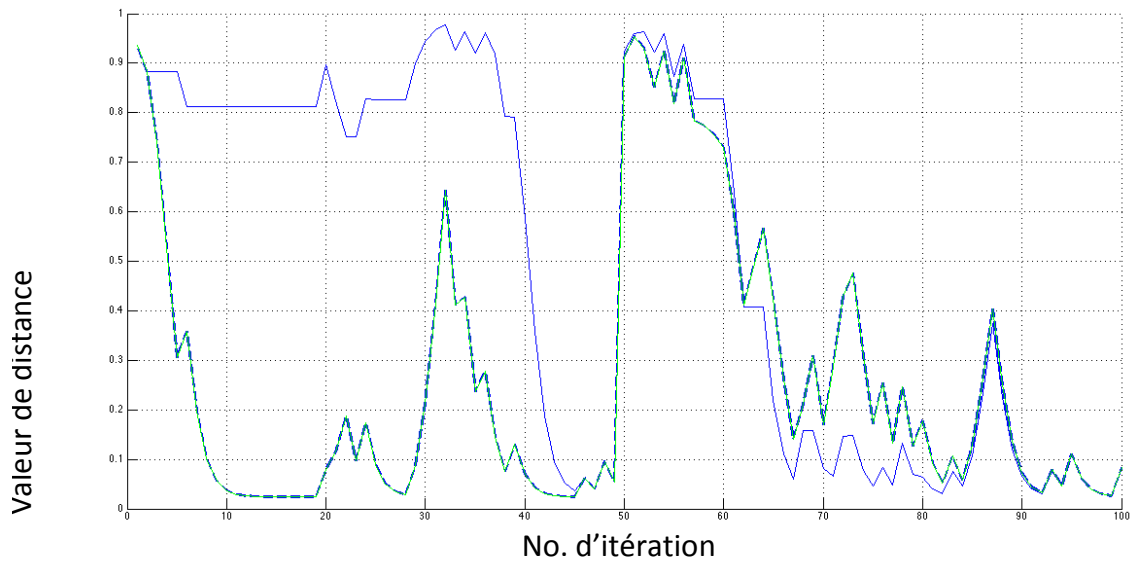


FIGURE 5.41 – Distances DHE par itération pour une sélection de paramètres  $klx$  avec le GT. (DST, ESM endommagé)

**Cas d’exploration 3 : exploitation de l’ESM sous le cadre DST avec la règle de DS**

La règle de combinaison employée ici est celle de Dempster-Shafer.

TABLE 5.10 – Temps d’exécution selon les métriques pour la série de paires de BOEs décrites précédemment (Cas d’exploration 3 : ESM sous DST).

Temps d’exécution en minutes	sans métrique	Jousselme	DHE
<b>Temps total pour 21 simulations</b>	90.719	197.940	104.099
<b>1ère simulation / sans approximation</b>	3.3598	9.2133	4.0524
<b>Moyenne pour 6 simulations avec <math>k = 3, x = 0.2</math></b>	4.2062	8.8807	4.8031
<b>Moyenne pour 6 simulations avec <math>k = 3, x = 0.4</math></b>	4.1947	8.8241	4.8094
<b>Moyenne pour 4 simulations avec <math>k = 5, x = 0.2</math></b>	4.6182	10.3115	5.3050
<b>Moyenne pour 4 simulations avec <math>k = 5, x = 0.4</math></b>	4.6201	10.3129	5.2876

La table 5.10 montre qu’il est deux fois plus long d’exécuter l’ensemble des simulations en utilisant la distance de Jousselme, comparativement à l’utilisation de la DHE. Ce temps supplémentaire est exclusivement lié à la différence de calcul de la distance de Jousselme par rapport à la DHE. Notons que la DHE prend aussi du temps pour s’exécuter, même si ce temps est petit, puisqu’il cause une hausse du temps d’exécution d’environ 14%. L’utilisation d’une métrique se fait dans un contexte<sup>51</sup> où on cherche la minimisation du temps d’exécution. Il faudra donc viser à obtenir une métrique ayant un temps d’exécution minimal. Il est intéressant de noter que l’utilisation d’un algorithme d’approximation pourrait accroître le temps d’exécution de 25 à 37%.

**Cas d’exploration 4 : exploitation de l’ESM dégradé et de la règle de Dempster-Shafer**

La règle de combinaison employée ici est celle de Dempster-Shafer. Des conclusions similaires à celles tirées pour le tableau précédant peuvent être faites. Dans ce cas-ci, l’incertitude est de 40% et la précision est de 60%.

51. On pense ici à un contexte militaire où le calcul en temps réel et l’évaluation de fiabilité entre différent résultat de capteurs serait critique. Leurs évaluations peuvent se faire par la mesure de l’écart entre les différentes valeurs fournis par différent systèmes de capteurs. On pense entre autres à des systèmes de fusion décentralisé employant des ensembles de croyance.

TABLE 5.11 – Temps d'exécution selon les métriques pour la série de paires de BOEs décrites précédemment (Cas d'exploration 4 : ESM dégradé avec règle de DS)

Temps d'exécution en minutes	sans métrique	Jousselme	DHE
<b>Temps total pour 21 simulations</b>	98.249	222.568	114.98
<b>1ère simulation / sans approximation</b>	3.6218	10.9111	4.3855
<b>Moyenne pour 6 simulations avec <math>k = 3, x = 0.2</math></b>	4.3534	9.4587	5.0094
<b>Moyenne pour 6 simulations avec <math>k = 3, x = 0.4</math></b>	4.5218	9.3064	5.0070
<b>Moyenne pour 4 simulations avec <math>k = 5, x = 0.2</math></b>	5.1495	12.4398	5.8993
<b>Moyenne pour 4 simulations avec <math>k = 5, x = 0.4</math></b>	5.2069	12.3266	5.7998

**Cas d'exploration 3 : exploitation de l'ESM et de la règle DS<sub>m</sub>H**

La règle de combinaison employée ici est la combinaison hybride de Dezert-Smarandache (DS<sub>m</sub>H).

TABLE 5.12 – Temps d'exécution selon les métriques pour la série de paires de BOEs décrites précédemment (Cas d'exploration 3 : ESM sous DS<sub>m</sub>T).

Temps d'exécution en minutes	sans métrique	Jousselme	DHE
<b>Temps total pour 21 simulations</b>	113.92	282.98	130.98
<b>1ère simulation / sans approximation</b>	6.69	28.9	7.97
<b>Moyenne pour 6 simulations avec <math>k = 3, x = 0.2</math></b>	4.6877	10.1009	5.3534
<b>Moyenne pour 6 simulations avec <math>k = 3, x = 0.4</math></b>	4.6243	9.8929	5.3001
<b>Moyenne pour 4 simulations avec <math>k = 5, x = 0.2</math></b>	6.4232	16.7594	7.4063
<b>Moyenne pour 4 simulations avec <math>k = 5, x = 0.4</math></b>	6.4179	16.7666	7.3673

**Cas d'exploration 5**

Dans le présent cas, même si on s'inspire du cas d'exploration 3 (ESM sous DS<sub>m</sub>T), un changement important a lieu. **On fonctionne ici dans un cadre de raisonnement de taille 4.** Le quatrième singleton ajouté, apparaît lorsqu'il y a une erreur due au niveau de précision du capteur. Ainsi, au lieu de fonctionner avec un cadre de raisonnement de cardinalité 19, on travaille avec un cadre de raisonnement de cardinalité 167. C'est ici qu'un algorithme d'approximation commencera à avoir un impact réel. En effet, ici, le temps de calcul ajouté pour le traitement de la réduction de la taille du BOE est inférieur au temps de calcul supplémentaire pour travailler sur le BOE non-approximé. La table 5.12 montre clairement ce phénomène, produisant un avantage clair à l'utilisation de méthodes d'approximation.

**5.2.3.3 Comparaison entre DS<sub>m</sub>T et DST**

La raison qui explique la différence dans le taux de bonnes décisions entre la DS<sub>m</sub>T et la DST, se trouve dans la DS<sub>m</sub>T même. En effet, la DS<sub>m</sub>T est définie sur un plus large ensemble d'hypothèses possibles dans un plus large cadre de raisonnement. Cela crée un plus grand

TABLE 5.13 – Temps d’exécution selon les métriques pour la série de paires de BOEs décrites ci-haut (Cas d’exploration 3 spécial : ESM sous DSMT).

Temps d’exécution en minutes	sans métrique	Jousselme	DHE
<b>Temps total pour 21 simulations</b>	360.500	720.929	426.717
<b>1ère simulation / sans approximation</b>	28.7722	160.175	34.5440
<b>Moyenne pour 6 simulations avec <math>k = 3, x = 0.2</math></b>	15.7596	23.5627	17.3903
<b>Moyenne pour 6 simulations avec <math>k = 3, x = 0.4</math></b>	15.6408	23.8150	16.9268
<b>Moyenne pour 4 simulations avec <math>k = 5, x = 0.2</math></b>	17.9557	34.7713	19.7194
<b>Moyenne pour 4 simulations avec <math>k = 5, x = 0.4</math></b>	17.8756	34.3507	19.5292

raffinement possible des ensembles dans un même espace de décision. Dans l’ouvrage [21], on discute largement de la différence entre la DSMT et la DST. La DSMT permet un plus grand raffinement, en contre partie d’un temps d’exécution plus élevé. D’où origine l’intérêt de la présente recherche qui vient approximer et accélérer le processus. Toutefois, lorsque vient de le temps d’évaluer la qualité décisionnelle entre les deux, les méthodes standards ne considèrent pas les ensembles plus raffinés comme étant des bons points de décisions. L’utilisateur d’un système d’aide à la décision basé sur un modèle plus raffiné aura une plus grande agilité et liberté d’action avec une réponse plus raffinée et pourra ainsi considéré un ensemble plus raffiné comme étant partie d’une bonne décision lorsque vient le temps d’évaluer un système. En d’autres termes, l’évaluation simple du taux de bonnes décisions uniquement avec des singletons n’est pas en sois, suffisant pour rejeter l’une ou l’autre des règles de combinaisons.

**Exemple 5.1 Exemple montrant la différence au niveau de la décision**

Dans un premier temps, l’ensemble  $A$  est défini sous la DST comme le GT. Un processus de fusion sous DST maintiendra une certaine part de masse à cet ensemble.

Dans un second temps, on retrouve un ensemble  $A'$  défini sous la DSMT. Le processus de fusion qui a lieu lui attribue la masse la plus élevée. Par contre, le problème d’accumulation de masses vers les intersections attribue une masse relativement grande aux ensembles qui ont une intersection avec  $A'$ . Cette attribution de masse à l’intersection n’a pas lieu sous DST.

Ainsi, lors de la prise de décision qui devrait redonner le GT, on a sous la DSMT, une masse distribuée sur l’ensemble  $A'$ , ainsi qu’une bonne part sur les intersections, au lieu de l’avoir simplement concentrée sur  $A$  (comme dans le cadre de la DST). C’est pourquoi dans [21], on employait  $\{A, A \cap B\}$  comme ensembles de bonnes décisions pour un GT défini comme étant  $A$  sous la DSMT. On considérait également  $\{C, B \cap C\}$  comme étant bon au lieu de  $C$ .<sup>52</sup> Pour le preneur de décision, un raffinement plus grand des résultats de combinaison permet

52. Où  $A$  correspond à l’allégeance amie,  $B$  correspond à l’allégeance neutre, et  $C$  correspond à l’allégeance ennemie. (voir figure 2.2b)

de réagir plus finement et de façon plus appropriée pour chaque cas.

### 5.3 Méthode d'optimisation considérée pour fins de simplifications du processus d'approximation

La méthode d'optimisation considérée est celle introduite en 1965 par Nelder et Mead en [70]. Les auteurs de [3] situent la méthode de Nelder-Mead parmi les méthodes d'optimisation sans opération mathématique de dérivé, plus exactement parmi les méthodes d'optimisation sans contraintes. C'est-à-dire qu'il n'y a pas d'inégalité ou autre méthode afin d'imposer une délimitation dans la recherche. Enfin, on détaille très bien l'algorithme dans [79], ses opérations d'avancement et d'évolution des points d'évaluation, les implémentations efficaces, la convergence, les avantages et désavantages.

La version de l'algorithme et des figures présenté ici sont inspirées de [68] et [73]. Pour un problème d'optimisation à  $N$  dimensions où l'on souhaite trouver le meilleur ensemble de  $N$  points, on met en place un simplexe<sup>53</sup>, ou amibe<sup>54</sup>, composé de  $N$  points. La liste suivante décrit les graphes, ou projections du  $N$ -simplexe sur un plan, des premiers simplexes [109]

**Segment** 1 dimension, 2 sommets

**Triangle** 2 dimensions, 3 sommets

**Tétraèdre** 3 dimensions, 4 sommets

**Pentatope** 4 dimensions, 5 sommets

**5-simplexe** 5 dimensions, 6 sommets

**6-simplexe** 6 dimensions, 7 sommets

À chaque étape du processus d'optimisation, on déplace le pire de ces  $N$  points selon un ensemble de règles spécifiques. Ceci déplacera le simplexe, un peu comme les mouvements d'une amibe le ferait. Éventuellement, ceci mènera au point optimal, ou le meilleur ensemble de  $N$  points du simplexe, au meilleur point que l'algorithme peut mener. Les meilleurs et pires points sont évalués à l'aide d'une fonction de coût avec  $N$  variables d'entrée et une sortie. Cela aide à trouver l'optimum d'une fonction de  $N$  variables.

---

53. En géométrie, un simplexe est une généralisation de la notion de triangle, ou tétraèdre, à  $k$ -dimensions.

54. Une amibe est un être vivant unicellulaire. Dans ce cas-ci, la désignation d'amibe est symbolique, une métaphore souvent employée dans la littérature pour décrire le simplexe.

L'initialisation, consiste en la sélection aléatoire des  $N$  points composant un simplexe. Ils seront ordonnés du meilleur au pire point composant le simplexe en fonction du coût. Chacun des  $N$  points du simplexe possède  $N$  valeurs qui composent la position du points dans le système de coordonnées où chacun des axes correspond à une des  $N$  dimensions du problème.

Le cœur du fonctionnement du processus d'optimisation consiste à déplacer le simplexe en utilisant quatre différents types d'opérateurs. Ces opérateurs permettent les changements de forme, ainsi que le déplacement du simplexe dans l'espace d'optimisation.

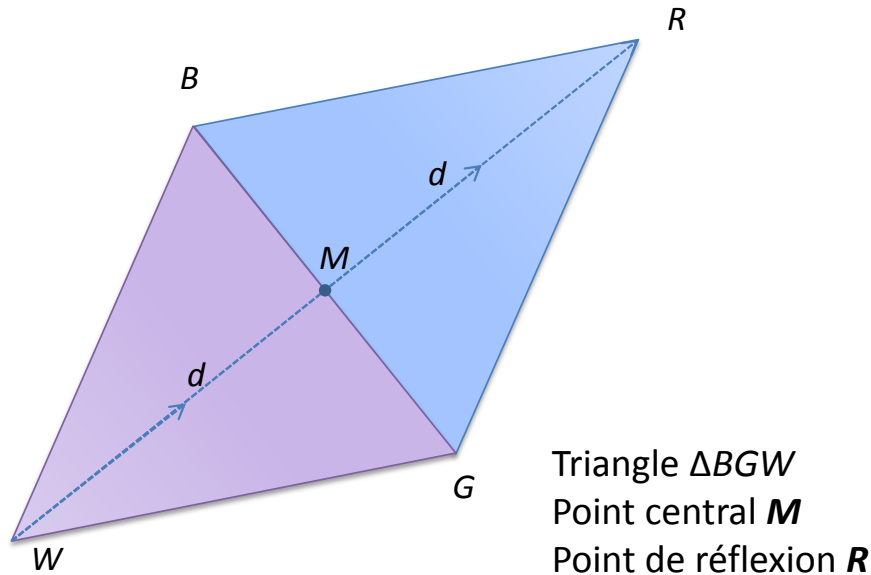


FIGURE 5.42 – Opération de réflexion de Nelder-Mead

Comme l'illustre les figures 5.42, 5.43, 5.44, et 5.45, toutes inspirées de [68] et [73], sur un simplexe de 3 dimensions, il est possible de déplacer et reformer le simplexe de quatre différentes manières. Sur les figures, le point  $W$  représente le pire point (*worst*), le point  $B$  représente le meilleur point (*best*), le point  $R$  représente le point de réflexion, le point  $E$  représente le point d'expansion, et puis les points  $C_1$  et  $C_2$  qui représentent les points de contraction.

Les opérations de transformation du simplexe sont représentées sur les figures 5.42, 5.43, 5.44, et 5.45.

- Pour l'opération de réflexion (cf. Fig. 5.42), le pire point du simplexe est déplacé vers une autre position via une réflexion en passant entre les deux autres points, dans le cas d'un simplexe de trois points.
- Pour l'opération d'expansion (cf. Fig. 5.43), le pire point du simplexe est non seulement

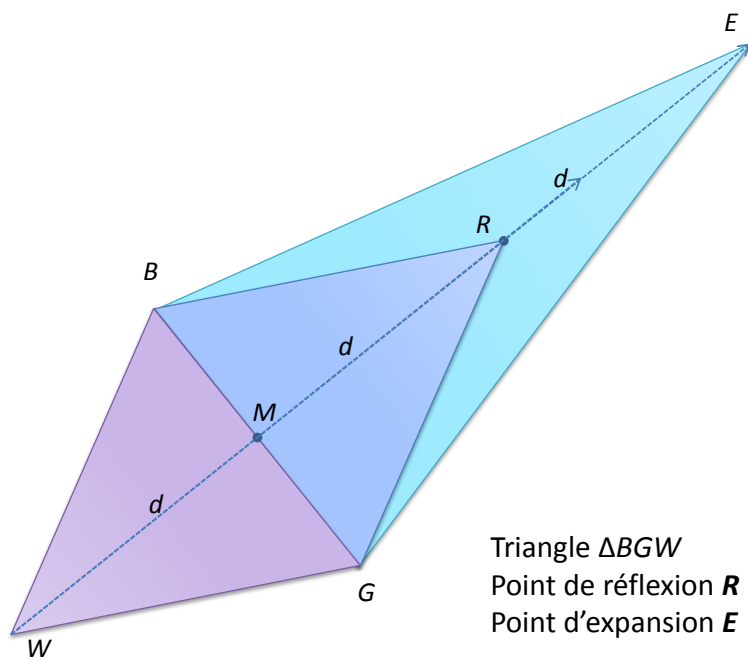


FIGURE 5.43 – Opération d'expansion de Nelder-Mead

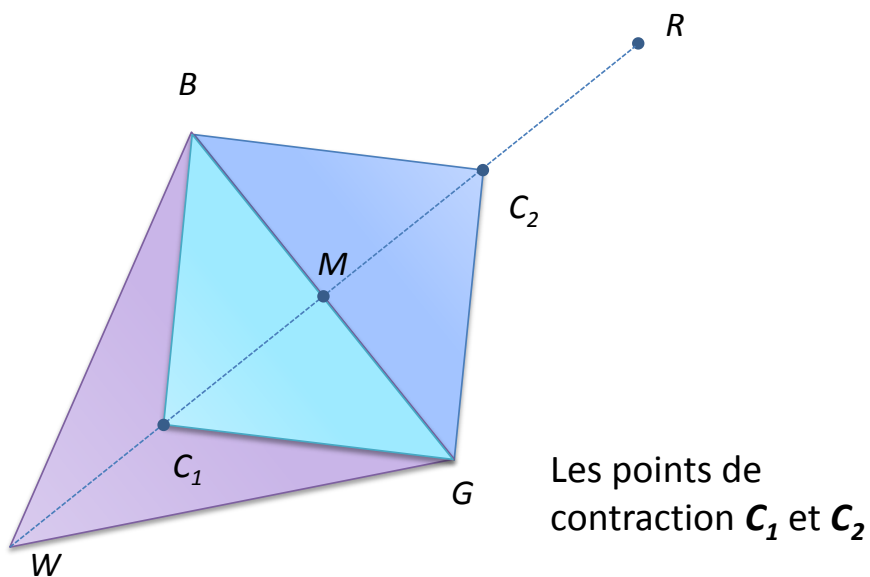


FIGURE 5.44 – Opération de contraction de Nelder-Mead

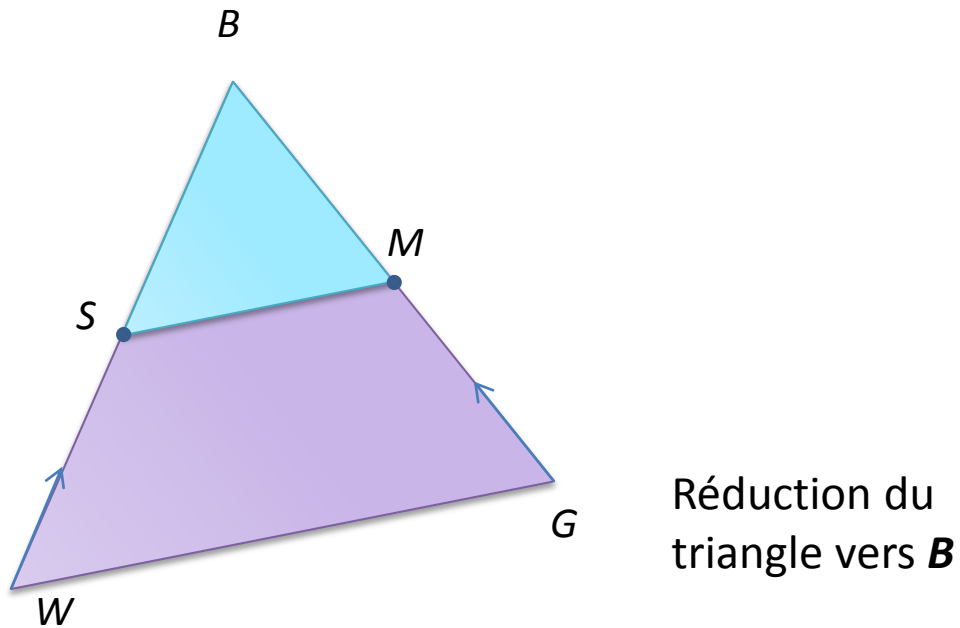


FIGURE 5.45 – Opération de réduction de Nelder-Mead

déplacé vers le point de réflexion, mais va au-delà ce point, étendant le simplexe.

- Pour l'opération de contraction (cf. Fig. 5.44), un seul point du simplexe est tiré vers les autres, contractant le simplexe.
- Pour l'opération de réduction (cf. Fig. 5.45), plusieurs point sont déplacés vers le meilleur point. Cela mène donc à une réduction de la forme du simplexe.

L'algorithme, tel que décrit par [68] et [73], est présenté à la page suivante.



**Algorithme 5.1 Simplexe de Nelder-Mead**

```
si f(R) < f(G)
  alors exécuter le cas (i) (soit une réflexion ou une expansion)
  sinon exécuter le cas (ii) (soit une contraction ou une réduction)
```

```
DÉBUT cas (i)
  si f(B) < f(R) alors
    remplacer W par R
  sinon

    calculer E et f(E)
    si f(E) < f(B) alors
      remplacer W par E
    sinon
      remplacer E par R
    fin si
  fin si
FIN cas (i)
```

```
DÉBUT cas (ii)
  si f(R) < f(W) alors
    remplacer W par R fin si

  calculer  $C = (W+M)/2$  ou  $C = (M+R)/2$  et f(C)
  si f(C) < f(W) alors
    remplacer W par C
  sinon
    calculer S et f(S)
    remplacer W par S
    remplacer G par M
  fin si
FIN cas (ii)
```

### 5.3.1 Inconvénients de la méthode de Nelder-Mead

Le principal inconvénient de l'algorithme d'optimisation de Nelder-Mead est sa possible convergence vers un minimum local. Cette situation peut être évitée selon [86]. Ce dernier applique l'algorithme d'optimisation de Nelder-Mead lors de présence de multiple minimums.

Notre approche a été d'exécuter plusieurs fois la méthode d'optimisation de Nelder-Mead avec différents points d'initialisation et en choisissant comme solution le résultat apparaissant le plus souvent. On a choisi ce mode étant donné que la moyenne se placerait entre plusieurs minimum plutôt qu'au meilleur minimum. Se situer entre des minimums pourrait très bien tomber sur un maximum ou autre point sans importance, d'où la sélection du minimum ayant une fréquence plus élevée parmi la sélection d'essais avec différents points de départ.

Un autre inconvénient provient du fait que chaque opérateur de la méthode comporte un paramètre d'intensité qu'il faut savoir calibrer. Il faut également définir un critère d'arrêt approprié. Il est inconvenant que l'algorithme d'optimisation utilisé comporte un plus grand nombre de paramètres à calibrer alors que l'on souhaitait explorer une simplification possible.

On est arrivé à des situations où la fonction de coût était de géométrie simple avec un minimum évident sans calculs supplémentaires. C'est aussi pourquoi l'utilisation d'une méthode d'optimisation devient moins intéressant pour la sélection des paramètres d'approximation. On suggère d'effectuer un maximum d'expérimentations afin de construire une base de données des meilleurs paramètres d'approximation pour différentes situations, et lors de conditions réelles, évaluer le choix à l'aide d'un système expert<sup>55</sup>, du meilleur groupe de paramètres pour la situation concernée.

Nos publications [22, 24, 30, 29, 35, 38] montrent que l'on est en mesure d'atteindre la simplification souhaitée sans l'usage de méthode d'optimisation.

### 5.3.2 Sur la nécessité, ou non, d'utiliser une méthode d'optimisation

On constate de par nos résultats qu'il n'y a pas nécessité d'inclure une méthode d'optimisation pour déterminer le meilleur ensemble de paramètres d'approximation. Plusieurs essais Monte Carlo avec des informations provenant des ESM combinées et approximées par l'algorithme *klx* (environ 120 combinaisons de paramètres *klx*, pour la DST), ainsi que 36 combinaisons de paramètres pour la DST ont été réalisés pour voir l'effet de chacun des paramètres. Les taux de bonnes décisions<sup>56</sup> et la DHE ont été calculés. La DHE est une métrique très rapide et représentative, dans cette dimension de cadre de discernement.

La DSMT disperse l'information parmi un plus grand nombre d'ensembles. Lorsque la décision

---

55. Comme, par exemple, un réseau de neurones qui pourrait reconnaître la situation à laquelle on fait face, ou plus simplement un ensemble de règles logiques.

56. Basé sur la mesure de l'ensemble détenant la valeur de masse maximal dans un premier temps, puis sur l'ensemble détenant la valeur de probabilité pignistique, pour fins de comparaisons.

### 5.3. MÉTHODE D'OPTIMISATION CONSIDÉRÉE POUR FINS DE SIMPLIFICATIONS DU PROCESSUS D'APPROXIMATION

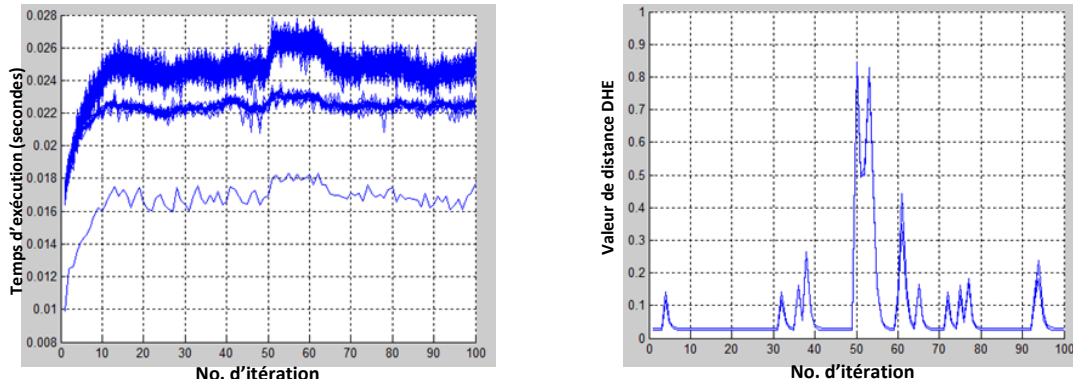


FIGURE 5.46 – Temps d'exécution (gauche) et distance DHE (droite) pour différentes valeurs de  $klx$  sous la DST.

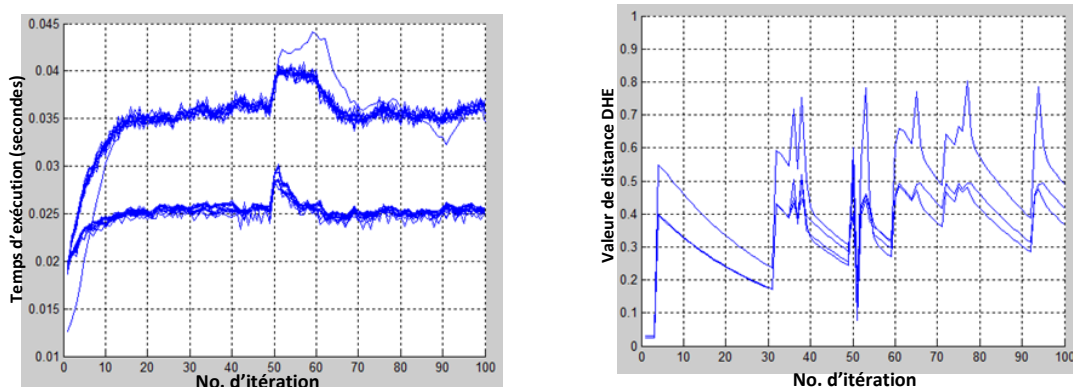


FIGURE 5.47 – Temps d'exécution (gauche) et distance DHE (droite) pour différentes valeurs de  $klx$  sous la DSMT.

se base seulement sur un singleton comme étant l'unique GT, cela a pour effet de causer des plus grandes valeurs de distance. Cela résulte aussi en de plus faibles valeurs de taux de bonnes décisions. Si l'on souhaite une meilleure image situationnelle<sup>57</sup> avec des valeurs d'incertitude, il est préférable d'employer les valeurs créées par la DSMT.

Dans [21], on préfère utiliser la probabilité STANAG<sup>58</sup> pour la prise de décision, car cela donne des taux de bonnes décisions acceptables pour l'application. On a donc fait de même pour l'étude de l'effet des paramètres du cas ici étudié. Aussi, si l'usage d'une métrique faisant appel au cardinal est envisagée, on recommande la DHE. Sinon, on choisira la DSU qui est plus rapide à calculer, mais moins performante que la DHE.

Les figures de gauche de 5.46 et 5.47 montrent la superposition des différentes courbes de temps d'exécution que l'on obtient avec les différentes sélections de paramètres  $klx$ . Il devient

57. Aussi appelée *Situation Awareness* (cf. Glossaire).

58. Les probabilités STANAG représentent les valeurs des probabilités pignistiques suivant la répartition des ensembles présentée à la Figure 2.3b, aussi prescrite par la classification du STANAG 1241. (cf. Section 2.1.1)

évident, que si l'on souhaite obtenir la meilleure courbe de taux d'exécution, on ne peut pas faire de sélection logique des paramètres optimaux  $klx$ . Hélas, la section précédente montrait que les taux de bonnes décisions aussi avaient des valeurs très similaires pour les différents essais de méthodes d'approximation. En conséquence, et compte tenues des conditions d'expérimentations, il n'est pas possible d'employer des méthodes d'optimisation pour sélectionner les meilleurs paramètres d'approximation. Les différents jeux de paramètres d'approximation donnent en effet des résultats assez similaires entre eux, tant qu'ils demeurent dans des intervalles raisonnables. Par exemple, les valeurs de  $k$  inférieures à 3 ne seront pas utilisées en pratique.

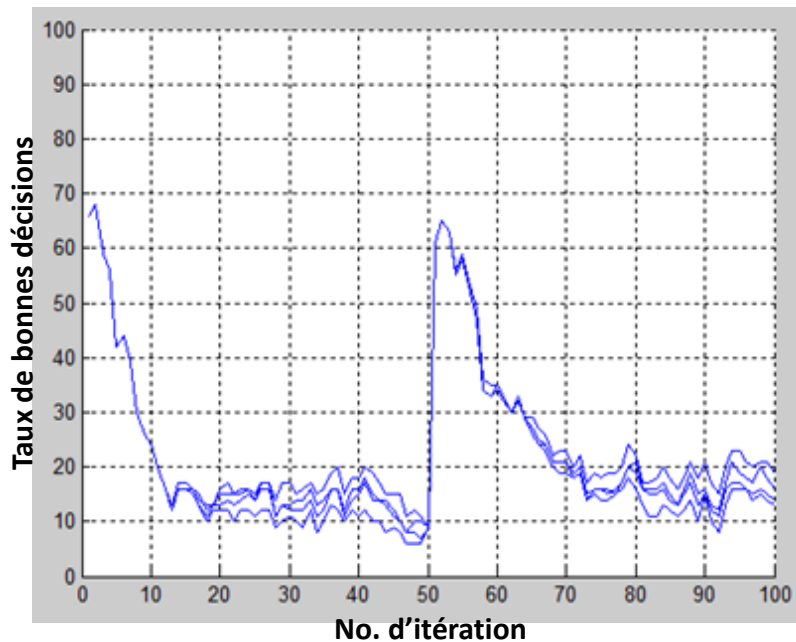


FIGURE 5.48 – Taux de bonnes décisions pour différentes valeurs de  $klx$  en employant la règle DS<sub>m</sub>H.

Pour la méthode d'optimisation de Nelder-Mead, on a choisi les paramètres suivants dans nos simulations :

- $\alpha = 1.1$  - coefficient de réflexion
- $\gamma = 0.8$  - coefficient d'expansion
- $\rho = 0.5$  - coefficient de contraction
- $\sigma = 0.5$  - coefficient de réduction
- $\epsilon = 0.01$  - pourcentage d'erreur comme critère d'arrêt
- nombre maximal de boucles de calcul = 25 000
- nombre de points aléatoires d'initialisation = 40

### 5.3. MÉTHODE D'OPTIMISATION CONSIDÉRÉE POUR FINS DE SIMPLIFICATIONS DU PROCESSUS D'APPROXIMATION

- La réponse du système utilise le mode mathématique des 40 valeurs optimisées individuellement.

Les tables 5.14 et 5.15, indiquent respectivement le temps d'exécution et les distances. On constate la stabilité des résultats et l'inutilité d'employer une méthode d'optimisation pour rechercher les meilleurs paramètres d'approximation. En effet, les résultats de temps d'exécution varient très peu en fonction des paramètres  $l$  et  $x$ , puisque les distances varient très peu en fonction des paramètres  $k$ ,  $l$  et  $x$ .

TABLE 5.14 – Temps d'exécution pour différentes valeurs de  $k l x$ , où le cas travaillant avec des BOEs originaux donne 59.6458.

<b>x=0.2</b>	<b>l=4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>
<b>k=3</b>	14.780	14.840	14.809	14.806	14.822	14.855	14.972	14.886	14.823	14.985
<b>4</b>		17.118	17.122	17.106	17.127	17.193	17.175	17.231	17.201	17.272
<b>5</b>			22.991	23.168	23.190	23.220	23.299	23.320	23.130	23.216
<b>6</b>				31.120	30.800	30.845	30.799	30.852	30.831	30.854
<b>7</b>					35.803	35.713	35.873	35.677	35.471	35.588
<b>x=0.3</b>	<b>l=4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>
<b>k=3</b>	14.802	14.792	14.808	14.772	14.774	14.784	14.783	14.763	14.779	14.778
<b>4</b>		17.240	17.255	17.277	17.305	17.378	17.453	17.373	17.390	17.371
<b>5</b>			22.208	23.262	23.200	23.250	23.426	23.080	22.963	23.363
<b>6</b>				30.860	30.857	30.840	30.852	30.869	30.884	30.841
<b>7</b>					35.503	35.423	35.601	35.565	35.579	35.850
<b>x=0.4</b>	<b>l=4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>
<b>k=3</b>	14.799	14.766	14.776	14.773	14.782	14.796	14.803	14.791	14.786	14.760
<b>4</b>		17.412	17.530	17.450	17.289	17.173	17.218	17.215	17.211	17.191
<b>5</b>			23.195	23.337	22.991	22.942	22.961	23.434	23.516	23.544
<b>6</b>				30.899	30.863	30.887	31.142	31.143	31.106	30.929
<b>7</b>					36.121	36.353	36.362	36.473	36.444	36.834

TABLE 5.15 – Distances de Joussemle pour différentes valeurs de  $klx$ , où le cas travaillant avec des BOEs originaux donne 0.4154.

<b>x=0.2</b>	<b>l=4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>
<b>k=3</b>	0.3966	0.3966	0.3966	0.3966	0.3966	0.3966	0.3966	0.3966	0.3966	0.3966
<b>4</b>		0.4122	0.4122	0.4122	0.4122	0.4122	0.4122	0.4122	0.4122	0.4122
<b>5</b>			0.4150	0.4150	0.4150	0.4150	0.4150	0.4150	0.4150	0.4150
<b>6</b>				0.4168	0.4168	0.4168	0.4168	0.4168	0.4168	0.4168
<b>7</b>					0.4174	0.4174	0.4174	0.4174	0.4174	0.4174

<b>x=0.3</b>	<b>l=4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>
<b>3</b>	0.3966	0.3966	0.3966	0.3966	0.3966	0.3966	0.3966	0.3966	0.3966	0.3966
<b>4</b>		0.4122	0.4122	0.4122	0.4122	0.4122	0.4122	0.4122	0.4122	0.4122
<b>5</b>			0.4150	0.4150	0.4150	0.4150	0.4150	0.4150	0.4150	0.4150
<b>6</b>				0.4168	0.4168	0.4168	0.4168	0.4168	0.4168	0.4168
<b>7</b>					0.4174	0.4174	0.4174	0.4174	0.4174	0.4174

<b>x=0.4</b>	<b>l=4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>
<b>k=3</b>	0.3966	0.3966	0.3966	0.3966	0.3966	0.3966	0.3966	0.3966	0.3966	0.3966
<b>4</b>		0.4122	0.4122	0.4122	0.4122	0.4122	0.4122	0.4122	0.4122	0.4122
<b>5</b>			0.4150	0.4150	0.4150	0.4150	0.4150	0.4150	0.4150	0.4150
<b>6</b>				0.4168	0.4168	0.4168	0.4168	0.4168	0.4168	0.4168
<b>7</b>					0.4174	0.4174	0.4174	0.4174	0.4174	0.4174

## 5.4 Résultats pour un cas d'identification de plateformes navales

Les résultats pour l'identification de plateformes navales, décrite à la section 2.2, sont présentés principalement à la section B.1 et dans [30]. Notre analyse conduit aux trois remarques importantes suivantes :

1. On obtient, en général, la même qualité au niveau de la décision avec ou sans approximation.
2. On peut exploiter la règle de Dempster-Shafer quasiment en temps réel avec 6 informations reçues par minute.
3. On peut appliquer la règle de fusion DSmH en travaillant avec un cadre de discernement très élevé. Son temps d'exécution demeure toutefois élevé, de l'ordre de la demi heure, au lieu de la minute en employant la règle de Dempster-Shafer.

On recommande donc de poursuivre le fonctionnement sous la DST lorsque le temps d'exécution reste primordial, ou pour des problèmes exigeant des cadres de discernement de taille élevée. Avant notre travail, une taille de 6 était déjà considérée comme élevée pour un raisonnement dans le cadre de la DSmT.

## 5.5 Conclusions et contributions

Ce chapitre a présenté certaines expérimentations effectuées avec notre système de fusion de données assisté d’algorithmes d’approximation de fonctions de croyance pour des applications académiques, de classifications d’allégeance et d’identifications de plateformes navales. On a étudié le comportement des différentes métriques et des méthodes d’approximation sous différentes conditions. Une grande partie de nos résultats a déjà été présentée dans différents articles publiés. Uniquement quelques résultats importants ont été présentés dans ce chapitre. Nous avons également testé l’algorithme d’optimisation de Nelder-Mead avant de réaliser (cf. Section 5.3.2) qu’un algorithme d’optimisation n’apportait pas d’amélioration sensible, tout en augmentant le temps d’exécution.

On a montré qu’avec une sélection raisonnable de paramètres d’approximation, hormis avec la méthode d’approximation de Lowrance, il est possible de toujours obtenir de bons résultats en termes de temps d’exécution et de taux de bonnes décisions. Le paramètre d’approximation principal,  $k$ , devrait être entre 3 et 8 environs selon ce qui a été observé. Le seuil d’intervalle inférieur de  $k$  est plus critique ; le seuil supérieur ramène simplement au cas sans approximation s’il devient trop élevé. Les autres paramètres d’approximation ont eu peu d’impact.

Concernant les métriques, on recommande l’utilisation de la distance de Jusselme, ou de la DHE. L’étude présentée à la section 5.1.5.2 montre les situations et les compositions de BOE pour lesquelles des distances plus faibles sont obtenues. C’est ce type d’information qui est utile lors du développement d’un algorithme d’approximation. Cette analyse/recommandation permet d’établir la meilleure approche à suivre, et la méthode à utiliser pour la redistribution de la masse retranchée par l’approximation.



# Conclusions et perspectives

---

## Rappel des objectifs

Notre objectif principal était l'obtention d'une simplification qui permette d'accomplir la fusion en réduisant le coût des calculs nécessaires, et sans pertes significatives de la qualité décisionnelle.

