

**SOUHEIL-ANTOINE TAHAN**

**CONTRIBUTION À LA MODÉLISATION ET À  
L'IDENTIFICATION DES MACHINES SYNCHRONES  
SOUMISES À LA SATURATION MAGNÉTIQUE**

Thèse  
Présentée  
à la Faculté des études supérieures  
de l'Université Laval  
pour l'obtention  
du grade de *Philosophiae Doctor* (Ph.D.)

DÉPARTEMENT DE GÉNIE ÉLECTRIQUE  
FACULTÉ DES SCIENCES ET DE GÉNIE  
UNIVERSITÉ LAVAL  
QUÉBEC

Septembre 1998



**National Library  
of Canada**

**Acquisitions and  
Bibliographic Services**

**395 Wellington Street  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada**

**Bibliothèque nationale  
du Canada**

**Acquisitions et  
services bibliographiques**

**395, rue Wellington  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada**

*Your file Votre référence*

*Our file Notre référence*

**The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.**

**The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.**

**L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.**

**L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.**

**0-612-36327-9**

**Canada**

*Les sciences n'essaient pas d'expliquer; c'est tout juste si elles tentent d'interpréter; elles font essentiellement des modèles. Par modèle, on entend une construction mathématique qui, à l'aide de certaines interprétations verbales, décrit les phénomènes observés. La justification d'une telle construction mathématique réside uniquement et précisément dans le fait qu'elle est censée fonctionner.*

JOHN VON NEUMANN

*À Antoine et Viviane*

## AVANT-PROPOS

Le travail que nous présentons dans cette thèse a été effectué au Laboratoire d'Électrotechnique, d'Électronique de Puissance et de Commande Industrielle (LEEPCI) du département de génie électrique de l'Université Laval.

Toute ma reconnaissance va à mon directeur de thèse, Monsieur Innocent Kamwa, chercheur à l'Institut de recherche d'Hydro-Québec et, également, professeur au département de génie électrique de l'université Laval, pour tout l'aide et le soutien qu'il m'a apporté durant sa direction de nos travaux de recherche. Je lui adresse mes plus sincères remerciements pour la confiance et l'encouragement qu'il m'a accordé.

Nous remercions monsieur Philippe Viarouge, professeur au département de génie électrique de l'Université Laval pour avoir accepté de co-diriger les travaux de recherche durant cette thèse.

Nous tenons à remercier monsieur Louis Dessaint, professeur au département de génie électrique de l'ÉTS de Montréal, monsieur Xuan-Dai Do, professeur au département de génie électrique de l'École Polytechnique de Montréal et monsieur Stéphane Clenet, chercheur dans le laboratoire d'Électrotechnique de Puissance de Lille pour avoir accepté d'être parmi les membres du jury.

Je tiens à exprimer ici ma gratitude envers monsieur Jérôme Cros, ami et professeur au département de génie électrique de l'Université Laval pour tout son aide pratique et concret. Également, je tiens à remercier monsieur Jacques Robitail, technicien au laboratoire LEEPCI, pour son soutien efficace et instructif.

Je remercie monsieur John Dickinson, professeur au département de génie mécanique de l'Université Laval, pour son généreux aide durant toutes nos études universitaires. Il fût à l'origine de cette thèse.

Je remercie madame Louise Thibaut pour son aide concret dans la correction et l'amélioration de la qualité du texte.

J'adresse mes vifs remerciements à tous les chercheurs et les étudiants du laboratoire LEEPCI pour leur aide, leur soutien et l'ambiance agréable qu'ils ont contribué à créer.

Finalement, merci à mes amis et parents pour leur soutien. Sans leur encouragement ce travail n'aurait jamais été achever.

## RÉSUMÉ DE 150 MOTS

Avec les contraintes environnementales et économiques grandissantes depuis les deux dernières décennies, la recherche de l'efficacité devient un enjeu majeur pour l'exploitation d'un réseau d'énergie. Par conséquent, les machines synchrones rattachées à ce dernier, doivent fonctionner à la limite de leurs possibilités et de leur stabilité, et la fiabilité de la prédiction des modèles employés pour les simuler doit être maximale.

Également, nous savons qu'une modélisation linéaire, donc approximative, qui ne tient pas compte du phénomène de la saturation magnétique, aboutit à une formulation pessimiste. Cette dernière est sécuritaire, toutefois, l'intérêt de trouver un meilleur modèle, même au prix d'une plus grande complexité, est parfaitement justifiable par les arguments économiques. Pour cela, il est impératif de trouver une meilleure représentation de la machine. En d'autres termes, il faut trouver un nouveau modèle qui inclut la saturation magnétique, et par ce fait, améliore le pronostic du comportement dynamique de la machine.

Pour pallier à cette situation, notre recherche met en œuvre une approche originale appuyée par la théorie des systèmes dynamiques et par les méthodes numériques du calcul de champ magnétique. Concrètement, elle débouche sur deux modèles originaux qui présentent des avantages décisifs leur permettant une implantation industrielle.

## RÉSUMÉ DE 350 MOTS

Le concept de circuits équivalents, utilisé pour décrire le comportement dynamique des machines électriques, semble établir un large consensus auprès des chercheurs et des industriels. Sa flexibilité et sa capacité de simuler, avec une bonne précision, le comportement de la machine, lui assure un champ d'application certain. Pourtant, si le problème de la modélisation et de l'identification d'une machine tenant compte d'une approche linéaire, semble être résolu depuis quelques années, les chercheurs s'accordent sur le fait que pour améliorer la capacité de prédiction du modèle, il est impératif d'y incorporer les effets non linéaires dus à la saturation magnétique.

À partir des équations fondamentales de la physique, nous développons un modèle original pour inclure l'influence de la saturation magnétique sur le comportement dynamique des machines. Plus spécifiquement, nos travaux visent l'incorporation des effets engendrés par la saturation dans des modèles de circuits équivalents déjà reconnus pour leur efficacité et leur flexibilité dans le cadre des approches linéaires de *modélisation*.

En conformité avec une démarche scientifique classique, nous présentons une analyse théorique détaillée qui prouve l'existence et explique le comportement des flux dits "croisés". Par la suite, et en s'accordant avec les conclusions obtenues, nous appliquons la théorie de *Park* afin d'obtenir le modèle de la machine exprimé par deux circuits électriques. L'ordre optimal de ce système est maintenu arbitraire en modifiant le nombre d'amortisseurs dans chaque axe. Cette démarche procure au système la flexibilité nécessaire pour caractériser le comportement dynamique d'une multitude de machines.

L'application d'une transformée originale nous permet d'introduire l'effet de la saturation dans la partie magnétisante des circuits. Il en résulte un nouveau modèle non linéaire de la machine. Concrètement, notre recherche démontre la nécessité d'adopter, peu importe l'approche préconisée, une représentation tridimensionnelle des fonctions de saturation. Par la suite, nous confirmons la consistance du modèle en validant des contraintes d'ordre énergétique et mathématique.

Finalement, et à partir d'essais effectués sur des machines réelles et par des calculs du champ magnétique par éléments finis, notre recherche se propose pour valider les approches utilisées, de tenter l'estimation des paramètres structuraux des circuits équivalents en appliquant la théorie d'identification.

Pratiquement, nos travaux de recherche mènent à la proposition de deux modèles originaux pour la simulation des machines synchrones. Ceux-ci sont caractérisés par un formalisme transparent, une stabilité numérique et, surtout, susceptibles de reproduire, avec une précision améliorée, le comportement dynamique des machines.

# TABLE DES MATIÈRES

Avant propos.....	i
Résumé de 150 mots.....	ii
Résumé de 350 mots.....	iii
Table des matières .....	iv
Liste des figures.....	viii
Liste des tableaux.....	xi
Introduction générale .....	1
<b>Chapitre 1 : Prologue.....</b>	<b>4</b>
1.1. La modélisation classique de la machine synchrone .....	4
1.2. L'introduction des effets de la saturation dans le modèle de la machine .....	5
1.3. Critiques et difficultés de la modélisation de la saturation magnétique .....	7
1.4. Problèmes actuels dans l'identification de la machine synchrone saturée .....	8
1.5. Nouvelles tendances de la modélisation de la machine synchrone saturée .....	9
<b>Chapitre 2 : Généralités sur la modélisation d'une machine synchrones saturée .....</b>	<b>10</b>
2.1. Introduction .....	10
2.2. Modèle physique fondamental.....	11
2.3. Modèle géométrique du système.....	13
2.3.1. Symétrie .....	13
2.3.2. Le repère géométrique .....	13
2.4. Étude de la fonction de perméance .....	14
2.4.1. Force magnétomotrice créée par un enroulement.....	14
2.4.2. Perméance de l'entrefer d'une machine saturée .....	15
2.4.3. Inductances et mutuelles statoriques .....	18
2.4.4. Inductances et mutuelles rotoriques.....	20
2.4.5. Mutuelles statoriques – rotoriques.....	22
2.4.6. Matrice des flux magnétiques.....	24
2.4.7. Conclusion sur l'étude de la perméance de l'entrefer d'une machine saturée.....	25

2.5. Équations électriques et magnétiques d'une machine synchrone saturée .....	26
2.6. Les circuits équivalents généralisés .....	30
2.7. Conclusion du chapitre 2 .....	36

### **Chapitre 3 : Modèle de saturation à saillance variable .....37**

3.1. Définition de la saillance d'une machine .....	37
3.2. Les flux de fuite.....	38
3.3. Modèle de saturation pour une machine à pôles lisses .....	40
3.4. Machine synchrone à pôles saillants .....	42
3.5. Mise en équation générale.....	48
3.6. Réflexions théoriques sur le modèle à saillance variable .....	51
3.7. Mise en œuvre .....	53
3.7.1. Stabilité dans les opérations transitoires .....	54
3.7.2. Fonctionnement du régime permanent.....	57
3.7.3. Investigation par éléments finis .....	61
3.8. Conclusion sur le modèle à saillance variable .....	65

### **Chapitre 4 : Modèle de saturation avec des flux magnétiques superposés .....66**

4.1. Introduction .....	66
4.2. Description de la superposition des flux .....	67
4.3. Mise en équation .....	71
4.4. Équation d'une machine synchrone saturée connectée à un réseau.....	74
4.5. Mise en œuvre et investigations .....	75
4.6. Conclusion sur le modèle à flux magnétisants superposés .....	84

### **Chapitre 5 : Réflexions théoriques sur les modèles .....85**

5.1. Introduction .....	85
5.2. Généralités .....	86
5.3. Principes de la conservation de l'énergie magnétique dans un modèle de circuits équivalents.....	87
5.4. Modèle de saillance variable $K_s - \Lambda$ .....	92
5.4.1. Contraintes propres à chaque axe .....	93
5.4.2. Contraintes croisées.....	93
5.4.3. Contraintes sur la fonction caractéristique $\Lambda$ .....	95
5.4.4. Contraintes sur la fonction de saturation $K_s$ .....	95
5.4.5. Conclusion sur le modèle de saillance variable.....	96
5.5. Modèle des flux superposés .....	97
5.5.1. Approche I .....	99
5.5.2. Approche II .....	100
5.5.3. Approche III .....	100
5.5.4. Approche IV.....	101
5.5.5. Conclusion sur le modèle des flux superposés .....	103

5.6. Conclusion .....	105
-----------------------	-----

## **Chapitre 6 : Étude d'un cas réel : modélisation et identification d'un alternateur de la centrale LG3 tenant compte de la saturation magnétique ..... 107**

6.1. Introduction .....	107
6.2. Essais effectués et signaux disponibles .....	108
6.3. Prétraitement des signaux .....	109
6.3.1. Étape 1 .....	109
6.3.2. Étape 2 .....	110
6.3.3. Étape 3 .....	110
6.3.4. Étape 4 .....	111
6.4. Identification des paramètres de la saturation .....	112
6.5. Mise en problème de l'identification des paramètres structuraux de l'alternateur LG3 .....	116
6.6. Mise en œuvre et résultats .....	118
6.6.1. Étape 1 : prétraitement des signaux .....	118
6.6.2. Étape 2 : identification du modèle linéaire .....	118
6.6.3. Étape 3 : construction du modèle non linéaire .....	120
6.6.4. Étape 4 : identification du modèle non linéaire .....	120
6.6.5. Résultats graphiques .....	120
6.6.6. Résultats numériques .....	151
6.7. Discussion et conclusion .....	156
6.7.1. Stabilité du modèle non linéaire .....	156
6.7.2. Exigence en calculs .....	157
6.7.3. Identifiabilité des modèles .....	157
6.7.4. Comparaison entre le modèle linéaire et le modèle non linéaire ( <i>Blondel saturé</i> ) .....	157

## **Chapitre 7 : Proposition d'un algorithme général pour l'identification des machines synchrones saturées ..... 159**

7.1. Introduction .....	159
7.2. Identification d'un modèle à saillance variable .....	160
7.2.1. Étape 1 : identification des paramètres linéaires .....	160
7.2.2. Étape 2 : construction et validation du système linéaire .....	161
7.2.3. Étape 3 : construction directe du système non linéaire .....	161
7.2.4. Construction itérative des fonctions de saturation .....	162
7.3. Identification d'un modèle à flux superposés .....	163
7.3.1. Étape 1 : identification des paramètres linéaires .....	164
7.3.2. Étape 2 : construction et validation du système linéaire .....	164
7.3.3. Étape 3 : introduction de la saturation propre de chaque axe .....	164
7.3.4. Étape 4 : introduction directe de l'effet croisé .....	165
7.3.5. Construction itérative des composantes croisées .....	166
7.3.6. Construction itérative des composantes propres et croisées .....	167

7.3. Conclusion .....	169
<b>Chapitre 8 : Conclusion générale .....</b>	<b>170</b>
8.1. Apports .....	170
8.2. Perspectives .....	174
8.3. Épilogue.....	176
<b>Annexe I : Modèles analytiques des courbes de saturation .....</b>	<b>177</b>
A.I.1. Modèle analytique d'une relation flux-courant .....	177
A.I.2. Modèle analytique du facteur de saturation $K_s$ .....	181
A.I.3. Modèle analytique de la fonction $\Lambda$ .....	183
A.I.4. Modèle analytique des flux croisés $\phi_{dq}$ et $\phi_{qd}$ .....	184
<b>Annexe II : Essais en laboratoire sur une machine réelle.....</b>	<b>187</b>
A.II.1. Introduction.....	187
A.II.2. Définition des valeurs réduites (p.u.) .....	189
A.II.3. Essai à vide .....	190
A.II.4. Essai en court circuit (cc) .....	192
A.II.5. Essai à courant déwatté .....	193
A.II.6. Fonctionnement sur un réseau infini .....	195
<b>Références bibliographiques .....</b>	<b>199</b>

## LISTE DES FIGURES

Figure 2.1. Schéma des enroulements dans une machine synchrone .....	18
Figure 2.2. Représentation des circuits de la machine synchrone.....	30
Figure 2.3. Circuit équivalent généralisé de la machine synchrone .....	31
Figure 2.4. Représentation des flux dans l'axe direct .....	32
Figure 2.5. Représentation des flux dans l'axe transversal .....	32
Figure 3.1. Illustration de l'effet de la saillance sur les différents types de machines synchrones (pôles lisses et pôles saillants) .....	38
Figure 3.2. Schéma simplifié d'une machine à pôles lisses .....	40
Figure 3.3. Schéma simplifié d'une machine à pôles saillants .....	42
Figure 3.4. Schéma de la transformation d'une machine à pôles saillants en une machine fictive à pôles lisses .....	43
Figure 3.5. Courant statorique $I_d$ pour un court-circuit à 75% .....	55
Figure 3.6. Courant rotorique $i_f$ pour une court-circuit à 75%.....	55
Figure 3.7. Courant statorique $I_q$ pour un court-circuit à 75% .....	56
Figure 3.8. Facteur de saturation $K_s$ ( <i>Lambton</i> ) .....	58
Figure 3.9. Fonction caractéristique $\Lambda$ , représentation 2D ( <i>Lambton</i> ) .....	59
Figure 3.10. Fonction caractéristique $\Lambda$ , représentation 3D ( <i>Lambton</i> ).....	60
Figure 3.11. Facteur de saturation $K_s$ en fonction du courant $I_{ud}$ .....	61
Figure 3.12. Variation du facteur de saturation $dK_s/dI_{ud}$ en fonction du courant $I_{ud}$ .....	62
Figure 3.13. Variation de $dI_{ud}/dI_d$ et $dI_{ud}/dI_q$ en fonction du courant $I_{ud}$ .....	62
Figure 3.14. Présentation 3D de la fonction $\Lambda$ en fonction des courant $I_d$ et $I_q$ .....	63
Figure 3.15. Variation de la fonction caractéristique $\Lambda$ en fonction du courant $I_d$ .....	63
Figure 3.16. Variation de la fonction caractéristique $\Lambda$ en fonction du courant $I_q$ .....	63
Figure 3.17. Variations des mutuelles $M_{mdq}$ et $M_{mqd}$ en fonction du courant $I_{ud}$ .....	64
Figure 4.1. Représentation graphique de l'hypothèse de travail du modèle à flux magnétisants superposés.....	69
Figure 4.2 Circuit équivalent généralisé dans le cas du modèle à flux magnétisants superposés .....	71
Figure 4.3. Carte du champ magnétique résultant d'une alimentation dans l'axe $-d$ .....	76
Figure 4.4. Carte du champs magnétique résultat d'une alimentation dans l'axe $-q$ .....	76
Figure 4.5. Flux magnétisant de l'axe $-d$ selon différentes combinaisons d'alimentation.....	77
Figure 4.6. Flux magnétisant de l'axe $-q$ selon différentes combinaisons d'alimentation.....	77
Figure 4.7. Flux magnétisant propre selon l'axe $-d$ .....	78
Figure 4.8. Flux magnétisant propre selon l'axe $-q$ .....	79
Figure 4.9. Composante du flux magnétisant croisé selon l'axe $-d$ (2D) .....	80
Figure 4.10. Composante du flux magnétisant croisé selon l'axe $-q$ (2D) .....	80