Ainsi, on souhaitait trouver une approximation pour fonctions de croyance pour minimiser le temps de calcul et éviter l'explosion combinatoire qui provient des combinaisons tendant à fournir des corps d'évidence contenant beaucoup trop d'éléments. On visait également à définir une métrique facilement calculable sous la théorie de l'évidence généralisée pour valider la qualité de l'approximation obtenue en comparant avec le corps d'évidence non-approximé.

## Contributions de nos recherches à l'état de l'art

### Publications acceptées et publiées

#### Journaux

- [28] **Pascal Djiknavorian**, Dominic Grenier, Pierre Valin. New Metrics between Bodies of Evidences. *Journal of Emerging Technologies in Web Intelligence*, 4(3), 2012.
- [93] Pierre Valin, **Pascal Djiknavorian**, Éloi Bossé. A Pragmatic Approach for the use of Dempster-Shafer Theory in Fusing Realistic Sensor Data. *Journal of Advances in Information Fusion*, 5(1), 2010.

#### Conférences

- [35] **Pascal Djiknavorian**, Arnaud Martin, Dominic Grenier, and Pierre Valin. Étude comparative d'Approximation de Fonctions de Croyances Généralisées / Comparative Study of Approximations of Generalized Beliefs Functions. *In Rencontres Francophones sur la Logique Floue et ses Applications*, page 288, 2010.
- [38] **Pascal Djiknavorian**, Pierre Valin, and Dominic Grenier. Approximations of belief functions for fusion of esm reports within the dsm framework. *In Information Fusion (FUSION), 2010 13th Conference on*, pages 1–8, 2010.
- [94] Pierre Valin, **Pascal Djiknavorian**, Éloi Bossé, and Dominic Grenier. Fusion of esm reports through dempster-shafer and dezert-smarandache theories. *SPIE Defense, Security, and Sensing, Orlando, USA, April 2010*, 2010.
- [29] **Pascal Djiknavorian**, Dominic Grenier, Pierre Valin. Approximation in DS<sub>m</sub> theory for fusing ESM reports. *International Workshop on Belief functions 2010*, Brest, France, April 2010.

### Présentation sur invitation

[22] **Pascal Djiknavorian**. Impact de l'utilisation des algorithmes d'approximations sur les fonctions de croyances. *Office national d'études et de recherches aérospatiales (ONERA), Châtillon, France, Avril 2010.*

[24] **Pascal Djiknavorian**. Impact de l'utilisation des algorithmes d'approximations sur les fonctions de croyances. *École nationale supérieure des ingénieurs des études et techniques d'armement, Brest, France, April 2010.*

#### Séminaire

[23] **Pascal Djiknavorian**. La fusion non nucléaire au LRTS, 2e partie. *LRTS, Université Laval, 27 mai 2011.*

#### Publications en préparation

##### Journaux

[30] **Pascal Djiknavorian**, Dominic Grenier, Pierre Valin. A new approximation applied on the number of focal elements of belief function and their length. *Article soumis*. 2013.

[26] **Pascal Djiknavorian**. Extention of the Robust Combination Rule. *To be submitted*. 2013.

[20] **Pascal Djiknavorian**. Use of Dempster-Shafer Theory in the Selection Combiner Module of a MIMO Communication in a Low SNR Environment. *To be submitted*. 2013.

##### Chapitre de livre

[25] **Pascal Djiknavorian**. A working DSMT application with a very large discernment frame. *To be submitted*. 2014.

#### Autres publications

##### Conférences

[95] Pierre Valin, **Pascal Djiknavorian**, Dominic Grenier. DSMT theory for fusing highly conflicting ESM reports. *in Information Fusion, 2009, FUSION '09, 12th International Conference on*, pages 1211-1217, 2009.

[96] Pierre Valin, **Pascal Djiknavorian**, Dominic Grenier. Comparative study of evidential reasoning schemes for fusion ESM reports under varying sensor uncertainty and fusion unreliability. *3rd Annual Skodve Workshop on Information Fusion Topics, Skodve, Sweden, October 2009.*

##### Chapitre de livre

[36] **Pascal Djiknavorian**, Pierre Valin, Dominic Grenier. *Advances and Applications of DSMT for Information Fusion, vol. 3* Chapter 19. Fusion of ESM Allegiance Reports using Dezert-Smarandache Theory, pages 503-518. American Research Press, 2009.

## Rapport Technique

- [37] **Pascal Djiknavorian**, Pierre Valin, Dominic Grenier. Dezert-Smarandache Theory applied to highly conflicting reports for identification and recognition - illustrative example of ESM association in dense environments. *Technical Report 537, Defence R&D Canada Valcartier*, 2008.

## Atteinte des objectifs

- I. Développer des outils mesurant l'écart entre corps d'évidences.
  - a. Réalisé et publié dans [28]. Nous avons développé deux mesures définies sous DSMT : la distance de Hamming pour évidences (DHE) et la distance basée sur l'incertitude partagée (DSU). La DHE est préférable mais elle peut devenir pénalisante en termes de calculs car elle nécessite l'évaluation des cardinalités des éléments focaux. Pour réduire le coût en calculs, on recommande l'utilisation de la semi-métrique de distance DSU qui ne fait pas intervenir l'évaluation de la cardinalité des éléments focaux. Nous avons également expérimenté avec la distance de Jousselme afin d'en obtenir une version par intervalle qui utilise les fonctions de croyance et de plausibilité au lieu de la fonction de masse.
- II. Développer des outils d'approximation qui peuvent fonctionner avec les fonctions de croyance généralisées.
  - a. Réalisé et publié dans [22, 24, 29, 35, 38] (et aussi en [30] qui a été soumis récemment). Non seulement nous avons été en mesure d'adapter les techniques classiques sur des fonctions de croyance généralisées, mais nous avons montré que cela était indispensable pour travailler avec la règle DSMT dans le cadre de la DSMT. De plus, on propose en [30] une nouvelle méthode d'approximation qui facilitera l'usage de la DSMT. On recommande fortement son usage pour les applications nécessitant de travailler avec des cadres de discernement de cardinalité supérieure à 3. Nous avons été en mesure de pouvoir opérer la fusion pour un problème ayant un cadre de discernement de cardinalité 73, ce qui est évidemment impossible à réaliser sans utiliser une méthode efficace et raisonnable d'approximation. Les travaux réalisés dans le cadre de cette thèse répondent donc parfaitement à l'objectif initial imposé, à savoir de pouvoir travailler sous DSMT avec des cadres de raisonnement de taille autre que 2 ou 3.
- III. Développer une méthode d'optimisation des paramètres des algorithmes d'approximation.
  - a. Concernant les fonctions de coût, nous en avons expérimenté quelques unes en considérant le temps d'exécution et en utilisant les métriques développées. Nous avons également utilisé le *taux de bonnes décisions*, avec la DSMT, mais cela ne s'est pas avéré être un franc succès. Du fait de la distribution de la masse sur un grand nombre

de propositions, et du processus décisionnel. Nos travaux ne couvrent pas directement le processus décisionnel, mais il serait bénéfique que de la recherche se poursuive éventuellement dans ce domaine. Dans un projet de recherche antérieur [21], on avait considéré l'utilisation de ce que l'on avait désigné comme étant la probabilité STANAG (cf Section 2.1.1.2). En [21], la probabilité STANAG avait été en mesure de fournir des décisions appropriées pour la DSMT. L'astuce se trouve dans la modélisation et l'interprétation appropriée des ensembles permis dans la DSMT. Nous pouvons mettre en place un processus décisionnel fiable uniquement si on a une modélisation et une interprétation appropriées.

- b. La méthode d'optimisation du simplexe de Nelder-Mead a été implémentée et est fonctionnelle. Cependant nous sommes arrivés à des résultats inattendus :
  - i. Premièrement, les fonctions à optimiser sont simples et montrent facilement une tendance comme en témoignent les tables 5.14 et 5.15. On perçoit aisément deux tendances lorsque l'on observe la table 5.14 afin de tenter de sélectionner le meilleur jeu de paramètres d'approximation en fonction du temps d'exécution. D'abord, on constate que le paramètre  $k$  détient le plus d'influence sur le temps d'exécution et que plus sa valeur est faible, meilleur sera le temps d'exécution. Enfin, on réalise que les paramètres  $l$  et  $x$  ont une influence minimale sans impact significatif.
  - ii. Finalement, l'optimisation doit être faite dans un espace de dimension 6 qui reste une procédure lourde en coût de calculs. Si l'on utilise une telle méthode d'optimisation pour simplifier l'approximation, comment la simplifier afin de réduire le coût global des calculs? Une approche de sélection optimale des paramètres d'approximation par l'utilisation d'un algorithme d'optimisation n'est en définitif probablement pas la meilleure approche.

## Perspectives envisagées

- ❖ Tel que mentionné au point IIIa, un développement plus approfondi du processus de décision dans les systèmes de fusion est nécessaire. En particulier, une relation entre le modèle d'information, le processus d'interprétation et le processus de décision devrait pouvoir être établie.
- ❖ Pour résoudre IIIb, et faire bon usage de IIa et de [30], le développement d'une méthode d'approximation autorégulée n'exigeant pas de paramètres d'approximation serait une extension intéressante et utile de nos travaux de recherches effectués dans cette thèse.
- ❖ Une étude de fiabilité devrait également être faite sur les simulations avec le ESM complexes et l'ISM. Il serait ainsi intéressant de pouvoir obtenir confirmation du niveau

de représentativité atteint par notre simulation face à la réalité. Ce type d'information demeure bien entendu non disponible pour les organisations civiles.

- ❖ Développer un système complet de fusion pour l'identification et la classification de plateformes, qui utiliserait à la fois notre simulateur actuel avec ESM complexes et ISM, et aussi le système de simulation avec ESM développé antérieurement [21]. Ceci permettrait de simuler un système plus complet de détection de cible, son identification, et puis l'évaluation de son allégeance afin de guider la personne en charge de la décision quant aux actions à suivre. En utilisant le modèle JDL de représentation de la fusion de données, comme présenté en [102], cela permet le passage vers un système de fusion qui inclut des niveaux supérieurs de fusion qui n'inclut pas seulement l'évaluation de l'objet, mais aussi l'évaluation de la situation.
- ❖ Enfin, une évaluation des bénéfices de nos outils mathématiques pour d'autres applications serait très intéressant à mener. Avec un algorithme d'approximation efficace, on peut déjà envisager de nouvelles applications, qui étaient, jusqu'à présent, considérées comme impossible à traiter avec des espaces de discernement de trop grandes tailles.

Annexe A

# Démonstrations Mathématiques

---

## A.1 Distance de Hamming pour Évidences (DHE)

La DHE, telle que présentée à la section 3.3.1, possède quelques caractéristiques intéressantes, dont celle de respecter les propriétés qu'une distance doit posséder. La liste de ces propriétés est déjà présentée à la section ??, mais on en fait ici un bref rappel.

### A.1.1 Propriétés souhaitées d'une distance

Une fonction de distance, aussi désignée métrique de distance, sur un ensemble de points  $\mathbb{S}$  est une fonction  $d : \mathbb{S} \times \mathbb{S} \rightarrow \mathbb{R}$  avec quatre propriétés ; posons  $x, y \in \mathbb{S}$

**Non-négativité**  $d(x, y) \geq 0$

**Indiscernabilité**  $d(x, y) = 0$  iff  $x = y$

**Symétrie**  $d(x, y) = d(y, x)$

**Inégalité du triangle**  $d(x, y) \leq d(x, z) + d(z, y)$

### A.1.2 Rappel de la définition de la DHE

On rappelle ici la définition de la DHE. Notez d'abord que l'on y fait emploi d'un opérateur XOR continu tel que défini à la section 3.3.1.1.

**Distance DHE** 
$$\text{DHE}(X, Y) = \frac{1}{2} \sum_{\forall x_i, y_i} x_i \vee y_i \quad \left\{ \begin{array}{l} \max(i) = |S^\Theta| \quad x_i \mapsto [0, 1] \quad \sum_{\forall i} x_i = 1 \\ |S^\Theta| = n \quad y_i \mapsto [0, 1] \quad \sum_{\forall i} y_i = 1 \end{array} \right\}$$

**Définition de  $X_i$**  
$$m(x_i) = \begin{cases} \sum_{x_i \subseteq A_j} \frac{m(A_j)}{|A_j|} & \left\{ \begin{array}{l} \forall \{A_j \in D^\Theta \mid m(A_j) > 0\} \\ \forall \{x_i \in S^\Theta \mid |x_i| = 1\} \end{array} \right\} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

**Définition de  $S^\Theta$**   $S^\Theta \triangleq (\Theta, \cup, \cap, c(\cdot))$

**Définition de la différence symétrique**  $A \Delta B = \{x \mid (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \notin A \wedge x \in B)\}$

### A.1.3 Quelques remarques

1. Selon [51], la distance de Hamming est une métrique de distance avec ces propriétés.
2. Selon [5], la métrique de distance du taxi, aussi désignée par distance de Manhattan, est une métrique sur le plan euclidien (ie.  $\mathbb{R}^2$ ) définie par  $g((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$  pour tous points  $P_n(x_n, y_n)$ . Autrement dit, la distance entre deux points est la somme de la différence absolue, ou  $d_1(p, q) = \|p - q\|_1 = \sum_{i=1}^n |p_i - q_i|$  dans un espace  $n$ -dimensionnel où  $p$  et  $q$  sont deux vecteurs.
3. On définit la fonction de masse généralisée telle que  $\sum_{\forall A \subseteq G^\Theta} m(A) = 1$ , où  $G^\Theta$  représente une généralisation des cadres de raisonnement. Une fonction de masse devrait donc être valide pour  $2^\Theta$ ,  $D^\Theta$ , ou  $S^\Theta$ .



4. Il est démontré dans [114] que la distance euclidienne et la différence symétrique ont des versions normalisées  $[0, 1]$  qui demeurent également des métriques de distance.

#### A.1.4 Démonstration

**Étape 1** Puisque l'opérateur  $\vee$  travaille sur chaque partition  $x_i \in S^\Theta$  on doit toutes les comparer avec les partitions  $y_i \in S^\Theta$ , un à un. On peut alors voir  $X$  comme étant un vecteur  $X = (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n)$  où  $x_i \vee y_i = |x_i - y_i|$ .

**Étape 2** On reprend l'équation de distance DHE en considérant l'information sous un aspect vectoriel plutôt que d'utiliser la théorie des ensembles dans un diagramme de Venn. On obtient alors  $DHE(X, Y) = 1/2 \sum x_i \vee y_i = 1/2 \sum |x_i - y_i|$ .

**Étape 3** L'objectif est de démontrer  $d(x, y) \leq d(x, z) + d(z, y)$ .

**Étape 4** Reformulé, on obtient,  $d_{DHE}(x, y) \leq d_{DHE}(x, z) + d_{DHE}(z, y)$

**Étape 5** ou, de manière équivalente,  $(1/2) \sum x_i \vee y_i \leq (1/2) \sum x_i \vee z_i + (1/2) \sum z_i \vee y_i$ .

**Étape 6** En simplifiant de part et d'autre de l'inégalité le facteur  $1/2$ , il vient  $\sum x_i \vee y_i \leq \sum x_i \vee z_i + \sum z_i \vee y_i$ .

**Étape 7** On doit alors prouver que  $\sum |x_i - y_i| \leq \sum |x_i - z_i| + \sum |z_i - y_i|$ .

**Étape 8** Sachant que  $\sum |x_i - y_i| = |x_1 - y_1| + |x_2 - y_2| + \dots + |x_i - y_i| + \dots + |x_n - y_n|$ .

**Étape 9** De l'étape 7, on en déduit que  $\sum |x_i - y_i| \leq |x_1 - z_1| + |x_2 - z_2| + \dots + |x_i - z_i| + \dots + |x_n - z_n| + |z_1 - y_1| + |z_2 - y_2| + \dots + |z_i - y_i| + \dots + |z_n - y_n|$

**Étape 10** qui conduit finalement à,  $\sum |x_i - y_i| \leq \sum (|x_i - z_i| + |z_i - y_i|)$ .

L'inégalité du triangle pour les valeurs absolues dans  $\mathbb{R}$  est une propriété connue et acceptée depuis bien longtemps. (cf. Proposition 20 en [42])

**Étape 11** On ajoute  $+z_i - z_i = 0$  du côté gauche, donc  $\sum |x_i - y_i + z_i - z_i| \leq \sum (|x_i - z_i| + |z_i - y_i|)$ .

**Étape 12** et donc  $\sum |(x_i - z_i) + (z_i - y_i)| \leq \sum (|x_i - z_i| + |z_i - y_i|)$ .

**Étape 13** Suffit maintenant de poser  $a_i = x_i - z_i$  et  $b_i = z_i - y_i$ .

**Étape 14** On obtient donc  $\sum |a_i + b_i| \leq \sum (|a_i| + |b_i|)$ .

**Étape 15** De l'étape 14, et l'inégalité du triangle dans  $\mathbb{R}$  (étape 3) et considérant que l'on peut sommer l'inégalité pour différent  $i$  créant la somme, on voit que  $DHE(X, Y) = 1/2 \sum x_i \vee y_i$  respecte la propriété de l'inégalité triangulaire et peut être considérée comme étant une métrique de distance.

## A.2 Distance basée sur le niveau d'incertitude partagée (DSU)

La DSU, telle que présentée à la section 3.3.2 possède quelques caractéristiques intéressantes, dont celle de respecter les trois premières propriétés d'une distance, qui en fait seulement une semi-métrique de distance. La liste de ces propriétés est présentée à la section ??, mais on en fait un bref rappel.

### A.2.1 Rappel de la définition de la DSU

On rappelle ici la définition de la DSU.

$$\text{Distance DSU } \text{DSU}(X, Y) = 1 - \frac{1}{\max(\varphi)} \sum_{\forall A \in \mathfrak{F}_i \times \forall B \in \mathfrak{F}_j} m_{\mathfrak{F}_i}(A) \times m_{\mathfrak{F}_j}(B) \varphi_{A \times B}$$

DSU  $\varphi_{A \times B}$

$$\varphi_{A \times B} = \begin{cases} 3, & A = B \\ 2, & A \subset B | A \supset B \\ & A \cap B \neq \emptyset \\ 1, & A \not\subset B | B \not\subset A \\ & A \neq B \\ 0, & A \cap B = \emptyset \end{cases}$$

Pondération de  $\varphi_{A \times B}$   $m_{\mathfrak{F}_i}(A) \times m_{\mathfrak{F}_j}(B)$

Éléments focaux de  $BOE_i$   $\forall A \in \mathfrak{F}_i$ , le noyau de  $\Theta$ .

### A.2.2 Quelques remarques

1. On définit la fonction de masse généralisée telle que  $\sum_{\forall A \subseteq G^\Theta} m(A) = 1$ , où  $G^\Theta$  représente une généralisation des cadres de raisonnement. Une fonction de masse devrait donc être valide pour  $2^\Theta$ ,  $D^\Theta$ , ou  $S^\Theta$ .

### A.2.3 Démonstration

Une simple observation de  $\varphi_{A \times B}$  permet de constater que si  $A = B$ , le résultat vaudra 0, respectant ainsi le principe d'indiscernabilité. Considérant les bornes de la fonction  $\varphi$ , ainsi que le produit scalaire de deux fonctions de masse, le tout normalisé par  $\max(\varphi)$ , on voit que la mesure est bornée entre 0 et 1. On remarque également que la construction de  $\varphi$ , ainsi que l'utilisation du produit de fonction de masse, permet d'obtenir une mesure respectant la propriété de symétrie.

Cette métrique ne satisfait pas l'inégalité triangulaire. Pour le démontrer, il suffit de considérer le contre-exemple suivant :

**Étape 1** Pour simplifier la lecture on peut réécrire l'inégalité du triangle ainsi  $d(A, B) \leq d(B, C) + d(C, A)$ .

**Étape 2** Posons les trois BOEs suivants ;  $\left\{ m_1(a) = 0.90 \quad m_1(\Theta) = 0.10 \right\}$ ,  
 $\left\{ m_2(b) = 0.90 \quad m_2(\Theta) = 0.10 \right\}$ ,  $\left\{ m_3(c) = 0.90 \quad m_3(\Theta) = 0.10 \right\}$ .

**Étape 3** Posons la situation où les ensembles sont liés ainsi,  $a \subset c \quad b \subset c \quad a \neq b$ . C'est à dire,  
 $a \cap b = \emptyset$ .

**Étape 4** Nous obtenons la situation où  $d(A, B) \leq d(B, C) + d(C, A)$  n'est pas respectée,  
avec  $d(A, B) = 0.87$  et  $d(B, C) + d(C, A) = 0.50$ .



## Annexe B

# Quelques publications récentes et soumission

---

## B.1 Soumission au Journal of Applied Mathematics

La présente section présente la soumission au Journal of Applied Mathematics faite en Août 2013.

- [30] **Pascal Djiknavorian**, Dominic Grenier, Pierre Valin. A new approximation applied on the number of focal elements of belief function and their length. *Article soumis*. August, 2013.

# A new approximation applied on the number of focal elements of belief function and their length

Pascal Djiknavorian, Dominic Grenier  
Laval University/Electrical and Computer Engineering, Quebec, Canada  
Emails: {djikna, Dominic.Grenier}@gel.ulaval.ca

Pierre Valin  
Defence R&D Canada Valcartier/Decision Support Systems section, Quebec, Canada  
Email: pierre.valin@drdc-rddc.gc.ca

**Abstract**—We address the problem of the computational difficulties occurring by the heavy processing load required by the use of the Dempster-Shafer Theory (DST) in data fusion for identification problems. Specifically, we focus our efforts on the approximation of lengthy propositions in basic probability assignments ((BPA) or bodies of evidences (BOE)). We discuss first the classical Tessem approximation method for belief functions in the DST then for the Dezert-Smarandache Theory (DSmT). It is followed by an introduction to a large application case: a problem of naval platforms using ESM and ISM with 73 distinct possible identities, and a new method of approximation based on the length of BOE's propositions. The result are quite significant, as this method makes problems of higher discernment frame size (DFS) possible for execution within the DSmT while maintaining good results. In our knowledge, no other research exists on DSmT on such sizes of problems.

**Index Terms**—Dempster-Shafer, Approximation, Dezert-Smarandache, Belief functions.

## I. INTRODUCTION

Three decades ago, Dempster and Shafer [1, 2] have developed a new theory to deal with uncertainty in a different manner than Bayes theory of probability [3] could do. Since then it has been uncovered, by Orponen [4], that it would be difficult to use it in problems of sizes relatively big considering its rate of increase in complexity. To address that specific problematic, various approximation methods [5-7] have been developed and experimented with.

On the other hand, another problem has been put forth by Zadeh [8, 9]. He was concerned about an improper behavior of the combination rule when exposed to highly confident sensors giving conflicting reports to combine. The combination rule would advise us to focus our attention on a third proposition that was found deemed as not being the target's class by the two confident but conflicting sensors. Hence, a behavior qualified as problematic on the combination rule's part. Note that in [10, 11], by comparing Zadeh's relational model of the DST to a conditional granular distribution model they put

forth, they show how Zadeh's conjecture on combinability does not affect the applicability of Dempster's combination rule in their model. Whether the problem is founded or not, is not of concern here. However, many that accept it as problematic on the combination rule's part gave as solutions a plethora of new combining methods. Among the solutions put forth to solve this issue is the original theory developed by Dezert and Smarandache [12-14]. It is a new, more general theory that could deal, not only with uncertainty but also with conflicts.

One problem with that new theory is that it is far more complex than that of Dempster and Shafer, which was already considerably complex. One could adapt approximation methods used within Dempster-Shafer theory of evidence, as we have done successfully with a few methods [15-17]. That would however be met by limited results as the computational problem with the beliefs functions in the Dezert Smarandache theory, called generalized beliefs functions, isn't only originating from the number of the propositions, or focal elements contained in each body of evidence. The problem also comes from the length of each of them. It is noteworthy to remember that the Dezert Smarandache theory works with a frame of discernment with the singleton can be affected, not only by the disjunction operator, but also by the conjunction operator as well. Not only increasing significantly the number of possible sets and subsets, but also their syntaxes length. By which we mean the possible number of operators required in the description of such a set. The longer it gets the longer and more complex it gets to have the information stored and manipulated on.

To that effect, we have developed what we believe to be, and interesting and innovative ways to approximate, both in length of set's description and in size of the bodies of evidence. Comparing two, or more, bodies of evidences (BOE) in the case of large frame of discernment, in the Dempster-Shafer theory of evidence [1, 2], may not always give intuitive choices from which we can simply choose a proposition the with largest basic

probability assignment (BPA) (or mass), or belief. A metric becomes very useful to analyze the behavior of a decision system in order to correct and enhance its performance [18, 19]. It is also useful when trying to evaluate the distance between two systems giving different BOEs. It is also helpful to determine if a source of information regularly gives an answer that is far from other sources, so that this faulty source can be weighted or discarded. Different approaches to deal with conflicting or unreliable sources are proposed in [1, 20-25].

Although the Dempster-Shafer Theory (DST) has many advantages, such as its ability to deal with uncertainty and ignorance, it has the problem of becoming quickly computationally heavy as it is an NP-hard problem [4]. To alleviate this computational burden, many approximation techniques of belief functions exist [5-7]. We find in [15, 16] implementations and comparative studies of some approximation technics. Herein is presented a new approximation method and preliminary results and some cases of application after a short review of mathematical background leading to it.

## II. BACKGROUND INFORMATION

### A. Dempster-Shafer Theory of Evidence

Dempster-Shafer Theory (DST) has been in use for over 40 years [1-2]. The theory of evidence or DST has been shown to be a good tool for representing and combining pieces of uncertain information. The DST of evidence offers a powerful approach to manage the uncertainties within the problem of target identity. DST requires no a priori information about the probability distribution of the hypothesis; it can also resolve conflicts and can assign a mathematical meaning to ignorance.

However, traditional DST has the major inconvenience of being an NP-hard problem [4]. As various evidences are combined over time, Dempster-Shafer (DS) combination rules will have a tendency to generate more and more propositions (i.e. focal elements), which in turn will have to be combined with new input evidences. Since this problem increases exponentially, the number of retained solutions must be limited by some approximation schemes, which truncate the number of such propositions in a coherent (but somewhat arbitrary) way. Let  $\Theta$  be the frame of discernment, i.e. the finite set of  $n$  mutually exclusive and exhaustive hypotheses  $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n\}$ . The power set of  $\Theta$ ,  $2^\Theta$  is the set the  $2^n - 1$  subsets of  $\Theta$ ,  $2^\Theta = \{\emptyset, \{\theta_1\}, \{\theta_2\}, \dots, \{\theta_n\}, \{\theta_1 \cup \theta_2\}, \dots, \{\theta_1 \cup \theta_2 \cup \dots \cup \theta_n\}\}$ , where  $\emptyset$  denotes the empty set.

#### 1) Belief functions:

Based on the information provided by sensor sources and known a priori information (i.e. a knowledge base), a new proposition is built. Then, based on this proposition, a Basic Probability Assignment (BPA or mass function) is generated, taking into account some uncertainty or vagueness. Let us call  $m_{t=0}$ , the new incoming BPA. The

core of the fusion process is the combination of  $m_t$  and the BPA at the previous time,  $m_{t-1}$ . The resulting BPA at time  $t$ ,  $m_t$ , is then the support for decision making. Using different criteria, the best candidate for identification is selected from the database. On the other hand,  $m_t$  must be combined with a new incoming BPA and thus becomes  $m_{t+1}$ . However, this step must be preceded by a proposition management step, where  $m_t$  is approximated. Indeed, since the combination process is based on intersections of sets, the number of focal elements increases exponentially and rapidly becomes unmanageable. This proposition management step is a crucial one as it can influence the entire identification process.

The Basic Probability Assignment is a function  $m$  such that  $m: 2^\Theta \rightarrow [0,1]$  which satisfies the following conditions:

$$\sum_{A \in 2^\Theta} m(A) = 1 \quad (1)$$

$$m(\emptyset) = 0 \quad (2)$$

where  $m(A)$  is called the mass. It represents our confidence in the fact that "all we know is that the object belongs to  $A$ ". In other words,  $m(A)$  is a measure of the belief attributed exactly to  $A$ , and to none of the subsets of  $A$ . The elements of  $2^\Theta$  that have a non-zero mass are called focal elements. Given a BPA  $m$ , two functions from  $2^\Theta$  to  $[0,1]$  are defined: a belief function  $\text{Bel}$ , and a plausibility function  $\text{Pl}$  such that

$$\text{Bel}(A) = \sum_{B \subseteq A} m(B) \quad \forall A, B \in 2^\Theta \quad (3)$$

$$\text{Pl}(A) = \sum_{A \cap B \neq \emptyset} m(B) \quad \forall A, B \in 2^\Theta \quad (4)$$

It can also be stated that  $\text{Pl}(A) = 1 - \text{Bel}(\bar{A})$ , where  $\bar{A}$  is the complement of  $A$  and  $\text{Bel}(A)$  measures the total belief that the object is in  $A$ , whereas  $\text{Pl}(A)$  measures the total belief that can move into  $A$ . The functions  $m$ ,  $\text{Bel}$  and  $\text{Pl}$  are in one-to-one correspondence, so it is equivalent to talk about any one of them or about the corresponding body of evidence.

#### 2) Conflict definition:

The conflict  $K$  corresponds to the sum of all masses for which the set intersection yield the null set  $\emptyset$ .  $K$  is called the conflict factor and is defined as:

$$K = \sum_{A \cap B = \emptyset} m_1(A)m_2(B) \quad A, B \subseteq \Theta \quad (5)$$

$K$  measures the degree of conflict between  $m_1$  and  $m_2$ :  $K = 0$  corresponds to the absence of conflict, whereas  $K = 1$  implies a complete contradiction between  $m_1$  and  $m_2$ . Indeed,  $K = 0$  if and only if no empty set is created when  $m_1$  and  $m_2$  are combined. On the other hand we get  $K = 1$  if and only if all the sets resulting from this combination are empty.

#### 3) Dempster-Shafer Combination Formulae

In DST, a combined or "fused" mass is obtained by combining the previous  $m_1(A)$  (presumably the results of



previous fusion steps) with a new  $m_2(B)$  to obtain a fused result as follows:

$$(m_1 \oplus m_2)(C) = \frac{1}{1-k} m_c(C) \quad \forall C \subseteq \theta \quad (6)$$

$$m_c(C) = \sum_{A \cap B} m_1(A)m_2(B) \quad (7)$$

The renormalization step using the conflict  $K$ , corresponding to the sum of all masses for which the set intersection yields the null set, is a critical feature of the DS combination rule. Formulated as is equation (6), the DS combination rule is associative. Many alternative ways of redistributing the conflict lose this property. The associativity of the DS combination rule is critical when the timestamps of the sensor reports are unreliable. This is because an associative rule of combination is impervious to a change in the order of reports coming in. By contrast, other rules can be extremely sensitive to the order of combination.

*B. Dezert-Smarandache Theory*

The Dezert-Smarandache Theory (DSmT) [12-14] encompasses DST as a special case, namely when all intersections are null. Both the DST and the DSmT use the language of masses assigned to each declaration from a sensor. A declaration is a set made up of singletons of the frame of discernment  $\theta$ , and all sets that can be made from them through unions are allowed (this is referred to as the power set  $2^\theta$ ). In DSmT, all unions and intersections are allowed for a declaration, this forming the much larger hyper power set  $D^\theta$  which follows the Dedekind sequence [26].

For a case of cardinality 3,  $\theta = \{\theta_1, \theta_2, \theta_3\}$ , with  $|\theta| = 3$ ,  $D^\theta$  is still of manageable size:

$$D^\theta (|\theta| = 3) \equiv \{\{\theta_1\}, \{\theta_2\}, \{\theta_3\}, \{\theta_1 \cup \theta_2\}, \{\theta_1 \cup \theta_3\}, \{\theta_2 \cup \theta_3\}, \{\theta_1 \cup \theta_2 \cup \theta_3\}, \{\theta_1 \cap \theta_2\}, \{\theta_1 \cap \theta_3\}, \{\theta_2 \cap \theta_3\}, \{\theta_1 \cap \theta_2 \cap \theta_3\}, \{(\theta_1 \cup \theta_2) \cap \theta_3\}, \{(\theta_1 \cup \theta_3) \cap \theta_2\}, \{(\theta_2 \cup \theta_3) \cap \theta_1\}, \{(\theta_1 \cap \theta_2) \cup \theta_3\}, \{(\theta_1 \cap \theta_3) \cup \theta_2\}, \{(\theta_2 \cap \theta_3) \cup \theta_1\}, \{(\theta_1 \cap \theta_2) \cup (\theta_1 \cap \theta_3) \cup (\theta_2 \cap \theta_3)\}\} \quad (8)$$

For larger cardinalities, the hyper power set makes computations prohibitively expensive (in processing time). Table I illustrates the problem with the first few cardinalities of  $2^\theta$  and  $D^\theta$ . The problem of being able to compute de cardinal of  $D^\theta$  is known as the Dedekind problem. In [27], the author presents a new approach is the resolution of this problem.

*1) Dezert-Smarandache Hybrid Combination Formula*

In DSmT, the hybrid rule [12-14] appropriate for constraints turns out to be much more complicated:

$$m_{M(\theta)}(A) = \phi(A)[S_1(A) + S_2(A) + S_3(A)] \quad \forall A \in D^\theta \quad (9)$$

$$S_1(A) = \sum_{X_1 \cap X_2 = A} m_1(X_1)m_2(X_2) \quad \forall X_1, X_2 \in D^\theta \quad (10)$$

$$S_2(A) = \sum_{\left[ \begin{array}{c} (u(X_1) \cup u(X_2)) = A \\ \vee \\ ((u(X_1) \cup u(X_2)) \in \theta) \\ \wedge \\ (A = 1_t) \end{array} \right]} m_1(X_1)m_2(X_2) \quad \forall X_1, X_2 \in \theta \quad (11)$$

$$S_3(A) = \sum_{X_1 \cup X_2 = A} m_1(X_1)m_2(X_2) \quad \forall X_1, X_2 \in D^\theta \quad (12)$$

$$X_1 \cap X_2 \in \emptyset$$

The reader is referred to a series of books on DSmT [12-14] for lengthy descriptions of the meaning of this formula. A three-step approach is proposed in the second of these books, which is used in this technical report. From now on, the term ‘‘hybrid’’ will be dropped for simplicity.

*C. Approximation method for belief functions*

The k-l-x approximation technique developed by Tessem [5] is designed to approximate Basic Probability Assignment (BPA) or mass function in Dempster-Shafer Theory (DST).

This algorithm for approximation of BPAs involves three parameters: k the minimum number of focal elements to be kept, l the maximum number of focal elements to be kept and x the maximum threshold on the sum of the lost masses. It can be summarized as follows:

1. Select the k focal elements with highest masses;
2. While the sum of their masses is less than 1-x, and while their number is less than l, add the next focal element with highest mass.

Since DSm theory works directly with BPAs, applying the k-l-x approximation technique to the DSmH is quite straightforward and can be done without any changes. Only some minor changes in the equations to define them over the hyper power set  $D^\theta$  instead of the power set  $2^\theta$  so that we can consider all sets defined over  $D^\theta$ .

*D. ESM and ISM sensors*

Our realistic case of application, as define later, makes use of two simulated sensor systems, electronic support measures (ESM) and image support module (ISM). Part of military electronic warfare, electronic warfare support (ES) is defined by [28] as

*Actions tasked by, or under direct control of, an operational commander to search for, intercept, identify, and locate or localize sources of intentional and unintentional radiated electromagnetic energy for the purpose of immediate threat recognition, targeting, planning, and conduct of future operations.*

ES makes use of a variety of tools and can produce measurement and signature intelligence (MASINT). ESM and ISM are used to accomplish the detection objective of ES. Detection is the active and passive monitoring of the environment for radio frequency, electro-optic, laser, IR, UV, electromagnetic threats.

TABLE I.  
CARDINALITIES FOR DST AND DSmT

Cardinal of $\theta$	2	3	4	5	6
Cardinal of $2^\theta$	4	8	16	32	64
Cardinal of $D^\theta$	5	19	167	7,580	7,828,353

ESM collects information through passive monitoring of electromagnetic radiation [29]. It provides initial detection, followed by technical and operational information on the target, then tactical combat information using a database. ISM can make use of forward-looking infrared (FLIR), spotlight synthetic aperture radar (SSAR) to provide information on a target. [30-32].

### III. NEW APPROXIMATION METHOD

The new approximation method we have at hand is inspired by Tessem [5] *klx*-approximation presented earlier. In fact, it uses the same parameters and algorithm to a certain point. We kept the same *klx* parameters and behavior with the exception that we have added a fourth parameter, *y*. That *y* parameter represents the maximum

#### ALGORITHM 1

---

```

Function klxy-approximation(m, k, l, x, y)

% parameters list:
% m : focal elements of bpa to approximate
% k : minimal number of focal elements to keep
% l : maximal number of focal elements to keep
% x : maximal mass to be removed
% y : maximum number of intersections to keep

Sort m according to masses
 $T_{mass} = \mathbf{0}$ ; % Total mass in approximated bpa ( $\mathbf{m}_{klxy}$ )
f = 0; % Number of focal elements of  $\mathbf{m}_{klxy}$ 
while (m contains focal elements) and (f ≤ 1)
    and ( (f < k) or ( $T_{mass} < (1 - x)$ ) ) do
        add next focal element A of m to  $\mathbf{m}_{klxy}$ 
        f = f + 1;
         $T_{mass} = T_{mass} + m(A)$ ;
    end while
for every focal elements of bpa ( $\mathbf{m}_{klxy}$ )
    % using sum of products notation
     $\mathbf{g} = \mathbf{0}$ ; % nb of intersections in current focal element
    if  $\mathbf{g} \geq \mathbf{y}$ 
        divide the current focal element into monomials
         $\mathbf{h} = \mathbf{0}$ ; % nb of intersections in current monomial
        for every monomials
            if  $\mathbf{h} \geq \mathbf{y}$ 
                % this part replaces the intersections of the monomial
                % made with ≥ y intersections, with unions.
                remove current monomial
                create h + 1 new monomials made of the
                singletons composing the monomial
            end if
        end for
    end if
end for
end if
end for
Normalize  $\mathbf{m}_{klxy}$ 
    % by dividing focal elements' mass by  $T_{mass}$ 
return

```

---

number of intersections we are willing to keep within a monomial within a focal element in a BOE. If we encounter such monomial we replace the intersection operator with unions in that monomial, hence keeping partly the information within appropriate singletons. Algorithm 1 shows in detail how this works. According to our research, as detailed in [34], we know that combination rules based on a conjunctive component tend to accumulate mass toward conjunctive sets. This tends to prevent us from being able to change decision properly with incoming information. That is why; we proposed to make use of a Thresholded Dempster-Shafer as we show in [38]. The choice and use of the *y* parameter exploits the fact that we usually get a lot of conjunctive sets.

### IV. EXAMPLES AND PERFORMANCES

This section explores the metrics presented in the previous section. These metrics will be used as distance measurements. We have implemented a DST, DSMT combination system within Matlab<sup>TM</sup>. The details explaining how DSMT was implemented appear in [33, 34]. Functions have been added in that system for the execution of the computation of various metrics, approximation methods, and cases of application. The current section will present a basic realistic case, followed by academic cases, then a more complex realistic case of application. It will be followed by preliminary results for this new approximation method for both cases of application.

#### A. Basic realistic case of application

Electronic Support Measures can identify emitters coming from a small bearing angle, which, in turn, can be related to platforms that belong to 3 classes: either Friend (F) (class 1), Neutral (N) (class 2), or Hostile (H) (class 3). Decision makers prefer results presented in STANAG 1241 allegiance form, which adds 2 classes: Assumed Friend (AF), and Suspect (S). The DSMT is particularly suited to this problem, since it allows for intersections between the original three classes of allegiance. In this way an intersection of Friend and Neutral can lead to an Assumed Friend, and an intersection of Hostile and Neutral can lead to a Suspect. This structure of allegiances will be referred as STANAG allegiance [35].

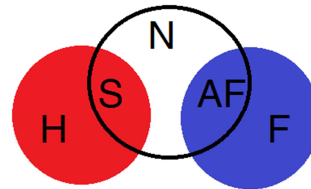


Figure 1. Venn diagram for the STANAG allegiances.

Figure 1 displays a visual representation of a possible interpretation of STANAG allegiance in DSMT. We can see that even though the input consists only of 3 classes, we are able to give an output into 5 classes. For example, here we have the class ‘Suspect’, which could be the result obtained after fusing ‘Hostile’ with ‘Neutral’. We also have the class ‘Assumed Friend’, which could be the result obtained after fusing ‘Friend’ with ‘Neutral’. Note that this case example has the intersection  $F \cap H = \emptyset$ , the null set, which is a constraint in DSM, leading to the use of its hybrid rule. This case example would be relevant for peace-keeping missions where Hostile and Friendly forces aren’t likely to be close one to another.

The following scenario parameters have been chosen: (1) ground truth is FRIEND for the first 50 iterations of the scenario and HOSTILE for the last 50, (2) the number of correct associations is 80%, corresponding to countermeasures appearing 20% of the time, in a randomly selected sequence, (3) the ESM declaration has a mass (confidence value in Bayesian terms) of 0.8, with the rest of the mass being assigned to the ignorance (the full set of elements, namely  $\Theta$ ). The scenario chosen is depicted in figure 2.

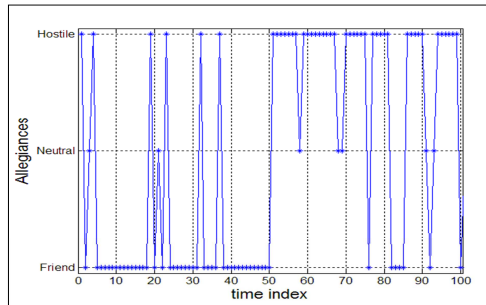


Figure 2: Chosen scenario.