Figure 4.11. Composante du flux magnétisant croisé selon l'axe $-d$ (3D) .....	81
Figure 4.12. Composante du flux magnétisant croisé selon l'axe $-q$ (3D) .....	81
Figure 4.13. Réactance magnétisante propre dans l'axe $-d$ (2D selon le plan $I_q=0$ ) .....	82
Figure 4.14. Réactance magnétisante propre dans l'axe $-q$ (2D selon le plan $I_d=0$ ) .....	82
Figure 4.15. Réactance magnétisante de l'axe $-d$ (3D) .....	83
Figure 4.16. Réactance magnétisante de l'axe $-q$ (3D) .....	83
Figure 5.1. Variation des mutuelles $M_{mdq}$ et $M_{mqd}$ en fonction du courant $I_{ud}$ .....	94
Figure 5.2. Variation des mutuelles $M_{mdq}$ et $M_{mqd}$ en fonction des courants $I_d$ et $I_q$ .....	98
Figure 6.1. Essais en exploitation normale par injection de perturbations dans la tension d'excitation .....	108
Figure 6.2. Essai du circuit ouvert de la centrale LG3 .....	112
Figure 6.3. Facteur de saturation de l'axe $-d$ de la centrale LG3 .....	114
Figure 6.4. La fonction $dK_s/dI_d$ de l'axe $-d$ de la centrale LG3 .....	114
Figure 6.5. Réactances statique et dynamique de la centrale LG3 .....	115
Figure 6.6. Courant $I_d$ , essai #36 .....	121
Figure 6.7. Courant $I_q$ , essai #36 .....	121
Figure 6.8. Courant $I_f$ , essai #36 .....	122
Figure 6.9. Courant $I_t$ , essai #36 .....	122
Figure 6.10. Puissance active $P$ , essai #36 .....	123
Figure 6.11. Puissance réactive $Q$ , essai #36 .....	123
Figure 6.12. Courant $I_d$ , essai #36 .....	124
Figure 6.13. Courant $I_q$ , essai #36 .....	124
Figure 6.14. Courant $I_f$ , essai #36 .....	125
Figure 6.15. Courant $I_t$ , essai #36 .....	125
Figure 6.16. Puissance active $P$ , essai #36 .....	126
Figure 6.17. Puissance réactive $Q$ , essai #36 .....	126
Figure 6.18. Courant $I_d$ , essai #42 .....	127
Figure 6.19. Courant $I_q$ , essai #42 .....	127
Figure 6.20. Courant $I_f$ , essai #42 .....	128
Figure 6.21. Courant $I_t$ , essai #42 .....	128
Figure 6.22. Puissance active $P$ , essai #42 .....	129
Figure 6.23. Puissance réactive $Q$ , essai #42 .....	129
Figure 6.24. Courant $I_d$ , essai #42 .....	130
Figure 6.25. Courant $I_q$ , essai #42 .....	130
Figure 6.26. Courant $I_f$ , essai #42 .....	131
Figure 6.27. Courant $I_t$ , essai #42 .....	131
Figure 6.28. Puissance active $P$ , essai #42 .....	132
Figure 6.29. Puissance réactive $Q$ , essai #42 .....	132
Figure 6.30. Courant $I_d$ , essai #44 .....	133
Figure 6.31. Courant $I_q$ , essai #44 .....	133
Figure 6.32. Courant $I_f$ , essai #44 .....	134
Figure 6.33. Courant $I_t$ , essai #44 .....	134
Figure 6.34. Puissance active $P$ , essai #44 .....	135
Figure 6.35. Puissance réactive $Q$ , essai #44 .....	135
Figure 6.36. Courant $I_d$ , essai #44 .....	136

Figure 6.37. Courant $I_q$ , essai #44 .....	136
Figure 6.38. Courant $I_f$ , essai #44 .....	137
Figure 6.39. Courant $I_t$ , essai #44 .....	137
Figure 6.40. Puissance active $P$ , essai #44 .....	138
Figure 6.41. Puissance réactive $Q$ , essai #44 .....	138
Figure 6.42. Courant $I_d$ , essai #48 .....	139
Figure 6.43. Courant $I_q$ , essai #48 .....	139
Figure 6.44. Courant $I_f$ , essai #48 .....	140
Figure 6.45. Courant $I_t$ , essai #48 .....	140
Figure 6.46. Puissance active $P$ , essai #48 .....	141
Figure 6.47. Puissance réactive $Q$ , essai #48 .....	141
Figure 6.48. Courant $I_d$ , essai #48 .....	142
Figure 6.49. Courant $I_q$ , essai #48 .....	142
Figure 6.50. Courant $I_f$ , essai #48 .....	143
Figure 6.51. Courant $I_t$ , essai #48 .....	143
Figure 6.52. Puissance active $P$ , essai #48 .....	144
Figure 6.53. Puissance réactive $Q$ , essai #48 .....	144
Figure 6.54. Courant $I_d$ , essai #52 .....	145
Figure 6.55. Courant $I_q$ , essai #52 .....	145
Figure 6.56. Courant $I_f$ , essai #52 .....	146
Figure 6.57. Courant $I_t$ , essai #52 .....	146
Figure 6.58. Puissance active $P$ , essai #52 .....	147
Figure 6.59. Puissance réactive $Q$ , essai #52 .....	147
Figure 6.60. Courant $I_d$ , essai #52 .....	148
Figure 6.62. Courant $I_q$ , essai #52 .....	148
Figure 6.63. Courant $I_f$ , essai #52 .....	149
Figure 6.64. Courant $I_t$ , essai #52 .....	149
Figure 6.65. Puissance active $P$ , essai #52 .....	150
Figure 6.66. Puissance réactive $Q$ , essai #52 .....	150
Figure A.I.1. Représentation des relations flux – courant (machine laboratoire) .....	179
Figure A.I.2. Flux magnétique (axe $-d$ ) en fonction du courant d'excitation (LG3) .....	180
Figure A.I.3. Facteur de saturation, alternateur LG3.....	182
Figure A.I.4. $dK_g/dI_d$ de l'alternateur LG3.....	182
Figure A.I.5. Fonction caractéristique $\Lambda$ .....	183
Figure A.I.6. Fonction analytique du flux croisé $\phi_{dq}$ .....	185
Figure A.I.7. Fonction analytique du flux croisé $\phi_{qd}$ .....	186
Figure A.II.1. Courbe de l'essai à vide .....	190
Figure A.II.2. Courbe de l'essai à vide (p.u.).....	191
Figure A.II.3. Facteur de saturation issu de l'essai à vide.....	191
Figure A.II.4. Essai de court-circuit .....	192
Figure A.II.5. Essai à courant déwatté .....	194
Figure A.II.6. Courbes du fonctionnement sur un réseau infini .....	197

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 3.1. Paramètres du circuit optimal pour un essai de court-circuit ( <i>Dorsey d'Hydro-Manitoba, 25%</i> ) .....	54
Tableau 3.2. Points de fonctionnement du turboalternateur <i>Lambton</i> .....	58
Tableau 3.3. Points du régime stationnaire de la machine <i>Lambton</i> .....	60
Tableau 3.4. Résultats .....	60
Tableau 6.1. Paramètres nominaux de l'alternateur LG3 .....	108
Tableau 6.2. Description des essais utilisés (LG3) .....	109
Tableau 6.3. Coordonnées du régime permanent des essais utilisés (p.u.) .....	111
Tableau 6.4. Paramètres de la fonction de saturation $K_s$ de la centrale LG3.....	113
Tableau 6.5. Paramètres identifiés de l'alternateur LG3, essai #36.....	151
Tableau 6.6. Paramètres identifiés de l'alternateur LG3, essai #42.....	152
Tableau 6.7. Paramètres identifiés de l'alternateur LG3, essai #44.....	153
Tableau 6.8. Paramètres identifiés de l'alternateur LG3, essai #48.....	154
Tableau 6.9. Paramètres identifiés de l'alternateur LG3, essai #52.....	155
Tableau 6.10. Comparaison des performances du modèle linéaire et du modèle non linéaire (p.u.).....	158
Tableau A.I.1. Paramètre de la fonction flux - courant de l'alternateur LG3 (axe $-d$ ) ..	180
Tableau A.I.2. Paramètres nominaux de l'alternateur LG3 .....	181
Tableau A.I.3. Paramètres de la fonction de saturation $K_s$ (LG3) .....	182
Tableau A.I.4. Paramètres de la fonction de saillance $\Lambda$ .....	183
Tableau A.II.1. Paramètres nominaux de l'alternateur.....	187
Tableau A.II.2. Essai à vide .....	190
Tableau A.II.3. Essai court-circuit .....	192
Tableau A.II.4. Essai déwatté capacitif .....	193
Tableau A.II.5. Essai déwatté inductif.....	194
Tableau A.II.6. Essai accrochage dur réseau (P=0%) .....	195
Tableau A.II.7. Essai accrochage dur réseau (P=50%) .....	196
Tableau A.II.8. Essai accrochage dur réseau (P=100%) .....	196
Tableau A.II.9. Essai accrochage dur réseau (P=120%) .....	197

# INTRODUCTION GÉNÉRALE

**MODÈLE** [modɛl]. *n. m.* (1549; it. *modello*, lat. pop. *modellus*, de *modulus*). 1° Ce qui sert ou doit servir d'objet d'imitation pour faire ou reproduire qqch. 2° Objet de même forme qu'un objet plus grand mais exécuté en réduction. 3° Représentation simplifiée d'un processus, d'un système. *Modèle mathématique*, modèle formé par des expressions mathématiques et destiné à simuler un tel processus.

Un réseau d'énergie électrique est un système dynamique de morphologie très complexe. Il est en permanence le siège de perturbations. Pour bien maîtriser tous les phénomènes qui peuvent nuire au fonctionnement du réseau, les chercheurs se sont intéressés à la modélisation de tous les éléments faisant partie du dit réseau, et plus spécialement la machine synchrone dans son rôle capital de productrice d'énergie.

Très tôt la connaissance et la caractérisation détaillée des machines synchrones se sont avérées pour les ingénieurs et les chercheurs, indispensables à toute étude de la stabilité des systèmes de distribution d'électricité. Les interconnexions massives entre différents réseaux, les contraintes environnementales grandissantes, l'augmentation des puissances unitaires et des puissances massives, ainsi que l'automatisation croissante des processus industriels utilisant des machines électriques sont les principaux prétextes qui renforcent l'intensité du besoin.

Nous savons aujourd'hui que l'étude des simulations a démontré qu'un modèle mathématique d'un alternateur (turbo-alternateur ou alternateur hydraulique) pouvant décrire, avec une précision satisfaisante, le comportement dans une situation donnée, peut être insuffisant ou même déficient pour décrire le comportement du même alternateur dans une autre situation.