Roughly 80% of the time the ESM declares the correct allegiance according to ground truth, and the remaining 20% is roughly equally split between the other two allegiances. Note that these percentages of occurrences are from a statistical point of view only, so that in the long run a large amount of randomly generated scenarios would amount to these ratios. There is an allegiance switch at the 50th time index. In [17], this realistic case of application is well explored and shows the value of the use of a good approximation technic and demonstrates a capacity to maintain good decision rates while increasing speed of execution. As stated earlier we focus here on extending research onto rather large DFS problems the use of the DST and the DSMT.

*B. Academic cases of application*

For the academic cases of application, we cover DFS 4, 6, and 10 cases using the same principle of information generation involved in the previous case. While we start with the basic realistic case for DFS 3, we expand to academic cases where we also allow class 4 for DFS4, and more precisely classes 1 up to the DFS at hand. This affects the spread of the distribution of the uncertainty among a wider set of propositions. Table 1 shows to what extent it can go for DFS going from DFS 2 to 6 for their worst case scenarios where the certainty is spread on all possible propositions.

*C. Realistic case of application*

To experiment with this new approximation method and to see how far we could use the DSMT into, we’ve developed a realistic interpretation of a case of naval platform identification using data fusion of ESM and ISM sensors’ reports. We use similar platform database (PDB) as was presented in [36].

Before getting into the details of the application, some background information can be useful. More details can be available in [30-32, 36]. For our research purposes, ships are divided into two ship categories (SC), line ships, and merchant ships. Within the line SC, ships are classified into five ship types (ST). Lines ST are Frigate, Destroyer, Cruiser, Patrol and Aircraft Carrier. Among the many attributes every ship has described in the PDB, we have the ship length and a list of emitters it has. And every emitter has a specific function among 7 possibilities, such as IFFINRE (IFF Interrogator or Responder), NAVNAVI (Naval Navigation radar) or ATCGCCA, etc. Table II highlights some information contained in PDB.

TABLE II.  
SOME INFORMATION ON THE CONTENT OF PDB

<b>EMITTER GROUPS OF LINE NAVAL PLATFORM</b>
NAV2DSU=60, NAV3DSU=21, NAVNAVI=33, NAVFICO=65, NAVECMS=33, ATCGCCA=13, IFFINRE=9
<b>NUMBER OF PLATFORMS OF PER SHIP TYPE</b>
25 PATROL, 34 FRIGATE, 24 DESTROYER, 12 CRUISER, 9 CARRIER, 13 OTHERS
<b>NUMBER OF PLATFORMS OF PER COUNTRY</b>
1 UNKN 1 AUST 9 CANA 7 INDI 2 DANM 1 KAZA 1 GERM 1 SWIT 1 EGYPT 2 TAIW 14 CHIN 3 LITH 14 USAM 26 RUSS 1 JORD 1 PAKI 2 LIBY 5 BRIT 1 SYRI 5 BRAZ 4 TURK 15 FRAN

1) Data generation

For simplification purposes, we define the ratio given by the current iteration step number over the total number of iteration steps of the simulation by  $\varphi$ . It will serve to increase value of sensors' certainty over time. For the data generation, we generate sensors' reports to fuse for an ESM and ISM sensors systems. An ISM report is generated for every five ESM reports; it returns us an estimated length of ship. To aim for a real time system we'd need to have fused about 72 reports (71 fusion steps for a total of 60 ESM reports and 12 ISM reports) in about around 5 minutes according to [30].

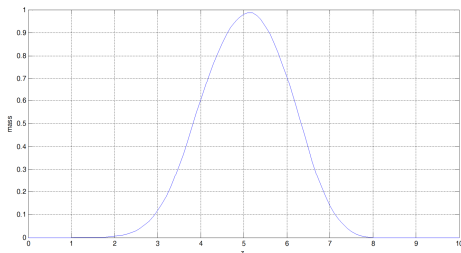


Figure 3: Mass distribution among the possible sets of emitters seen by the ESM.

We start with the ESM sensor system and a given target that we will know as the ground truth (GT). First step is to randomly pick an emitter among those present on GT according to our PDB. Then following a preset distribution of certainty shown in figure 3, we give to the chosen emitter a certainty level, which is function of  $\varphi$ . Hence simulating an increasing certainty over that seen emitter as we get more and more ESM sensor reading on that given target. Three other emitters selected randomly among emitters of the same function (see table II). The set of four emitters are given a certain degree of certainty

TABLE III  
ESM BOE generation example

<b>Step A, from randomly seen emitter #40 on target, we look for similar emitters</b>	
we get emitters #44, #75, #80	
<b>Step B, from the emitters seen, we form a the list of platforms containing them</b>	
id 9	(contains emitter #44)
id 9,10,13,14	(contains emitter #40)
id 10, 13, 14	(contains emitter #75)
id 10	(contains emitter #80)
<b>Step C, from the list of platforms containing probably seen emitter, and with the distribution shown in figure 3 such that distribution = normalized [z(3) z(3.6) z(5)*(1+φ) z(7)]</b>	
m(id 9) = 0.0375	m(id 10, 13, 14) = 0.7599
m(id 9,10,13,14) = 0.129	m(id 10) = 0.0736

following the distribution presented in figure 3. From the above, we get a series of four propositions formed each by a single emitter and a specific certainty value. The total of those four levels of certainty is 1. From the content of PDB we replace each of these emitters by a proposition made out of the union of all platform's IDs containing given emitter. Hence forming a BOE made of four propositions of possible platforms containing the emitter possibly seen following different degrees of certainty. Table III shows an example of how we would build the BOE from the ESM module.

During the same simulation, we also use the same GT randomly chosen previously for the ISM report. However this time we use the length of the platform as given by PDB. We add over true length of the GT a random value chosen within +/-3% of that length, simulating a degree of imprecision of ISM related sensors. We also build a body of evidence made of SC that is function of the GT's SC and of  $\varphi$ .

TABLE IV  
ISM SC mass distribution generation rules

1.	At the first quarter of the simulation
a.	$m(\text{line}) = [0.45 \text{ to } 0.55]$
b.	$m(\text{merchant}) = 3/4 \text{ of } 1 - m(\text{line}) - 0.04$
c.	$m(\text{unknown}) = 1/4 \text{ of } 1 - m(\text{line}) - 0.04$
2.	At the second quarter of the simulation
	$m(\text{line}) = [0.55 \text{ to } 0.65]$
3.	At the third quarter of the simulation
	$m(\text{line}) = [0.65 \text{ to } 0.75]$
4.	In the last quarter of the simulation
	$m(\text{line}) = [0.75 \text{ to } 0.93]$

Table IV shows the rules of construction of ISM's SC mass distribution. It is built in such way, that the ISM becomes more precise with time. A possible outcome of the random generator, which should remain within the boundaries set in table IV, for a  $\varphi < 0.25$ , could be:

$$\begin{aligned}
 m(\text{line}) &= 0.53 \\
 m(\text{merchant}) &= 0.3225 \\
 m(\text{unknown}) &= 0.1075 \\
 m(\text{ignorance}) &= 0.04
 \end{aligned}$$

To enhance further realism, when certainty on a SC is higher than 0.50 for the main SC, we investigate further and replace it with appropriate ST, following figure 4 distribution and the estimated length, which is the simulated detected length of the ship. Uncertainty value taken from distribution shown in figure 4 is normalized over the value of main SC that we want to replace by its underlying ST. For example, for an estimated ship length of 213 meters, we obtain the following BOE.

$$\begin{aligned}
 m(\text{merchant}) &= 0.3225 & m(\text{destroyer}) &= 0.0000 \\
 m(\text{unknown}) &= 0.1075 & m(\text{cruiser}) &= 0.3736 \\
 m(\text{ignorance}) &= 0.04 & m(\text{patrol}) &= 0.0000 \\
 m(\text{frigate}) &= 0.0000 & m(\text{carrier}) &= 0.1564
 \end{aligned}$$

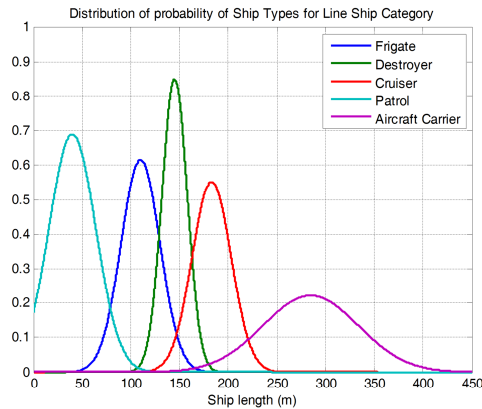


Figure 4: Distribution of probability of Ship Types for the Line Ship Category.

D. Preliminary results

As [15-17] shows, used approximation methods on cases similar to these have had excellent good decision rates, thus our focus on execution times here. For figures 5-11, green curves represents the non-approximated result, red curves represents cases where  $y = 2$ , blue curves represents cases with  $y = 3$ , and magenta curves represents cases with  $y = 4$ . Variation of parameter  $x$  did not show any perceptible effects until DFS 10 where it was shown to be insignificant when reasonable values were used, i.e. [0.2,0.4]. The same goes for parameter  $l$ , as shown in [15, 17] with similar application, that its effect is limited.

1) Basic realistic case of application

From this case of application's results we can see that  $k$  parameter has the most effect here. The minor variations are due to random generation of input data, as expected. The curves are regrouped around  $k = 3, 4, 5$ .

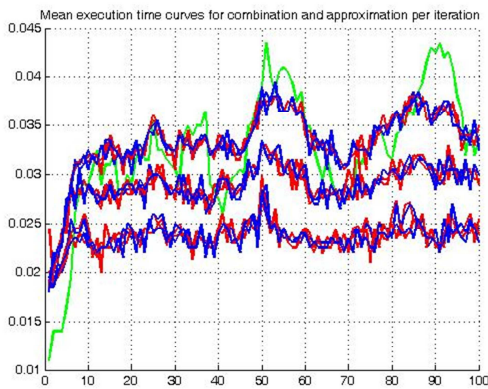


Figure 5: Mean time of execution per iteration for combination and approximation for DFS 3.

2) For the academic cases of application

For DFS beyond 3, we start seeing the impact of parameter  $y$  as red and blue curves tend to distance one to another. As expected, lower value of  $y$  gets lower execution time. In every experimented parameter values we have significant execution time gain over the non-approximated case.

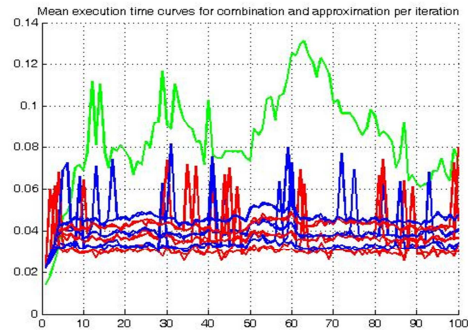


Figure 6: Mean time of execution per iteration for combination and approximation for DFS 4

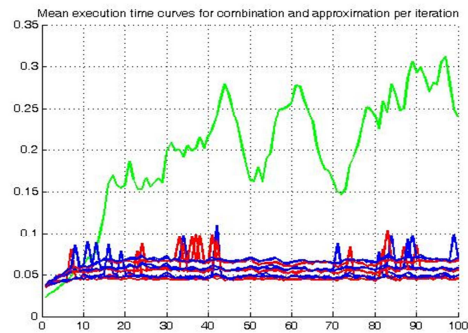


Figure 7: Mean time of execution per iteration for combination and approximation for DFS 6.

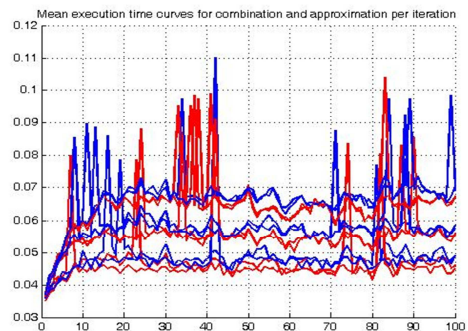


Figure 8: Mean time of execution per iteration for combination and approximation for DFS 6.



And at DFS 10, as seen quite nicely on figure 11, the gain over the non-approximated case is staggering. We also see from figures 10 and 11 the usefulness of the *klxy*-approximation over the *klx*-approximation as it tends to smoothen the curves significantly. Note that the non-approximated case took about 88 minutes as opposed to the average 8 minutes for approximated cases.

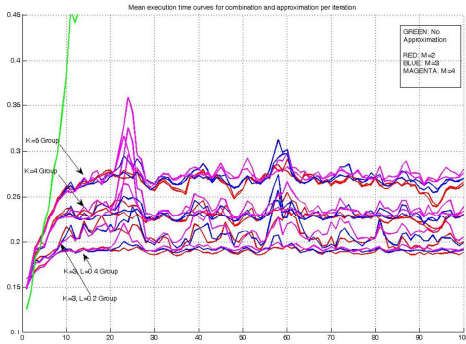


Figure 9: Mean time of execution per iteration for combination and approximation for DFS 10.

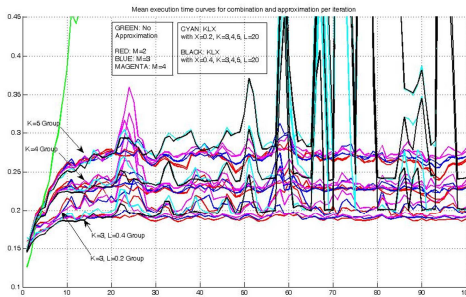


Figure 10: Mean time of execution per iteration for combination and approximation for DFS 10.

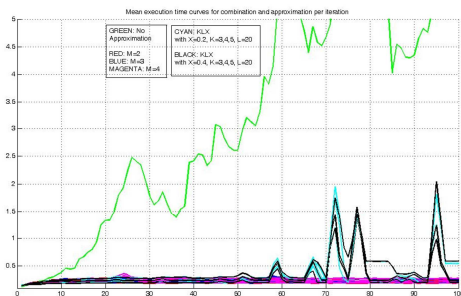


Figure 11: Mean time of execution per iteration for combination and approximation for DFS 10.

3) For the realistic case of application

First of all, just the fact that working with a very large problem size with the DSMT or even the DST, and having been able to output any result can be already considered as a success. A simple execution within this application framework, where we had 5 ESM and 1 ISM reports, where random target was target id #14, a patrol ship of 58 meters long and three identified emitters in our PDB, gave us execution times between 59 and 61 seconds on a 8 Gb of DDR2 Ram, AMD Phenom II 955 desktop computer. With these execution times we come quite close to real time execution, which is of variable duration but brings us at around the 6 reports to combine per minute we aimed for. As for the fusion results, the resulting BOE for DSMT differs from the one from DST. As expected and seen in research on DSMT, [12-14, 34], the decision process used with the DSMT is different from the one used with DST since DSMT spreads the mass over a larger number of propositions. This should not be seen as a negative point, as DSMT defines the same discernment frame over a larger reasoning frame and will have inevitably a wider spread of the mass. This is why in [34] the author used  $\{A, A \cap B\}$  as a good decision for a ground truth defined as  $\{A\}$  under the DSMT. For the decision maker, a more refined combination result lets him react in a more subtle, adjusted appropriate manner for each case.

In this specific case, with the same sensor information, the DST focuses 81.05% of the mass onto the proposition of a single singleton corresponding to target id #14. As for the DSMT, only 60.32% of the mass is on the same proposition. However, 19.10% of the masse is on the proposition of the intersection of ids 14 and 90, then 15.67% of the mass is on the proposition of the union of pairs of intersection (12,99) and (14,100). However, target id #14 is a small ST with limited number of known emitters. Even if this realistic case works well, we came upon other cases where the required time of execution was quite high and sometimes way too high for real-time applications.

With another randomly chosen target, this time, target id #72, a French destroyer of 152 meters of length with three known emitters in our PDB we get very different times of execution, far from real time under the DSMT. For 5 ESM and 1 ISM reports, DSMT execution times are around 34 minutes, and it is still around 1 minute in DST. This time, the process became too complex for the DSMT, even if applying the new approximation method. However it was still executable, which wasn't feasible without an approximation method before. As for the correctness of the combination result, DST gives us the right target id with a mass of 91.56%, the DSMT gives us the same with 66.98% and 13.98% to proposition made of the intersection of target ids 72 and 77. Note that target id #77 is another Destroyer of similar length, 156 meters, but American rather than French, still of Friendly allegiance from NATO's viewpoint.

## V. CONCLUSIONS

This paper presents a contribution useful for users of the Dempster-Shafer Theory and the Dezert-Smarandache Theory. When the size of the discernment frame gets high, calculations become too big to handle in a reasonable amount of time. In time critical systems, it would be better to use the new approximation method proposed here. This approximation method is based on limiting the length of a proposition. Our contribution resides in the following. We have developed an original way to approximate information stored in belief function. For this, we had to develop a realistic, but more complex case of application. We hence have applied the DS<sub>m</sub>T to a case of level of complexity and size never reached before. We can recall that the DS<sub>m</sub>T has not been implemented until [33], and after that, work has been limited to small sizes of discernment frames cases [12-14]. This ability to work in DS<sub>m</sub>T with large discernment frame can be seen as an engineering contribution.

Research was still pursued at different levels, including a new encoding method [37], on approximation methods [15-16], on a new probabilistic belief transformation in [14]. With the method presented here, and the encoding/decoding/storage of information initially developed in [33], we can apply the DS<sub>m</sub>T to much larger cases than ever previously done. While it still requires tweaking and adjustments, specifically for the proper selection of approximation parameters related to a specific case of application and to better optimizing implementation, we consider this a good achievement.

Future works would include a deeper exploration of the possibilities that this new approximation method gives us, rendering the DS<sub>m</sub>T practical were none dared to consider it. We would also need a way to analyze the growth of the number of propositions and their lengths considering various input and mass distribution as this affects directly the complexity and workload of data fusion systems.

## REFERENCES

- [1] G. Shafer, *A Mathematical Theory of Evidence*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey (1976).
- [2] A.P. Dempster, *Upper and lower probabilities induced by a multivalued mapping*, Ann. Math. Statist., 38 (1967), pp. 325-339.
- [3] Bayes, Thomas, and Price, Richard, *An Essay towards solving a Problem in the Doctrine of Chance. By the late Rev. Mr. Bayes, communicated by Mr. Price, in a letter to John Canton, M. A. and F. R. S.*, Philosophical Transactions of the Royal Society of London 53 (0): 370-418, 1763. doi:10.1098/rstl.1763.0053
- [4] P. Orponen, *Dempster's rule of combination is #P-complete*, Artificial Intelligence, Volume 44, Issues 1-2, July 1990, Pages 245-253, ISSN 0004-3702, [http://dx.doi.org/10.1016/0004-3702\(90\)90103-7](http://dx.doi.org/10.1016/0004-3702(90)90103-7).
- [5] B. Tessem, *Approximations for efficient computation in the theory of evidence*, Artificial Intelligence, Volume 61, Issue 2, June 1993, Pages 315-329, ISSN 0004-3702, [http://dx.doi.org/10.1016/0004-3702\(93\)90072-J](http://dx.doi.org/10.1016/0004-3702(93)90072-J).
- [6] M. Bauer, *Approximation algorithms and decision making in the Dempster-Shafer theory of evidence — An empirical study*, International Journal of Approximate Reasoning, Volume 17, Issues 2-3, August-October 1997, Pages 217-237, ISSN 0888-613X, [http://dx.doi.org/10.1016/S0888-613X\(97\)00013-3](http://dx.doi.org/10.1016/S0888-613X(97)00013-3).
- [7] D. Boily, and P. Valin, *Truncated Dempster-Shafer Optimization and Benchmarking*, in Proceedings of Sensor Fusion: Architectures, Algorithms, and Applications IV, SPIE Aerosense 2000, Orlando, Florida, Vol. 4051, pp. 237-246, April 24-28, 2000.
- [8] L. Zadeh, *A simple view of the Dempster-Shafer theory of evidence, and its implications for the rule of combination*, AI Mag., 7 (1986), pp. 85-90.
- [9] L. Zadeh, *On the validity of Dempster's rule of combination*, Memo M79/24, Univ. of California, Berkeley, USA, 1979.
- [10] J. Yen, *Can evidence be combined in the Dempster-Shafer Theory*, in Proceedings of the Third Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence, UAI1987, arXiv preprint arXiv:1304.2718, 2013.
- [11] J. Yen, *Evidential Reasoning in Expert Systems*. PhD thesis, University of California, Berkeley, 1986.
- [12] F. Smarandache, J. Dezert, editors. *Advances and Applications of DS<sub>m</sub>T for Information Fusion*, vol. 1, American Research Press, 2004.
- [13] F. Smarandache, J. Dezert, editors. *Advances and Applications of DS<sub>m</sub>T for Information Fusion*, vol. 2, American Research Press, 2006.
- [14] F. Smarandache, J. Dezert, editors. *Advances and Applications of DS<sub>m</sub>T for Information Fusion*, vol. 3, American Research Press, 2009.
- [15] P. Djiknavorian, P. Valin and D. Grenier, *Implementation of Approximations of Belief Functions for Fusion of ESM Reports within the DS<sub>m</sub> Framework*, in Proceedings of Information Fusion, 13th International Conference on, FUSION 2010, Edinburgh, UK, July 26-29th, 2010.
- [16] P. Djiknavorian, A. Martin, P. Valin and D. Grenier, *Étude comparative d'approximation de fonctions de croyances généralisées / Comparative Study of approximations of generalized beliefs functions*, in Proceedings of Logique Floue et ses Applications, LFA2010, Lannion, France, November 2010.
- [17] P. Djiknavorian, D. Grenier, and P. Valin, *Approximation in DS<sub>m</sub> theory for fusing ESM reports*, in Proceedings of International Workshop on Belief functions, Brest, France, 2010.
- [18] A.-L. Jousselme, D. Grenier, and E. Bossé, *A new distance between two bodies of evidence*, Information Fusion, Volume 2, Issue 2, June 2001, Pages 91-101, ISSN 1566-2535, [http://dx.doi.org/10.1016/S1566-2535\(01\)00026-4](http://dx.doi.org/10.1016/S1566-2535(01)00026-4).

- [19] P. Djiknavorian, D. Grenier, P. Valin, *New Metrics between Bodies of Evidences*, *Journal of Emerging Technologies in Web Intelligence*, Vol. 4, No 3, 264-272, Aug 2012, doi:10.4304/jetwi.4.3.264-272
- [20] A. Martin, *Reliability and combination rule in the theory of belief functions*, in Proceedings of Information Fusion, 12th International Conference on, FUSION 2009, Seattle, WA, USA, pp. 529 – 536, 6-9 July 2009.
- [21] K. Sentz, *Combination of Evidence in Dempster-Shafer Theory*, Sandia National Laboratories Technical Report, SAND 2002-0835, April 2002.
- [22] E. Lefevre, O. Colot, P. Vannoorenberghe, *Belief function combination and conflict management*, *Information Fusion*, Volume 3, Issue 2, June 2002, Pages 149-162, ISSN 1566-2535, [http://dx.doi.org/10.1016/S1566-2535\(02\)00053-2](http://dx.doi.org/10.1016/S1566-2535(02)00053-2).
- [23] D. Mercier, B. Quost, T. Denooux, *Contextual discounting of belief functions*, in Proceedings of ECQSARU2005, pp. 552–562, Barcelona, July 2005.
- [24] D. Mercier, T. Denooux, M.-H. Masson, *Refined sensor tuning in the belief function framework using contextual discounting*, in Proceedings of IPMU2006, Vol II, pp. 1443-1450, Paris, France, July 2006.
- [25] F. Smarandache, J. Dezert, J.-M. Tacnet, *Fusion of sources of evidence with different importances and reliabilities*, in Proceedings of Information Fusion, 13th International Conference on, FUSION 2010, Edinburgh, UK, July 26-29th, 2010.
- [26] R. Dedekind, *Über Zerlegungen von Zahlen durch ihre größten gemeinsamen Teiler*, *Gesammelte Werke* 2, 1897, pp. 103–148.
- [27] J. Kahn, *Entropy, independent sets and antichains: a new approach to Dedekind's problem*, in Proceedings of the American Mathematical Society 130 (2): 371–378, 2002, doi:10.1090/S0002-9939-01-06058-0
- [28] *Joint Publication 3-13.1 Electronic Warfare*, of the Joint Chiefs of Staff (JCJS) - Armed Forces of the United States of America. 25 January 2007. Online PDF retrieved on 2013-07-22.
- [29] N. Polmar, *The U. S. Navy Electronic Warfare (Part I)* United States Naval Institute Proceedings, October 1979.
- [30] A. Jouan, P. Valin, É. Bossé, *Concepts of data/information fusion for naval C2 and airborne ISR platforms*, Defence R&D Canada – Valcartier Technical Report, DRDC Valcartier TR 2004-284, November 2006.
- [31] P. Valin, E. Bossé, A. Jouan, *Information fusion concepts for airborne maritime surveillance and C2 operations*, Defence R&D Canada – Valcartier Technical Memorandum, DRDC Valcartier TM 2004-281, May 2006.
- [32] P. Valin, E. Bossé, A. Jouan, *Airborne application of information fusion algorithms to classification*, Defence R&D Canada – Valcartier Technical Memorandum, DRDC Valcartier TM 2004-282, May 2006.
- [33] P. Djiknavorian, D. Grenier, *Reducing DSMT hybrid rule complexity through optimization of the calculation algorithm*, in Advances and Applications of DSMT for Information Fusion, vol. 2, F. Smarandache and J. Dezert, editors, American Research Press, 2006.
- [34] P. Djiknavorian, *Fusion d'informations dans un cadre de raisonnement de Dezert-Smarandache appliquée sur des rapports de capteurs ESM sous le STANAG 1241*, Master's Thesis, Université Laval, 2008.
- [35] STANAG 1241, *NATO Standard Identity Description Structure for Tactical Use*, North Atlantic Treaty Organization, April 2005.
- [36] M.C. Florea, *Fusion d'informations imparfaites dans le cadre unificateur des ensembles aléatoires – Application à l'identification de Cibles*, Master's Thesis, Université Laval, March 2003.
- [37] A. Martin, *Implementing general belief function framework with a practical codification for low complexity*, in Advances and Applications of DSMT for Information Fusion, vol. 3, F. Smarandache and J. Dezert, editors, American Research Press, 2009.
- [38] P. Valin, P. Djiknavorian, and E. Bosse, *A Pragmatic Approach for the use of Dempster-Shafer Theory in Fusing realistic Sensor Data*, *J. of Advances in Info. Fusion*, Vol. 5, No. 1, June 2010.



## B.2 Publication au Journal of Emerging Technologies in Web Intelligence

La présente section présente la publication au Journal of Emerging Technologies in Web Intelligence.

- [28] **Pascal Djiknavorian**, Dominic Grenier, Pierre Valin. New Metrics between Bodies of Evidences. *Journal of Emerging Technologies in Web Intelligence*, 4(3), 2012.

# New Metrics between Bodies of Evidences

Pascal Djiknavorian, Dominic Grenier

Laval University/Electrical and Computer Engineering, Quebec, Canada

Email: {djikna, Dominic.Grenier}@gel.ulaval.ca

Pierre Valin

Defence R&D Canada Valcartier/Decision Support Systems section, Quebec, Canada

Email: pierre.valin@drdc-rddc.gc.ca

**Abstract**—We address the problem of the computational difficulties occurring by the heavy processing load required by the use of the Dempster-Shafer Theory (DST) in Information Retrieval. Specifically, we focus our efforts on the measure of performance known as the Jousselme distance between two basic probability assignments (or bodies of evidences). We discuss first the extension of the Jousselme distance from the DST to the Dezert-Smarandache Theory, a generalization of the DST. It is followed by an introduction to two new metrics we have developed: a Hamming inspired metric for evidences, and a metric based on the degree of shared uncertainty. The performances of these metrics are compared one to each other.

**Index Terms**—Dempster-Shafer, Measure of performance, Evidential Theory, Dezert-Smarandache, Distance

## I. INTRODUCTION

Comparing two, or more, bodies of evidences (BOE) in the case of large frame of discernment, in the Dempster-Shafer theory of evidence [1, 2], may not always give intuitive choices from which we can simply choose a proposition the with largest basic probability assignment (BPA) (or mass), or belief. A metric becomes very useful to analyze the behavior of a decision system in order to correct and enhance its performance. It is also useful when trying to evaluate the distance between two systems giving different BOEs. It is also helpful to determine if a source of information regularly gives an answer that is far from other sources, so that this faulty source can be weighted or discarded. Different approaches to deal with conflicting or unreliable sources are proposed in [3, 4, 5].

Although the Dempster-Shafer Theory (DST) has many advantages, such as its ability to deal with uncertainty and ignorance, it has the problem of becoming quickly computationally heavy as it is an NP-hard problem [6]. To alleviate this computational burden, many approximation techniques of belief functions exist [7, 8, 9]. References [10, 11] show implementations and a comparative study of some approximation techniques.

To be able to efficiently evaluate the various approximation techniques, one needs some form of metric. The Jousselme distance between two bodies of evidences [12] is one of them. However, there is a

problem with this metric: it requires the computation of the cardinal of a given set, an operation which is very costly computation-wise within the DST. Alternatives to the Jousselme distance are thus needed. This is the objective of the research we present here.

### A. The Dempster-Shafer Theory in Information Retrieval

The authors of [13] use the DST to combine the visual and textual measures for ranking choosing the best word to use as annotation for an image. The DST is also used in the modeling of uncertainty in Information Retrieval (IR) applied to structured documents. We find in [14] that the use of the DST is due to: (i) it's ability to represent leaf objects; (ii) it's ability to capture uncertainty and the aggregation operator it provides, allowing the expression of uncertainty with respect to aggregated components; and (iii) the properties of the aggregation operator that are compatible with those defined by the logical model developed by [15].

Extensible Markup Language (XML) IR, by contrast to traditional IR, deals with documents that contain structural markups which can be used as hints to assess the relevancy of individual elements instead of the whole document. Reference [16] presents how the DST can be used in the weighting of elements in the document. It is also used to express uncertainty and to combine evidences derived from different inferences, providing relevancy values of all elements of the XML document.

Good mapping algorithms that perform efficient syntactic and semantic mappings between classes and their properties in different ontologies is often required for Question Answering systems. For that purpose, a multi-agent framework was proposed in [17]. In this framework, individual agents perform the mappings, and their beliefs are combined using the DST. In that system, the DST is used to deal with the uncertainty related to the use of different ontologies. The authors also use similarity assessment algorithms between concepts (words) and inherited hypernyms; once using BOE to represent information, metrics between BOE could be used to accomplish this.

As shown in [18], the fundamental issues in IR are the selection of an appropriate scheme/model for document representation and query formulation, and the determination of a ranking function to express the relevance of the document to the query. The authors

compare IR systems based on probability and belief theories, and note a series of advantages and disadvantages with the use of the DST in IR. Putting aside the issue of computational complexity, they come to the conclusion that the DST is the better option, thanks to its ability to deal with uncertainty and ignorance.

The most significant differences between DST and probability theory are the explicit representation of uncertainty and the evidence combination mechanism. This can allow for more effective document processing [19]. It is also reported by [20] that the uncertainty occurring in IR can come from three sources regarding the relation of a document to a query: (i) in the existence of different evidences; (ii) due to unknown number of evidences; and (iii) in the existence of incorrect evidences. There is thus a clear benefit to using a method that can better combine evidences and handle their uncertainty. Interested readers are encouraged to consult [21] for an extensive study of the use of Dempster-Shafer Theory to Information Retrieval.

## II. BACKGROUND

### A. Dempster-Shafer Theory of Evidence

Dempster-Shafer Theory (DST) has been in use for over 40 years [1-2]. The theory of evidence or DST has been shown to be a good tool for representing and combining pieces of uncertain information. The DST of evidence offers a powerful approach to manage the uncertainties within the problem of target identity. DST requires no a priori information about the probability distribution of the hypothesis; it can also resolve conflicts and can assign a mathematical meaning to ignorance.

However, traditional DST has the major inconvenience of being an NP-hard problem [6]. As various evidences are combined over time, Dempster-Shafer (DS) combination rules will have a tendency to generate more and more propositions (i.e. focal elements), which in turn will have to be combined with new input evidences. Since this problem increases exponentially, the number of retained solutions must be limited by some approximation schemes, which truncate the number of such propositions in a coherent (but somewhat arbitrary) way. Let  $\Theta$  be the frame of discernment, i.e. the finite set of  $n$  mutually exclusive and exhaustive hypotheses  $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n\}$ . The power set of  $\Theta$ ,  $2^\Theta$  is the set the  $2^n - 1$  subsets of  $\Theta$ ,  $2^\Theta = \{\emptyset, \{\theta_1\}, \{\theta_2\}, \dots, \{\theta_n\}, \{\theta_1 \cup \theta_2\}, \dots, \{\theta_1 \cup \theta_2 \cup \dots \cup \theta_n\}\}$ , where  $\emptyset$  denotes the empty set.

#### 1) Belief functions:

Based on the information provided by sensor sources and known a priori information (i.e. a knowledge base), a new proposition is built. Then, based on this proposition, a Basic Probability Assignment (BPA or mass function) is generated, taking into account some uncertainty or vagueness. Let us call  $m_{t=0}$ , the new incoming BPA. The core of the fusion process is the combination of  $m_t$  and the BPA at the previous time,  $m_{t-1}$ . The resulting BPA at time  $t$ ,  $m_t$ , is then the support for decision making. Using different criteria, the best candidate for identification is

selected from the database. On the other hand,  $m_t$  must be combined with a new incoming BPA and thus becomes  $m_{t+1}$ . However, this step must be preceded by a proposition management step, where  $m_t$  is approximated. Indeed, since the combination process is based on intersections of sets, the number of focal elements increases exponentially and rapidly becomes unmanageable. This proposition management step is a crucial one as it can influence the entire identification process.

The Basic Probability Assignment is a function  $m$  such that  $m: 2^\Theta \rightarrow [0,1]$  which satisfies the following conditions:

$$\sum_{A \in 2^\Theta} m(A) = 1 \quad (1)$$

$$m(\emptyset) = 0 \quad (2)$$

Where  $m(A)$  is called the mass. It represents our confidence in the fact that "all we know is that the object belongs to  $A$ ". In other words,  $m(A)$  is a measure of the belief attributed exactly to  $A$ , and to none of the subsets of  $A$ . The elements of  $2^\Theta$  that have a non-zero mass are called focal elements. Given a BPA  $m$ , two functions from  $2^\Theta$  to  $[0,1]$  are defined: a belief function  $Bel$ , and a plausibility function  $Pl$  such that

$$Bel(A) = \sum_{B \subseteq A} m(B) \quad \forall A, B \in 2^\Theta \quad (3)$$

$$Pl(A) = \sum_{A \cap B \neq \emptyset} m(B) \quad \forall A, B \in 2^\Theta \quad (4)$$

It can also be stated that  $Pl(A) = 1 - Bel(\bar{A})$ , where  $\bar{A}$  is the complement of  $A$  and  $Bel(A)$  measures the total belief that the object is in  $A$ , whereas  $Pl(A)$  measures the total belief that can move into  $A$ . The functions  $m$ ,  $Bel$  and  $Pl$  are in one-to-one correspondence, so it is equivalent to talk about any one of them or about the corresponding body of evidence.

#### 2) Conflict definition:

The conflict  $K$  corresponds to the sum of all masses for which the set intersection yield the null set  $\emptyset$ .  $K$  is called the conflict factor and is defined as:

$$K = \sum_{A \cap B = \emptyset} m_1(A)m_2(B) \quad A, B \subseteq \Theta \quad (5)$$

$K$  measures the degree of conflict between  $m_1$  and  $m_2$ :  $K = 0$  corresponds to the absence of conflict, whereas  $K = 1$  implies a complete contradiction between  $m_1$  and  $m_2$ . Indeed,  $K = 0$  if and only if no empty set is created when  $m_1$  and  $m_2$  are combined. On the other hand we get  $K = 1$  if and only if all the sets resulting from this combination are empty.

#### 3) Dempster-Shafer Combination Formulae:

In DST, a combined or "fused" mass is obtained by combining the previous  $m_1(A)$  (presumably the results of previous fusion steps) with a new  $m_2(B)$  to obtain a fused result as follows:

$$(m_1 \oplus m_2)(C) = \frac{1}{1-K} m_c(C) \quad \forall C \subseteq \Theta \quad (6)$$

$$m_c(C) = \sum_{A \cap B = C} m_1(A)m_2(B) \quad (7)$$



2) *Jaccard Similarity Measure:*

The Jaccard similarity measure [27] is a statistic used for comparing the similarity and diversity of sample sets. It was originally created for species similarity evaluation.

$$S(A, B) = \frac{|A \cap B|}{|A \cup B|} \quad (23)$$

3) *Distances Properties:*

A distance function, also called a distance metric, on a set of points  $\mathcal{S}$  is a function  $d: \mathcal{S} \times \mathcal{S} \rightarrow \mathbb{R}$  with four properties [28, 29]; suppose  $x, y \in \mathcal{S}$ :

$$d(x, y) \geq 0 \quad \text{non-negativity} \quad (24)$$

$$d(x, y) = 0 \text{ iff } x = y \quad \begin{array}{l} \text{identity of} \\ \text{indiscernible} \end{array} \quad (25)$$

$$d(x, y) = d(y, x) \quad \text{symmetry} \quad (26)$$

$$d(x, z) \leq d(x, y) + d(y, z) \quad \text{triangle inequality} \quad (27)$$

Some authors also require that  $\mathcal{S}$  be non empty.

4) *Jousselme Distance:*

To analyze the performance of approximation algorithm, to compare the proximity to non-approximated versions, or to analyze the performance of the DS fusion algorithm comparing the proximity with the ground truth if available, the Jousselme distance measures can be used [12]. The Jousselme distance is an Euclidean distance between two BPAs. Let  $m_1$  and  $m_2$  be two BPAs defined on the same frame of discernment  $\Theta$ , the distance between  $m_1$  and  $m_2$  is defined as:

$$d_j(m_1, m_2) = \sqrt{\frac{1}{2} \langle (m_1 - m_2), (m_1 - m_2) \rangle} \quad (28)$$

$$\langle m_1, m_2 \rangle = \sum_{A \in \Theta} \sum_{B \in \Theta} m_1(A) m_2(B) S(A, B) \quad (29)$$

where  $S(A, B)$  is the Jaccard similarity measure

III. NEW METRICS

A. *Extension of the Jousselme distance to the DSMT*

The Jousselme distance as defined originally in [12] can work without major changes, as it is within the DSMT framework. The user simply has to use two BPAs defined over the DSMT theory instead of BPAs defined within the DS theory. Boundaries, size, and thus amount of computation will of course be increased. But otherwise, there is no counter indication to using this distance in DSMT. We thus can keep equation (28) as the definition of Jousselme distance within DSMT, with the definition of the DSMT Cardinal.

Tables II and III show the bodies of evidences and their distances one-to-another. The example was realized with a discernment frame of size three ( $|\Theta| = 3$ ), so that the cardinal of its hyper power set would be  $|\mathcal{D}^\Theta| = 19$  for the free model, as defined by Dezert and Smarandache [22]. Table II is divided into three sections, each one of them represents data for one BOE. The three columns give the focal sets, associated BPA value, and the cardinal of that set.

TABLE II  
FIRST SERIES OF THREE BODIES OF EVIDENCES

	$m_1(\cdot)$	$ \cdot $
A	0.8	4
$A \cap B$	0.1	2
$A \cup B$	0.1	6

	$m_2(\cdot)$	$ \cdot $
B	0.8	4
$A \cap B$	0.1	2
$A \cup B$	0.1	6

	$m_3(\cdot)$	$ \cdot $
$A \cap B$	0.8	2
$A \cup B$	0.1	6
$A \cap C$	0.1	2

Pairwise computation between the different pairs of BOEs took quite some time with all the required calculations by the Jousselme distance of evidences. The results are shown in Table III. The proof of respect of all properties has already been done for the DST in [12].

The difference with the original version of the distance presented in [12] is the allowed presence of intersections which creates the hyper power set from the power set. This difference adds up possibilities of more computations to get to the distance value. More specifically, the cardinal evaluation part of the Jousselme distance is worsened by the hyper power set increase in size when compared to the power set.

B. *Hamming-inspired metric on evidences*

1) *Continuous XOR mathematical operator:*

In [30], Weisstein define the standard OR operator noted  $\vee$  as a connective in logic which yields true if any one of a sequence conditions is true, and false if all conditions are false.

In [31], Germundsson and Weisstein define the standard XOR logical operator ( $\underline{\vee}$ ) as a connective in logic known as the exclusive OR or exclusive disjunction. It yields true if exactly one, but not both, of two conditions are true. This operator is typically designed as symmetric difference in set theory [32]. As such, the authors define it as the union of the complement of A with respect to B and B with respect to A. Figure 1 is a Venn diagram displaying binary XOR operator on numerical discrete values in Figure 1.

TABLE III  
EXTENDED JOUSSELME DISTANCE RESULTS

	$d_j$
$d_j(m_1, m_2)$	0.65
$d_j(m_2, m_3)$	0.52
$d_j(m_1, m_3)$	0.52

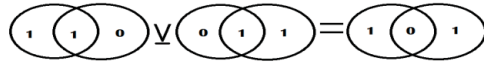


Figure 1. Venn diagram displaying binary XOR operator on numerical discrete values.

Starting with the standard XOR logical operator and inspired by the Hamming distance [33] which uses a symmetric difference implicitly, we develop the idea of a continuous XOR operator. Figure 2 shows a simple case similar to that of previous figure but using values from  $\mathbb{R}$ . We can see that it is working as an absolute value of the difference applied on each partition of the Venn diagrams individually one to another.

2) Metric between evidences based on Hamming distance principle:

The Hamming distance [33] between two strings is the minimum number of substitutions required to change one string to another. In other words, it is defined by the sum of absolute values of differences. From this, with the DSm cardinal [22], and using a continuous XOR mathematical operator, we have developed a new distance, the Hamming Distance of Evidences (HDE). This distance is bounded within normal values, such that  $d_{HDE} \in [0,1]$ . This new distance also respects the properties of equations (24-27): non-negativity, identity of indiscernibility, symmetry, and the triangle inequality.

The HDE is defined as in equation (30), which uses the  $X_i$  defined in equation (31), and where  $S^\theta \triangleq (\theta, \cup, \cap, c(\cdot))$  is the super-power set. For example, in the case where we have a discernment frame such as  $\theta = \{\theta_1, \theta_2\}$ , we would obtain the following super-power set  $S^\theta (|\theta| = 2) \equiv \{\{\theta_1\}, \{\theta_2\}, \{\theta_1 \cup \theta_2\}, \{\theta_1 \cap \theta_2\}, \{\emptyset\}, c(\{\theta_1\}), c(\{\theta_2\}), c(\{\theta_1 \cup \theta_2\}), c(\{\theta_1 \cap \theta_2\}), c(\{\emptyset\})\}$ .

$$HDE(X, Y) = \frac{1}{2} \sum_{\forall X_i, Y_j} X_i \vee Y_j \quad (30)$$

$$\sum_{X_i \in A} m(X_i) = \frac{m(A)}{|A|} \quad (31)$$

The HDE uses the BPA mass distributed among the different parts (sets) in  $S^\theta$  that composes the BPA from  $D^\theta$ . This transition from  $D^\theta$  to  $S^\theta$  is done using equation (31). Using the super-power set version of the BPA gets us a more refined and precise definition of it.

Once in the super-power set framework, we use an adaptation of the Hamming distance or the continuous XOR operation defined previously. Its implementation is more easily understood as a summation of the absolute of the differences<sup>1</sup> between the BPAs in  $S^\theta$  divided by 2.

For BOEs defined in Table II in the previous section, without any constrained set, we get the results given in Table IV. Then, we can easily compare relative distances to have a reliable point of reference. The Jousselme distance is considered to be our distance of reference.

<sup>1</sup> This is equivalent to the *symmetric difference* expression used to define XOR operator in literature [32].

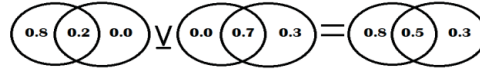


Figure 2. Venn diagram displaying continuous XOR operator.

C. Metric using a degree of shared uncertainty

1) Similarity coefficient of degree of shared uncertainty:

The idea behind a similarity coefficient of degree of shared uncertainty is to quantify the degree of shared uncertainty that lies behind a pair of sets. We want to avoid the use of cardinal operators. We conceived a decision tree test which will evaluate the degree of shared uncertainty. The following equation shows what the coefficient of similarity between a pair of sets is when using the metric that we suggest.

$$\varphi_{A \times B} = \begin{cases} 3, & A = B \\ 2, & A \subset B | A \supset B \\ & A \cap B \neq \emptyset \\ 1, & A \not\subset B | A \not\supset B \\ & A \neq B \\ 0, & A \cap B = \emptyset \end{cases} \quad (32)$$

Equation (32) gives a coefficient value of 3 when the pair of sets is equal; the value 2 when one of the sets is included in the other one, and 1 when the sets give a non-empty intersection but none is included in another nor being equal. Finally, the coefficient has a value of 0 when the intersection between the pair of sets is the empty set. The maximum value that the coefficient of similarity  $\varphi_{A \times B}$  has between sets A and B is 3.

2) Metric between evidences based on a degree of shared uncertainty:

From the similarity coefficient of degree of shared uncertainty as defined above, we get the following distance, noted  $DSU_{init}$  and defined in equation (33). In that equation, the factor  $1/|\mathfrak{F}_1| |\mathfrak{F}_2| \times \max(\varphi)$  is a normalization factor  $N$  required to bound of the distance. The summation over  $\forall A \in \mathfrak{F}_1 \times \forall B \in \mathfrak{F}_2$  symbolizes a sum going over the matrix of every possible pair of sets from focal elements  $\mathfrak{F}_i, \mathfrak{F}_j$ .

$$DSU_{init}(X, Y) = 1 - \frac{1}{|\mathfrak{F}_1| |\mathfrak{F}_2| \times \max(\varphi)} \sum_{\forall A \in \mathfrak{F}_1 \times \forall B \in \mathfrak{F}_2} \varphi_{A \times B} \quad (33)$$

Even if we consider (33) as the distance using  $\varphi_{A \times B}$  similarity coefficient, we might want to consider the possibility of building one that uses only a triangular matrix out of the matrix-domain of the summation. However, since commutativity is a built-in property, this measure will have a bit of useless redundancy.

TABLE IV  
HAMMING DISTANCE ON EVIDENCES RESULTS

	$d_{HDE}$
$d_{HDE}(m_1, m_2)$	0.40
$d_{HDE}(m_2, m_3)$	0.40
$d_{HDE}(m_1, m_3)$	0.35



Equation (33) could be expressed in the simple form:  $DSU_{init}(X, Y) = 1 - Z$ , where  $Z$  is a similarity factor. Since distances use dissimilarity factors (so that a distance of 0 means that  $X = Y$ ), a subtraction from 1 is required. However, the idea of a distance solely based on equation (33) isn't enough. One should consider weighting similarities with mass value from BPAs in order to really represent the distance between bodies of evidences and not only a combination of sets. We propose (34) as a final equation for that reason.

$$DSU(X, Y) = 1 - \frac{1}{\max(\varphi)} \sum_{\forall A \in \mathfrak{F}_1 \times \forall B \in \mathfrak{F}_2} m_{\mathfrak{F}_1}(A) \times m_{\mathfrak{F}_2}(B) \varphi_{A \times B} \quad (34)$$

Table V uses a simple case to show the inner workings of this method. The first matrix shown in the table is a computation matrix with the degree of shared uncertainty  $\varphi_{A \times B}$ , defined in (32), and the product of the masses of the pair of sets  $m_{\mathfrak{F}_1}(A) \times m_{\mathfrak{F}_2}(B)$ . The second matrix gives the value of the weighted similarity values. Finally, the last table in Table V indicates the sum of the values from within the previous matrix, or the value of the sum in equation (34), the normalization factor and finally the Distance of Shared Uncertainty (DSU).

This distance could be qualified as discrete in the sense that not all values of  $\mathbb{R}$  will be possible for DSU in any case of distance measurement. However, that is true only for fixed values of BPA. Since BPA values are continuous in  $[0,1]$  then  $DSU \in [0,1]$ .

Table VI shows the results of the metric based on the degree of shared uncertainty measurements on the same BOEs described in Table II as previously experimented on at Tables III for Jusselme distance and Table IV for Hamming distance on evidences.

TABLE V  
SIMPLE CASE OF METRIC BASED ON SHARED UNCERTAINTY DEGREE

	$m_2$	A	B
$m_1$		0.8	0.2
$A \cap B$		<b>2</b>	<b>2</b>
0.8		0.64	0.16
$A \cup B$		<b>2</b>	<b>3</b>
0.2		0.16	0.04

	$m_2$	A	B
$m_1$		0.8	0.2
$A \cap B$		<b>1.28</b>	<b>0.32</b>
0.8			
$A \cup B$		<b>0.32</b>	<b>0.12</b>
0.2			

$\Sigma$	2.04
$\Sigma/N$	0.68
<i>DSU</i>	0.32

TABLE VI  
METRIC BASED ON SHARED UNCERTAINTY DEGREE RESULTS

	$d_{DSU}$
$d_{DSU}(m_1, m_2)$	0.513
$d_{DSU}(m_2, m_3)$	0.333
$d_{DSU}(m_1, m_3)$	0.307

IV. EXAMPLES AND PERFORMANCES

This section explores the metrics presented in the previous section. These metrics will be used as distance measurements. We have implemented a DST, DSMT combination system within Matlab™. The details explaining how DSMT was implemented appear in [34, 35]. Functions have been added in that system for the execution of the computation of various metrics.

A. A few simple examples

1) Exploration case 1:

Using the same bodies of evidences as presented in Table II, we obtained the results and times given in Table VII for the execution, in seconds, for the same inputs given to the three distances presented previously: the  $d_j$ , the HDE and DSU. Based only on this data, it is difficult to choose which metric is best. However we can already see, as expected, that the Jusselme distance would be difficult to use in real-time complex cases due to the computation time it requires.

2) Exploration case 2:

This case further explores the behaviors of the distance metrics. We will use two bodies of evidences. The first will be fixed with the following values:  $\{m_1(C) = 0.8, m_1(A \cup B \cup C) = 0.2\}$ . For the second BOE, we will increment successively the mass of one focal element nine times, reducing from the same value the mass of the second focal element such as  $\{m_2(C) = i/10, m_2(A \cup B \cup C) = (1 - \frac{i}{10})\}$ , where  $i \in [1:9]$ .

The results of this exploration case are given in Table VIII. We can notice from that table that DSU is not able to correctly consider distances with the mass distributions. Obviously, this is an undesirable behavior occurring for the situation with a pair of BOE with identical sets.

We can also see that the HDE and Jusselme distance responds in a symmetric manner to the symmetric mass distribution around equal BOEs. In other words, steps  $i = 7$  and  $i = 9$  gives equal values, as they should. For step  $i = 8$ , all metrics gives the proper distance of zero.

TABLE VII  
DISTANCE AND TIME OF EXECUTION VALUES FOR CASE 1

	$d(m_1, m_2)$		$d(m_2, m_3)$		$d(m_1, m_3)$	
	Dist.	time	Dist.	time	Dist.	time
$d_j$	0.653	1.621	0.534	0.090	0.546	0.099
HDE	0.4	0.027	0.35	0.018	0.4	0.018
DSU	0.54	0.101	0.307	0.014	0.333	0.016

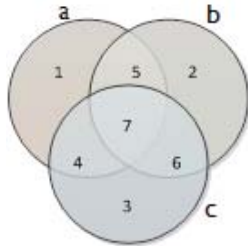


Figure 3. Venn diagram with the 7 partitions of a size 3 case.

Table IX shows that both HDE and DSU demonstrate a clear advantage over Jousselme distance in terms of execution times.

3) Exploration case 3:

Figure 3 shows the 7 possible partitions of a size 3 case. This case proceeds a little differently from the previous two. Instead of keeping identical BOEs with varying masses, the BOEs are now varied. A third and fourth focal elements in some of the BOEs are introduced for that purpose. The first BOE is always the same:  $\{m_1(b) = 0.8, m_1(a \cup b \cup c) = 0.2\}$ . The BOEs used as the second one in the pairwise distances are listed here:

- A.  $\{m_2(b) = 0.7, m_2(b \cup c) = 0.1, m_2(a \cup b \cup c) = 0.2\}$
- B.  $\{m_2(b) = 0.6, m_2(b \cup c) = 0.2, m_2(a \cup b \cup c) = 0.2\}$
- C.  $\{m_2(b) = 0.7, m_2(b \cap c) = 0.1, m_2(a \cup b \cup c) = 0.2\}$
- D.  $\{m_2(b) = 0.6, m_2(b \cap c) = 0.2, m_2(a \cup b \cup c) = 0.2\}$
- E.  $\{m_2(b) = 0.6, m_2(b \cap c) = 0.1, m_2(b \cup c) = 0.1, m_2(a \cup b \cup c) = 0.2\}$
- F.  $\{m_2(b) = 0.1, m_2(b \cap c) = 0.6, m_2(b \cup c) = 0.1, m_2(a \cup b \cup c) = 0.2\}$
- G.  $\{m_2(b) = 0.1, m_2(b \cap c) = 0.1, m_2(b \cup c) = 0.6, m_2(a \cup b \cup c) = 0.2\}$

The results of this case are given in Table X. As expected, we can observe a Distance Variation ( $\Delta d$ ) increase for the following pairs:  $\Delta d(A \rightarrow B), \Delta d(C \rightarrow D)$ ,

TABLE VIII  
DISTANCE VALUES FOR CASE 2

$i$	$d_j$	HDE	DSU
1	0.458	0.300	0.000
2	0.393	0.257	0.000
3	0.327	0.214	0.000
4	0.236	0.171	0.000
5	0.196	0.128	0.000
6	0.131	0.086	0.000
7	0.065	0.043	0.000
8	0.000	0.000	0.000
9	0.065	0.043	0.000

TABLE IX  
EXECUTION TIME VALUES FOR CASE 2

$i$	$d_j$	HDE	DSU
1	0.241	0.027	0.078
2	0.043	0.010	0.008
3	0.043	0.010	0.007
4	0.043	0.010	0.007
5	0.043	0.010	0.006
6	0.040	0.010	0.006
7	0.041	0.010	0.007
8	0.040	0.010	0.006
9	0.041	0.010	0.006

$\Delta d(E \rightarrow F)$  and  $\Delta d(E \rightarrow G)$ . The notation  $\Delta d(X \rightarrow Y)$  signifies that the observed distance variation going from case X to Y is increasing.

For the interesting cases F and G, we have  $\Delta d(E \rightarrow F) > \Delta d(E \rightarrow G)$ . The difference between F and G is that the mass of  $\{b\}$  goes to  $\{b \cap c\}$  in F, while in G it mainly goes to  $\{b \cup c\}$ .

DSU metric for case F is equal to case G, in all the other metrics they give smaller values for case G when compared to case F. Similar conclusions are obtained when comparing metrics for the pairs of cases (A, C), and (B,D): for similar mass redistribution, when giving the mass to a disjunction the resulting distance is smaller than if it were to be distributed to an intersection.

3) Exploration's conclusions:

In general, it is better for identical sets to have lowest distance. Otherwise, a minimal number of sets will minimize the distribution of mass onto unshared partitions. With no identical partitions in common, it is preferable to have a higher mass onto disjunctive sets which have more common partitions. Also, it is better to have disjunctive sets as specific as possible; in other words, of lowest cardinality. Hence, too much mass given to a set that has too many uncommon partitions with the targeted ID or ground truth must be avoided. To get distances values such as  $\Delta d(BOE_1 \rightarrow BOE_2) < \Delta d(BOE_1 \rightarrow BOE_3)$ , one needs masses in  $BOE_2$  to be distributed on sets that have a higher ratio of common partitions with  $BOE_1$  than the sets of  $BOE_3$  would have.

Finally the use of either Jousselme (adapted to DSMT) or the DHE, which is much quicker, is recommended.

TABLE X  
DISTANCE VALUES FOR CASE 3

	$d_j$	HDE	DSU
A	0.058	0.033	0.133
B	0.115	0.067	0.160
C	0.071	0.050	0.133
D	0.141	0.100	0.160
E	0.100	0.067	0.160
F	0.440	0.317	0.293
G	0.367	0.200	0.293



V. CONCLUSIONS

This paper introduced two new distances between evidences for both the Dempster-Shafer Theory and Dezert-Smarandache Theory to replace the Jousselme distance.

When the size of the discernment frame gets high: the distance calculation becomes too big to handle in a reasonable amount of time. In time critical systems, it would be better to use the Hamming distance of evidences. For the distance using the degree of shared uncertainty DSU, studies must be done further. A correction may be required to prevent it from considering masses properly when facing identical bodies of evidences.

Future works would include the use of DSMT [22, 23, 24] and its hierarchical information representation abilities in conjunction with approximation of belief functions algorithms in Information Retrieval.

ACKNOWLEDGMENT

The authors wish to thank the reviewers for their comments. This work was carried out as part of Pascal Djiknavorian's doctoral research at Université Laval. Pascal Djiknavorian study was partly funded by RDDC.

REFERENCES

- [1] G. Shafer, *A Mathematical Theory of Evidence*. Princeton University Press, Princeton, NJ, USA, 1976.
- [2] A. Dempster, "Upper and lower probabilities induced by multivalued mapping", *The Annals of Mathematical Statistics*, vol. 38, pp. 325-339, 1967.
- [3] M. C. Florea and E. Bosse, "Dempster-Shafer Theory: combination of information using contextual knowledge", in Proceedings of 12<sup>th</sup> International Conference on Information Fusion, Seattle, WA, USA, July 6-9, 2009, pp. 522-528.
- [4] S. Le Hegarat-Masclé, I. Bloch, and D. Vidal-Madjar, "Application of Dempster-Shafer evidence theory to unsupervised classification in multisource remote sensing", *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 35, issue: 4, pp.1018-1031, August 1997.
- [5] J. Klein and O. Colot, "Automatic discounting rate computation using a dissent criterion", Proceedings of Workshop on the Theory of Belief Functions, Brest, France, April 1-2, 2010.
- [6] P. Orponen, "Dempster's rule of combination is # P-complete", *Artificial Intelligence*, vol. 44, no. 1-2, pp. 245-253, 1990.
- [7] B. Tessem, "Approximations for efficient computation in the theory of evidence", *Artificial Intelligence*, vol. 61, pp 315-329, June 1993.
- [8] M. Bauer, "Approximation Algorithms and Decision Making in the Dempster-Shafer Theory of Evidence-An Empirical study", *International Journal of Approximate Reasoning*, vol. 17, no. 2-3, pp. 217-237, 1997.
- [9] D. Boily, and P. Valin, "Truncated Dempster-Shafer Optimization and Benchmarking", in Proceedings of Sensor Fusion: Architectures, Algorithms, and Applications IV, SPIE Aerosense 2000, Orlando, Florida, April 24-28, 2000, Vol. 4051, pp. 237-246.
- [10] P. Djiknavorian, P. Valin and D. Grenier, "Approximations of belief functions for fusion of ESM reports within the DSMT framework", Proceedings of the 13th International Conference of Information Fusion, Edinburg, UK, 2010.
- [11] P. Djiknavorian, A. Martin, P. Valin and D. Grenier, « Étude comparative d'approximation de fonctions de croyances généralisées / Comparative Study of approximations of generalized beliefs functions », in Proceedings of Logique Floue et ses Applications, LFA2010, Lannion, France, Novembre 2010.
- [12] A.-L. Jousselme, D. Grenier, and E. Bosse, "A new distance between two bodies of evidence", *Information Fusion*, vol. 2, no. 2, pp. 91-101, June 2001.
- [13] R. Xiaoguang, Y. Nenghau, W. Taifeng, L. Mingjing, "A Search-Based Web Image Annotation Method", Proceedings of IEEE International Conference on Multimedia and Expo, 2007, pp. 655-658.
- [14] M. Lalmas, "Dempster-Shafer's theory of evidence applied to structured documents: modelling uncertainty", in Proceedings of the 20th annual international ACM SIGIR, pp. 110-119, Philadelphia, PA, USA. ACM, 1997. DOI:10.1145/258525.258546
- [15] Y. Chiararella, P. Mulhem and F. Fourel, "A Model for Multimedia Information Retrieval", Technical Report, Basic Research Action FERMI 8134, 1996.
- [16] F. Raja, M. Rahgozar, F. Oroumchian, "Using Dempster-Shafer Theory in XML Information Retrieval", Proceedings of World Academy of Science, Engineering and Technology, Vol. 14, August 2006.
- [17] M. Nagy, M. Vargas-Vera and E. Motta, "Uncertain Reasoning in Multi-agent Ontology Mapping on the Semantic Web", in Proceedings of the Sixth Mexican International Conference on Artificial Intelligence – Special Session, MICAI 2007, November 4-10, 2007. Pp. 221-230. DOI:10.1109/MICAI.2007.11
- [18] K.R. Chowdhary and V.S. Bansal, "Information Retrieval using probability and belief theory", in Proceedings of the 2011 International Conference on Emerging Trends in Networks and Computer Communications (ETNCC), 2011, pp. 188-191. DOI:10.1109/ETNCC.2011.5958513
- [19] A. Verikas, A. Lipnickas, K. Malmqvist, M. Bacauskiene, and A. Gelzinis, "Soft combination of neural classifiers: A comparative study", *Pattern Recognition Letters*, vol. 20, pp. 429-444, 1999.
- [20] A.M. Fard, H. Kamyar, *Intelligent Agent based Grid Data Mining using Game Theory and Soft Computing*, Bachelor of Science Thesis, Ferdowsi University of Mashhad, September 2007.
- [21] I. Ruthven and M. Lalmas, "Using Dempster-Shafer's Theory of Evidence to Combine Aspects of Information Use", *Journal of Intelligent Information Systems*, vol. 19 issue 3, pp.267-301, 2002.
- [22] Smarandache, F., Dezert, J. editors. *Advances and Applications of DSMT for Information Fusion*, vol. 1, American Research Press, 2004.
- [23] Smarandache, F., Dezert, J. editors. *Advances and Applications of DSMT for Information Fusion*, vol. 2, American Research Press, 2006.
- [24] Smarandache, F., Dezert, J. editors. *Advances and Applications of DSMT for Information Fusion*, vol. 3, American Research Press, 2009.
- [25] Ph. Smets, "Data fusion in the Transferable Belief Model", in Proceedings of the 3rd International Conference on Information Fusion, Fusion 2000, Paris, July 10-13, 2000, pp. PS21-PS33.
- [26] J. Diaz, M. Rifqi, B. Bouchon-Meunier, "A Similarity Measure between Basic Belief Assignments", in Proceedings of the 9th International Conference on Information Fusion, Florence, Italy, 10-13 July, 2006.

- [27] P. Jaccard, "Étude comparative de la distribution florale dans une portion des Alpes et des Jura" *Bulletin de la Société Vaudoise des Sciences Naturelles*, vol. 37, pp. 547–579, 1901.
- [28] E.W. Weisstein, "Distance" From MathWorld--A Wolfram Web Resource, July 2012. <http://mathworld.wolfram.com/Distance.html>
- [29] M. Fréchet, "Sur quelques points du calcul fonctionnel", *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo*, vol. 22, pp. 1-74, 1906.
- [30] E.W. Weisstein, "OR", From MathWorld--A Wolfram Web Resource, July 2012. <http://mathworld.wolfram.com/OR.html>
- [31] R. Germundsson and W. E. Weisstein, "XOR", From MathWorld--A Wolfram Web Resource, July 2012. <http://mathworld.wolfram.com/XOR.html>
- [32] E.W. Weisstein, "Symmetric Difference", From MathWorld--A Wolfram Web Resource, July 2012. <http://mathworld.wolfram.com/SymmetricDifference.html>
- [33] R.W. Hamming, "Error detecting and error correcting codes", *Bell System Technical Journal*, vol. 29, issue 2, pp. 147–160, 1950.
- [34] P. Djiknavorian, D. Grenier, "Reducing DSMT hybrid rule complexity through optimization of the calculation algorithm", in *Advances and Applications of DSMT for Information Fusion*, F. Smarandache and J. Dezert, editors, American Research Press, 2006.
- [35] P. Djiknavorian, "Fusion d'informations dans un cadre de raisonnement de Dezert-Smarandache appliquée sur des rapports de capteurs ESM sous le STANAG 1241", Master's Thesis, Université Laval, 2008.



**Pascal Djiknavorian** received a B.Eng. in computer engineering and a certificate in business administration in 2005 from Laval University. From there, he also completed in 2008 a M.Sc. in electrical engineering on information fusion within the Dezert-Smarandache theory framework applied to ESM reports under STANAG 1241.

He is currently a Ph.D. student in information fusion at Laval University and is supervised by Professor Dominic Grenier and Professor Pierre Valin. He has a dozen publications as book's chapters, in journals, and conference's proceedings. His research interests include evidential theory, Dezert-Smarandache theory, approximation algorithms, and optimization methods.

Mr. Djiknavorian is a graduate student member of the IEEE.



**Dominic Grenier** received the M.Sc. and Ph.D. degrees in electrical engineering in 1985 and 1989, respectively, from the Université Laval, Quebec City, Canada.

From 1989 to 1990, he was a Postdoctoral Fellow in the radar division of the Defense Research Establishment in Ottawa (DREO), Canada. In 1990, he joined the Department of Electrical Engineering at Université Laval where he is currently a Full Professor since 2000. He was also co-editor for the Canadian Journal on Electrical and Computer Engineering during 6 years.

Recognized by the undergraduate students in electrical and computer engineering at Université Laval as the electromagnetism and RF specialist, his excellence in teaching has resulted in his being awarded the "Best Teacher Award" many times. He obtained in 2009 one special fellowship from the Quebec Minister for education.

His research interests include inverse synthetic aperture radar imaging, signal array processing for high resolution direction of arrivals and data fusion for identification.

Prof. Grenier has 32 publications in refereed journals and 75 more in conference proceedings. In addition, 33 graduate students completed their thesis under his direction since 1992.

Prof. Grenier is a registered professional engineer in the Province of Quebec (OIQ), Canada.



**Pierre Valin** received a B.Sc. honours physics (1972) and a M.Sc. degree (1974) from McGill University, then a Ph.D. in theoretical high energy physics from Harvard University (1980), under the supervision of the 1979 Nobel Laureate Dr. Sheldon Glashow.

He was a faculty lecturer at McGill and Associate Professor of Physics in New Brunswick at Moncton and Fredericton before joining Lockheed Martin Canada in 1993 (then called Paramax), as a Principal Member of R&D. In 2004, he became a defence scientist at Defence R&D Canada (DRDC) at Valcartier, where he currently leads a research group in Future C2 Concepts & Structures. He is thrust leader for Air Command at DRDC since 2007.

He has been particularly active in the International Society of Information Fusion (ISIF) through the organization of FUSION 2001 and 2007. He has been ISIF board member since 2003, VP-membership since 2004, and was president in 2006. He is also an associate editor for the Journal of Advances in Information Fusion (JAIF).

Dr. Valin's interests focus mainly on the following topics: Multi-Sensor Data Fusion (MSDF) requirements and design, C2 systems, algorithmic benchmarking, use of a priori information databases, imagery classifiers (EO/IR and SAR) and their fusion, neural networks, fuzzy logic, information processing and uncertainty representation, reasoning techniques for recognition and identification (Bayes, Dempster-Shafer, Dezert-Smarandache), SAR image processing, Network Centric Warfare, distributed information fusion, dynamic resource management, as well as theoretical and mathematical physics.

### B.3 Publication au Journal of Advances in Information Fusion

La présente section présente la publication au Journal of Advances in Information Fusion.

- [93] Pierre Valin, **Pascal Djiknavorian**, Éloi Bossé. A Pragmatic Approach for the use of Dempster-Shafer Theory in Fusing Realistic Sensor Data. *Journal of Advances in Information Fusion*, 5(1), 2010.

# A Pragmatic Approach for the use of Dempster-Shafer Theory in Fusing Realistic Sensor Data

PIERRE VALIN  
PASCAL DJIKNAVORIAN  
ÉLOI BOSSÉ

This article addresses the performance of Dempster-Shafer (DS) theory, when it is slightly modified to prevent it from becoming too certain of its decision upon accumulation of supporting evidence. Since this is done by requiring that the ignorance never becomes too small, one can refer to this variant of DS theory as Thresholded-DS. In doing so, one ensures that DS can respond quickly to a consistent change in the evidence that it fuses. Only realistic data is fused, where realism is discussed in terms of data certainty and data accuracy, thereby avoiding Zadeh's paradox. Performance measures of Thresholded-DS are provided for various thresholds in terms of sensor data certainty and fusion accuracy to help designers assess beforehand, by varying the threshold appropriately, the achievable performance in terms of the estimated certainty, and accuracy of the data that must be fused. The performance measures are twofold, first in terms of stability when fused data are consistent, and second in terms of the latency in the response time when an abrupt change occurs in the data to be fused. These two performance measures must be traded off against each other, which is the reason why the performance curves will be very helpful for designers of multi-source information fusion systems using Thresholded-DS.

Manuscript received August 4, 2009; revised December 2, 2009; released for publication December 15, 2009.

Refereeing of this contribution was handled by Jean Dezert.

Authors' address: P. Valin and El. Bossé, Decision Support Systems section, Defence R&D Canada Valcartier, 2459 Blvd Pie XI Nord, Québec, G3J 1X5, Canada; P. Djiknavorian, Département de Génie Électrique et de Génie Informatique, Université Laval, Québec, G1K 7P4, Canada.

1557-6418/10/\$17.00 © 2010 JAIF

## 1. INTRODUCTION

Potential users of Dempster-Shafer (DS) theory [5, 10] are often faced at the outset with a list of its pitfalls, which they must somehow solve or at least live with:

1. When confronted with Bayesian reasoning over  $N$  identities, DS theory seems at a disadvantage. Indeed, since DS theory reasons over the power set, which has  $2^N - 1$  elements, excluding the null set, the storage of all of the intermediate fusion results and the processing of them quickly can become overwhelming, when compared to Bayesian reasoning. However, many solutions were developed from 1993 until 1997, such as those of Simard et al. [4, 11], Tessem [14], and Bauer [1]. They all involve approximation (or truncation) schemes with 3 tunable parameters, and some have been researched extensively [2, 3] as to which values are appropriate for a given situation. One therefore takes the view that this problem can be solved, and we will then focus on cases with small values of  $N$ .
2. When the evidence to be fused is too consistent, DS theory will become certain of it after a sufficient number of steps, and will have an extremely hard time to react to a sudden real change in the evidence to be fused. This was solved by Simard et al. [4, 11] by preventing the ignorance from falling below a certain threshold, hereafter called  $I_{\min}$ , after each fusion step, one of the three tunable parameters mentioned previously. After setting the ignorance to  $I_{\min}$ , all the other masses are rescaled proportionately, so that these rescaled masses now sum up to  $(1 - I_{\min})$ . This is the approach we will follow here.
3. When evidence is too conflicting, the normalization step in DS theory can cause wild behaviours from one extreme to another. This is partially a problem in modeling the uncertainty of the data to be fused. We take the approach that the data must correctly be modeled by specifying its accuracy and certainty in a reasonable and realistic manner.

At this point, one should make more precise what is meant by data certainty and accuracy:

1. Certainty is a feature of the sensor that declares that a certain proposition is true with a given mass value  $m$ . With little loss of generality, one can assume for simplicity that the sensor declares only one proposition with mass  $m$ , and that the rest is assigned to the ignorance. This is likely the case, when the time allowed for decisions is critical, since it provides at each time step only one likely candidate for the declaration. In the example scenario described later, an Electronic Support Measures (ESM) sensor is likely to provide such a behaviour. In order to stress this point, the article will always mention in the text "sensor certainty."

2. Accuracy refers here to how often the data is likely to be wrong. For example, the association mechanism that is necessary to select which sensor data is to be associated to which track can sometimes be erroneous, particularly if it is single scan in nature. Accuracy is therefore a characteristic of the fusion process, not the sensor itself. In the case of the ESM sensor, miss-associations can occur for the bearing-only reports when the targets are densely found in that bearing angle. In order to stress this point, the article will always mention in the text “declaration accuracy.”

One should point out at this time that any sensor will have a value for the uncertainty (or certainty) of its declaration(s), and that, however complex the association mechanism, the association mechanism will occasionally err in its contact-to-track (or track-to-track) correlations, which will provide an inaccuracy in the fusion results. In this sense, the performance characteristics that will be provided later below for Thresholded-DS can be applied to a wide range of sensors and positional fusion algorithms, with only very minor modifications.

## 2. STATEMENT OF THE PROBLEM AND SCENARIO

The selected problem was already used in publications [6–8] that addressed the use of Dezert-Smarandache (DSm) theory [12, 13] and compared it to Thresholded-DS. When the two approaches were compared in these publications, the focus was on DSm performance, while neglecting Thresholded-DS performance. It became quickly clear that, if one did not insist on conformance to STANAG 1241 [9] (which only DSm can provide), Thresholded-DS theory performed quite well. This article aims to fill this gap by exploring at much greater length the stability and response time of the theory for various threshold levels  $I_{\min}$  in terms of sensor data accuracy and declaration certainty.

A possible illustration of the problem chosen is through the fusion of three types of ESM reports: Friend ( $*g_1$ ), Neutral ( $\theta_2$ ), or Hostile ( $\theta_1$ ). Since  $N = 3$ , the first pitfall of DS theory mentioned in the introduction is avoided, and no approximation schemes are necessary.

The approach followed in this article will be to study the ESM problem using a Modeling and Simulation (M&S) approach, first on specific representative scenarios, followed by a thousand Monte-Carlo runs to confirm the conclusions that can be reached.

The list of the prerequisites that any scenario must address are:

- Should have a clearly defined ground truth, which is sufficiently complex to test stability and latency in the response time.
- Should contain sufficient miss-associations, leading to values of average fusion accuracy that are in a realistic range.

- Should only provide partial knowledge about the ESM sensor declaration and to varying degrees, which therefore leads to sensor uncertainty (or sensor certainty) values that are in a realistic range.

The following scenario parameters have therefore been chosen accordingly:

1. The known ground truth is Friend ( $\theta_1$ ) for the first 50 time stamps of the scenario, and Hostile ( $\theta_3$ ) for the last 50 time stamps.
2. The percentage of correct associations is approximately  $\text{Acc}\%$ , corresponding to countermeasures appearing  $(100 - \text{Acc})\%$  of the time.  $\text{Acc}\%$  will be explored over a realistic range between 60% and 90%. If the accurate allegiance is Friend (as is the case for the first 50 time stamps), then the declarations which correspond to miss-associations are equally distributed between Neutral and Hostile. Similarly, for the last 50 time stamps when Hostile is the correct allegiance, the miss-associations are distributed evenly between Friend and Neutral.
3. The ESM declaration has a mass of  $m$ , with the rest  $(1 - m)$  being assigned to the ignorance, reflecting a certainty percentage  $\text{Cer}\%$  in the declaration.  $\text{Cer}\%$  will be explored over a realistic range between 60% and 90%.

This section will show a representative example of such a scenario, but the rest of the paper addresses the general trends that can be established from 1000 Monte-Carlo runs, where a different random seed is chosen for each member of the sequence in each Monte-Carlo run.

Thresholded-DS should be able to adequately represent the main features of the ground truth (which is known in an M&S approach), namely

1. Show stability under occasional miss-associations, namely show stability when fused data are generally consistent, specifically for the first 50 time stamps (after a short ramp-up time) and the last 50 time stamps (after the ramp-up time, or latency, due to the allegiance change).
2. Switch allegiance when the ground truth does so, namely have a reasonable measured latency in the response time (or delay, hereafter denoted  $\Delta$ ) when an abrupt change occurs in the data to be fused.

A typical scenario, with the random number generator set to produce *on average* (for a set of Monte-Carlo runs) an  $\text{Acc}\% = 80\%$ , is shown in Fig. 1, with the x-axis representing the time index.

For this scenario, Thresholded-DS achieves the results shown in Fig. 2, given a typical value of  $I_{\min} = 0.02$ . In Fig. 2, the x-axis represents the time index, and the y-axis represents the value of basic belief assignment (or mass) associated with the given hypothesis. Note that Thresholded-DS therefore never becomes more than 98% sure of its fused result (as mentioned in the introduction).



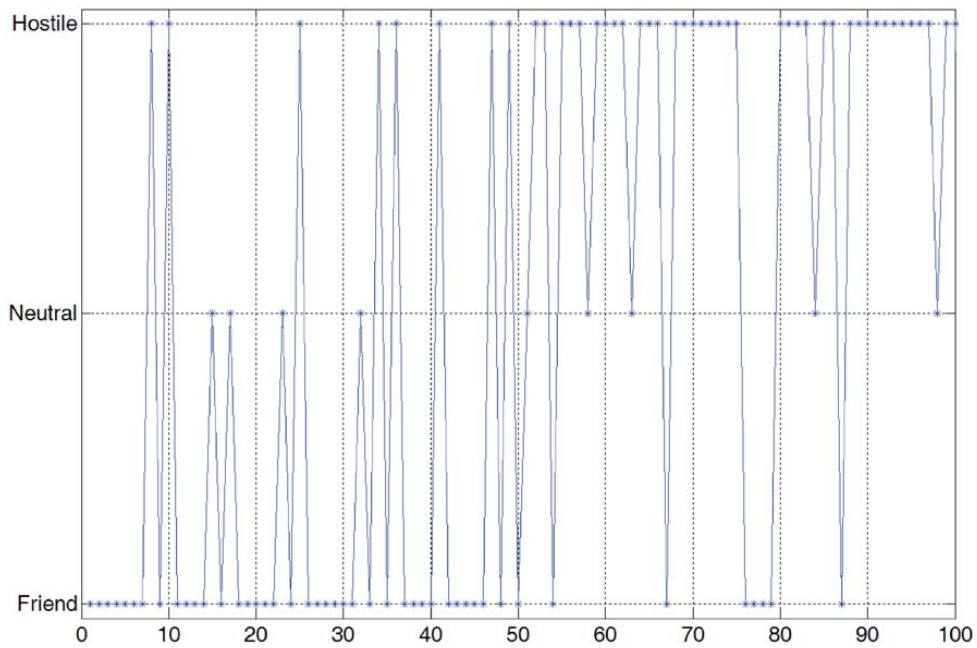


Fig. 1. Typical scenario with Acc% = 80%.

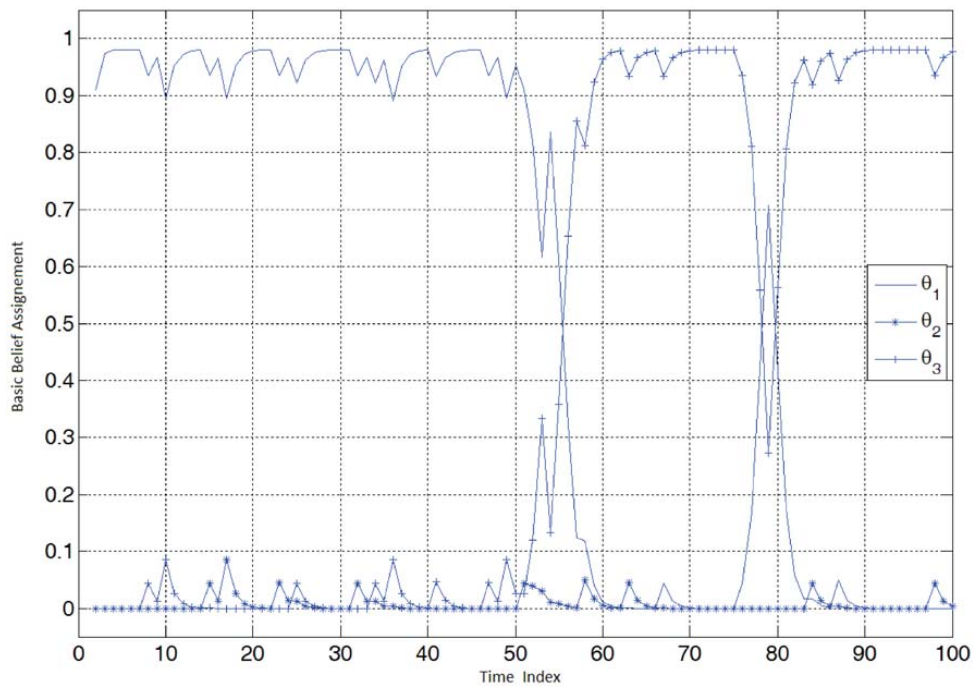


Fig. 2. Thresholded-DS for the typical scenario with Acc% = 80% and Cer% = 70%.

DS never becomes confused, shows good stability when miss-associations arrive randomly spaced out, which is the case until iteration 50. It then reacts rea-

sonably quickly and takes about 8–10 reports before switching allegiance as it should. Furthermore, after being confused for an iteration around the sequence of

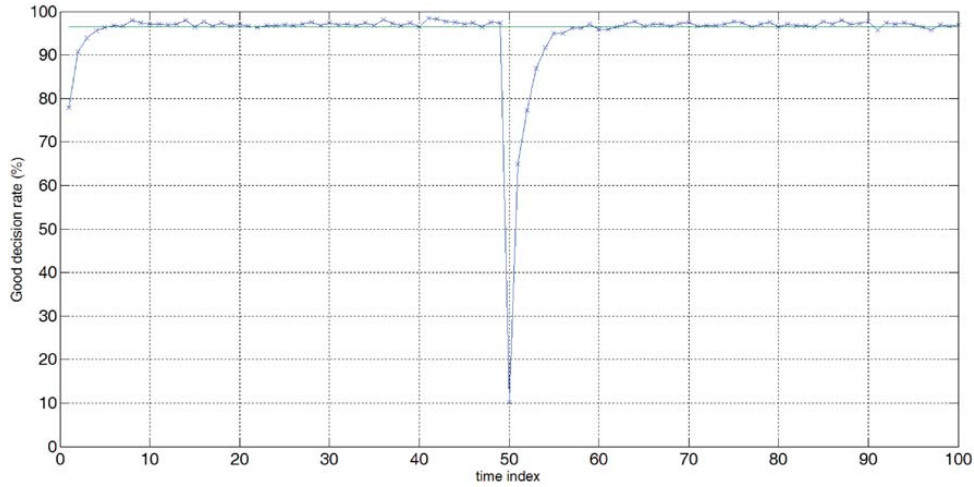


Fig. 3. Good decision rate for the scenario with Acc% = Cer% = 80% and 1000 runs.

four Friend reports starting at iteration 76, it quickly reverts to the correct Hostile status.