Afin de remédier à cette faiblesse caractéristique des modèles simplifiés, les chercheurs ont développé, durant les deux dernières décennies, de nouveaux modèles marqués par une structure plus complexe et, surtout, plus générale. Toutefois, les assises de tous ces modèles demeurent fondamentalement les mêmes; la théorie de *Park* et l'emploi des inductances pour décrire les relations flux-courant.

Ces modèles, déduits de la même théorie, sont élaborés de sorte que leur structure interne tente de représenter le plus finement la réalité physique: prise en considération de dispersions mutuelles supplémentaires, augmentation du nombre d'amortisseurs, etc. Toutefois, ils demeurent des modèles linéaires. Très compétitifs à plusieurs égards, ils atteignent leur limite de capacité de prédiction quand leur emploi est restreint au voisinage d'un niveau magnétique bien défini.

Un des plus actuels problèmes de la modélisation des machines industrielles est l'étude de l'influence de la saturation magnétique sur le comportement dynamique selon la multitude de scénarios de fonctionnement possibles. Ainsi pour qu'un modèle détermine, d'une manière efficace et générale, le comportement d'une machine électrique arbitraire, il doit inévitablement prendre en compte l'influence de la saturation magnétique dans sa représentation mathématique du phénomène physique.

La grande majorité des nombreuses recherches menées jusqu'ici dans le domaine de la modélisation de la saturation en général, et de la saturation croisée plus spécifiquement, a abouti à des modèles fort différents, dont le succès a été, trop souvent, démontré pour une application particulière. Ces limitations ont poussé les spécialistes à critiquer soit la théorie de *Park* et le modèle qui en découle, soit les arguments mathématiques utilisés.

Face à ce problème, nous nous sommes intéressés dans ce travail à l'étude de la modélisation non linéaire d'une machine électrique synchrone arbitraire. Pratiquement, la part prépondérante de cette thèse est consacrée à la réponse à cette question: comment peut-on inclure l'influence de la saturation d'une façon commode dans les modèles mathématiques des machines électriques<sup>1</sup> pour améliorer la capacité de prédiction de ces derniers tout en respectant une complexité acceptable?

Bien que les méthodes numériques de calcul des champs représentent l'avantage crucial de refléter directement le comportement des grandeurs physiques à travers les équations de *Maxwell*, leur utilisation massive dans la modélisation demeure tributaire de la connaissance de la morphologie des machines et des caractéristiques des matériaux de la machine. Également, nous croyons que les exigences de calcul limitent leur utilisation à court et à moyen terme dans les simulateurs dits en temps réel.

Ceci dit, l'approche physique directe et les résultats rigoureux de ces méthodes procurent des avantages pratiques pour le concepteur des machines, et comme ce fût notre cas, offrent un excellent outil d'investigation et d'exploration.

Pour construire le modèle recherché, notre développement théorique se voulait le plus fondamental possible. En retenant le minimum d'hypothèses et en développant le modèle à partir des équations élémentaires, nous avons abouti à une représentation rigoureuse des phénomènes non linéaires. La représentation obtenue n'étant pas commode et simple à employer, nous l'avons projetée vers une modélisation moyennant des circuits équivalents basés sur la théorie de *Park*.

En dépit de la faiblesse et la limite du modèle de *Park*, nous l'avons adopté comme modèle de connaissance dans le cadre de ce travail. Ce choix est largement justifié par les arguments de commodité d'exposition que procure la théorie à deux axes.

Une fois les fondements théoriques établis, l'usage du formalisme matriciel nous a conduit à une écriture concise des relations traduisant le comportement dynamique de la machine.

Concrètement, notre recherche est consacrée à la construction, la validation, l'exploration et l'identification du **Modèle** de machine synchrone saturée.

---

<sup>1</sup> On note que le travail est essentiellement limité au cadre des machines à répartition sinusoïdale de la force magnétomotrice le long de l'entrefer.

Dans le chapitre 1, nous présentons les tendances actuelles de la modélisation des machines synchrones en général, et les défis que présente la complexité de l'incorporation du phénomène de la saturation en particulier. Le chapitre 2 reprend les équations électriques, magnétiques et mécaniques d'une machine synchrone dans une forme très générale. Tout en gardant la généralité du formalisme, le développement de la théorie est repris pour tenter de retracer la portée de chaque hypothèse de travail utilisée. Les chapitres 3 et 4 établissent les fondements mathématiques de deux modèles originaux pour inclure les effets de la saturation propre et de la saturation croisée entre l'axe direct et l'axe quadratique. La présentation par circuits équivalents est utilisée pour présenter les deux modèles. Quelques validations sont également présentées.

Le chapitre 5 est consacré à une investigation théorique rigoureuse sur la consistance physique des modèles développés. Chaque modèle est sondé à travers des contraintes dictées par les considérations énergétiques et mathématiques.

Le chapitre 6 traite d'une validation et d'une exploitation numérique des modèles de saturation à partir de données enregistrées sur la centrale LG3. Une identification des paramètres des circuits est effectuée. Nous démontrons l'intérêt incontestable d'inclure des modèles de saturation plus sophistiqués. Quant au chapitre 7, nous proposons un algorithme général pour l'identification de l'ensemble des paramètres d'un modèle de circuits équivalents conjugué avec les modèles de saturation proposés dans cette étude. Le chapitre 8 termine l'exposé en indiquant quelques voies pour un développement futur des recherches.

Deux annexes ont été ajoutées. La première traite de la structure analytique des diverses fonctions de saturation, des contraintes nécessaires pour garantir la stabilité, et quelques exemples numériques tirés d'applications réelles. La seconde regroupe un ensemble d'essais effectués sur une machine de laboratoire. Les résultats de ceux-ci n'ont pas été concluants, toutefois, nous avons préféré, quand même, les inclure dans cette étude

Finalement, une bibliographie exhaustive sur le sujet traité a été incluse à la fin de cette thèse.

# CHAPITRE 1

## PROLOGUE

Le but de notre étude est de caractériser les machines synchrones saturées, sous diverses configurations de fonctionnement, à l'aide des paramètres mesurables à leurs bornes, afin de développer des modèles mathématiques appropriés à l'étude de leur comportement aussi bien en régime permanent qu'en régime transitoire.

Nous considérons que l'amélioration majeure à rapporter sur les modèles actuels des machines synchrones est d'inclure les effets dynamiques de la saturation magnétique. Comme toute démarche scientifique, nous nous sommes fixé plusieurs critères auquel le modèle obtenu devrait répondre d'une manière impérative. Ces critères se résument à : la capacité du modèle à reproduire une multitude d'expériences avec une précision améliorée, la généralité et la flexibilité du modèle qui lui permettent de s'adapter à différentes morphologies de machines et finalement, la rigueur physique qui lui assure la cohérence et la stabilité du comportement pour tous les régimes de fonctionnement. C'est ainsi qu'une part prépondérante de cette thèse est consacrée à la question : Comment peut-on améliorer les réponses du modèle mathématique d'une machine synchrone arbitraire en incluant le phénomène de la saturation d'une façon maniable et pratique dans les modèles mathématiques avec une complexité acceptable?

Le choix de la maquette du développement s'est porté sur les modèles de circuits équivalents généralisés. Leur structure procure la flexibilité recherchée. L'insertion de l'effet de la saturation peut être envisageable par la modification des réactances ou encore par l'ajout d'autres termes.

Le chapitre 1 n'est rien qu'une introduction qui se veut brève et précise. Nous y portons un regard sur l'état actuel de la modélisation non linéaire des machines synchrones en mettant l'accent sur les simplifications usuellement admises. Nous justifions notre démarche en énonçant ce que nous croyons critiquable et par ce fait, offre un potentiel d'amélioration. Finalement, bien que ce ne soit pas l'objectif de cette thèse, nous relatons les autres tendances actuelles de la modélisation des machines électriques.

### 1.1. La modélisation classique de la machine synchrone

Par modèle *classique*, nous désignons tout modèle mathématique linéaire issu, d'une manière ou d'une autre, d'une extension de la théorie de *Park* [3,58]. L'aboutissement à ce modèle se fait en admettant une série d'hypothèses simplificatrices<sup>1</sup>. Évidemment, cette approche est nécessairement approximative. Toutefois, sa simplicité, son élégance et sa capacité à interpréter les grandeurs physiques font d'elle un outil privilégié pour développer des modèles plus riches. Cet outil procure les fondements de base à la grande majorité des modèles non linéaires développés et utilisés par les chercheurs et les ingénieurs. Notre recherche ne fait pas exception à la règle.

Bien que nous démontrons à travers une démarche théorique systématique et exhaustive (chapitre 2) l'inexactitude de la transformée de *Park* [53,54,58] dans le cas d'une machine saturée, le maintien de l'utilisation du modèle des axes orthogonaux  $-odq$  trouve sa justification

<sup>1</sup> On réfère le lecteur à l'excellent ouvrage produit par *P. Barret* [3] qui relate toutes les étapes du développement mathématique.

dans les mêmes arguments que ceux mentionnés précédemment. Toutefois, pour corriger l'inexactitude du modèle, notre stratégie sera d'y insérer des termes mathématiques inspirés par l'analyse fondamentale effectuée.

Très tôt, et suite à différents travaux [8,48,55,77,102], il est convenu que pour qu'un modèle soit utilisable industriellement, il doit faire preuve de flexibilité lui permettant de s'adapter à la multitude croissante des machines synchrones. En guise de réponse à ceci, nous utilisons comme point de départ à notre modèle non linéaire, le modèle des circuits équivalents généralisés déjà développé par *Kamwa* [48]. Nous démontrons que le formalisme garde sa compétitivité pour un modèle non linéaire. Sa simplicité et l'écriture concise lui permet de s'intégrer naturellement dans une solution élégante de la simulation des régimes transitoires.