Fig. 3 shows a sample of a good decision rate of the target identification for Thresholded-DS using an input case such as the one from Fig. 1 generated randomly 1000 times. More specifically, it is the result of a Monte-Carlo simulation run of 1000 with an ESM sensor having values of accuracy and certainty both at 80% with the DS threshold at  $I_{\min} = 0.05$  at every fusion step.

In order to evaluate the latency in the reaction time around iteration 50, we first determine the empirical mean averaged over time index 15 to 45 and 65 to 95, and then we subtract three times the value of the empirical standard deviation ( $3\sigma$ ) averaged over the same interval. This interval has been chosen arbitrarily to exclude most of the instability that is mostly due to the initialization instability and the change of allegiance instability. So it will only include the instability of the decision system and the input data. The measure of latency then starts at time index 50, and ends at the time index at which the good decision rate reaches the threshold for reaction time performance shown as a horizontal line in Fig. 3. This horizontal line corresponds to the mean determined by the method above minus three standard deviations  $\sigma$ , which indicate the stability in the above mentioned time periods, according to the formulae for  $\sigma$ :

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2, \quad \mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i.$$

The standard deviation  $\sigma$  tends to a fixed value as a function of increasing  $n$ , as shown in Figs. 4(a) for 100 Monte-Carlo iterations and 4(b) for 1000 Monte-Carlo iterations (0.16% in this case on the y-axis, with the x-axis being again the time index), but show less noise as  $n$  increases. This shows that  $\sigma$  is a dynamical feature of

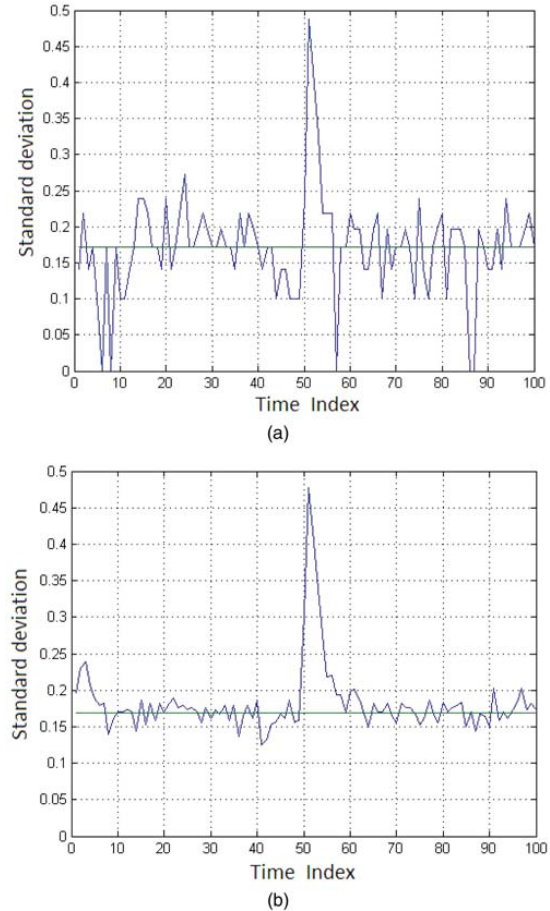


Fig. 4. (a) (top) and (b) (bottom). Standard deviations  $\sigma$  for stability (in %).

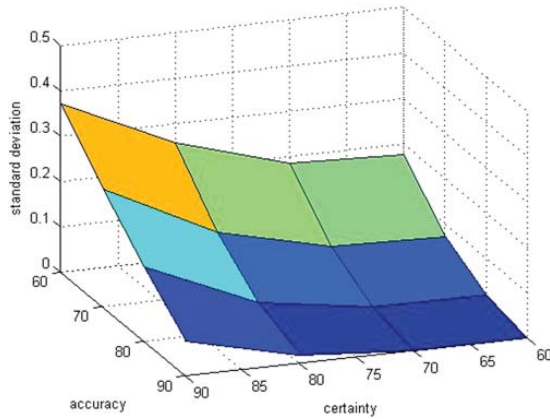


Fig. 5. Measure of stability  $\sigma$  for  $I_{\min} = 0.01$ .

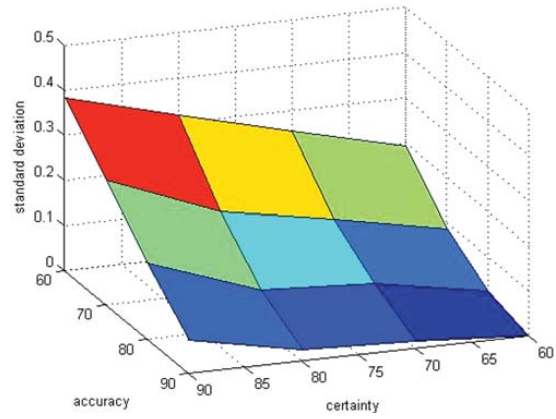


Fig. 7. Measure of stability  $\sigma$  for  $I_{\min} = 0.03$ .

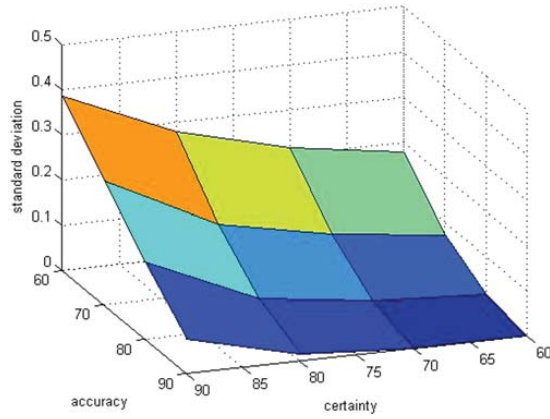


Fig. 6. Measure of stability  $\sigma$  for  $I_{\min} = 0.02$ .

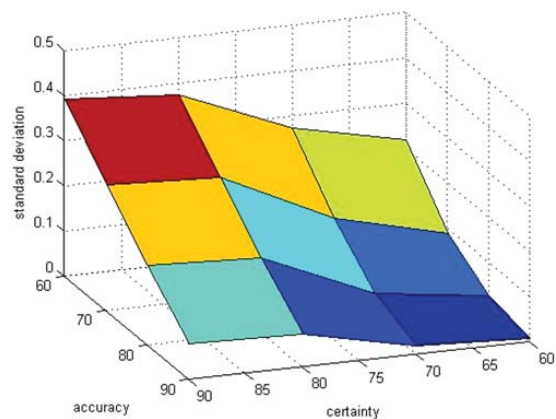


Fig. 8. Measure of stability  $\sigma$  for  $I_{\min} = 0.04$ .

the process, rather than being dependent on the number of Monte-Carlo runs.

Please note that this is just a practical definition of the latency, in order to show the trends in latency, when the parameters are varied, particularly  $I_{\min}$ . Other definitions may be more appropriate for other applications.

### 3. NUMERICAL GRAPHICAL RESULTS FROM MONTE-CARLO RUNS

This section shows the graphs for stability in the first subsection and reaction time latency (or delay) in the second subsection, for 1000 Monte-Carlo runs, for various values of the threshold in Thresholded-DS. Since one has three parameters to vary (certainty, accuracy, and  $I_{\min}$ ), the presentation in this section focuses on showing the stability (in Subsection 3.1), and the reaction time latency (in Subsection 3.2) as a function of certainty and accuracy, with different figures corresponding to different choices for values of  $I_{\min}$ .

#### 3.1. Stability

For an increase in the threshold of the minimum ignorance of 0.01 for each different figure, we have the

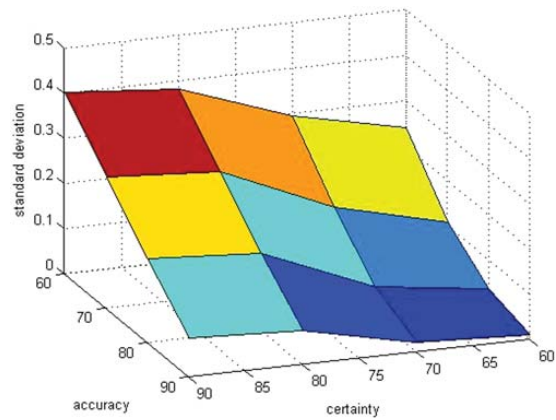


Fig. 9. Measure of stability  $\sigma$  for  $I_{\min} = 0.05$ .

following results for the standard deviation  $\sigma$  indicative of stability, for  $I_{\min} = 0.01$  (Fig. 5),  $I_{\min} = 0.02$  (Fig. 6),  $I_{\min} = 0.03$  (Fig. 7),  $I_{\min} = 0.04$  (Fig. 8), and  $I_{\min} = 0.05$  (Fig. 9).



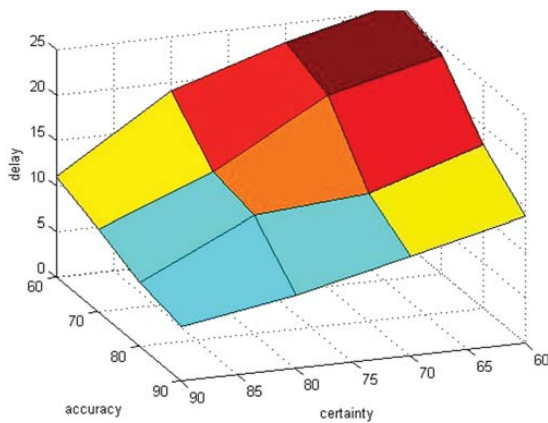


Fig. 10. Reaction time latency or delay for  $I_{\min} = 0.01$ .

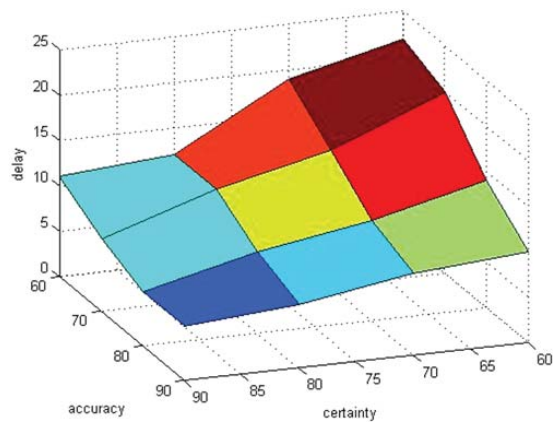


Fig. 12. Reaction time latency or delay for  $I_{\min} = 0.03$ .

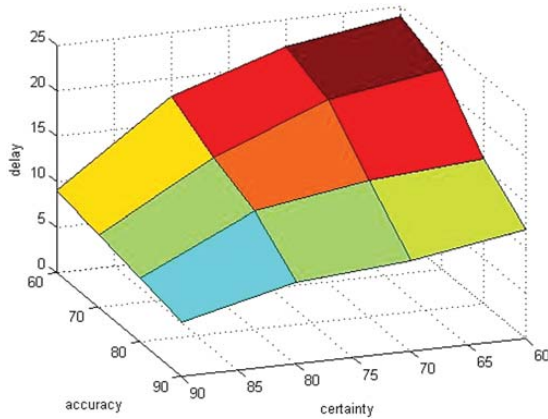


Fig. 11. Reaction time latency or delay for  $I_{\min} = 0.02$ .

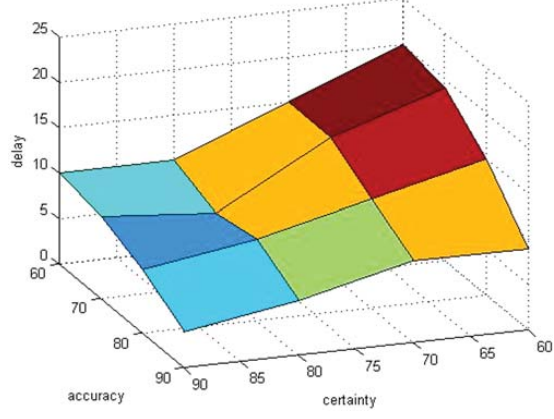


Fig. 13. Reaction time latency or delay for  $I_{\min} = 0.04$ .

Any much smaller value than 0.01 would result in too much rigidity when an allegiance changes, resulting in longer reaction time latency or delay (as will be shown in the next subsection). These figures show that any much larger result than 0.05 adversely affects stability, as can be seen when comparing Fig. 9, which becomes concave and has higher  $\sigma$  over all of the values of certainty and accuracy, with Fig. 5, which is convex and has lower  $\sigma$  over all of the values of certainty and accuracy. The intermediate figures show the slow deterioration in stability as  $I_{\min}$  increases.

### 3.2. Reaction time latency

For an increase in the threshold of the minimum ignorance of 0.01 for each different figure, we have the following results for the reaction time latency (or delay  $\Delta$ ) in time units of the simulation scenario, with  $I_{\min} = 0.01$  (Fig. 10),  $I_{\min} = 0.02$  (Fig. 11),  $I_{\min} = 0.03$  (Fig. 12),  $I_{\min} = 0.04$  (Fig. 13), and  $I_{\min} = 0.05$  (Fig. 14). Again this corresponds to 1000 Monte-Carlo runs.

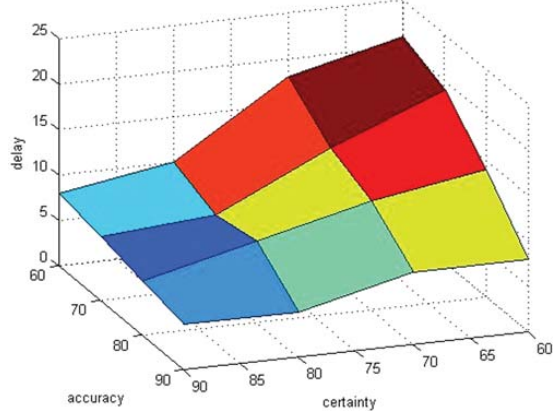


Fig. 14. Reaction time latency or delay for  $I_{\min} = 0.05$ .

These figures show that much smaller values of  $I_{\min}$  than 0.01 result in too much rigidity when an allegiance changes, resulting in longer reaction time latency or

delay. This is clearly seen by the much higher values for the delays in the surface of Fig. 10 when compared to Fig. 14, over all of the values of certainty and accuracy.

This is particularly notable for low values of certainty and accuracy: the delay exceeds 25 time units (or more than half the total time to recover from an allegiance change) when compared to Fig. 14, where it is about 20 time intervals. The effect is also very noticeable for high accuracy values (towards the reader). The intermediate figures show the slow improvement in the reaction time latency as  $I_{\min}$  increases.

#### 4. ANALYSIS OF THE GRAPHICAL RESULTS IN ORDER TO IDENTIFY TRENDS

The large amount of graphical data shown in the previous section can be interpreted rather simply for the instability (in Subsection 4.1 for Figs. 5–9) and reaction time latency  $\Delta$  (in Subsection 4.2 for Figs. 10–14). Although the trends discussed in the following subsections can be phrased rather straight-forwardly, the trends themselves are non-linear, as can be seen by close inspection of the figures in the previous section.

##### 4.1. Instability

Analysis of the performance measure of stability (or instability) of the Thresholded-DS system can identify the following trends from our various simulations shown in the last section.

1. For a fixed value of certainty, the value of instability increases when the accuracy decreases.
2. For a fixed value of accuracy, the value of instability increases when the certainty increases.
3. For fixed values of certainty and accuracy, the value of the **instability increases** when the value of the total ignorance threshold  $I_{\min}$  **is increased**.
4. A change in accuracy affects more the instability than the certainty does.
5. Lower values of instability (good) are achieved with higher accuracy and lower certainty, and vice versa.

##### 4.2. Reaction time latency

Analysis of the performance measure of reaction time latency (or delay  $\Delta$ ) of the Thresholded-DS system can identify the following trends from our various simulations shown in the last section.

1. For a fixed value of certainty, the value of the delay increases when the accuracy decreases.
2. For a fixed value of accuracy, the value of the delay increases when the certainty decreases.
3. For fixed values of certainty and accuracy, the value of the **delay increases** when the value of the total ignorance threshold  $I_{\min}$  **is decreased**.

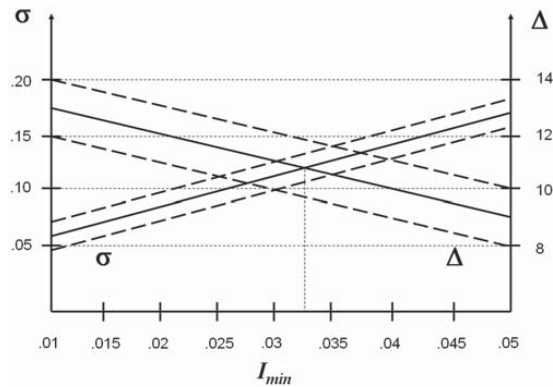


Fig. 15. Reaching a compromise for low  $\sigma$  and low  $\Delta$ .

4. A change in accuracy affects more the delay than the certainty does.
5. Lower values of delay (good) are achieved with higher accuracy and higher certainty, and vice versa.

Points 3 in the above two lists clearly show that a compromise must be achieved when using Thresholded-DS between being responsive to any real change in the data, yet not being too responsive to fluctuations in the data, due to either poor sensor data certainty or fusion accuracy. In general, a high value for  $I_{\min}$  will tend to respond to a stream of false reports rather quickly (bad) but will be very responsive to a real change in the data (good). A low value for  $I_{\min}$  will provide excellent stability (good), but will react slowly to a real change in the data (bad).

The trends shown above are correct over the vast majority of the 16 points shown in the preceding Figs. 5–14. Only the exact values are shown in those figures, without the estimated errors from the Monte-Carlo runs.

The following Fig. 15 shows such a compromise as a function of  $I_{\min}$ , for a value of %Acc = %Cer = 80% with an estimate of errors, which cannot easily be portrayed in Figs. 5–14. The vertical axes represent  $\sigma$  (in % on the left) and  $\Delta$  (in time units of the simulation) on the right, with the dashed lines showing approximate error bars given the limited number of Monte-Carlo runs (about 1000 runs). The figure shows that the interval  $I_{\min} \in [0.025, 0.04]$  with a best value around 0.0325 can be selected.

#### 5. CONCLUSIONS

This paper has provided performance measures of Thresholded-DS for various thresholds in terms of sensor data certainty and fusion accuracy to help designers assess beforehand, by varying the threshold appropriately, the achievable performance in terms of the estimated certainty and accuracy of the data that must be fused, i.e., an operating point for the application.

The threshold that the designers can choose according to figures similar to Fig. 15 depends on appropriate

definitions for sensor certainty and latency (or delay) for their given application. Reasonable values were chosen here for an ESM application. In real applications, one should have an independent way of assessing the sensor certainty and the fusion accuracy in real-time. The Monte-Carlo runs provide the operating points, but it has to be assumed that the user can assess these operating points by monitoring the performance of the sensor as the mission develops (for example on well-isolated targets), and has calibrated the performance of the association mechanism in various conditions, which any manufacturer of such software should have done.

The performance measures are twofold, first in terms of stability when fused data are consistent, and second in terms of the latency in the response time when an abrupt change occurs in the data to be fused. These two performance measures must be traded off against each other, which is the reason why the performance curves will be very helpful for designers of identification fusion using Thresholded-DS.

## REFERENCES

- [1] M. Bauer  
Approximation algorithms and decision making in the Dempster-Shafer theory of evidence—An empirical study. *International Journal of Approximate Reasoning*, **17**, 2–3 (1997), 217–237.
- [2] D. Boily and P. Valin  
Truncated Dempster-Shafer optimization and benchmarking. In *Sensor Fusion: Architectures, Algorithms, and Applications IV*, SPIE Aerosense 2000, vol. 4051, 237–246.
- [3] D. Boily and P. Valin  
Optimization and benchmarking of truncated Dempster-Shafer for airborne surveillance. In NATO Advanced Study Institute on Multisensor and Sensor Data Fusion, Kluwer Academic Publishers, NATO Science Series, II, Mathematics Physics and Chemistry, vol. 70, 617–624.
- [4] É. Bossé and M-A. Simard  
Managing evidential reasoning for identity information fusion. *Optical Engineering*, special section on sensor fusion, **37**, 2 (Feb. 1998), 391–400.
- [5] A. Dempster  
Upper and lower probabilities induced by multivalued mapping. *Ann. Math. Statist.*, **38** (1967), 325–339.
- [6] P. Djiknavorian, D. Grenier and P. Valin  
Analysis of information fusion combining rules under the DS<sub>m</sub> theory using ESM inputs. In 10th International Conference on Information Fusion, 2007.
- [7] P. Djiknavorian, P. Valin and D. Grenier  
Dezert-Smarandache theory applied to highly conflicting reports for identification and recognition—Illustrative example of ESM associations in dense Environments. DRDC Valcartier TR 2008-537, 34 p.
- [8] P. Djiknavorian, P. Valin and D. Grenier  
Fusion of ESM allegiance reports using DS<sub>m</sub>T. In *Advances and Applications of DS<sub>m</sub>T for Information Fusion*, Collected Works edited by F. Smarandache and J. Dezert, vol. 3, American Research Press, 2008, 503–518.
- [9] NATO Standardization Agreement (STANAG)  
NATO standard identity description structure for tactical use. STANAG 1241 (ed. 4), October 16, 1996.
- [10] G. Shafer  
*A Mathematical Theory of Evidence*. Princeton University Press, 1976.
- [11] M-A. Simard, P. Valin and E. Shahbazian  
Fusion of ESM, radar, IFF and other attribute information for target identity estimation and a potential application to the Canadian Patrol Frigate. In AGARD 66th Symposium on Challenge of Future EW System Design, AGARD-CP-546, May 1994, 14.1–14.18.
- [12] F. Smarandache and J. Dezert (Eds.)  
*Advances and applications of DS<sub>m</sub>T for information fusion*. vol. 1, American Research Press, 2004.
- [13] F. Smarandache and J. Dezert (Eds.)  
*Advances and Applications of DS<sub>m</sub>T for Information Fusion*. vol. 2, American Research Press, 2006.
- [14] B. Tessem  
Approximations for efficient computation in the theory of evidence. *Artificial Intelligence*, **61** (June 1993), 315–329.

**Pierre Valin** received a B.Sc. honours physics (1972) and a M.Sc. degree (1974) from McGill University, then a Ph.D. in theoretical high energy physics from Harvard University (1980), under the supervision of the 1979 Nobel Laureate Dr. Sheldon Glashow.

He was faculty lecturer at McGill and Associate Professor of Physics in New Brunswick at Moncton and Fredericton before joining Lockheed Martin Canada in 1993 (then called Paramax), as a Principal Member of R&D. In 2004, he became a defence scientist at Defence R&D Canada (DRDC) at Valcartier, where he currently leads a research group in Future C2 Concepts & Structures. He is thrust leader for Air Command at DRDC since 2007.

He has been particularly active in the International Society of Information Fusion (ISIF) through the organization of FUSION 2001 and 2007. He has been ISIF board member since 2003, VP-membership since 2004, and was president in 2006. He is also an associate editor for the *Journal of Advances in Information Fusion* (JAIF).

Dr. Valin's interests focus mainly on the following topics: Multi-Sensor Data Fusion (MSDF) requirements and design, C2 systems, algorithmic benchmarking, use of a priori information databases, imagery classifiers (EO/IR and SAR) and their fusion, neural networks, fuzzy logic, information processing and uncertainty representation, reasoning techniques for recognition and identification (Bayes, Dempster-Shafer and Dezert-Smarandache), SAR image processing, Network Centric Warfare, distributed information fusion, dynamic resource management, as well as theoretical and mathematical physics.



**Pascal Djiknavorian** obtained a B.Eng. in computer engineering and a certificate in business administration in 2005 from Laval University. He also completed in 2008 an M.Sc. in electrical engineering on information fusion within the Dezert-Samarandache theory framework applied to ESM reports under STANAG 1241.

He is currently a Ph.D. student in information fusion at Laval University and is supervised by Professor Dominic Grenier and Professor Pierre Valin. He has ten publications in books, journals, and conference proceedings. His research interests include evidential theory, DS<sub>m</sub> theory, approximations algorithms, optimization methods.



**Éloi Bossé** received the B.A.Sc., M.Sc. from Laval University in 1981 in electrical engineering and Ph.D. degrees in 1990 from Ottawa/Carleton and Laval Universities.

In 1981 he joined the Communications Research Centre, Ottawa, Canada, where he worked on high resolution spectral analysis and radar tracking in multipath. In 1988 he was transferred to the Defence Research Establishment Ottawa (DREO) and in 1992 to the Defence Research and Development Canada Valcartier (DRDC Valcartier) where he worked on information fusion and decision support. He is an adjunct professor at Laval University (Québec), University of Calgary and McMaster University (Hamilton). He now heads the C2 Decision Support Systems Section at DRDC Valcartier. He was the executive chair of the 10th International Conference on Information Fusion (FUSION 2007), held in July 2007 in Québec City, Canada.

Dr. Bossé has published over 160 papers in journals, conference proceedings and technical reports. He is coauthor of the following book on information fusion: *Concepts, Models, and Tools for Information Fusion*, Artech House, Norwood, Dec. 2006, 352 p. (NAMRAD Principals 2006 achievement AWARD).



## B.4 Extrait d'un livrable remis au RDDC

La présente section présente un extrait de la publication [34].

- [34]** Pascal Djiknavorian, Dominic Grenier, Pierre Valin. Optimisation of approximation methods for information fusion for identification. Technical report *DRDC-V Livrable 1, contrat W7701-093308/001/QCL*, 03, 2010.

## Performance analysis

The performance analysis at this stage is based on the good decision rate, the Jusselme distance, and the conflict mass. The conflict mass and the Jusselme distance will show us the similarity between the approximated combined bodies of evidences and the non-approximated ones. The lower the distance, the more they are similar. The closer the conflict mass is for the approximated and non-approximated versions, the more they might be similar (possibility of similarity of behaviour could then further be explored with research presented in the previous section about the effects of approximation on bodies of evidences). That's where the Good Decision Rate measure which in our opinion is the criteria that should concerned the most about. It shows the rate of good decisions that a method for combination and approximation will give us. Whether a method is quick or not, gives low values of Jusselme distances or not, ultimately it all comes down to being able to have similar to non-approximated versions good decision rate while having lower execution time.

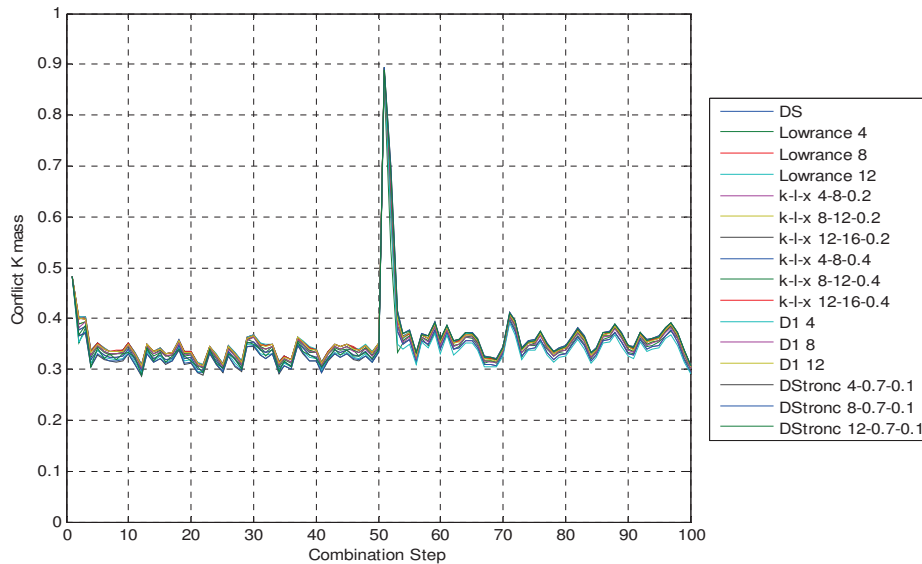


Figure 3: Conflict level for N40 M10 and T2 input.

Figure 3 show us a typical figure of conflict level for  $N = 40$ ,  $M = 10$  and input of type 2. All methods of approximations and every simulated value of  $N$  and  $M$  gave us this kind of figure with similar values.

Figures of good decision rate for input of type 2 gives us all very good results quite close to the non-approximated version except for Lowrance approximation method with parameters 4 or 8 where it strayed away from the rest when  $N$  and  $M$  values are too far apart of each other.

The Jusselme distance for input of type 2 is relatively stable between 0.01 and 0.04 depending on approximation method and approximation parameters.



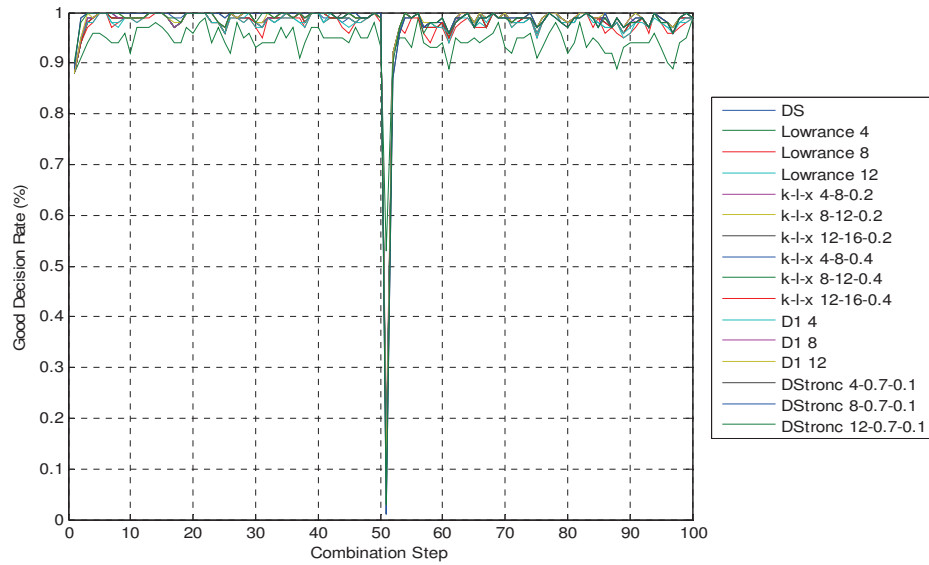


Figure 4: Good decision rate for N40 M10 and input of type 2.



Figure 5: Jouselme distance for N40 M10 and input of type 2.

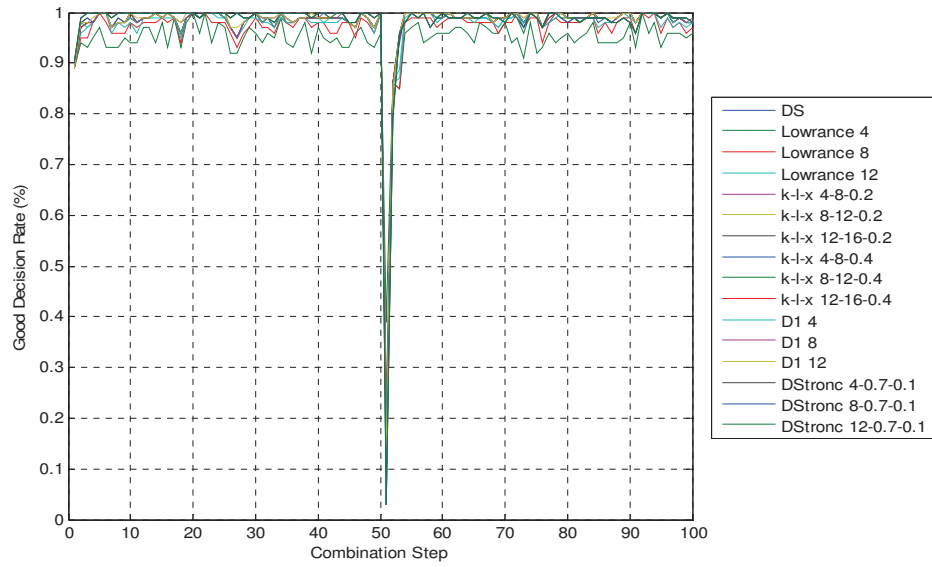


Figure 6: Good decision rate for N20 M20 and input of type 2.

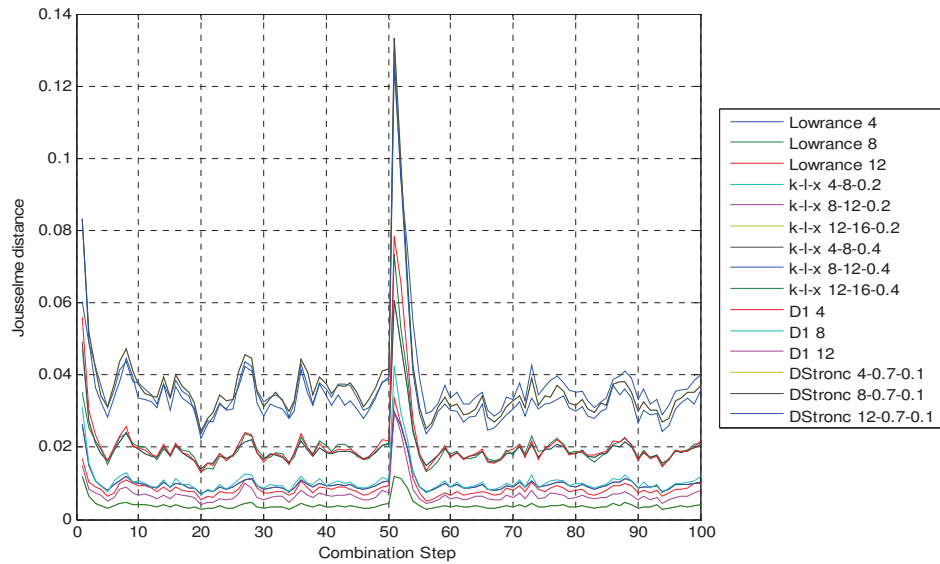


Figure 7: Jouselme distance for N20 M20 and input of type 2.



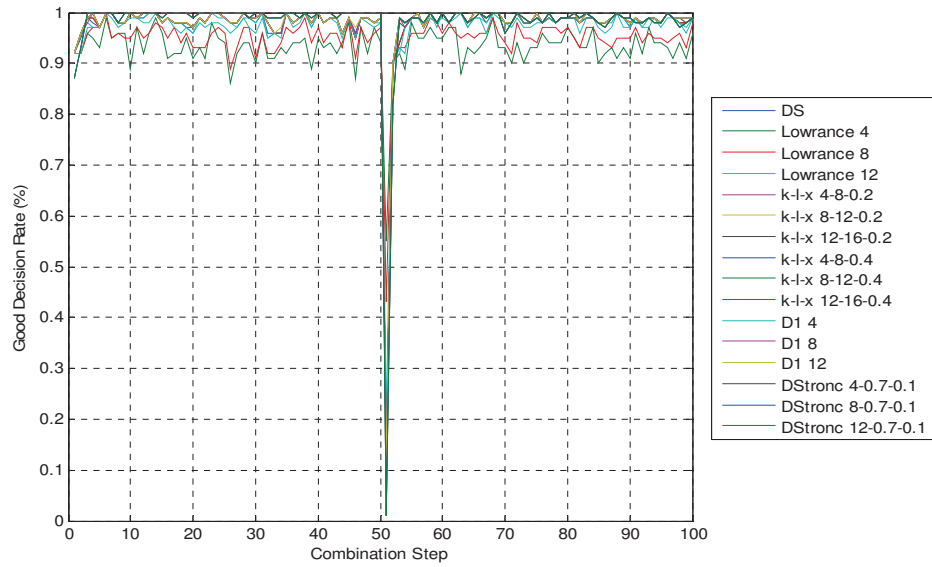


Figure 8: Good decision rate for N40 M20 and input of type 2.

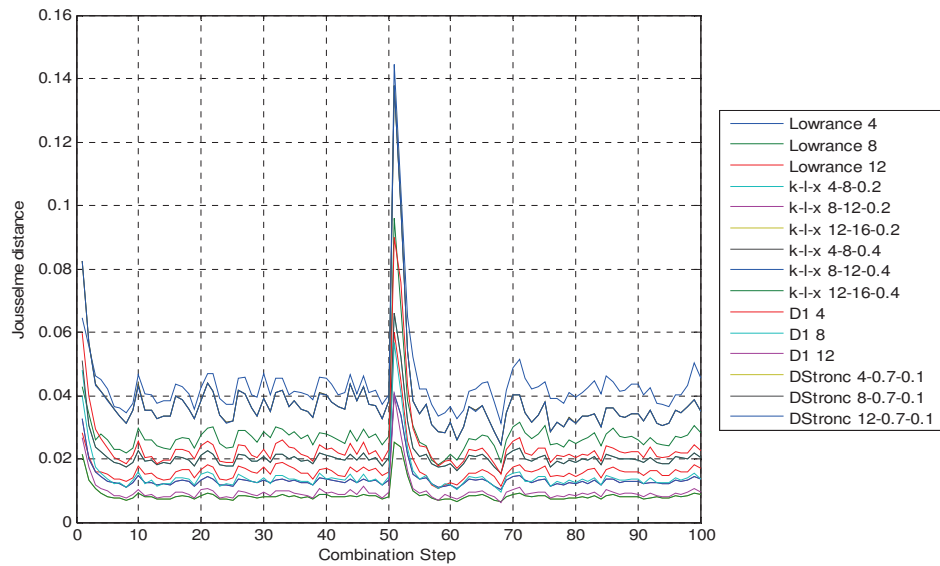


Figure 9: Josselme distance for N40 M20 and input of type 2.

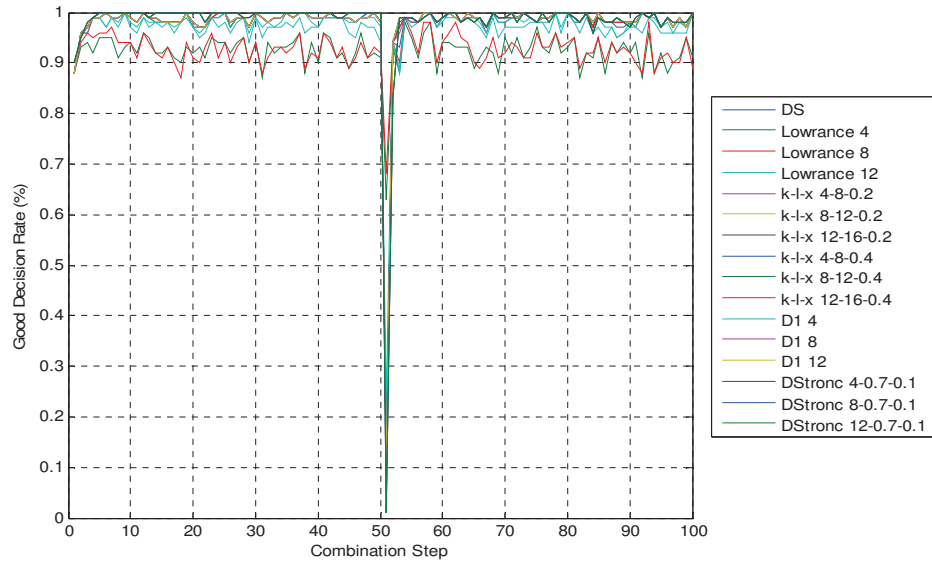


Figure 10: Good decision rate for N80 M20 and input of type 2.

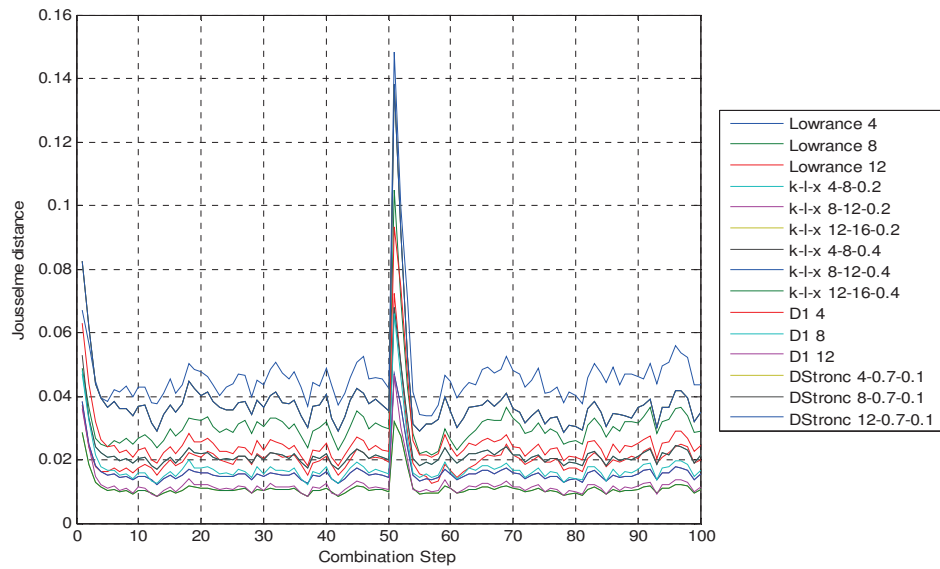


Figure 11: Jouselme distance for N80 M20 and input of type 2.

Figures of good decision rate for inputs of type 3 are a little more unstable than those of inputs of type 2. In this case, Lowrance approximation with parameters 4 and 8 and Bauer approximation with parameter 4 gave us the worst results. Note however for the extreme case with  $N=M=20$  the results were bad for all methods, worst for Lowrance, and Simard method had difficulty getting back to its normal levels after the allegiance switch.

One has to be careful to avoid any approximation rule with the K parameter too low as it is for input type 3 and any combination of N and M values,  $K \leq 5$  is too low and gives bad decision most of the time in cases where  $N=M=20$ . In that specific case, Lowrance approximation with parameter  $K=8$  also did bad and Simard's method was simply unable to get back to normal levels quickly compared to other methods after an allegiance switch.

Conflict levels for inputs of type 3 were similar to those having inputs of type 2 in the best case scenarios. In the worst cases, where  $N=M=20$ , or even in the other cases in a slighter degree, a few approximation methods gave lower conflict levels, specifically, Lowrance approximation with any choice of parameter or Bauer with  $k = 4$ .

For inputs of type 3, the Jousselman distance gives us interesting results. It shows us properly how similar are BOEs that are approximated and non-approximated. It has to have a direct correlation with the good decision rates as the methods giving us high Jousselman distance values also gives us bad 'good decision rates'. Figure 20 is probably one of the most clear showing something even more interesting. It seems that approximation methods' Jousselman distances tend to be regrouped in five different layers. From best to worst these groups are:

1. Bauer D1 ( $k=12$ ), Tessem KLX (12-16-0.4), Tessem KLX (12-16-0.2).
2. Bauer D1 ( $k=8$ ), Tessem KLX (8-12-0.4), Tessem KLX (12-16-0.2), Lowrance ( $k=12$ ).
3. Tessem KLX (4-8-0.2), Tessem KLX (4-8-0.4), Bauer D1 ( $k=4$ ), Lowrance ( $k=8$ ).
4. Simard (12-0.7-0.1), Simard (8-0.7-0.1), Simard (4-0.7-0.1).
5. Lowrance ( $k=4$ )

And as the good decision rates figures and the conflict levels figures shows us, Bauer and Tessem seems to behave better in terms of good decision rate, conflict levels and Jousselman distance as we just saw. To better distinguish which exactly would do better and with which set of parameters further extensive study would be required.

In general we could see that too low or too high values of the K parameter gives us bad or useless results, in terms of good decision rates. If we consider execution times, the useless results were we get similar to non-approximated version while using approximation may get much more interesting.

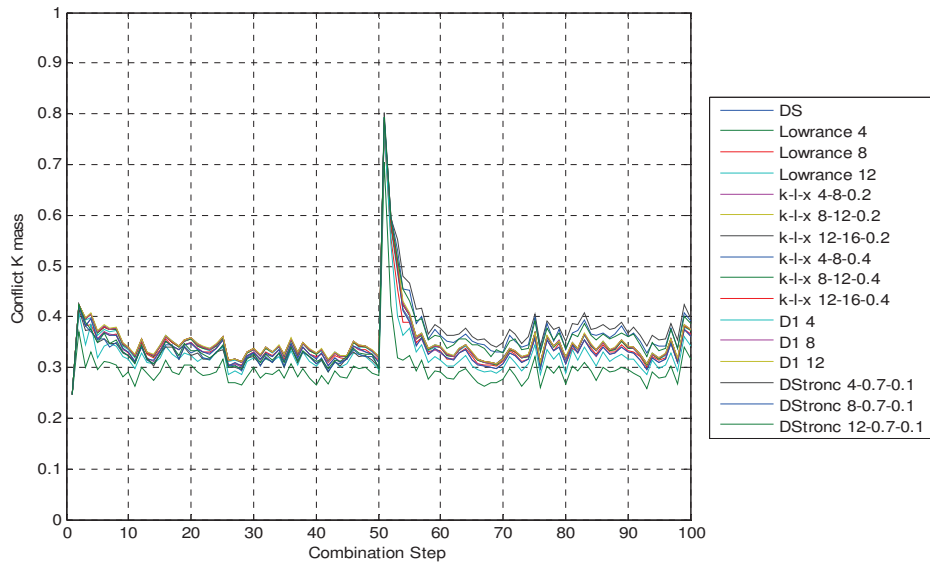


Figure 12: Conflict level for N40 M10 and input of type 3.

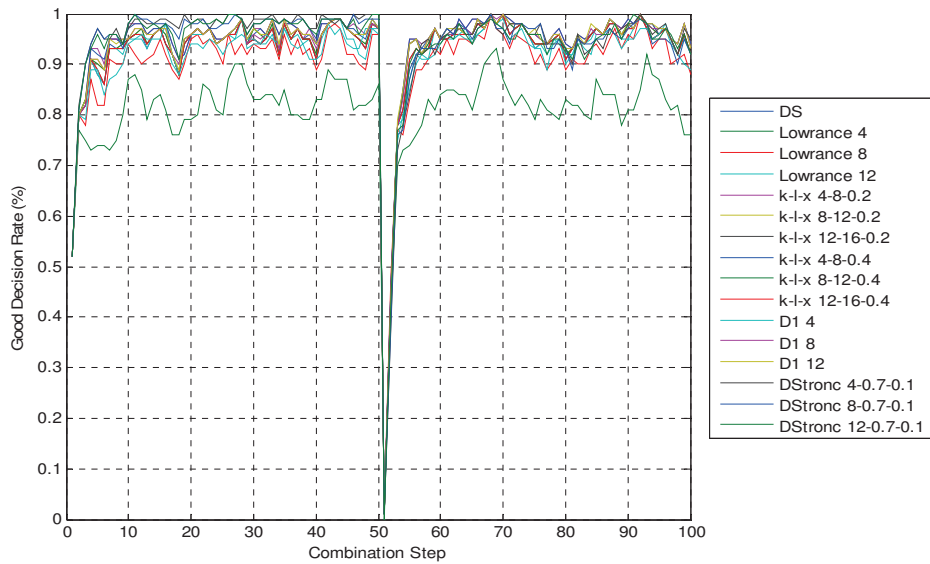


Figure 13: Good decision rate for N40 M10 and input of type 3.

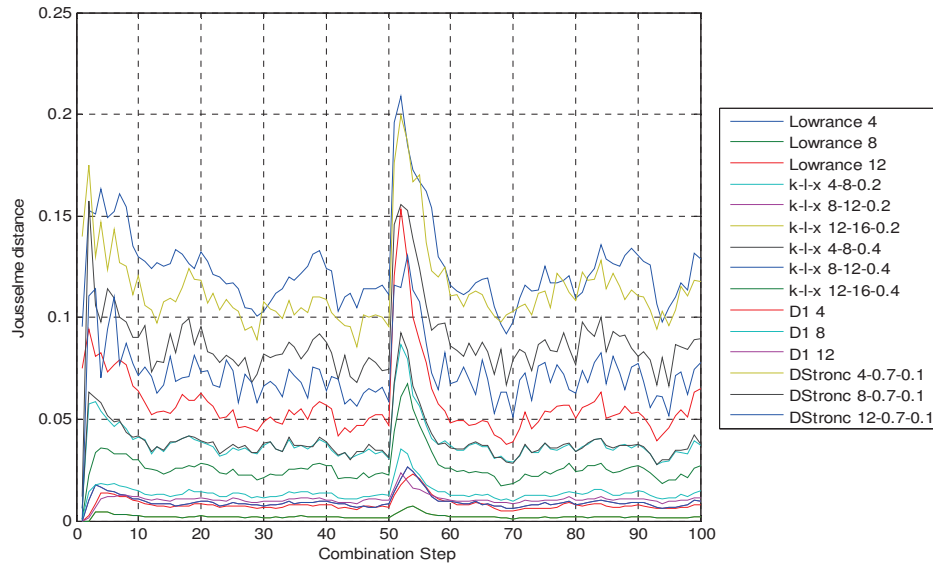


Figure 14: Jusselme distance for N40 M10 and input of type 3.

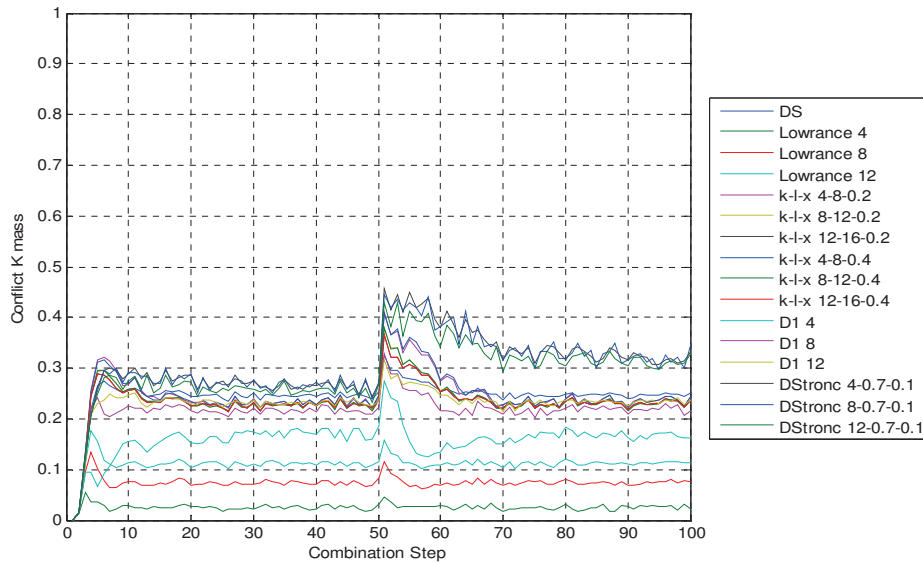


Figure 15: Conflict level for N20 M20 and input of type 3.

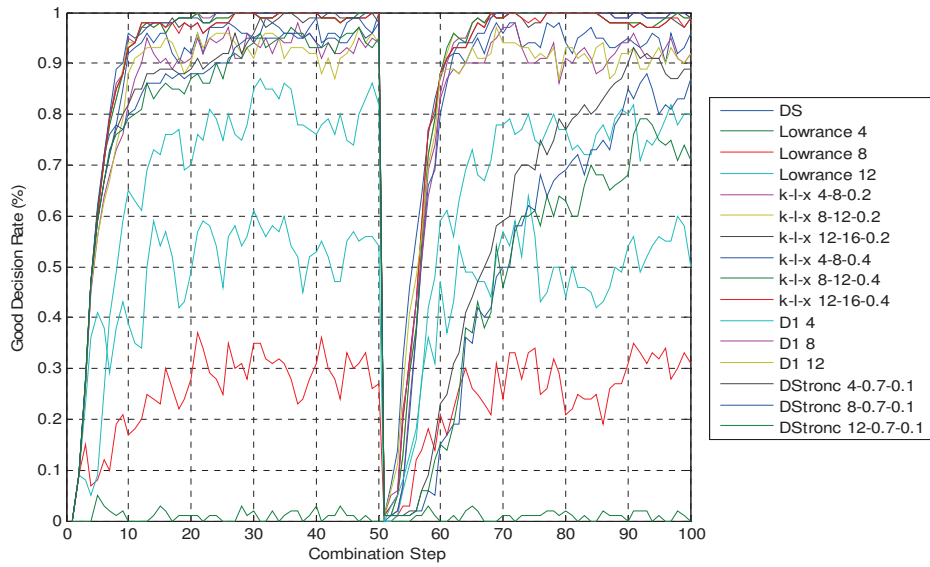


Figure 16: Good decision rate for N20 M20 and input of type 3.

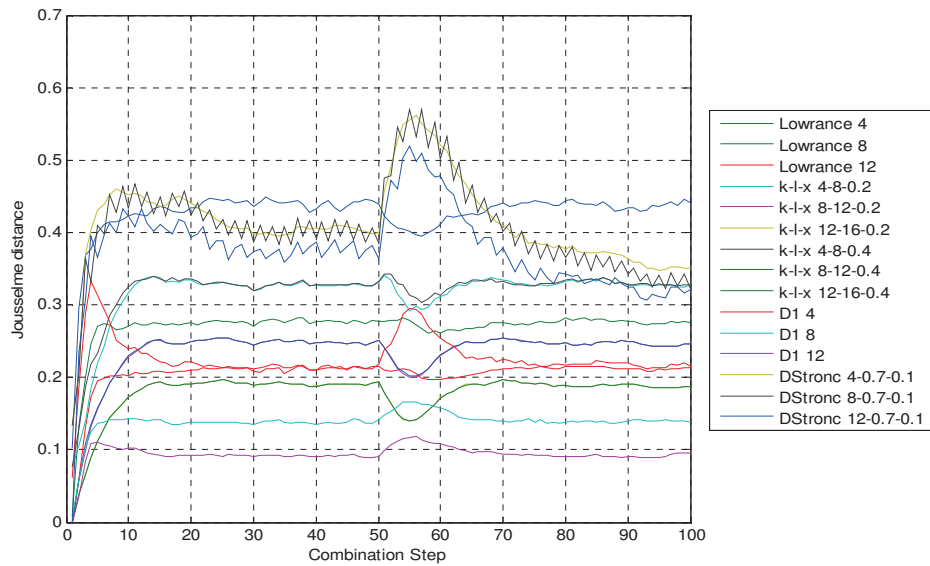


Figure 17: Jousseme distance for N20 M20 and input of type 3.

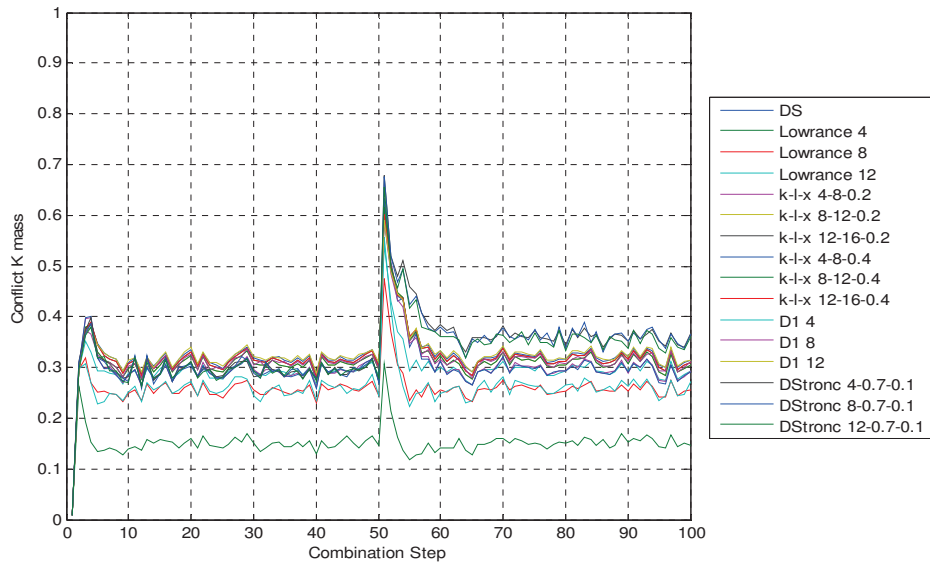


Figure 18: Conflict level for N40 M20 and input of type 3.

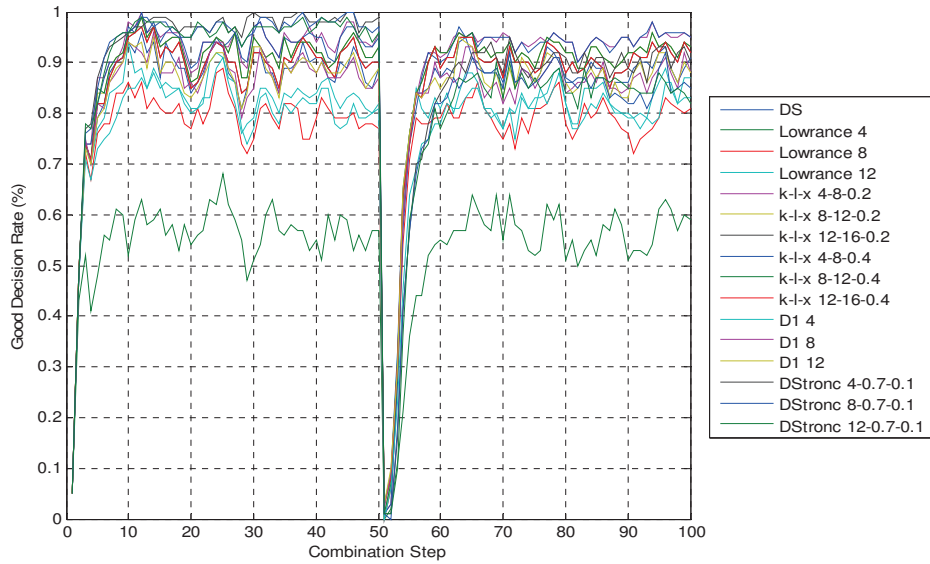


Figure 19: Good decision rate for N40 M20 and input of type 3.

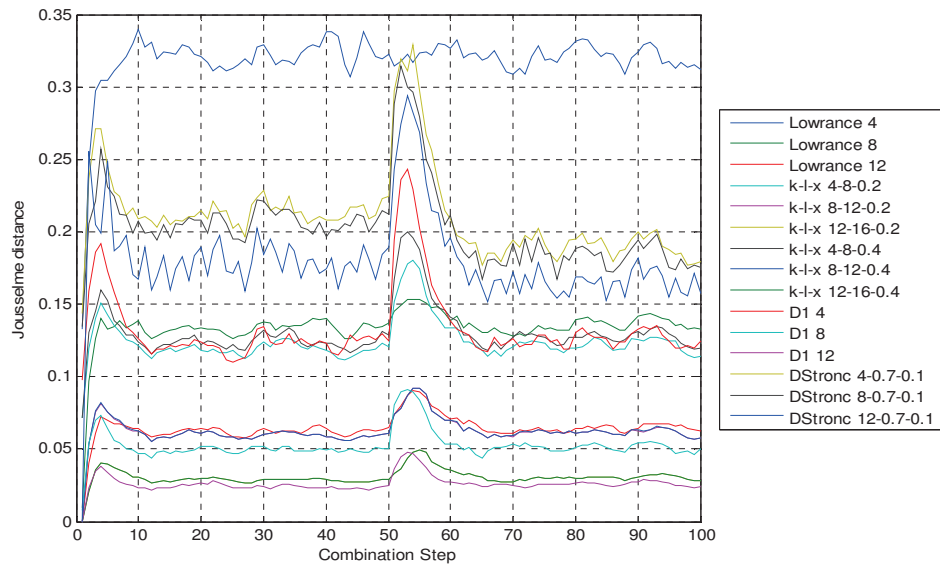


Figure 20: Jusselme distance for N40 M20 and input of type 3.

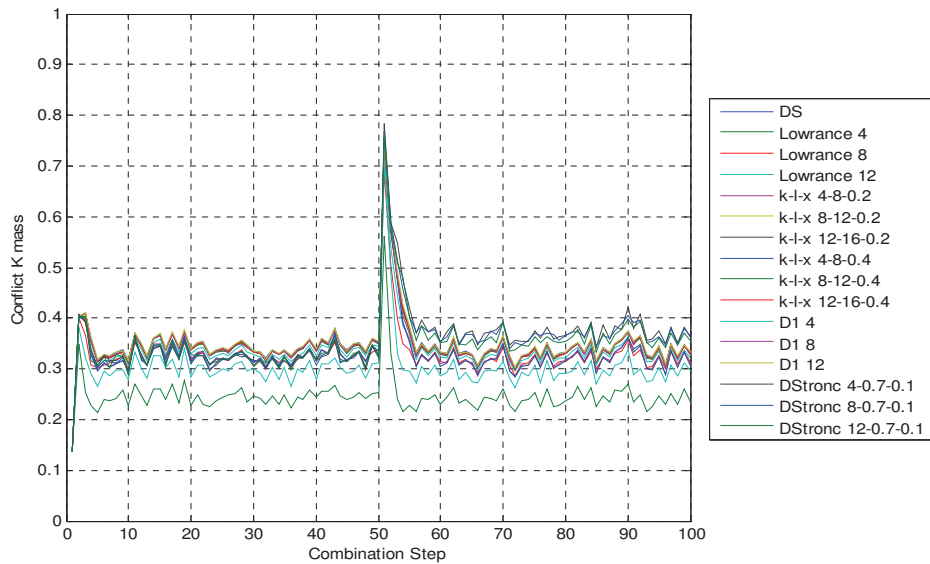


Figure 21: Conflict level for N80 M20 and input of type 3.



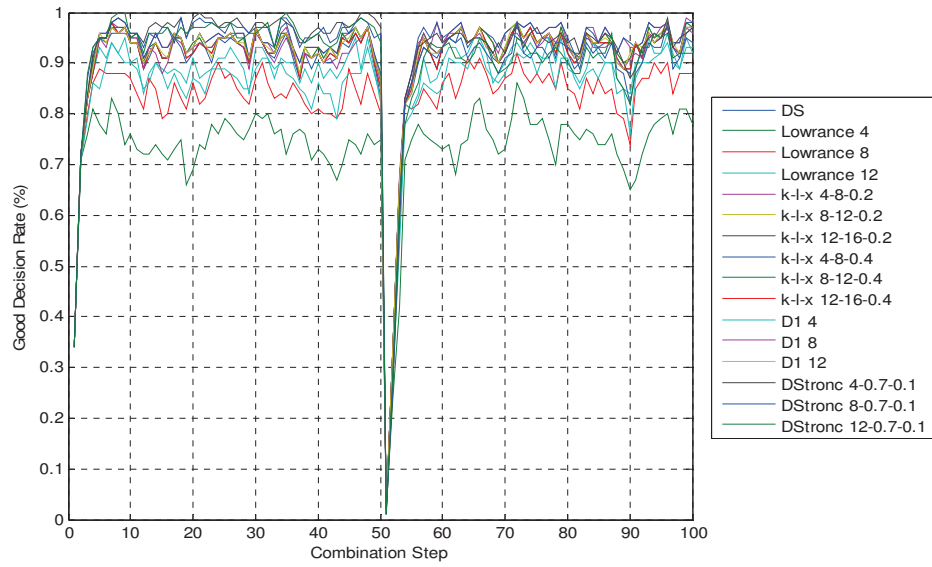


Figure 22: Good decision rate for N80 M20 and input of type 3.

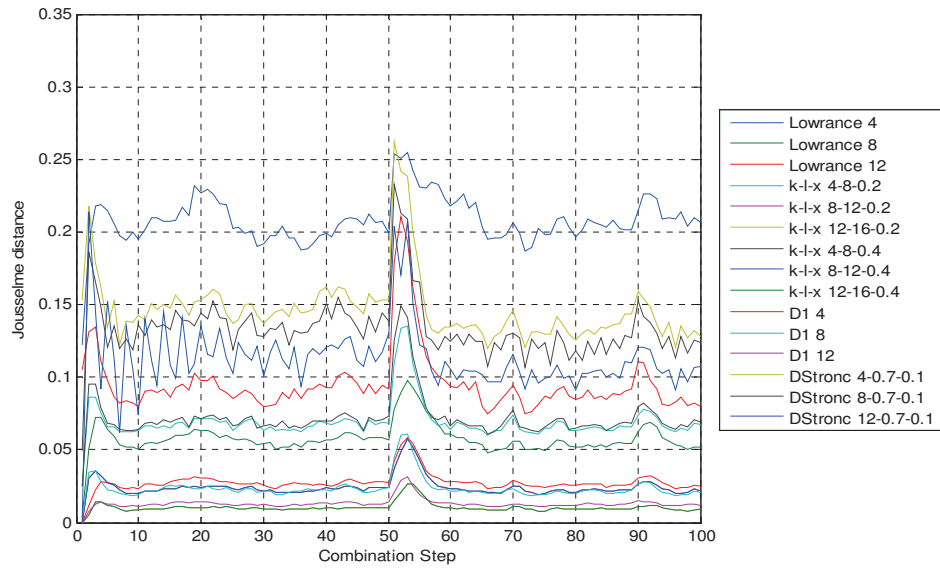


Figure 23: Jouselme distance for N80 M20 and input of type 3.

### Execution Time results and analysis

As for time of execution, it all depends on the approximation technique chosen and more specifically on parameters. A wide range of cases are reachable, each having its own time of execution. We will restrict ourselves to say that depending on these many choices we can easily get to a fourth of the execution time used without approximation by adding the approximation step. As most of them helps us reduce the execution time, it might be preferable to choose at the same time parameters to enhance the Joussemme distance and the execution time, not only focusing on the time of execution, as we can see with Lowrance's results, isn't all that counts.

Table 3: Execution time per MonteCarlo loop for 100 combination steps.

Time in secs per MC loop of 100 comb	Data Type 2				Data Type 3			
	N40 M10	N20 M20	N40 M20	N80 M20	N40 M10	N20 M20	N40 M20	N80 M20
No Approx. Dempster Combination	7.9639	10.0854	21.66	47.7086	13.2868	1837.6689	193.0525	54.8364
Lowrance K = 4	0.9679	2.4596	2.6306	2.7803	0.3606	0.4300	0.3989	0.3790
Lowrance K = 8	1.7015	4.388	4.4633	4.5435	0.6566	0.8449	0.7458	0.6932
Lowrance K = 12	2.5231	6.3711	6.3571	6.3691	0.9955	1.3605	1.1491	1.09
Tessem klx 4-8-0.2	0.9686	2.247	2.2932	2.4354	0.4526	0.4269	0.4313	0.4398
Tessem klx 8-12-0.2	1.6107	3.7222	3.687	3.7064	0.7337	0.7781	0.7240	0.7194
Tessem klx 12-16-0.2	2.576	5.6976	5.2964	5.3582	1.0716	1.2423	1.1222	1.0994
Tessem klx 4-8-0.4	1.0131	2.2372	2.2862	2.4339	0.4537	0.4189	0.4258	0.4451
Tessem klx 8-12-0.4	1.659	3.7261	3.7078	3.8114	0.7406	0.7832	0.7261	0.7214
Tessem klx 12-16-0.4	2.5739	5.7016	5.2937	5.3693	1.0823	1.2441	1.1178	1.0994
Bauer D1 K = 4	0.7026	1.4502	1.4755	1.5825	0.2958	0.3232	0.3187	0.3100
Bauer D1 K = 8	1.2109	2.6081	2.5676	2.6675	0.5624	0.6681	0.6351	0.6089
Bauer D1 K = 12	1.7469	4.0252	3.8982	3.9202	0.8683	1.0788	1.0194	0.9616
Simard, al. 4-0.7-0.1	0.4887	1.0757	1.1209	1.2417	0.2470	0.2548	0.2643	0.2589
Simard, al. 8-0.7-0.1	0.5447	1.0444	1.0937	1.2245	0.3820	0.3295	0.3455	0.3652
Simard, al. 12-0.7-0.1	1.1669	1.5072	1.0987	1.2169	0.4955	0.6272	0.5825	0.5225

The time shown is the mean time of execution of the approximated combination of a hundred combinations over a hundred Monte Carlo runs. The time of execution of the Joussem Distance was mostly around 0.1 up to 0.7 in difficult cases, and in the extreme case of N20, M20 for data of type 3, it went up to around 7 seconds. The time of execution of the approximation process was insignificant and relatively stable across all simulations and going up to one second for the very extreme cases.

**Data Type 2 results analysis:**

- 1) Dempster-shafer combination without approximation shows variation when varying N and M parameters. It seems to increase with N for a fixed M value, and to increase with M for a fixed N value. Further analysis and simulations are required to give a clear relation between time of execution and N over M ratio.
- 2) For any set of approximation and approximation parameters, their execution time seems to double with a value of M that doubles, otherwise, relatively with variations of N and M values, the times of execution stays stables.
- 3) Tessem's approximation with  $x = 0.2$  results are similar to those with  $x = 0.4$ .
- 4) Lowrance, Tessem and Bauer approximations gave similar results to each other for fixed value of K.
- 5) For any approximation method, as K grows, the time of execution grows, only the rate at which it does varies.

**Data type 3 results analysis:**

- 1) Dempster-Chafer combination without approximation shows significant variation when M values approaches N value. The time of execution diminishes when M values cover a smaller portion of N.
- 2) Specific set of approximation and approximation parameters shows the same performance in execution time with any variation of N and/or M values.
- 3) Tessem's approximation with  $x = 0.2$  results are similar to those with  $x = 0.4$ .
- 4) Lowrance, Tessem, Bauer and Simard approximations gave similar results to each other for fixed value of the K parameters except for Simard with  $K (N_{max}) = 12$  where it gives time of executions around half of what other approximations gives for  $K = 12$ .
- 5) For any approximation method, as K grows, the time of execution grows, only the rate at which it does varies.

Considering all this, and more specifically the fact that all approximation methods decreases the time of execution, in some case extreme it does so with a factor of 7200 giving us approximated combination times between 0.25 and 1.36 for type 3 and between 0.4887 and 6.3711 for type 2 data, the focus should probably be put on other criterias as all approximation methods have positive impact while considering only time of execution. Of course, for a specific time sensitive task, the aim would be to have the smallest time of execution while keeping better, equal or similar good decision rates than the case without approximation.

## 5. Simulations results and analysis in DSMT

The number of Monte-Carlo runs was set to 1000. The randomly generated ESM stream of reports used for the DSMT and the approximated DSMT are all the same so that we can freely compare the effects of the use of the approximation, and the impact of the variation of its parameters.

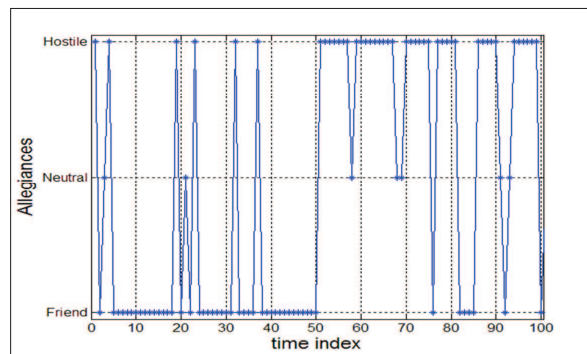


Figure 24: Typical ESM scenario for a single Monte Carlo run.

### Performance and behaviour evaluation

For this case, the choice of a graphical display to highlight the results of our simulations, we went with the rate of good decisions, where a good decision is as we have mentioned earlier, when we conclude to be friendly toward a friendly behaving target, when the ground truth is of class friend. A friendly-behaving target is a target that is concluded to be a friend or an assumed friend. We also have a good decision when we conclude to be hostile toward a hostile behaving target, when the ground truth is of class hostile. A hostile-behaving target is a target that is concluded to be a hostile or a suspect. A decision is made by taking the set of maximum STANAG-probability.

### DSMT results and analysis

Figure 25, which show results using Lowrance approximation technique lets us see the inability of the technique to get better good decision rates than the non-approximated combination. The following figures shows that k-l-x, and Simard's Truncation are all able to get, depending on the chosen parameters, better results of good decision rates, than the scenario without approximation.

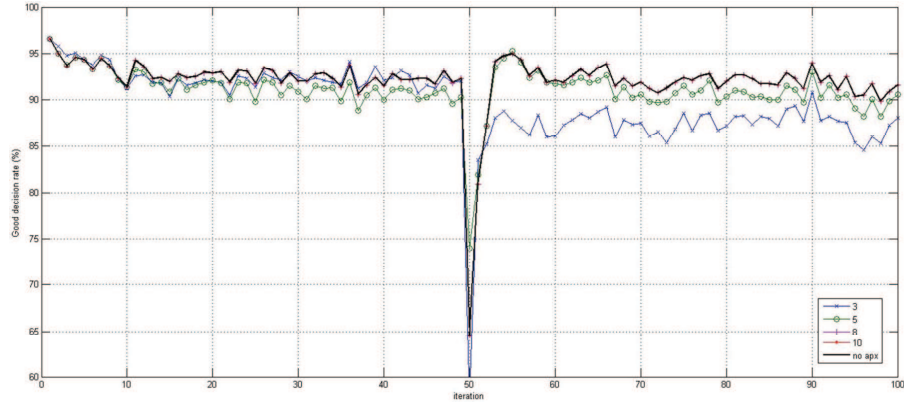


Figure 25: DSmH using Lowrance's approximation (3/5/8/10).

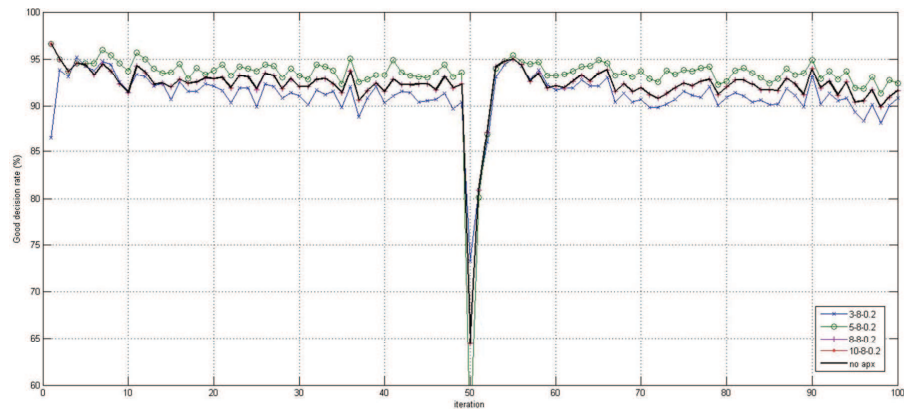


Figure 26: DSmH using  $k-l-x$  approximation (3/5/8/10 - 8 - 0.2).

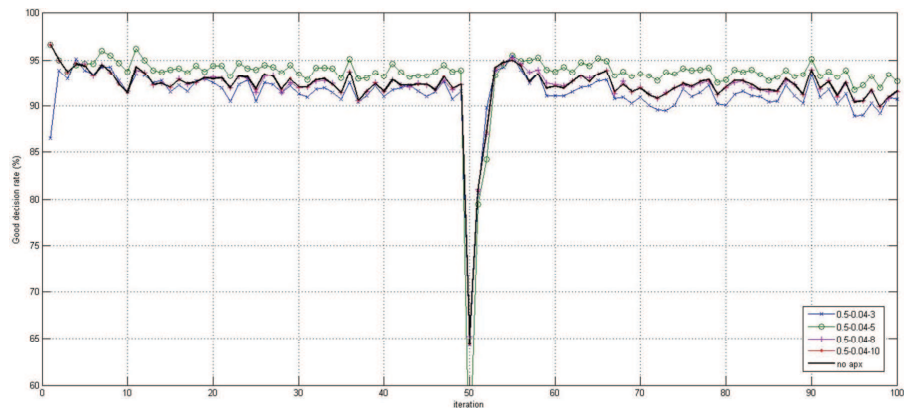


Figure 27: DSmH using Simard's truncation (0.5 - 0.04 - 3/5/8/10).

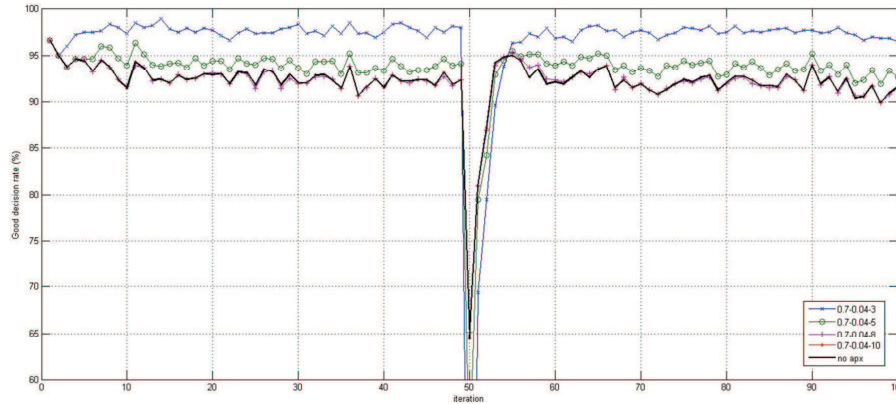


Figure 28: DSmH using Simard's truncation (0.7 - 0.04 - 3/5/8/10).

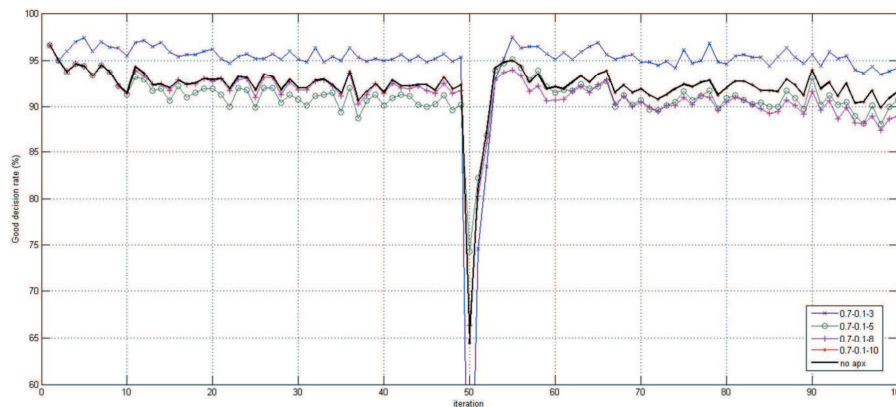


Figure 29: DSmH using Simard's truncation (0.7 - 0.1 - 3/5/8/10).

About the mean execution time of the combination and approximation step for realistic scenario, we have found that for a parameter 'K' below, or equal, to 5, we were able to execute faster than without approximation. However if we set this parameter too low (K=3 or below), the approximation is so severe that the performance becomes too bad compared to one without approximation. With a value of 5, we were always at higher good decision rates than the case without approximation. That is a very impressive result. So not only we have found a case executing faster than without approximation, but we've also found ourselves a case where it performs better in terms of good decision rate. That is true only for approximation techniques different from Lowrance's, and limited to this case scenario using DSmH, until proven differently.

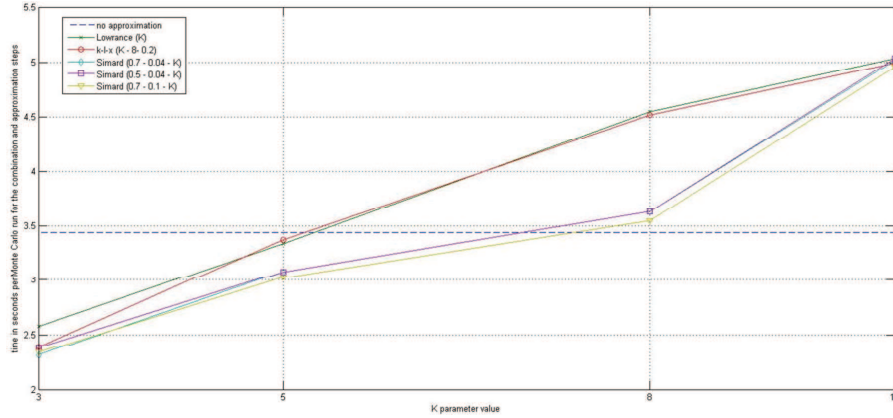


Figure 30: Combination and approximation execution time in seconds per Monte Carlo run.

Note that the results presented in this section have been published: P. Djiknavorian, P. Valin, D. Grenier, « *Approximations of belief functions for fusion of ESM reports within the DS<sub>m</sub> framework* », Proceedings of the 13th International Conference of Information Fusion, Edinburg, UK, 2010.

## 6. Conclusions

---

This paper aimed to be an analysis of approximations in Dempster-Shafer Theory of Evidence (DST) and potential ideas of optimization followed by a theoretical adaptation for the Dezert-Smarandache Theory (DSmT) of plausible and paradoxical reasoning. The research was executed using PECfuse (version 2.1.1) simulation system within Matlab<sup>TM</sup>, (version 2009a) and in a system developed specifically for the DSmT.

We compared the behaviour and performance of Lowrance, Tessem, Bauer, and Simard's approximations techniques to the DS combination rule for two types of inputs. We've also compared those approximations within the DSm framework with ESM sensor's report which goes beyond the requirements for this report. The performance evaluation was done using good decision rate evaluation, Jousselme distance and execution time measurements. We've also measured the mean conflict level as defined by DST for the evaluation of the behaviour of the combination process with approximated bodies of evidence. We've also presented figures showing the mean number of propositions per bodies of evidences and the cardinal of these propositions in appendix. These two figures should help understanding the behavior of the different approximation methods applied.

Extensive analysis will be pursued through the addition of the use of information quality measurements and distances measurements by the next project's deadline. Note however, that the expected simulations, and more, were all run according to plan giving us considerably more information to analyse than the amount we've expected. We've also saved the randomly generated input data of our simulation so that we can come back to a specific, already simulated, case for further exploration if required.

Considering that, we were still able to see a few noticeable points noteworthy, such that approximation techniques can successfully reduce significantly the time allotted to combination while keeping the same decision efficiency as it would be doing without approximation. We also note that Lowrance approximation technique is having much more difficulty to approximate correctly than any other tested approximation technique. Also, for the realistic scenario, all approximation techniques were able to be better, or worst, depending on the chosen parameters, than the combination without approximation, except Lowrance that couldn't do better.