Pour résumer, nous utilisons les circuits équivalents généralisés comme maquette de travail pour le développement d'un nouveau modèle. Le nombre des branches amortisseurs du circuit de chaque axe, donc l'ordre du système, sera maintenu comme arbitraire.

Finalement, quoique la modélisation par des méthodes numériques de calcul des champs offre l'avantage d'une approche physique rigoureuse des phénomènes, nous limitons à priori l'utilisation des ces méthodes, dans la présente thèse, à un rôle d'outil d'investigation et de validation.

## 1.2. L'introduction des effets de la saturation dans le modèle de la machine synchrone

Sachant que les systèmes modernes des réseaux d'énergie fonctionnent à la limite de leur possibilité et de leur stabilité, et laissent, par conséquent, peu de place à l'erreur de prédiction, il devient impératif d'accommoder les modèles issus d'une approche linéaire afin de les rendre aptes à reproduire les effets non linéaires qui caractérisent les machines électriques.

Précisément, il existe plusieurs phénomènes non linéaires qui prennent des proportions plus ou moins différentes en fonction de la morphologie propre à chaque machine. Toutefois, les chercheurs s'accordent sur l'importance prépondérante de l'effet de la saturation des matériaux ferromagnétiques sur le comportement des génératrices de puissance utilisées dans les réseaux d'énergie. Par conséquent notre recherche s'est attardée uniquement sur ce dernier phénomène.

Dès les années 60, diverses approches et modèles ont été proposés dans la littérature spécialisée. Tous sont considérés comme originaux et innovateurs<sup>2</sup>. Nous croyons que nous pouvons, en laissant tomber quelques variantes, les regrouper en un nombre restreint de classes ou encore de familles. Systématiquement, les chercheurs ont eu tendance, non sans raison, à traiter différemment les turbo-générateurs (machines considérées à pôles lisses) et les alternateurs hydrauliques (machines à pôles saillants).

---

<sup>2</sup> L'auteur des ces lignes a dénombré jusqu'à 50 modèles qui ont été proposés durant les dernières trente années.

Dans le cas des turbo-générateurs, la similitude magnétique de l'axe direct et de l'axe quadratique a fait en sorte que les premières tentatives ont consenti à proposer un seul facteur de saturation pour les axes  $-d$  et  $-q$  qui modifie les valeurs des réactances non saturées en fonction de la force magnétomotrice [11]. Plus tard, plusieurs raffinements ont été proposés. Par exemple, [12] assume une différence constante entre les valeurs saturées de chaque axe. [7] a considéré une seule relation non linéaire entre le flux magnétisant total et la f.m.m. proche au point de fonctionnement nominal.

Généralement, ce sont des approches acceptables pour les machines à pôles lisses seulement et valables pour simuler le comportement des machines au voisinage d'un point de fonctionnement bien déterminé.

Les alternateurs hydrauliques posent un problème plus sérieux. La saillance structurale impose un traitement différent entre les deux axes. Très tôt, on a proposé un modèle *ad hoc* qui modifie uniquement l'inductance de l'axe direct  $-d$  en fonction du niveau magnétique. Certains chercheurs [79,103] ont considéré un seul facteur de saturation affectant l'axe direct, mais il est fonction de la f.m.m. D'autres chercheurs [17,26,33] ont proposé une fonction de saturation propre à chaque axe.

Tous ces modèles partagent deux hypothèses. La première est l'utilisation d'une relation univoque pour exprimer l'effet de la saturation (on néglige l'effet de l'hystérésis). La deuxième est l'emploi de fonctions de saturation bidimensionnelles. Notre étude sera en accord parfait avec le premier point. Toutefois, en ce qui traite le deuxième point, nous démontrons que cette hypothèse n'est pas suffisante pour construire un modèle cohérent physiquement.

Également, et en dépit des divergences apparentes, les recherches récentes sur le phénomène de saturation s'entendent sur deux principaux points. Le premier est que la saturation modifie les inductances magnétisantes dans les deux axes [18,35,30,79]. Le deuxième est que la saturation crée une mutuelle entre l'axe  $-d$  et l'axe  $-q$  [26,27,28,33,102,103]. Ce phénomène est désigné par « saturation croisée » (*cross-magnetizing*).

Bien que des recherches expérimentales récentes [26,27,28,33] aient démontré l'importance de l'effet croisé de la saturation magnétique, certains chercheurs avancent que la saturation croisée n'est qu'un raffinement mathématique [52,72] et que son incorporation dans les modèles industriels des machines synchrones n'est pas toujours justifiable. D'autres ont même tenté de prouver théoriquement que c'est un phénomène fondamental ayant un sens physique [100,101]. Nous croyons que les conclusions des études sont toujours tributaires des hypothèses utilisées. Pour cela, nous proposons d'analyser la construction du modèle à partir des équations physiques les plus fondamentales. Chaque hypothèse simplificatrice employée est, dans la mesure du possible, examinée afin de s'assurer de son influence sur les étapes subséquentes du développement.

### 1.3. Critiques et difficultés de la modélisation de la saturation magnétique

Après 25 ans d'études, d'expérimentations et de recherches sur les modèles des machines synchrones saturées, peut-on être satisfait de l'œuvre? Peut-on critiquer les résultats? Ce sont là des questions qui méritent approfondissement.

Bien que la multitude des modèles proposés par les spécialistes durant les deux dernières décennies, nous indique des résultats fort satisfaisants à plusieurs égards, nous leur reprochons plusieurs faiblesses.

- 1) **Généralité et flexibilité des modèles** : si l'exactitude du modèle est la première qualité sur laquelle on juge l'efficacité de ce dernier, il n'en demeure pas moins que la généralité et la flexibilité du modèle à s'adapter et à caractériser différents types de machines synchrones, est un des attributs les plus recherchés. Les modèles proposés par les chercheurs sont représentés, malheureusement trop souvent, dans le cadre d'une application spécifique et limitée (une machine de type spécifique, un seul type d'essais, etc.). L'expérimentation, la validation et les conclusions qui en découlent, sont rattachées immédiatement à ce genre d'application. Leur manque de flexibilité impose une utilisation très restreinte. Pour y remédier, nous proposons un développement mathématique général, décrit par des relations matricielles simples et concises. Également, nous tentons, dans les limites de nos capacités logistiques, de manipuler des données issues de différentes machines synchrones autant que possible distinctes par leur morphologie.
- 2) **Ordre du modèle** : il est admis aujourd'hui que nous pouvons identifier un ordre optimal pour le modèle linéaire de la machine. Le fondement théorique d'une telle procédure est une minimisation d'une norme exprimant l'écart entre la mesure enregistrée et le résultat simulé par le modèle. Si on considère que l'ordre optimal a été identifié (ou tout simplement choisi) autour d'un régime magnétique quelconque, sera-t-il le même pour un autre régime qui diffère par le niveau magnétique, donc par l'effet de la saturation? Autrement dit, l'ordre optimal sera-t-il (ou devrait-il être) constant avec la saturation ou devrions-nous l'inclure comme fonction de l'état de saturation. Notre recherche se propose de résoudre partiellement cette question.
- 3) **Consistance physique du modèle** : par consistance physique nous désignons la capacité du modèle à respecter des contraintes issues de l'application des principes fondamentaux de la physique (principe de l'équilibre énergétique). Le manque de cohérence physique aboutit à des modèles instables. Nous proposons une démarche rigoureuse qui nous permet de sonder chaque modèle. Pratiquement, nous démontrons que le choix des fonctions de saturation ne peut pas être arbitraire. Des contraintes mathématiques doivent être respectées. Nous les proposons sous une forme générale. Également, nous proposons de les appliquer sur des modèles présentés par d'autres chercheurs afin d'y démontrer, la consistance, ou la non consistance de chacun des modèles retenus. Finalement, nous démontrons l'applicabilité de ces contraintes sur les modèles de saturation proposés dans cette étude.
- 4) **Magnétisation croisée** : comme nous l'avons mentionné précédemment, les divergences des approches entre chercheurs, sur la représentation de la magnétisation croisée, nous poussent à reprendre le développement du modèle en partant des hypothèses les plus fondamentales.

Notre recherche prétend résoudre la question en démontrant théoriquement l'origine du phénomène de la saturation croisée et que ce dernier est inhérent au modèle physique de base. Il en découle que sa présence dans un modèle d'une machine saturée a des implications directes sur la capacité de ce dernier de représenter la saturation magnétique d'une façon adéquate.

- 5) **Utilisation des termes classiques (inductance, réactance, etc.)** : est-ce que le fait qu'un modèle utilise des termes tels qu'inductance ou réactance, peut être considéré comme une faiblesse? Oui et Non. Nous savons qu'une inductance a été définie comme étant le ratio entre deux quantités physiques : le flux magnétique et le courant électrique. C'est une idée géniale, mais malheureusement, elle n'est vraiment profitable que dans le cas linéaire. L'utilisation d'inductances *variables* à travers les modèles non linéaires aboutit à des complexités qui ne peuvent qu'alourdir le modèle, et par ce fait, restreindre son applicabilité. Pour remédier à cette problématique, il sera intéressant d'obtenir un modèle sous une représentation fonctionnelle pour profiter de toutes les commodités d'usage qui s'y rattachent, tout en gardant la capacité de créer un lien avec les termes d'usage classique dans le domaine.

Brièvement, nous tenterons dans notre étude de trouver des réponses, des preuves et si possible, des solutions à proposer pour un usage industriel. Nous ne partons pas avec la prétention de trouver *le modèle parfait*, mais nous croyons fermement qu'il y a place à l'amélioration des modèles existants.