## 7. References

---

- [1] G. Shafer, « A Mathematical Theory of Evidence », Princeton University Press, 1976.
- [2] A. Dempster, « Upper and Lower Probabilities Induced by Multivalued Mapping », *Ann. Math. Statist.*, vol. 38, pp. 325–339, 1967.
- [3] B. Tessem, « Approximations for efficient computation in the theory of evidence », *Artificial Intelligence*, vol. 61, pp. 315–329, June 1993.
- [4] M. Bauer, « Approximation Algorithms and Decision Making in the Dempster-Shafer Theory of Evidence-An Empirical study », *International Journal of Approximate Reasoning*, vol. 17, no. 2-3, pp. 217–237, 1997.
- [5] A.-L. Jousselme, D. Grenier, and E. Bossé, « A new Distance Between two Bodies of Evidence », *Journal of Information Fusion*, vol. 2, pp. 91–101, June 2001.
- [6] Valin, P. and Boily, D. (2000). « Truncated Dempster-Shafer Optimization and Benchmarking », *Sensor Fusion: Architectures, Algorithms, and Applications IV, SPIE Aeronense 2000*, Vol. 4051, pp. 237-246, Orlando, April 24-28 2000.
- [7] D. Boily, and P. Valin, « Optimization and Benchmarking of Truncated Dempster-Shafer for Airborne Surveillance », *NATO Advanced Study Institute on Multisensor and Sensor Data Fusion*, Pitlochry, Scotland, United Kingdom, June 25 – July 7 2000 (Kluwer Academic Publishers), NATO Science Series, II. Mathematics Physics and Chemistry – Vol. 70, pp. 617-624.
- [8] Smets Ph. (2000). « Data Fusion in the Transferable Belief Model », *Proceedings of the 3rd International Conference on Information Fusion, Fusion 2000*, Paris, July 10-13, 2000, pp PS21-PS33.
- [9] Lowrance, J. D., Garvey, T. D., and Strat, T. M., « A framework for evidential reasoning systems », *Proceedings of the 5th National Conference of the American Association for Artificial Intelligence*, Philadelphia, 896-903, Aug. 1986.
- [10] STANAG 1241 (2005). NATO Standard Identity Description Structure for Tactical Use, North Atlantic Treaty Organization, April 2005.
- [11] STANAG 4162 (2000). Technical Characteristics of the NATO Identification System (NIS), March 2000.
- [12] P. Djiknavorian, D. Grenier, and P. Valin, « Analysis of information fusion combining rules under the DS<sub>m</sub> theory using ESM inputs », *10th International Conference on Information Fusion (FUSION 2007)*, Quebec City, Canada, July 9-12, 2007.
- [13] P. Djiknavorian, P. Valin, and D. Grenier, « Dezert-Smarandache theory applied to highly conflicting reports for identification and recognition – Illustrative example of ESM associations in dense environments », *DRDC Valcartier TR 2008- 537*, 34 pages.
- [14] P. Djiknavorian, and D. Grenier, « Reducing DS<sub>m</sub>T hybrid rule complexity through optimisation of the calculation algorithm », in *Advances and Applications of DS<sub>m</sub>T for Information Fusion*, Collected Works edited by F. Smarandache, J. Dezert,, Volume 2, American Research Press, 2006.
- [15] P. Djiknavorian, « Fusion d'informations dans un cadre de raisonnement de Dezert-Smarandache appliquée sur des rapports de capteurs ESM sous le STANAG 1241 », *Mémoire de maîtrise, Université Laval*, 2008.
- [16] P. Djiknavorian, P. Valin, and D. Grenier, « Fusion of ESM allegiance reports using DS<sub>m</sub>T », in *Advances and Applications of DS<sub>m</sub>T for Information Fusion*, Collected Works edited by F. Smarandache, J. Dezert,, Volume 3, American Research Press, 2009.
- [17] Smarandache, F., Dezert, J. editors. *Advances and Applications of DS<sub>m</sub>T for Information Fusion*, vol. 1, American Research Press, 2004.
- [18] Smarandache, F., Dezert, J. editors. *Advances and Applications of DS<sub>m</sub>T for Information Fusion*, vol. 2, American Research Press, 2006.
- [19] F. Smarandache, J. Dezert, editors. *Advances and Applications of DS<sub>m</sub>T for Information Fusion*, vol. 3, American Research Press, 2009.

- [20] E. Bossé and J. Roy, « Fusion of identity declarations from dissimilar sources using the Dempster- Shafer theory », *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers*, vol. 36, pp. 648–656, March 1997.
- [21] E. Bossé and M.-A. Simard, « Managing Evidential Reasoning for Identity Information Fusion », *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers*, vol. 37, pp. 391–400, February 1998.
- [22] A.-L. Joussetme, D. Grenier, and E. Bossé, « Analyzing approximation algorithms in the theory of evidence », in *Sensor Fusion: Architecture, Algorithms and Applications VI* (P. of SPIE, ed.), vol. 4731, (Orlando, FL), pp. 65–74, 2002.
- [23] A.-L. Joussetme, E. Bossé, and A. Jouan, « Analyzing an identity information fusion algorithm based on evidence theory », *NATO RTA IST Symposium on “Military Data and Information Fusion”*, Prague, Czech Republic, 20-22 October 2003, RTO-MP-IST-040, pp. 13-1 to 13-13.
- [24] A.-L. Joussetme, E. Bossé, and D. Grenier, « More results on a metric to measure the performance of evidential reasoning for identity information fusion », *Proceedings of the 4th International Conference on Information Fusion*, vol. I, pp. TuB3–3–TuB3–8, 2001.
- [25] M.A. Simard, P. Valin and E. Shahbazian, « Fusion of ESM, Radar, IFF and other Attribute Information for Target Identity Estimation and a Potential Application to the Canadian Patrol Frigate », *AGARD 66th Symposium on Challenge of Future EW System Design*, 18-21 October 1993, Ankara (Turkey), AGARD-CP-546, pp. 14.1-14.18, published May 1994.
- [26] B. Ristic, P. Smets, « The TBM global distance measure for the association of uncertain combat ID declarations », in the *Journal of information fusion*, Elsevier, Vol. 7, 2006, pp. 276-284.
- [27] P. Jaccard, « Étude comparative de la distribution florale dans une portion des Alpes et des Jura » *Bulletin de la Société Vaudoise des Sciences Naturelles* 37, 1901, pp. 547–579.
- [28] J. Diaz, M. Rifqi, B. Bouchon-Meunier, « A Similarity Measure between Basic Belief Assignments », *Proceedings of the 9<sup>th</sup> International Conference on Information Fusion*, Florence, Italy, 10-13 July, 2006.
- [29] P. Djiknavorian, P. Valin, D. Grenier, « Approximations of belief functions for fusion of ESM reports within the DSm framework », *Proceedings of the 13th International Conference of Information Fusion*, Edinburg, UK, 2010.
- [30] Weisstein, Eric W. "Distance." From MathWorld--A Wolfram Web Resource. <http://mathworld.wolfram.com/Distance.html>
- [31] E. Garcia, « Cosine Similarity and Term Weight Tutorial », July 2010, <http://www.miiisita.com/information-retrieval-tutorial/cosine-similarity-tutorial.html#Cosim>
- [32] M. Fréchet, « Sur quelques points du calcul fonctionnel », *Rendic. Circ. Mat. Palermo* 22 (1906) 1–74.
- [33] R.W. Hamming, « Error detecting and error correcting codes », *Bell System Technical Journal* 29 (2): 147–160, 1950.
- [34] Wikipedia, Hellinger distance, July 2010, [http://en.wikipedia.org/wiki/Hellinger\\_distance](http://en.wikipedia.org/wiki/Hellinger_distance)
- [35] Dice, Lee R. (1945). "Measures of the Amount of Ecologic Association between Species". *Ecology* 26 (3): 297–302.
- [36] P. Orponen, « Dempster’s rule of combination is # P-complete », *Artificial Intelligence*, vol. 44, no. 1-2, pp. 245–253, 1990.

This page intentionally left blank.

**Appendix 1, Approximation effects on BOE, figures**

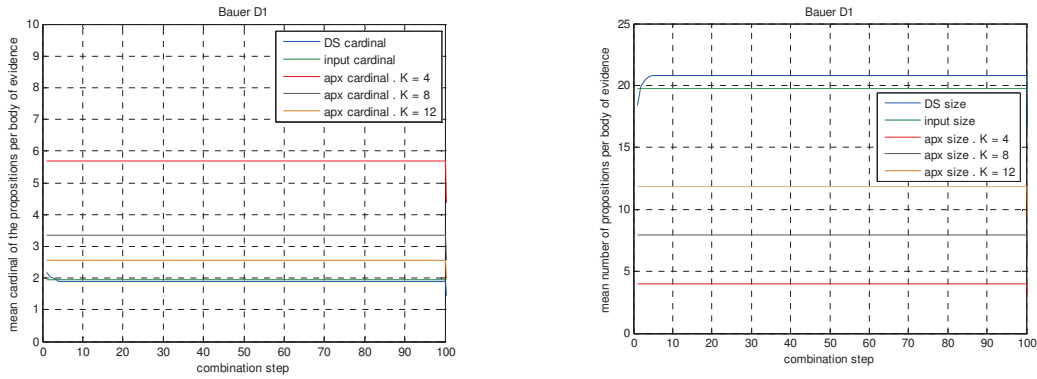


Figure 31: Cardinal and Size of propositions of BOE after Bauer for N20 M20 T2 input.

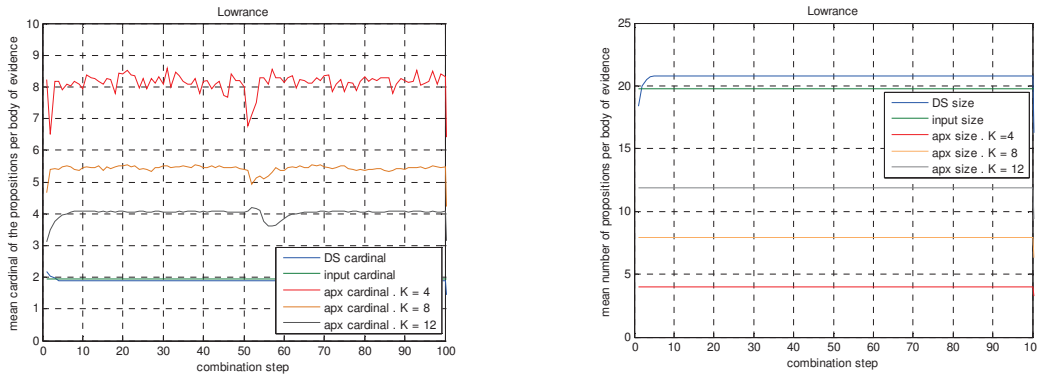


Figure 32: Cardinal and Size of propositions of BOE after Lowrance for N20 M20 T2 input.

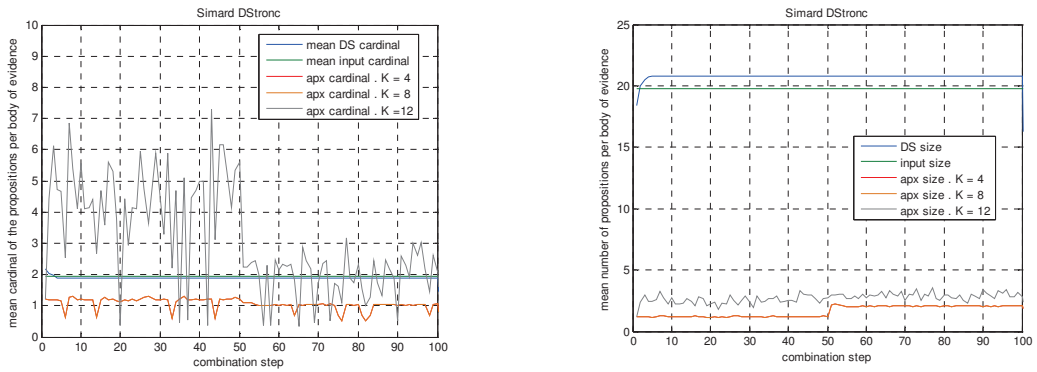


Figure 33: Cardinal and Size of propositions of BOE after Simard for N20 M20 T2 input.

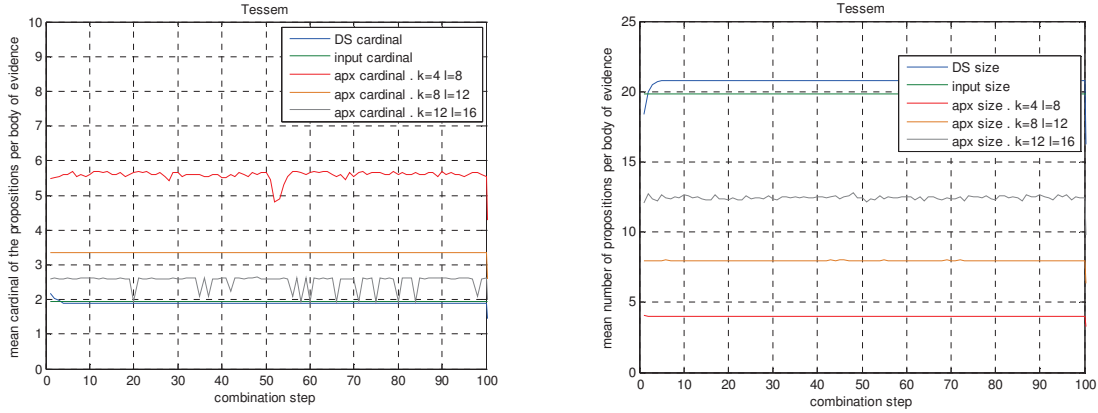


Figure 34: Cardinal and Size of propositions of BOE after Tessem for N20 M20 T2 input.

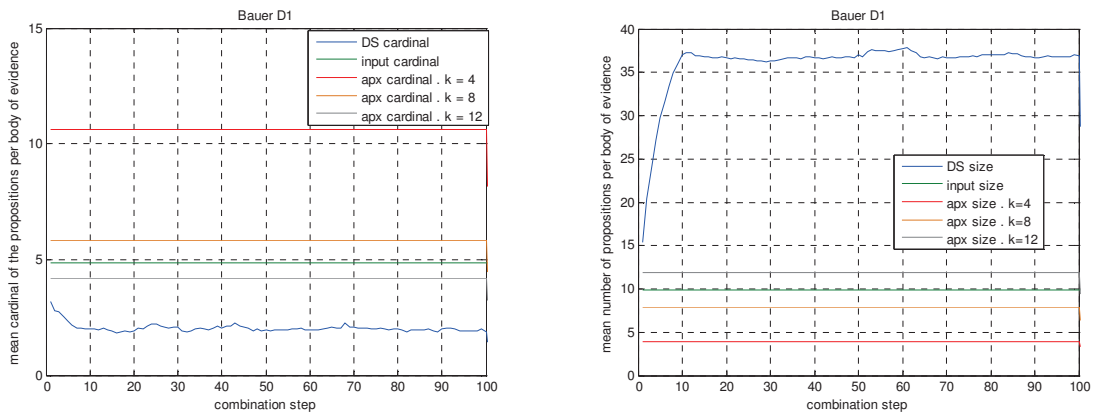


Figure 35: Cardinal and Size of propositions of BOE after Bauer for N40 M10 T2 input.

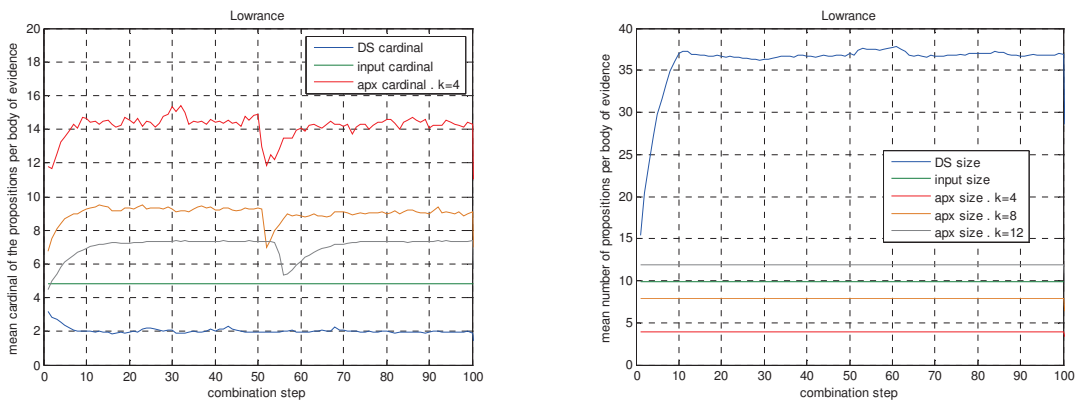


Figure 36: Cardinal and Size of propositions of BOE after Lowrance for N40 M10 T2 input.

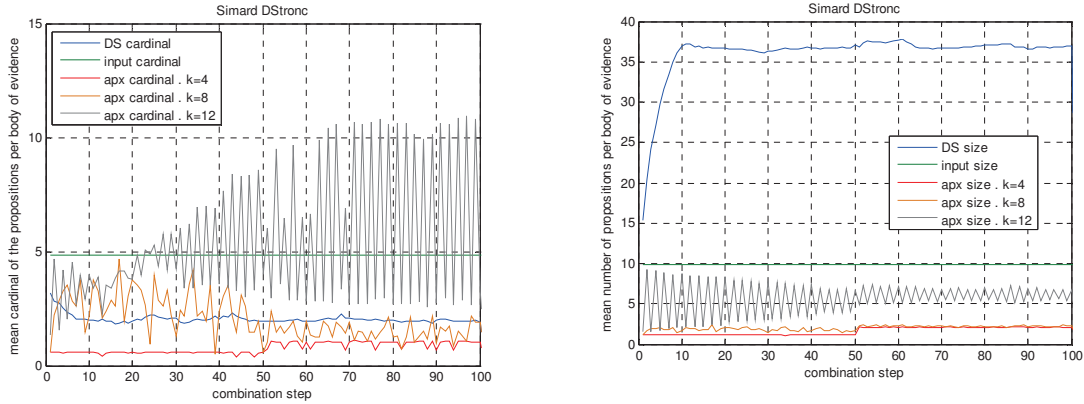


Figure 37: Cardinal and Size of propositions of BOE after Simard for N40 M10 T2 input.

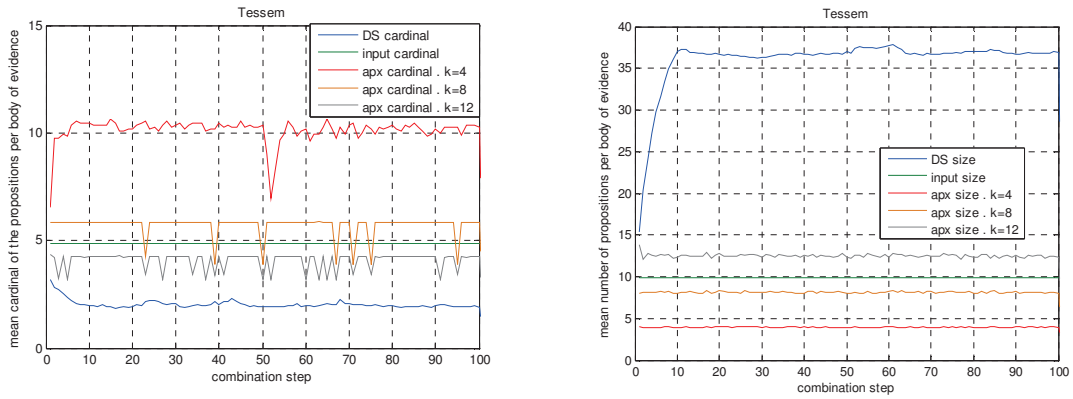


Figure 38: Cardinal and Size of propositions of BOE after Tessem for N40 M10 T2 input.

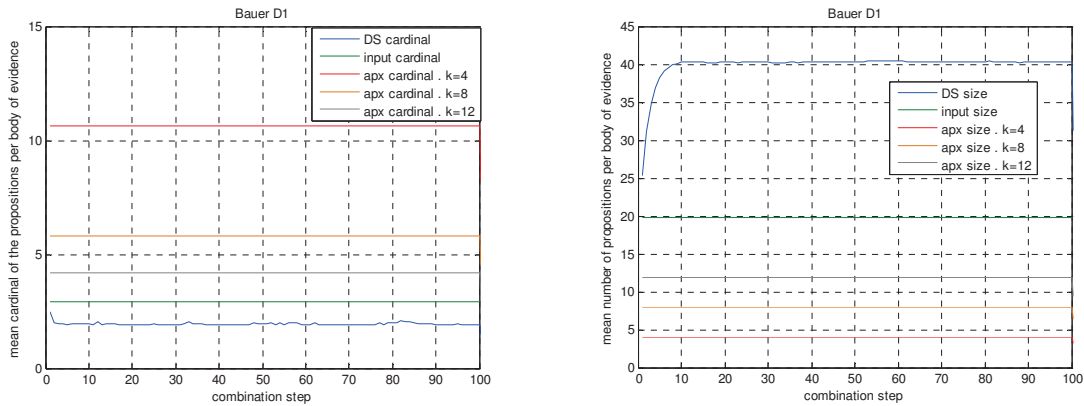


Figure 39: Cardinal and Size of propositions of BOE after Bauer for N40 M20 T2 input.

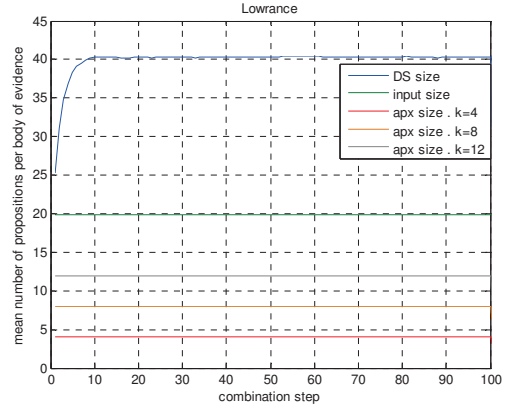
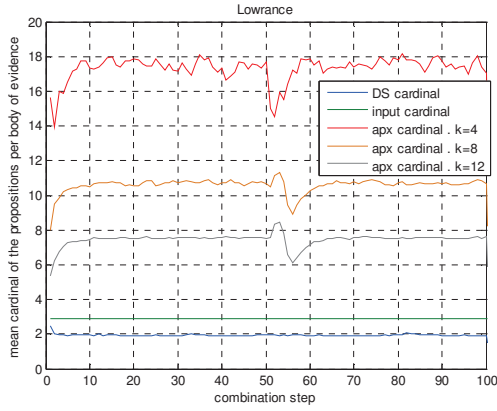


Figure 40: Cardinal and Size of propositions of BOE after Lowrance for N40 M20 T2 input.

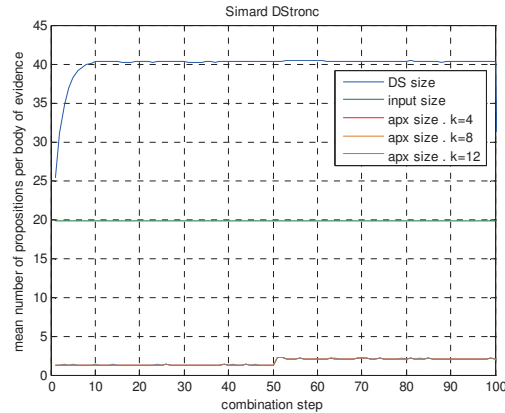
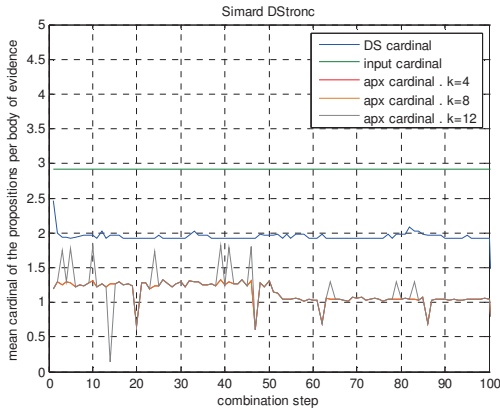


Figure 41: Cardinal and Size of propositions of BOE after Simard for N40 M20 T2 input.

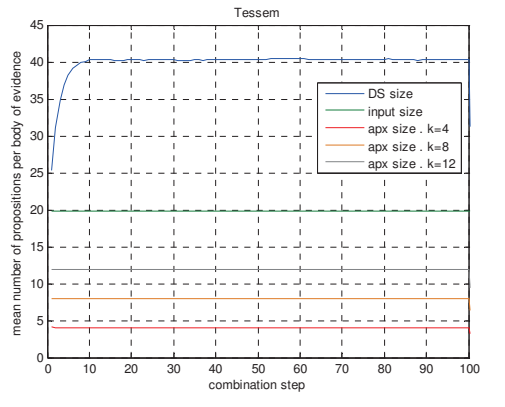
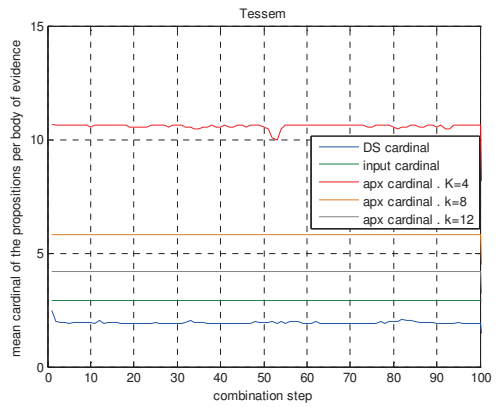


Figure 42: Cardinal and Size of propositions of BOE after Tessem for N40 M20 T2 input.

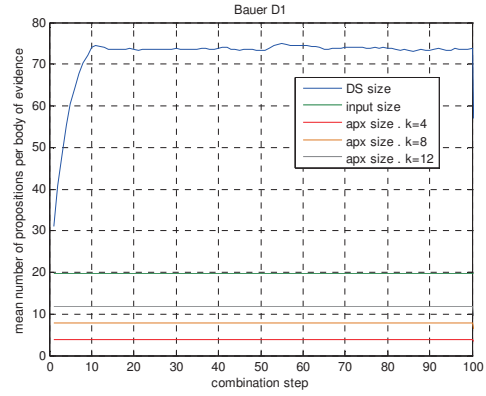
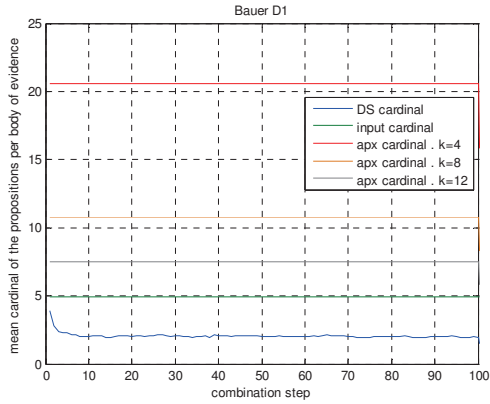


Figure 43: Cardinal and Size of propositions of BOE after Bauer for N80 M20 T2 input.

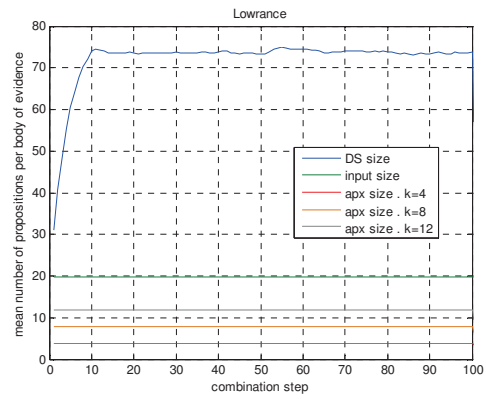


Figure 44: Cardinal and Size of propositions of BOE after Lowrance for N80 M20 T2 input.

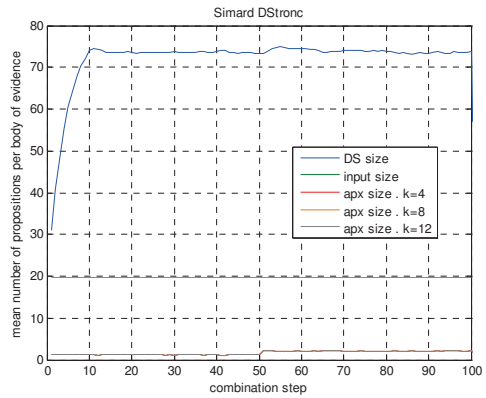
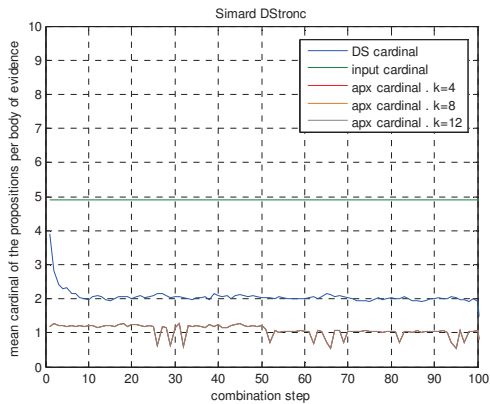


Figure 45: Cardinal and Size of propositions of BOE after Simard for N80 M20 T2 input.



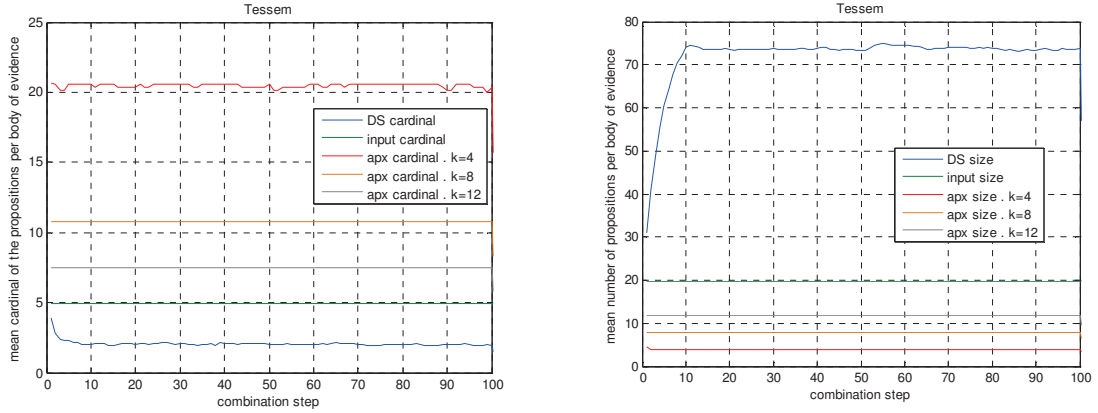


Figure 46: Cardinal and Size of propositions of BOE after Tessem for N80 M20 T2 input.

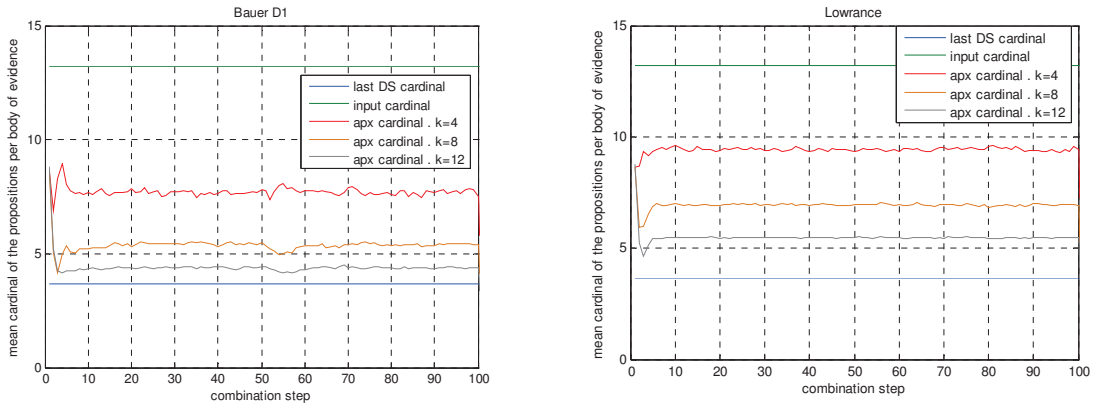


Figure 47: Cardinal of propositions of BOE after Bauer or Lowrance for N20 M20 T3 input.

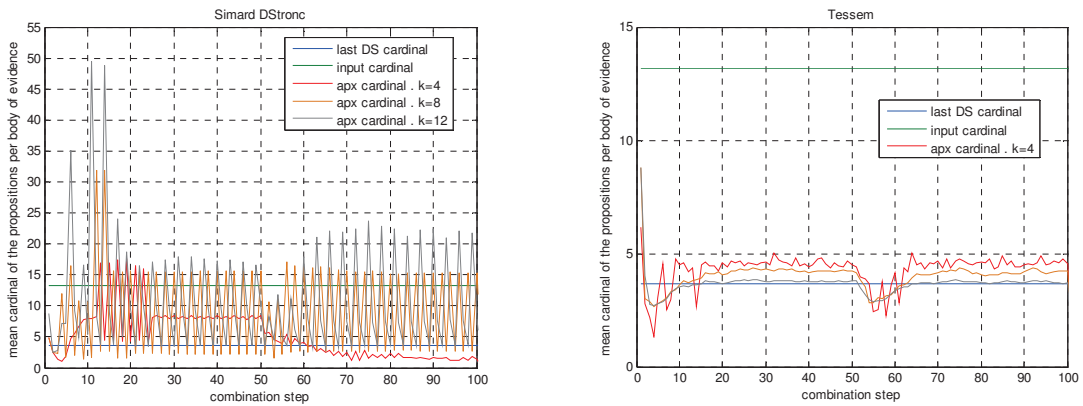


Figure 48: Cardinal of propositions of BOE after Simard or Tessem for N20 M20 T3 input.

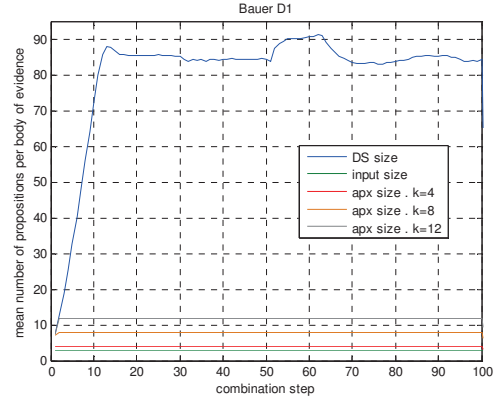
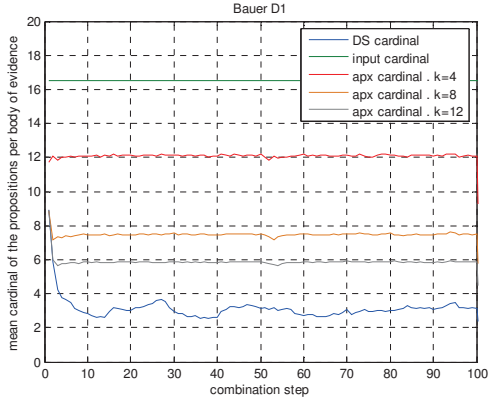


Figure 49: Cardinal and Size of propositions of BOE after Bauer for N40 M10 T3 input.

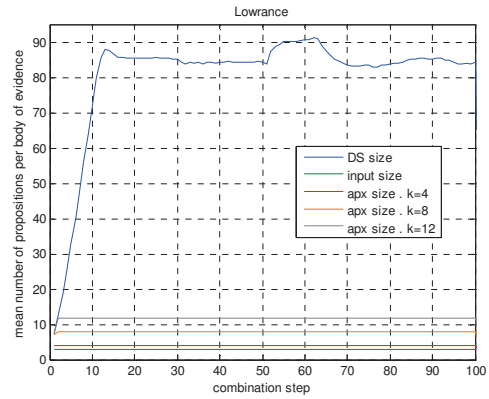
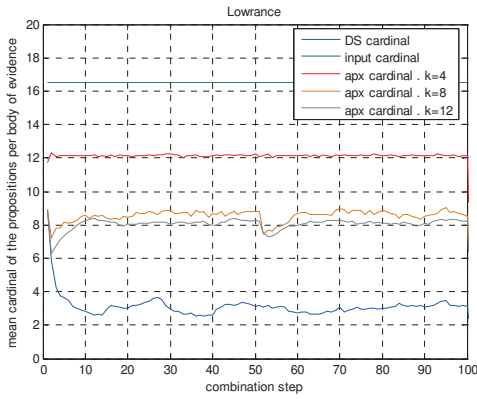


Figure 50: Cardinal and Size of propositions of BOE after Lowrance for N40 M10 T3 input.

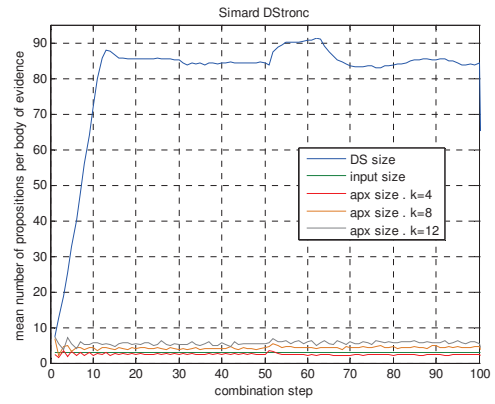
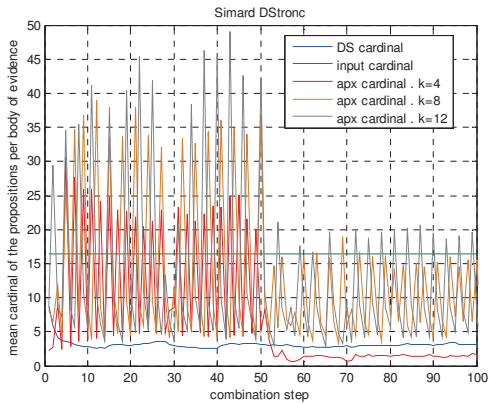


Figure 51: Cardinal and Size of propositions of BOE after Simard for N40 M10 T3 input.

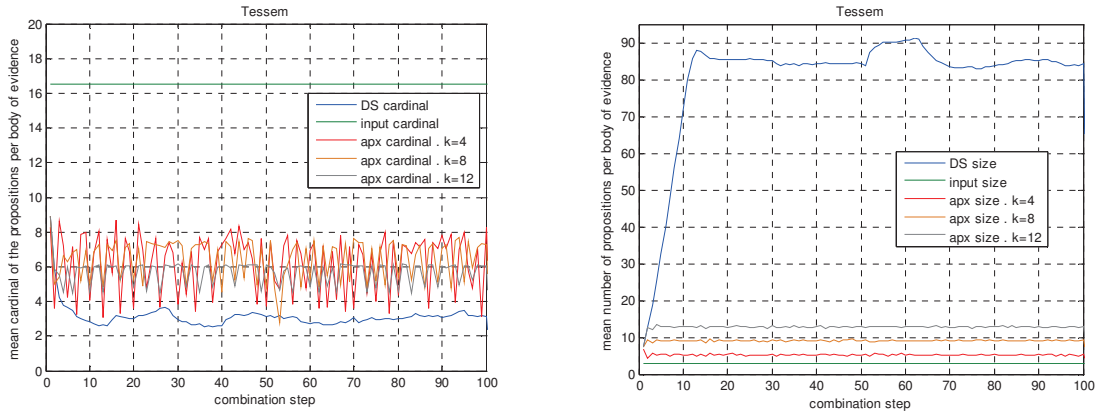


Figure 52: Cardinal and Size of propositions of BOE after Tessem for N40 M10 T3 input.

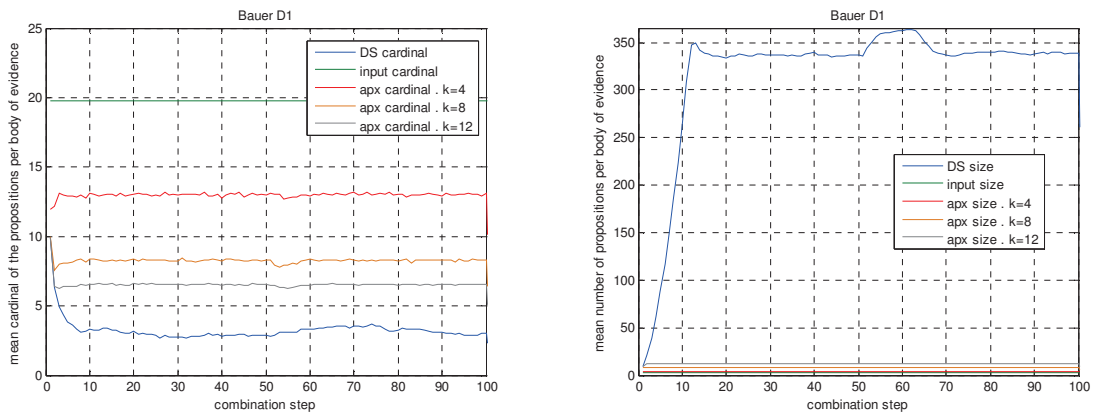


Figure 53: Cardinal and Size of propositions of BOE after Bauer for N40 M20 T3 input.

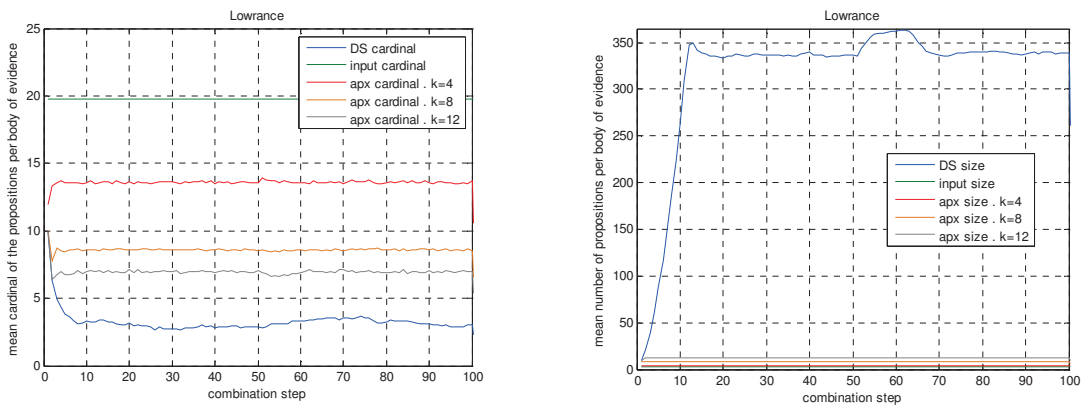


Figure 54: Cardinal and Size of propositions of BOE after Lowrance for N40 M20 T3 input.

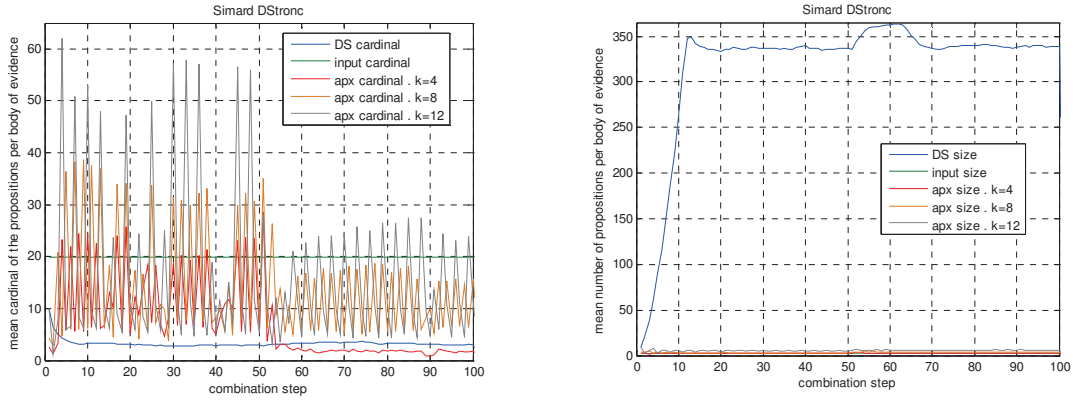


Figure 55: Cardinal and Size of propositions of BOE after Simard for N40 M20 T3 input.

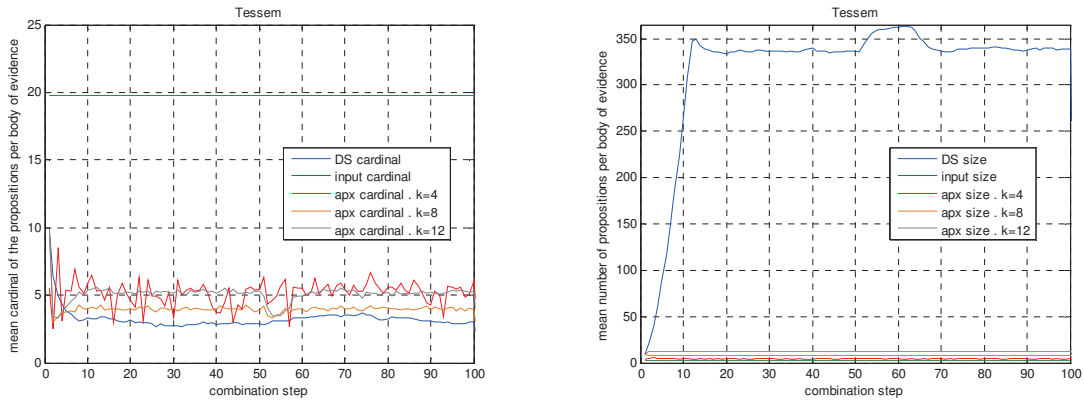


Figure 56: Cardinal and Size of propositions of BOE after Tessem for N40 M20 T3 input.

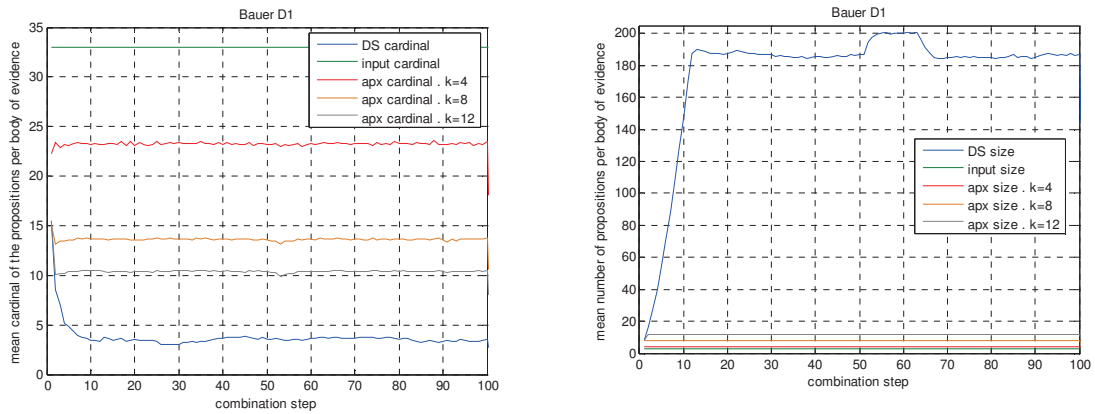


Figure 57: Cardinal and Size of propositions of BOE after Bauer for N80 M20 T3 input.

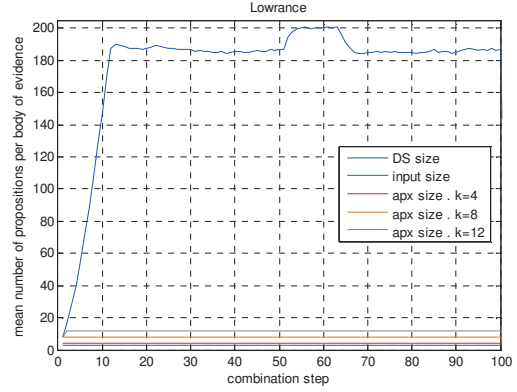
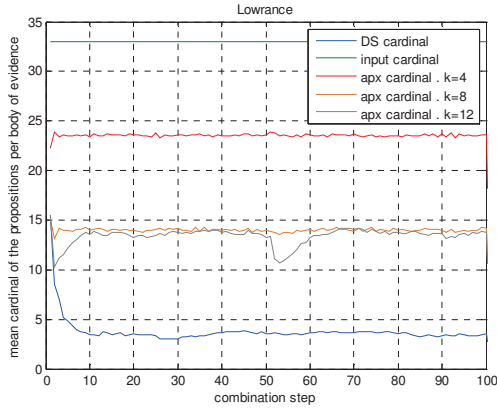


Figure 58: Cardinal and Size of propositions of BOE after Lowrance for N80 M20 T3 input.

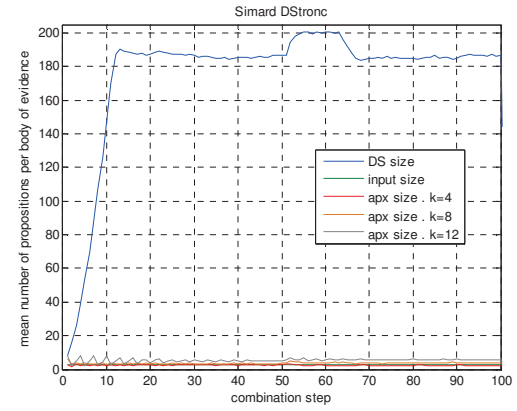
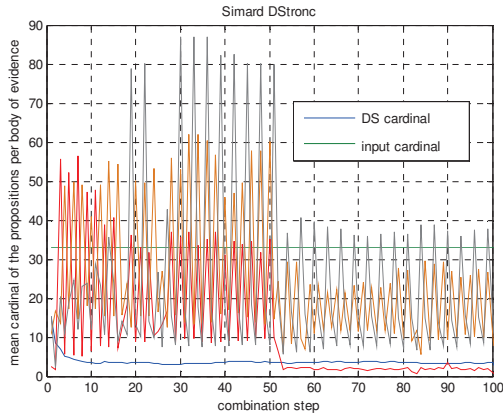


Figure 59: Cardinal and Size of propositions of BOE after Simard for N80 M20 T3 input.

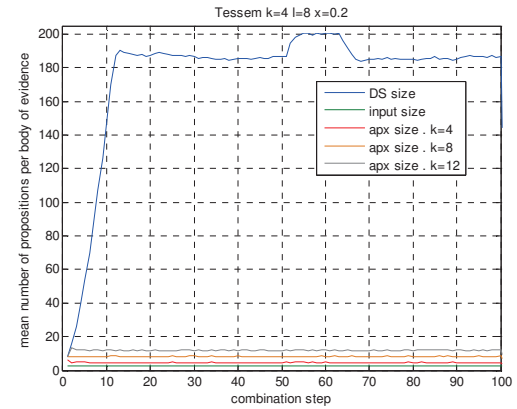
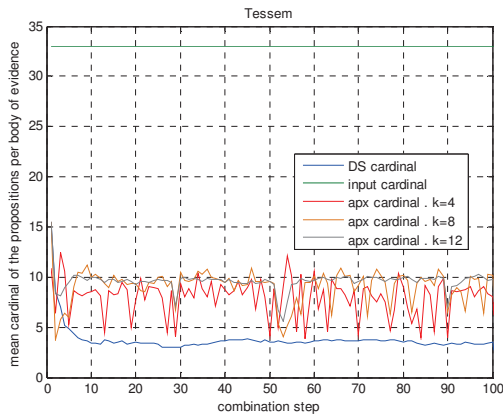


Figure 60: Cardinal and Size of propositions of BOE after Tessem for N80 M20 T3 input.

This page intentionally left blank.

## Annexe C

# Base de données des plateformes navales

---

## C.1 Statistiques sur la base de données des plateformes navales

L'information utilisée pour construire la PDB provient de [45, 92, 91, 97, 47].

TABLE C.1 – Pays d'origine des plateformes navales

1	Inconnu	1	Australie	9	Canada	7	Inde
1	Suisse	1	Égypte	2	Taiwan	14	Chine
1	Jordanie	1	Pakistan	2	Libye	5	Royaume-Uni
2	Danemark	1	Kazakhstan	1	Allemagne	3	Lituanie
14	États-Unis	26	Russie	1	Syrie	5	Brésil
15	France	4	Turquie				

TABLE C.2 – Nombre et fonction des émetteurs des plateformes navales

nb	désignation	fonction
60	NAV2DSU	Radar de surveillance navale 2D
21	NAV3DSU	Radar de surveillance navale 3D
33	NAVNAVI	Radar de navigation naval
65	NAVFICO	Radar naval de controle de tirs
33	NAVECMS	Système de Contre-mesures électronique naval
13	ATCGCCA	Controle de trafic aérien de sol/porte-avions
9	IFFINRE	Système d'interrogation ou de réponse Ami-ou-Ennemi

TABLE C.3 – Nombre et type de véhicules marins considérés pour la catégorie militaire

nb	désignation	nom	fonction
25	PATROL	Patrouille navale	peut excéder 48 heures en mer sans support
34	FRIGATE	Frégate	navire de surface large, fortement armé
24	DESTROY	Destroyer	navire de surface large, fortement armé
12	CRUISER	Croiseur	navire de surface large, fortement armé
9	CARRIER	Porte-avions	navire servant de plateforme aéroportuaire navale
13	AUTRES		Autre types de véhicules maritimes militaires.



## C.2 Correspondance entre no. d'émetteur et leur type

TABLE C.4 – Extrait des correspondances entre no d'émetteurs, type, et désignation

no	type	désignation
6	NAVNAVI	FURUNO
7	NAVNAVI	URN-25
8	IFFINRE	MK-XII
9	NAV2DSU	TYPE-992R
10	NAV2DSU	SIGNAAL-DA-08
11	NAVFICO	SELENIA-912
12	NAVNAVI	TYPE-1006
13	NAVECMS	SLQ-32(V)3-4
14	NAVECMS	SLQ-32(V)SIDEKICK
15	NAVFICO	SPG-51D
16	NAV3DSU	SPS-48E
17	NAV2DSU	SPS-67
18	NAVNAVI	MARCONI-LN-66
19	NAVFICO	SPG-53F
20	NAVFICO	SPG-55D
21	NAVECMS	TST-FL-1800
22	NAVFICO	SIGNAAL-WM-25
23	NAV2DSU	SIGNAAL-DA-08
24	NAVNAVI	SMA-3-RM-20
25	NAVECMS	TYPE-670
26	NAV2DSU	TYPE-967
27	NAVNAVI	TYPE-1007
28	NAVFICO	TYPE-911
29	NAVFICO	TYPE-910
30	NAV2DSU	TYPE-968
31	NAVFICO	SPG-60D
32	NAVFICO	SPQ-9
33	NAV2DSU	SPS-10
34	NAVFICO	SPG-53A
35	NAVFICO	SPG-55B
36	NAVECMS	ULQ-6
37	NAV2DSU	SPS-503
38	NAVNAVI	SPERRY-127E

Une simple recherche web permet de trouver le SIGNAAL-WM-08, un NAVFICO, plus exactement un radar d'indication de cible 3D en bande radio G. La table C.5 a été obtenue à l'adresse <http://en.wikipedia.org/wiki/MW08>, on y a même retrouvé la photo de l'appareil. L'information sur la date d'introduction, le nombre construit, l'altitude, l'azimut, l'élévation est inconnue via cette source.

TABLE C.5 – Informations aisément disponibles sur le NAVFICO SIGNAAL-WM-08

<b>Pays d'origine</b>	<i>Netherlands</i>
<b>Type</b>	recherche 3D Air/Surface
<b>Fréquence</b>	bande G
<b>Range</b>	0.1m <sup>2</sup> target : 17 km
	1m <sup>2</sup> target : 27 km
	2m <sup>2</sup> target : 32 km
<b>Précision</b>	<b>Résolution</b>
	<i>In bearing</i> : 20
	En portée : 90 m
	<b>Tracking accuracy</b>
	<i>In bearing</i> : 0.250
	En portée : 40 m
	En élévation : 1.20
<b>Puissance</b>	<b>Tracking capacity</b>
	<i>Air targets</i> : 20 (configuration de base)
	<i>Surface targets</i> : 8 (configuration de base)
	<i>Surface targets</i> : 2 ( <i>gun-fire accuracy control</i> )

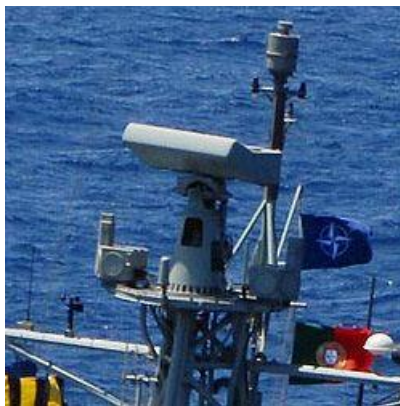


FIGURE C.1 – le NAVFICO SIGNAAL-WM-08

## C.3 Extrait de la base de données des plateformes navales

TABLE C.6 – Extrait de la base de données des plateformes navales

ID #	NAME	PLATYPE	SUBTYPE	CONT	LEN
2	<b>HALIFAX-CPF</b> EMITTER_LIST	SURMILI	FRIGATE	CANA	130
7	<b>CALIFORNIA</b> EMITTER_LIST	SURMILI	CRUISER	USAM	182
9	<b>IMPROVED-RESTIGOUCHE</b> EMITTER_LIST	SURMILI	FRIGATE	CANA	113
18	<b>MIRKA-I</b> EMITTER_LIST	SURMILI	FRIGATE	RUSS	82
20	<b>KRIVAK-IA</b> EMITTER_LIST	SURMILI	FRIGATE	RUSS	124
25	<b>IROQUOIS</b> EMITTER_LIST	SURMILI	DESTROY	CANA	130
32	<b>MODIFIED-KIEV</b> EMITTER_LIST	SURMILI	CARRIER	RUSS	274
33	<b>KIROV-ADM-USHAKOV</b> EMITTER_LIST	SURMILI	CRUISER	RUSS	252
34	<b>SAM-KOTLIN</b> EMITTER_LIST	SURMILI	DESTROY	RUSS	127
35	<b>MOSKVA</b> EMITTER_LIST	SURMILI	BATTLES	RUSS	191
36	<b>KRESTA-I</b> EMITTER_LIST	SURMILI	CRUISER	RUSS	156
39	<b>SPRUANCE</b> EMITTER_LIST	SURMILI	DESTROY	USAM	172
40	<b>NIMITZ</b> EMITTER_LIST	SURMILI	CARRIER	USAM	333
53	<b>NIMITZ-DWIGHT-EISENH</b> EMITTER_LIST	SURMILI	CARRIER	USAM	333



# Bibliographie

- [1] J. Abellan and S. Moral. Measuring total uncertainty in Dempster-Shafer Theory of Evidence : properties and behaviors. In *Annual Meeting of the North American Fuzzy Information Processing Society, New York City, USA*, May 19-22, 2008.
- [2] A.V. Arkhangel'skii and L.S. Pontryagin. *General Topology I : Basic Concept and Constructions Dimension Theory, Encyclopaedia of Mathematical Sciences*. Springer, ISBN 3-540-18178-4, 1990.
- [3] C. Audet and L.N. Vincente. Derivative-Free Optimization : Theory and Practice. Two-hour mini-tutorial. In *9th SIAM Conference on Optimization, Boston, USA*, May 10, 2008.
- [4] B.M. Ayyub. *Uncertainty Modeling And Analysis in Engineering And the Sciences*. Chapman & Hall/CRC, 2006.
- [5] M. Barile. 'Taxicab Metric', from MathWorld - A Wolfram Web Ressource., 2012.  
<http://MathWorld.wolfram.com/TaxicabMetric.html>.
- [6] M. Bauer. Approximation algorithms and decision making in the Dempster-Shafer Theory of Evidence – An empirical study. *International Journal of Approximate Reasoning*, 17 :217–237, 1997.  
[http://dx.doi.org/10.1016/S0888-613X\(97\)00013-3](http://dx.doi.org/10.1016/S0888-613X(97)00013-3).
- [7] M. Bauer. Approximations for decision making in the Dempster-Shafer theory of evidence. *Proceedings of the 12th Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence (UAI-96), Morgan Kaufmann Publishers, Portland, Oregon, USA*, pages 73–80, August 1-3, 1996.
- [8] D. Boily and P. Valin. Optimization and Benchmarking of Truncated Dempster-Shafer for Airborne Surveillance. In A.K. Hyder, E. Shahbazian, and E. Waltz, editors, *Multi-sensor Fusion*, volume 70 of *NATO Science Series*, pages 617–623. Springer Netherlands, 2002.  
[http://dx.doi.org/10.1007/978-94-010-0556-2\\_30](http://dx.doi.org/10.1007/978-94-010-0556-2_30).

- [9] É. Bossé, J. Roy, S. Wark, R. Rousseau, R. Breton, D. Lambert, F. White, J. RKarakowski, J. Salerno, M. Hinman, A.-L. Jousselme, and P. Maupin. *Concept, Models, and Tools for Information Fusion*. Artech House intelligence and information operations library. Artech House, Inc., 2007.
- [10] M. Bouchard, A.-L. Jousselme, and P.-E. Dore. A proof for the positive definiteness of the jaccard index matrix. *Int.J. Approximate Reasoning*, 54(5) :615–626, 2013.
- [11] J.R. Boyd. 'The Essence of Winning and Losing'. a five slide set presentation by boyd., June 28, 1995.  
<http://www.danford.net/boyd/essence.htm>.
- [12] R. Breton and R. Rousseau. Situation awarness : A review of the concept and its measurement. Technical report, DRDC-V TR-2001-220, February 05, 2002.
- [13] F. Cuzzolin. Two new Bayesian approximations of belief functions based on convex geometry. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics - Part B*, 37(4), August 2007.
- [14] A.P. Dempster. Upper and lower probabilities induced by multivalued mapping. *Annals of Mathematical Statistics*, 38 :325–339, 1967.
- [15] T. Dencœux. Inner and outer approximation of belief structures using a hierarchical clustering approach. *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems*, 9(4) :437–460, 2001.
- [16] J. Dezert, F. Smarandache, and A. Tchamova. On the blackman's association problem. In *Proceedings of the 6th International Conference on Information Fusion, Cairns, Australia*, pages 371–1378, July 8-11, 2003.
- [17] J. Dezert, Pei Wang, and A. Tchamova. On the validity of Dempster-Shafer Theory. In *Proceedings of the 15th International Conference on Information Fusion, Singapore*, pages 655–660, July 9-12, 2012.
- [18] J. Diaz, M. Rifqi, and B. Bouchon-Meunier. A Similarity Measure between Basic Belief Assignments. In *Proceedings of the 9th International Conference on Information Fusion, Florence, Italy*, July 10-13, 2006.
- [19] L.R. Dice. Measures of the amount of ecologic association between species. *Ecology*, 26 (3) :297–302, 1945.
- [20] P. Djiknavorian. Use of Dempster-Shafer Theory in the Selection Combiner Module of a MIMO Communication in a Low SNR Environment. To be submitted.

- 
- [21] P. Djiknavorian. Fusion d'informations dans un cadre de raisonnement de Dezert-Smarandache appliquée sur des rapports de capteurs ESM sous le STANAG 1241. Master's thesis, Université Laval, Canada, 2008.  
<http://www.theses.ulaval.ca/2008/25666/25666.pdf>.
- [22] P. Djiknavorian. Impact de l'utilisation des algorithmes d'approximations sur les fonctions de croyances, 2010. Office national d'études et de recherches aérospatiales (ONERA), Chatillon, France, Avril 2010.
- [23] P. Djiknavorian. La fusion non nucléaire au LRTS, 2ième partie,. Séminaire, LRTS, Université Laval, Canada, 27 mai 2011.  
<http://lrts.gel.ulaval.ca/evenements/index.php?EventID=10>.
- [24] P. Djiknavorian. Impact de l'utilisation des algorithmes d'approximations sur les fonctions de croyances, April 2010. École nationale supérieure des ingénieurs des études et techniques d'armement, Brest, France.
- [25] P. Djiknavorian. *Advances and Applications of DSMT for Information Fusion, vol. 4*, chapter X. A working DSMT application with a discernement frame larger than 73. American Research Press, (submission in preparation for November 2013).
- [26] P. Djiknavorian and D. Grenier. Extension of the Robust Combination Rule. In preparation.
- [27] P. Djiknavorian and D Grenier. *Advances and Applications of DSMT for Information Fusion, vol. 2*, chapter 15. Reducing DSMT hybrid rule complexity through optimization of the calculation algorithm, pages 365–430. American Research Press, 2006.  
<http://www.gallup.unm.edu/~smarandache/DSMT-book2.pdf>.
- [28] P. Djiknavorian, D. Grenier, and P. Valin. New Metrics between Bodies of Evidences. *Journal of Emerging Technologies in Web Intelligence*, 4(3), 2012.  
<http://ojs.academypublisher.com/index.php/jetwi/article/view/jetwi0403264272>.
- [29] P. Djiknavorian, D. Grenier, and P. Valin. Approximation in DSMT theory for fusing ESM reports. *International Workshop on Belief functions, Brest, France*, April 2010.  
<http://bfasp.iut-lannion.fr/belief2010/>.
- [30] P. Djiknavorian, D. Grenier, and P. Valin. A new approximation applied on the number of focal elements of belief functions and their length. *Submitted*, August 2013.
- [31] P. Djiknavorian, D. Grenier, and P. Valin. Optimisation of approximation methods for information fusion for identification. Technical report, DRDC-V Livrable 2 Contrat W7701-093308/001/QCL, December, 2010.

- [32] P. Djiknavorian, D. Grenier, and P. Valin. Optimisation of approximation methods for information fusion for identification. Technical report, DRDC-V Livrable 3 Contrat W7701-093308/001/QCL, December, 2012.
- [33] P. Djiknavorian, D. Grenier, and P. Valin. Analysis of Information Fusion combining rules under the DS<sub>m</sub> theory using ESM inputs. In *Proceedings of the 10th International Conference on Information Fusion, Quebec, Canada*, pages 1–8, July 9-12, 2007. <http://IEEEExplore.IEEE.org/xpl/articleDetails.jsp?tp=&arnumber=4408128>.
- [34] P. Djiknavorian, D. Grenier, and P. Valin. Optimisation of approximation methods for information fusion for identification. Technical report, DRDC-V Livrable 1 Contrat W7701-093308/001/QCL, March, 2010.
- [35] P. Djiknavorian, A. Martin, D. Grenier, and P. Valin. Étude comparative d’approximation de fonctions de croyances généralisées / comparative study of approximations of generalized beliefs functions. In *Rencontres Francophones sur la Logique Floue et ses Applications, Lannion, France*, page 288, Novembre 18-19, 2010. <http://www.cepadues.com/pages/Livre/Livre.aspx?ID=295>.
- [36] P. Djiknavorian, P. Valin, and D. Grenier. *Advances and Applications of DS<sub>m</sub>T for Information Fusion, vol. 3*, chapter 19. Fusion of ESM Allegiance Reports using Dezert-Smarandache Theory, pages 503–518. American Research Press, 2009. <http://www.gallup.unm.edu/~smarandache/DSmT-book3.pdf>.
- [37] P. Djiknavorian, P. Valin, and D. Grenier. Dezert-Smarandache theory applied to highly conflicting reports for identification and recognition - illustrative example of ESM associations in dense environments. Technical report, DRDC-V TR-2008-537, February, 2009. <http://cradpdf.drdc-rddc.gc.ca/PDFS/unc81/p531087.pdf>.
- [38] P. Djiknavorian, P. Valin, and D. Grenier. Approximations of belief functions for fusion of ESM reports within the DS<sub>m</sub> framework. In *Proceedings of the 13th International Conference on Information Fusion, Edinburgh, Scotland, United Kingdom*, pages 1–8, July 26-29, 2010. <http://IEEEExplore.IEEE.org/xpl/articleDetails.jsp?tp=&arnumber=5712074>.
- [39] D. Dubois and H. Prade. Representation and combination of uncertainty with belief functions and possibility measures. *Computational Intelligence*, 4 :244–264, 1988.
- [40] D. Dubois and H. Prade. Consonant approximations of belief functions. *International Journal of Approximate Reasoning*, 4 :419–449, 1990.
- [41] M.R. Endsley. Design and evaluation for situation awareness enhancement. *Proceedings of the Human Factors Society, 32nd Annual Meeting*, 1 :97–101, 1988.



- 
- [42] R. Fitzpatrick, editor. *Euclid's elements of geometry*. 2008. ISBN 978-0-6151-7984-1  
<http://farside.ph.utexas.edu/euclid/Elements.pdf>.
- [43] M. Florea, A.-L. Jusselme, and É. Bossé. Dynamic estimation of evidence discounting rates based on information credibility. *RAIRO - Operations Research*, 44(4) :285–306, 2010.
- [44] M.C. Florea. *Combinaison d'informations heterogenes dans le cadre unificateur des ensembles aleatoires : approximations et robustesse*. PhD thesis, Université Laval, Canada, 2007.  
<http://www.theses.ulaval.ca/2007/24758/24758.pdf>.
- [45] M.C. Florea. Fusion d'informations imparfaites dans le cadre unificateur des ensembles aleatoires - application a l'identification des cibles. Master's thesis, Université Laval, Canada, 22 mars 2003.
- [46] M.C. Florea, É. Bossé, and A.-L. Jusselme. Metrics, distance and dissimilar measures within Dempster-Shafer theory to characterize sources' Reliability. In *Proceedings CO-GIS, Paris, France*, November 16-18, 2009.
- [47] M.C. Florea, A.-L. Jusselme, and É. Bossé. Fusion of imperfect information in the unified framework of random sets theory. Technical report, DRDC-V TR-2003-319, November, 2007.
- [48] M. Fréchet. Sur quelques points du calcul fonctionnel. *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo*, 22 :1–74, 1906.
- [49] E. Garcia. Cosine Similarity and Term Weight tutorial, July, 2010.  
<http://www.miislita.com/information-retrieval-tutorial/cosine-similarity-tutorial.html>.
- [50] R. Germundsson and E.W. Weisstein. 'XOR', from MathWorld - A Wolfram Web Ressource., 2012.  
<http://MathWorld.wolfram.com/XOR.html>.
- [51] R.W. Hamming. Error detecting and error correcting codes. *Bell System Technical Journal*, 29 (2) :147–160, 1950.
- [52] B.R. Hatcher. Intercept probability and intercept time. *EW*, pages 95–103, March-April 1986.
- [53] P. Jaccard. Etude comparative de la distribution florale dans une portion des Alpes et du Jura. *Bulletin de la société Vaudoise des Sciences Naturelles*, 37 :547–579, 1901.

- [54] A. Jouan, L. Gagnon, E. Shahbazian, and P. Valin. Fusion of imagery attributes with non-imaging sensor reports by truncated Dempster-Shafer evidential reasoning. In R. Hamid, A. Zhu, and D. Zhu, editors, *Proceedings of the International Conference on Multisource-Multisensor Information Fusion, Las Vegas, NV, USA*, volume 2, pages 549–556, July 6-9, 1998.
- [55] A. Jouan, P. Valin, and É. Bossé. Concepts of data-Information Fusion for naval C2 and airborne ISR platforms. Technical report, DRDC-V TR-2004-284, November, 2006.
- [56] A.-L. Joussetme, L. Chunsheng, D. Grenier, and É. Bossé. Measuring ambiguity in the evidence theory. *Systems, Man and Cybernetics, Part A : Systems and Humans, IEEE Transactions on*, 36, Issue 5 :890–903, Sept. 2006.
- [57] A.-L. Joussetme, D. Grenier, and É. Bossé. A new distance between two bodies of evidence. *Information Fusion*, 2 :91–101, 2001.
- [58] R. Kennes and Ph. Smets. Fast algorithms for Dempster-Shafer theory. In L.A. Zadeh B. Bouchon-Meunier, R.R. Yager, editor, *Uncertainty in Knowledge Bases, Lecture Notes in Computer Science 521*, pages 14–23. Springer-Verlag, Berlin, 1991.
- [59] L.A. Klein. *Sensor and data fusion : a tool for information assessment and decision making*. SPIE, The International Society for Optical Engineering, 2004.
- [60] G. Klir and H.E. Lewis. Remarks on measuring ambiguity in the evidence theory. *Systems, Man and Cybernetics, Part A : Systems and Humans, IEEE Transactions on*, 38, Issue 4 :995, July 2008.
- [61] G.J. Klir and B. Yuan. *Fuzzy sets and fuzzy logic : theory and applications*. Prentice Hall PTR, Upper Saddle River, NJ, 1995.
- [62] Alexander Kott. *Information Warfare and Organizational Decision-Making*. Artech House, 2006.
- [63] H. Leung and J. Wu. Bayesian and Dempster-Shafer target identification for radar surveillance. *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, 36(2) :432–447, 2000.
- [64] X. Li, J. Dezert, F. Smarandache, and X. Huang. Evidence support measure of similarity for reducing the complexity. *Information Fusion, Information Sciences*, 181 :1818–1835, May 2011.
- [65] J.D. Lowrance, T.D. Garvey, and T.M. Strat. A framework for evidential-reasoning systems. In *Artificial Intelligence proceedings*, 1986.

- 
- [66] R.P.S. Mahler. *Statistical Multisource-Multitarget Information Fusion*. Artech House, 2007.
- [67] A. Martin. Implementing general belief function framework with a practical codification for low complexity. *J. Dezert, and F. Smarandache, editors, Advances and Applications of DSMT for Information Fusion*, Vol. 3, 2009.  
[fs.gallup.unm.edu/DSMT-book3.pdf](http://fs.gallup.unm.edu/DSMT-book3.pdf).
- [68] J.H. Mathews and K.K. Fink. *Numerical Methods Using Matlab, 4th Edition*. Prentice-Hall, 2004.
- [69] P. McCauley-Bell and R. Freeman. Studies and analyses of automated systems for evidence accrual. Technical report, AL/CF-TR-1997-0060, United States Air Force Armstrong Laboratory, March 1997.
- [70] J.A. Nelder and R. Mead. A simplex method for function minimization. *Computer Journal*, 7 :308–313, 1965.  
<http://dx.doi.org/10.1093/comjnl/7.4.308>.
- [71] P. Orponen. Dempster’s rule of combination is# P-complete (research note). *Artificial Intelligence*, 44(1-2) :245–253, 1990.
- [72] M. Oxenham. The Effect of Finite Set Representations on the Evaluation of Dempster’s Rule of Combination. In *Proceedings of the 11th International Conference on Information Fusion, Cologne, Germany, June 30 - July 03, 2008*.
- [73] W.H. Press, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling, and Flannery B.P. *Numerical Recipes, 3rd Edition : The art of scientific computing*. Cambridge University Press, 2007.
- [74] G. Provan. An analysis of exact and approximation algorithms for Dempster-Shafer theory. Technical report, Department of Computer Science, University of British Columbia, Tech. Report 90-15, 1990.
- [75] B. Ristic and Ph. Smets. The TBM global distance measure for the association of uncertain combat ID declarations. *Information Fusion*, 7(3) :276–284, 2006.
- [76] G. Shafer. *A Mathematical Theory of Evidence*. Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1976.
- [77] G. Shafer and R. Logan. Implementing Dempster’s rule for hierarchical evidence. *Artificial Intelligence*, 33 :271–298, 1987.
- [78] M.-A Simard, P. Valin, and E. Shahbazian. Fusion of ESM, Radar, IFF and other attribute information for target identity estimation and potential application to the canadian patrol frigate. In *AGARD 66th Symposium on Challenge of Future EW System Design*,

- Ankara (Turkey), AGARD-CP-546, pp. 14.1-14.18, published May 1994, October 18-21, 1993.
- [79] S. Singer and J.A. Nelder. Nelder-Mead algorithm. *Scholarpedia*, 4(7) :2928, 2009.  
[http://www.scholarpedia.org/article/Nelder-Mead\\_algorithm](http://www.scholarpedia.org/article/Nelder-Mead_algorithm).
- [80] F. Smarandache and J. Dezert, editors. *Advances and Applications of DSMT for Information Fusion*, volume 1. American Research Press, 2004.  
[fs.gallup.unm.edu//DSMT-book1.pdf](http://fs.gallup.unm.edu//DSMT-book1.pdf).
- [81] F. Smarandache and J. Dezert, editors. *Advances and Applications of DSMT for Information Fusion*, volume 2. American Research Press, Rehoboth, August, 2006.  
[fs.gallup.unm.edu//DSMT-book2.pdf](http://fs.gallup.unm.edu//DSMT-book2.pdf).
- [82] F. Smarandache and J. Dezert, editors. *Advances and Applications of DSMT for Information Fusion*, volume 3. American Research Press, Rehoboth, August, 2009.  
[fs.gallup.unm.edu//DSMT-book3.pdf](http://fs.gallup.unm.edu//DSMT-book3.pdf).
- [83] T. Smestad, H. Ohra, and Knapskog A. ESM-Sensors for Tactical Information in Air Defence Systems. In *RTO SCI Symposium on 'System Concepts for Integrated Air Defense of Multinational Mobile Crisis Reaction Forces'*, Valencia, Spain. RTO MP-063, 22-24 May, 2000.  
<http://ftp.rta.nato.int/public//PubFulltext/RTO/MP/RTO-MP-063//MP-063-09.pdf>.
- [84] Ph. Smets. Data fusion in the transferable belief model. In *Proceedings of the 3rd International Conference on Information Fusion, Paris, France*, pages 21–33, July 10–13, 2000.
- [85] Ph. Smets and R. Kennes. The transferable belief model. *Artificial Intelligence*, 66 :191–234, 1994.
- [86] S. Stefanescu. Applying Nelder Meads Optimization Algorithm for Multiple Global Minima. *Romanian Journal of Economic Forecasting*, Vol. 4, Issue 4 :97–103, 2007.
- [87] A. Tchamova and J. Dezert. On the behavior of Dempster’s rule of combination and the foundations of Dempster-Shafer Theory. In *Intelligent Systems (IS), 2012 6th IEEE International Conference*, pages 108–113, 2012.  
<http://dx.doi.org/10.1109/IS.2012.6335122>.
- [88] B. Tessem. Approximations for efficient computation in the Theory of Evidence. *Artificial Intelligence*, 61(2) :315–329, 1993.
- [89] B. Tessem. Approximations for Efficient Computation in the Theory of Evidence. *Artificial Intelligence*, 61 :2 :315–329, 1993.

- 
- [90] P. Valin and D. Boily. Truncated Dempster-Shafer optimization and benchmarking. *Proceedings of SPIE*, 4051 :237–246, April 24-28, 2000.
- [91] P. Valin, É. Bossé, and A. Jouan. A survey of Information Fusion algorithms for an airborne application. Technical report, DRDC-V TR-2004-282, May, 2006.
- [92] P. Valin, É. Bossé, and A. Jouan. Information Fusion Concept for Airborne Maritime Surveillance and C2 Operations. Technical report, DRDC-V TM-2004-281, May, 2006.
- [93] P. Valin, P. Djiknavorian, and É. Bossé. A Pragmatic Approach for the use of Dempster-Shafer Theory in Fusing Realistic Sensor Data. *Journal of Advances in Information Fusion*, 5(1), 2010.  
<http://www.isif.org/sites/isif.org/files/journals/JAIF%20Volume%205-Number%201%20Valin.pdf>.
- [94] P. Valin, P. Djiknavorian, É. Bossé, and D. Grenier. Fusion of ESM reports through Dempster-Shafer and Dezert-Smarandache theories. *SPIE Defense, Security, and Sensing, Orlando, USA*, April, 2010.  
<http://dx.doi.org/10.1117/12.85028>.
- [95] P. Valin, P. Djiknavorian, and D. Grenier. DSm theory for fusing highly conflicting ESM reports. In *Proceedings of the 12th International Conference on Information Fusion, Seattle, USA*, pages 1211–1217, July 6-9, 2009.  
<http://IEEExplore.IEEE.org/xpl/articleDetails.jsp?tp=&arnumber=5203620>.
- [96] P. Valin, P. Djiknavorian, and D. Grenier. Comparative study of evidential reasoning schemes for fusion ESM reports under varying sensor uncertainty and fusion unreliability. *3rd Annual Skodve Workshop on Information Fusion Topics, Skodve, Sweden*, October, 2009.  
<http://www.his.se/english/research/infofusion/news--events/workshops/swift-2009/program/>.
- [97] P. Valin, A. Jouan, and É. Bossé. Demonstration of Data/Information Fusion Concept for Airborne Maritime Surveillance Operations. Technical report, DRDC-V TR-2004-283, May, 2006.
- [98] P. Vannoorenberghe. Un état de l’art sur les fonctions de croyance appliquées au traitement de l’information. *Information interaction intelligence*, 3(2) :9–45, 2003.
- [99] F. Voorbraak. A computationally efficient approximation of Dempster-Shafer theory. *International Journal of Man-Machine Studies*, 30(5) :525 – 536, 1989.  
[http://dx.doi.org/10.1016/S0020-7373\(89\)80032-X](http://dx.doi.org/10.1016/S0020-7373(89)80032-X).
- [100] F. Voorbraak. A computationally efficient approximation of Dempster-Shafer theory. *International Journal on Man-Machine Studies*, 30 :525–536, 1989.

- [101] P. Walley. Imprecise probabilities. In C. B. Read, D. L. Banks, and S. Kotz, editors, *The Encyclopedia of Statistical Sciences*. Wiley, New York (NY), 1997.
- [102] E. Waltz and J. Llinas. *Multisensor data fusion*. Artech House Boston, 1990.
- [103] T. Weiler. Approximation of belief functions. *IJUFKS*, 11(6) :749–777, 2003.
- [104] F. Weir. 'Japan and Russia want to finally end World War II, agree it is 'abnormal' not to'. From The Christian Science Monitor, April 29, 2013.  
<http://www.csmonitor.com/World/Europe/2013/0429/Japan-and-Russia-want-to-finally-end-World-War-II-agree-it-is-abnormal-not-to>.
- [105] E.W. Weisstein. 'Antichain'. from MathWorld, A Wolfram Web Resource., 2012.  
<http://MathWorld.wolfram.com/Antichain.html>.
- [106] E.W. Weisstein. 'Distance', from MathWorld - A Wolfram Web Ressource., 2012.  
<http://MathWorld.wolfram.com/Distance.html>.
- [107] E.W. Weisstein. 'OR', from MathWorld - A Wolfram Web Ressource., 2012.  
<http://MathWorld.wolfram.com/OR.html>.
- [108] E.W. Weisstein. 'Symmetric Difference', from MathWorld - A Wolfram Web Ressource., 2012.  
<http://MathWorld.wolfram.com/SymmetricDifference.html>.
- [109] Wikipedia. 'Simplexe', from Wikipedia., 2012.  
<http://fr.wikipedia.org/wiki/Simplexe>.
- [110] N. Wilson. A Monte-Carlo algorithm for Dempster-Shafer belief. In *Proceedings of the Seventh conference on Uncertainty in Artificial Intelligence*, UAI'91, pages 414–417, San Francisco, CA, USA, 1991. Morgan Kaufmann Publishers Inc.
- [111] N. Wilson and S. Moral. Fast markov chain algorithms for calculating Dempster-Shafer belief. In W. Wahlster, editor, *Proceedings of the 12th European Conference on Artificial Intelligence (ECAI'96)*, pages 672–676, Budapest, Hungary, 11-16 Aug. 1996.
- [112] R.R. Yager. *Fuzzy sets : Theory and applications to policy analysis and information systems*, chapter On modeling interpersonal communication. New York : Plenum Press, 1980.
- [113] A.B. Yaghlane, T. Dencœux, and K. Mellouli. Coarsening approximations of belief functions. *Proceedings of ECSQARU*, 2001 :362–373, 2001.
- [114] P.N. Yianilos. Normalized forms for two common metrics. Technical report, NEC Research Institute, 2002.  
<http://pnylab.com/pny/papers/nmet/main.html>.