## 1.4. Problèmes actuels dans l'identification de la machine synchrone saturée

Un modèle, aussi efficient qu'il peut l'être, doit être identifiable à partir d'un ensemble de mesures. L'identification du modèle se résume à connaître les paramètres suivants :

1. **Ordre du système** : dans la modélisation de la machine synchrone, déterminer le nombre optimal de circuits amortisseurs et par conséquent l'ordre minimal de la machine est une question importante et même souhaitable dans bon nombre de cas. Actuellement, il est admis par les chercheurs que dans les modèles les plus sophistiqués que l'on peut raisonnablement envisager, il n'y a pas lieu d'inclure plus de 5 amortisseurs (2 dans l'axe  $-d$  et 3 dans l'axe  $-q$  [11,54]. Cette affirmation tient toujours et les travaux de Kamwa [48] ont abouti au développement d'un algorithme qui nous permet de déterminer l'ordre optimal de la machine. Ceci est vrai dans le cas du modèle linéaire. Qu'arrive-t-il dans le cas d'une machine saturée?

Malheureusement, une réponse à la question précédente est loin d'être évidente. Pour des contraintes temporaires et pratiques, nous assumons que l'ordre optimal du système ne sera pas considéré comme un paramètre variable, donc fonction de l'état de la saturation. En d'autres termes, nous considérons le même ordre (qui peut être identifié dans un régime linéaire) peu importe le régime de saturation de la machine. Ceci est discutable et mérite investigation. Malheureusement, ceci dépasse le cadre de notre étude.

2. **Paramètres linéaires** : les paramètres linéaires sont les valeurs de toutes les composantes des circuits équivalents considérées comme invariables. À titre d'exemple, nous citons la résistance rotorique, la résistance statorique, les paramètres de chaque branche amortisseur, la mutuelle de fuites, etc.

L'identification de ces paramètres peut être envisageable à partir d'essais optimaux [48], ou encore à partir des recommandations des standards industriels [41]. Notre contribution pour cette partie sera très limitée car nous utilisons les méthodes développées par *Kamwa* [48] pour trouver la valeur de chacune des composantes de ce vecteur. Par la suite, il sera considéré comme pratiquement constant et ne sera sujet qu'à un simple raffinement.

3. **Fonctions de saturation** : nous désignons par fonctions de saturation, toutes les relations non linéaires qui lient deux (ou plus) quantités dépendantes. Pratiquement, la relation flux magnétique versus le courant électrique est « la relation » à identifier.

Bien qu'il existe déjà des procédures [39,41] pour identifier cette relation, nous démontrons à travers cette thèse les limites de telles méthodes. Nous proposons une démarche d'identification qui peut être vue comme l'extension de ces standards.

Également, nous démontrons l'avantage décisif que procure les méthodes numériques du calcul des champs pour l'identification et la construction des fonctions de saturation.

## 1.5. Nouvelles tendances de la modélisation de la machine synchrone saturée

Si nous comparons le nombre des recherches récentes et actuelles sur les nouvelles tendances de modélisation des machines synchrones, nous remarquons que la discipline la plus fréquente est, sans conteste, la simulation par la résolution des équations de *Maxwell* moyennant des méthodes numériques. Plus spécifiquement, la méthode des éléments finis [12,13,14,62,66,67,84,99].

Nous reprochons aux méthodes numériques, leurs exigences logistiques relativement grandes ce qui limite leur emploi dans des simulateurs du type temps réel. Toutefois, pour le moment, nous croyons qu'ils offrent un potentiel très intéressant pour les travaux d'identification, d'investigation et de validation, et c'est précisément ce que nous réalisons dans la présente thèse.

Le futur et l'évolution des systèmes ordonnés nous indiquera si un jour nous verrons un emploi massif de ces méthodes dans les simulateurs des réseaux d'énergie.

Plus récemment, l'application des principes des réseaux neuroniques dans la modélisation des réseaux d'énergie électrique [92] a ouvert une nouvelle voie de recherche sur la modélisation des machines synchrones saturées [15]. Les travaux de *Demerdash et al* [13], de *Thomas et al* [15] et de *Keyhani et al* [50] démontrent des résultats prometteurs.

Bien que la simplicité de cette approche la rende séduisante et surtout pratique, elle ne fut tout simplement pas le sujet de notre étude.

# CHAPITRE 2

## GÉNÉRALITÉS SUR LA MODÉLISATION D'UNE MACHINE SYNCHRONE SATURÉE

En général, un *modèle* mathématique est établi par un ensemble d'hypothèses et de constructions dans le but d'obtenir une maquette adaptée à la simulation d'une multitude de régimes de fonctionnement auxquels on s'intéresse en particulier.

Dans le cas d'une machine électrique, ces hypothèses peuvent être relatives aux aspects géométriques, aux aspects physiques ou même aux aspects numériques. Sa description méthodique permet, non seulement de mener à terme le calcul, mais surtout, pour ce qui concerne notre recherche, de préparer d'éventuels développements ultérieurs, aussi bien l'approfondissement de l'étude que des nouvelles spécifications relatives aux modèles de saturation déjà existants.

Le chapitre deux présente une étude théorique, qui se veut la plus exhaustive possible, de la modélisation générale d'une machine électrique saturée. Pour la première partie de l'étude, sans l'utilisation de la transformation de *Park* et en retenant le minimum d'hypothèses simplificatrices, l'étude tente de fonder et de mettre en évidence, d'une façon systématique, quelques phénomènes liés à la saturation magnétique. Subséquemment, dans nos développements, ces fondements nous permettront d'aboutir aux modèles recherchés, tout en sachant la portée et la limite de chaque hypothèse.

La deuxième partie de l'étude présente un aperçu général du développement mathématique nécessaire pour obtenir une représentation de la machine synchrone saturée sous une forme de circuits équivalents généralisés. Ces derniers sont très commodes, car cette approche est en quelque sorte une version "classique" très largement utilisée par les chercheurs et les industriels. La deuxième partie traite également la décomposition selon deux axes orthogonaux. Le développement y est présenté de façon assez détaillée, afin de bien démontrer que le modèle mathématique obtenu est uniquement valable en toute rigueur dans le cadre des hypothèses simplificatrices adoptées, et pour bien illustrer l'interprétation physique de chacune des variables associées à cette décomposition. Pratiquement, nous démontrons que le phénomène de la saturation croisée est inhérent au modèle physique de base et que sa présence dans un modèle d'une machine saturée a des implications directes sur la capacité de ce dernier de représenter la saturation magnétique d'une façon adéquate.

### 2.1. Introduction

**A**vant d'introduire les notions élémentaires de la modélisation des machines électriques, il nous semble qu'il est approprié de rappeler quelques notions fondamentales de la physique. Le but de cette démarche est d'éclaircir les suppositions simplificatrices et leurs répercussions sur les modèles utilisés pour la simulation du comportement d'une machine électrique saturée. Ce chapitre est consacré à la description géométrique et physique de la machine synchrone. Les lois physiques sont citées: les lois électromagnétiques (sous l'hypothèse que l'énergie magnétique est conservée) et la loi de la quantité de mouvement.

L'analyse dans ce chapitre se veut générale autant que possible. Nous retenons le minimum possible d'hypothèses simplificatrices dans le souci d'être le plus similaire possible à la *physique* fondamentale du comportement dynamique de la machine synchrone.

La clef d'une "bonne" modélisation de la saturation demeure dans la capacité du modèle à représenter d'une façon efficace, la relation entre le flux magnétique dans le fer et le courant électrique qui parcourt les bobines d'une machine.

Partant d'une première approche linéaire, la notion de l'inductance (propre ou mutuelle) a été introduite. Ce fut un modèle tellement efficace et ingénieux qu'on l'utilise toujours dans presque tous les modèles d'études d'électrotechnique.

Plus tard, pour tenir compte de l'effet de la saturation, les chercheurs ont gardé cette *procédure* en la modifiant; désormais, l'inductance sera variante.

Est-ce suffisant ? Nous pouvons nous interroger longtemps sur des questions de cet ordre...

Nous n'avons pas la présomption de répondre à des questions aussi générales. Mais, pour nous aider dans nos démarches de modélisation, il nous faut connaître, de la manière la plus minutieuse possible, l'origine des approximations et, si possible, donner des fondements théoriques à des phénomènes expérimentaux (par exemple, saturation croisée).

La conclusion du chapitre sera un modèle mathématique général. Toutefois, ce dernier est complexe et relativement éloigné des modèles proposés dans les chapitres 3 et 4. Nous démontrons que, rigoureusement, ce modèle général sera le point de départ pour n'importe quel modèle d'une machine synchrone qui se veut cohérent et, surtout, physiquement rigoureux et consistant.

## 2.2. Modèle physique fondamental

En principe et dans le cadre des problèmes d'électromagnétisme, ce sont les équations générales de *Maxwell* que l'on cherche à résoudre [67,99]. Dans le cas du modèle géométrique général<sup>1</sup> et en l'absence de charge, ces dernières sont exprimées sous forme locale par l'ensemble suivant [24],

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (2.1.)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.2.)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0 \quad (2.3.)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.4.)$$

<sup>1</sup> Par modèle géométrique général, on désigne la machine en 3D. Cependant, comme nous verrons au paragraphe suivant que, sous certaines hypothèses, on peut réduire le modèle 3D à un modèle 2D. Ce dernier sera utilisé pour la modélisation et l'analyse par la méthode des éléments finis effectuées dans le cadre de nos recherches.

où  $\mathbf{J}$  représente la source éventuelle de courant au point considéré,  $\mathbf{E}$  représente le champ électrique,  $\mathbf{D}$  l'induction électrique, tandis que  $\mathbf{H}$  et  $\mathbf{B}$ , représentent respectivement le champ d'excitation et l'induction magnétique.

Le modèle tel que constitué par les équations de *Maxwell*, décrit le comportement des champs d'excitation magnétique  $\mathbf{H}$  et d'induction magnétique  $\mathbf{B}$ . Or ces deux dernières quantités sont corrélées entre elles par le comportement magnétique local de la matière.

Le milieu matériel parcouru par ces champs comporte notamment des tôles magnétiques, des conducteurs en cuivre, éventuellement des aimants, de l'air, des cales, des isolants, etc. Le modèle physique, au niveau macroscopique, utilise la notion de perméabilité magnétique  $\mu$  pour caractériser la relation  $B(H)$ .

$$\mathbf{B} = \mu(H) \cdot \mathbf{H} \quad (2.5.)$$

En général, dans l'utilisation courante des codes de calcul de champ, c'est une courbe univoque telle que la précédente qui est utilisée. Il en découle que l'effet de l'hystérésis n'est pas tenu en considération.

Nous avons, dans l'élaboration de nos modèles de machines, différé la prise en compte de l'hystérésis des circuits magnétiques, en arguant notamment que, bien que le phénomène d'hystérésis soit relativement important dans certaines classes de machines électriques, il en demeure que son influence dans le cas des génératrices des réseaux électriques d'énergie demeure relativement faible. Bref, nous nous sommes limités à étudier uniquement le phénomène non linéaire de la saturation magnétique.

Ceci dit, nous signalons les travaux de recherche de *Galan* [32] et ceux de *Stromsmoe et al* [16] qui démontrent qu'il peut exister des avenues de solutions *ad hoc* pour inclure l'influence de l'hystérésis dans un modèle de machine. En général, ces solutions consistent à faire varier, dans un modèle de circuits équivalents, les paramètres (réactance et résistance) des branches amortisseurs en fonction de l'étendue du cycle magnétique.

Exploiter de telles voies peut être un sujet de recherche avantageux et fructueux, toutefois, malgré les aspects séduisants d'une telle étude, ce ne fut pas, tout simplement, le sujet de notre recherche.

## 2.3. Modèle géométrique du système

Dans une machine tournante typique, une grande partie du flux magnétique est canalisée radialement et perpendiculairement à l'axe de rotation de l'arbre. Pour cette raison, une vue en coupe de la machine constitue un bon modèle géométrique [24,40,67,84].

Le passage d'un modèle bidimensionnel vers un modèle tridimensionnel se fait alors par surélévation de la coupe suivant un cylindre. On multipliera donc les résultats par la longueur de la machine. En fait, divers facteurs rendent cette méthode assez approximative, parmi lesquels: les parties frontales et les têtes de bobines, le foisonnement des tôles et l'insertion d'évents de refroidissement au stator, la saturation des matières magnétiques qui interdit en principe de faire une superposition de plusieurs calculs indépendants, l'inclinaison éventuelle des encoches (bien que peu répandue dans les grands alternateurs), etc.

Le modèle bidimensionnel devra prendre en compte ces phénomènes, notamment en remplaçant la longueur de la machine par une longueur équivalente (ou longueur utile  $l_{utile}$ ). À titre indicatif, nous référons le lecteur aux références [24,39,41,53] qui donnent certaines relations empiriques utilisées dans le domaine<sup>2</sup>.

### 2.3.1 Symétries

La vue en coupe peut être restreinte, grâce aux symétries géométriques-électriques: la représentation d'un pôle est suffisante, et même, dans le cas d'un régime à vide, d'un demi-pôle (symétrie géométrique des pôles). Pour utiliser un seul modèle, l'électricien peut retenir en général la vue en coupe d'un pôle complet (angle électrique de  $180^\circ$ ). Malheureusement, ceci n'est valable que dans l'hypothèse d'un nombre d'encoche par pôle et par phase entier, ce qui est plutôt rare dans le cas des alternateurs hydrauliques. La symétrie du bobinage n'est alors assumée que sur un nombre de pôles relativement élevé. Il existe des machines dans lesquelles on ne peut pas trouver de symétrie.

### 2.3.2 Le repère géométrique

Dans une machine synchrone classique, l'inducteur est placé au rotor, et parcouru par un courant continu et constant sous le régime permanent. Il est donc logique de choisir un repère lié à l'inducteur, c'est-à-dire au rotor. On est assuré également, du fait que le champ induit tourne à la vitesse de synchronisme, que les courants induits peuvent s'exprimer dans ce même repère, à tout instant.

---

<sup>2</sup> Bien entendu, à un degré extrême de sophistication du modèle de cette longueur, c'est le modèle bidimensionnel lui-même qui est à mettre en cause.

## 2.4. Étude de la fonction de perméance

### 2.4.1 Force magnétomotrice créée par un enroulement

Sous l'hypothèse d'une machine bipolaire (l'angle électrique est confondu avec l'angle géométrique), l'écart angulaire produit par un point de l'entrefer avec la direction d'origine sera repéré par coordonnée angulaire  $x$ .

Supposons un enroulement "b" (pour bobine) de  $N_b$ , spires parcouru par un courant  $i_b$ , la forme d'onde de la force magnétomotrice, sans tenir compte de la largeur des encoches, peut être écrite sous forme d'une série de *Fourier* paire. Sa valeur pour un point d'une coordonnée angulaire  $x$  à partir de l'origine est donnée par [58],

$$\xi = \sum_{n=0}^{\infty} A_{2n+1} \cdot \cos(2n+1)x \quad (2.6.)$$

où.

$$A_{2n+1} = \left(\frac{2}{\pi}\right) \cdot \frac{\sin(2n+1)\left(\frac{\pi}{2}\right)}{2n+1} \cdot N_b \cdot i_b \quad (2.7.)$$

et  $K_{2n+1}^b$  désigne le coefficient d'enroulement relatif à l'enroulement "b" pour l'harmonique d'espace de rang  $2n+1$ .

L'équation (2.6) décrit le cas d'un seul enroulement ayant un pas diamétral. Pratiquement, dans la majorité des machines industrielles, les enroulements sont réalisés à l'aide de plusieurs ( $m$ ) bobines élémentaires de même ouverture, toutefois, décalées deux à deux d'un angle  $\beta$ . Chaque bobine compte  $N_b/m$  spires.

La force magnétomotrice totale en un point de l'entrefer s'obtient en effectuant la somme algébrique de toutes les forces magnétomotrices élémentaires. Ceci nous donne, après simplifications.

$$\xi = \sum_{n=0}^{\infty} A_{2n+1} \cdot \frac{\sin(2n+1)m\beta/2}{m \cdot \sin(2n+1)\beta/2} \cdot \cos(2n+1)x \quad (2.8.)$$

Le coefficient de réduction par rapport à ce qu'on obtient dans le premier cas est désigné comme un facteur d'étalement  $K_e$ . Ce dernier est égal à:

$$(K_e)_{2n+1} = \frac{\sin(2n+1)m\frac{\beta}{2}}{m \cdot \sin(2n+1)\frac{\beta}{2}} \quad (2.9.)$$

D'autres formulations peuvent être développées pour le cas d'un enroulement à pas raccourci, ou encore de plusieurs enroulements élémentaires à pas raccourci.

Toutefois, refaire le développement analytique de ces formules, dépasse le but fixé pour notre recherche. Néanmoins, si on considère le cas le plus général, on trouve que la force électromotrice s'écrit toujours sous la forme suivante:

$$\xi = \sum_{n=0}^{\infty} A_{2n+1} \cdot \cos(2n+1)x \quad (2.10.)$$

où,

$$A_{2n+1} = \left(\frac{2}{\pi}\right) \cdot \frac{\sin(2n+1)\left(\frac{\pi}{2}\right)}{2n+1} K_{2n+1}^b \cdot N_b \cdot i_b \quad (2.11.)$$

et  $K_{2n+1}^b$  désigne le coefficient d'enroulement relatif à l'enroulement "b" pour l'harmonique d'espace de rang  $2n+1$ , et sera le produit de trois facteurs; le facteur d'étalement, le facteur de raccourcissement et le facteur d'inclinaison.

### 2.4.2 Perméance de l'entrefer d'une machine saturée

La détermination de la perméance de l'entrefer d'une machine saturée à pôles saillants, est difficile [36]. En général, on déduit cette fonction du tracé des lignes de champ dans l'entrefer. Ce dernier peut être obtenu numériquement par un algorithme de calcul de champ.

Pour une approche théorique, notre problème peut être réduit à caractériser la perméance de l'entrefer constant par unité de surface le long de l'induit. On peut écrire, sans perdre en généralité que:

$$P = f(\text{forme géométrique, épaisseur de l'entrefer,...})$$

Si  $P$  est symétrique (ce qui est vrai dans le cas linéaire), cette dernière relation sera exprimée par une série paire,

$$P(x) = \sum_{h=0}^{\infty} P_{2h} \cos(2hx). \quad (2.12.)$$

Si la machine est saturée, il est indéniablement logique d'écrire que,

$$P = f(\text{forme géométrique, épaisseur de l'entrefer, état de la saturation,...})$$

Lesnne [58] propose que l'effet de la saturation dans les parties de fer saturé peut se traduire par l'introduction d'un entrefer équivalent qui a la même réluctance. Donc, il y aura forcément une autre fonction de perméance qui sera à son tour fonction de la coordonnée géométrique  $x$  et de l'état de la saturation. C'est-à-dire,

$$P'(x)_{(i)} = \sum_{h=0}^{\infty} P'_{2h}{}^b \cos(2hx - \delta_{2n}^b) \quad (2.13.)$$

L'exposant  $( )^b$  indique la bobine **b**. L'indice  $( )_i$  indique le vecteur courant défini par les valeurs de tous les courants qui parcourent toutes les bobines.

On note que dans le cas général, la forme de  $P'$  n'est plus symétrique (à cause de l'angle  $\delta_{2n}^b$ ).

Donc, dans une machine saillante saturée, nous serons portés à dire, sans trop d'exagération et d'erreur, que la saillance 'effective' sera constituée de deux composantes. La première dépend de la géométrie du rotor et des bobines, et sera définie par le rapport des inductances magnétisantes des axes. La deuxième est due à la saturation qui tend à varier l'entrefer selon l'hypothèse mentionnée ci-dessus.

*Saillance globale = saillance géométrique + saillance due à la saturation*

En regroupant les termes des équations (2.10) et (2.11), nous pouvons exprimer la perméance totale à un instant donné et en fonction des valeurs données pour le vecteur état "courant" comme,

$$P(x) = \sum_{h=0}^{\infty} [P_{2h} \cos(2hx) + P_{2h}^{sb} \cos(2hx - \delta_{2n}^b)] \quad (2.14.)$$

Sachant que, dans le cas des grandes machines industrielles, l'entrefer est généralement faible, l'induction radiale peut s'exprimer comme le produit de la force magnétomotrice  $\xi(x)$  par la perméance  $P(x)$  par unité de surface,

$$B(x) = \xi(x) \times P(x) \quad (2.15.)$$

On suppose que ceci demeure véridique même avec la saturation.

Pour compléter l'analyse, considérons un bobinage de  $N_b$  spires, parcouru par un courant  $i_b$ , avec l'axe décalé de  $\theta_b$  par rapport à celui des pôles saillants. La force magnétomotrice  $\xi(x)$  créée par le bobinage  $\mathbf{b}$  dans un point donné par sa coordonnée spatiale  $x$  s'écrit selon [58] comme:

$$\xi(x) = \sum_{n=0}^{\infty} A_{2n+1} \cdot \cos[(2n+1)(x - \theta_b)]. \quad (2.16.)$$

Par substitution, de cette dernière relation et de l'expression de la perméance  $P(x)$ , on aura l'expression de distribution de l'induction  $B(x)$ .

$$B(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{h=0}^{\infty} A_{2n+1} \cdot \cos[(2n+1)(x - \theta_b)] \cdot [P_{2h} \cos(2hx) + P_{2h}^{sb} \cos(2hx - \delta_{2n}^b)] \quad (2.17.)$$

Une manipulation trigonométrique élémentaire, ramène l'expression de l'induction de la forme d'un produit (2.17) à celle d'une superposition,

$$B(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{h=0}^{\infty} \left\{ \frac{A_{2n+1} \cdot P_{2h}}{2} [\cos((2h+2n+1)x - (2n+1)\theta_b) + \cos((2h-2n-1)x + (2n+1)\theta_b)] \right. \\ \left. + \frac{A_{2n+1} \cdot P_{2h}^{sb}}{2} [\cos((2h+2n+1)x - (2n+1)\theta_b - \delta_{2n}^b) + \cos((2h-2n-1)x + (2n+1)\theta_b + \delta_{2n}^b)] \right\}.$$

Cette dernière équation s'écrit sous forme simple comme:

$$B(x) = B_{\text{géométrique}}(x) + B'_{\text{saturation}}(x) \quad (2.18.)$$

Rappelons-nous que  $B(x)$  aura des harmoniques impaires (sauf pour  $n = h = 0$ ).

Si on a une bobine  $a$  de  $N_a$  spires qui fait  $\theta_a$  avec l'axe des pôles saillants, et on considère un élément de surface  $ds$  défini comme:

$$ds = \frac{1}{2} l \cdot D \cdot dx \quad (2.19.)$$

alors le flux qui traverse cet élément est donné par:

$$d\phi = B \cdot ds = \frac{1}{2} B(x) \cdot l \cdot D \cdot dx \quad (2.20.)$$

Il est facile pour le lecteur de constater qu'à ce stade de l'analyse, le flux sera composé de deux parties: la première est la classique (ou encore la linéaire), la deuxième est le flux correspondant à l'onde d'induction due à la saturation.

Pour trouver le flux total  $\phi_{ab}$ <sup>3</sup> on intègre la dernière équation,

$$\phi_{ab} = \frac{1}{2} N_a \cdot K_n^a \cdot \int_{\theta_a - \frac{\pi}{2}}^{\theta_a + \frac{\pi}{2}} B(x) \cdot l \cdot D \cdot dx \quad (2.21.)$$

ce qui nous donne l'expression suivante:

$$\phi_{ab} = M_{ab} \cdot i_b = \frac{N_a \cdot N_b \cdot l \cdot D \cdot i_b}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K_{2n+1}^b}{2n+1} \left\{ \sum_{h=0}^{\infty} P_{2h} (-1)^h \cdot \frac{K_{2h+2n+1}^a}{2h+2n+1} \cdot \cos((2h+2n+1)\theta_a - (2n+1)\theta_b) + P_{2h}^b (-1)^h \cdot \frac{K_{2h+2n+1}^a}{2h+2n+1} \cdot \cos((2h+2n+1)\theta_a - (2n+1)\theta_b - \delta_{2h}^b) \right\} \quad (2.22.)$$

Cette dernière relation est très générale. Elle sera employée pour décrire les comportements des flux entre les différentes bobines de la machine ( $a, b, c, f, D1, \dots, Q1, \dots$ ) en fonction de la variable d'état (dans notre cas, c'est le courant électrique).

Dans le cas d'une machine synchrone triphasée et équilibrée,

$$N_a = N_b = N_c = N_s \quad (2.23.)$$

et

$$K_r^a = K_r^b = K_r^c = K_r^s \quad (2.24.)$$

l'exposant ( )<sub>s</sub> désigne le stator et l'indice ( )<sub>r</sub> désigne l'harmonique du rang  $r$ .

<sup>3</sup> Il faut lire le flux embrassé par la bobine  $a$  dû à une alimentation de la bobine  $b$ .

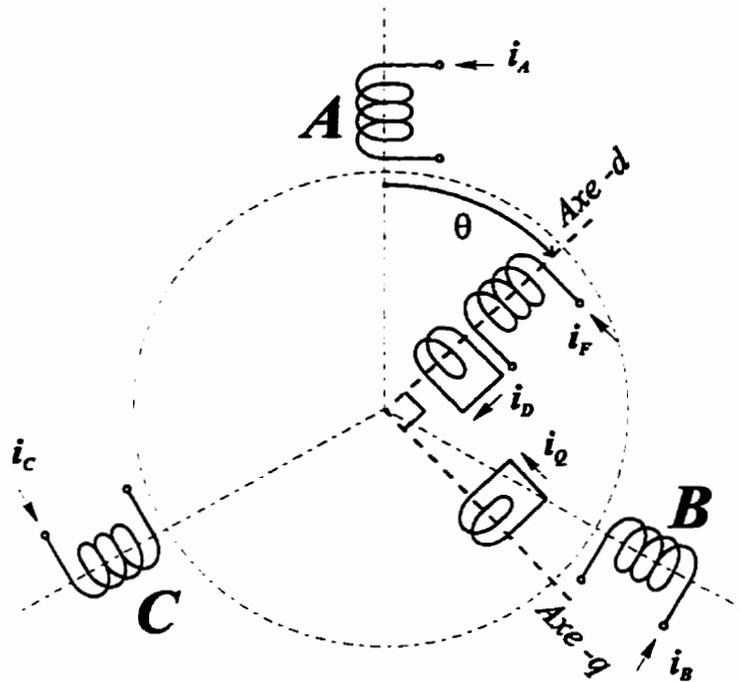


Figure 2. 1 Schéma des enroulements dans une machine synchrone

### 2.4.3 Inductances et mutuelles statoriques

Pour trouver l'expression de l'inductance propre  $L_{aa}$ , il suffit de substituer dans la relation (2.22) les valeurs suivantes:

$$N_a = N_b = N_c, \quad \theta_a = \theta_b = -\theta.$$

Et après division par le courant  $i_a$ , on obtient,

$$L_{aa} = \frac{\phi_a}{i_a} = \frac{N_s^2 \cdot l \cdot D}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{K_{2n+1}^s}{2n+1} \left\{ \sum_{h=0}^{\infty} P_{2h} (-1)^h \cdot \frac{K_{2h+2n+1}^s}{2h+2n+1} \cdot \cos(2h\theta) \right. \\ \left. + P_{2h}^{sa} (-1)^h \cdot \frac{K_{2h+2n+1}^s}{2h+2n+1} \cdot \cos(2h\theta - \delta_{2h}^s) \right\} \quad (2.25.)$$

Après manipulations et simplifications, on obtient l'expression analytique générale de l'inductance propre de la phase  $a$  du stator,

$$L_{aa} = \sum_{h=0}^{\infty} \{ L_{2h} \cos 2h\theta + L_{2h}^{sa} \cos(2h\theta - \delta_{2h}^s) \} \quad (2.26.)$$

On remarque que cette dernière relation nous montre manifestement que l'inductance est toujours formée par une composante géométrique et une autre due à la saturation. Cette dernière est fonction de l'état instantané du vecteur courant  $\{i\}$ . En effet, en gardant seulement les deux

premières harmoniques dues à la géométrie, l'expression précédente sera écrite sous la forme suivante:

$$L_{aa} \approx L_o + L_2 \cos 2\theta + \sum L'_{2h} \cos(2h\theta - \delta_{2h}^a). \quad (2.27.)$$

Cette dernière nous rappelle l'expression "classique" utilisée dans une panoplie de références [1,3,58].

### Remarque 2.1

Gardons à l'esprit que les termes non linéaires  $L'_{2h}$  et  $\delta_{2h}$  sont fonctions de l'ensemble des valeurs instantanées du vecteur état "courant", et que dans le cas où toutes les valeurs du vecteur  $\{i\}$  sont nulles sauf celle de  $i_a$ , l'expression de l'inductance propre  $L_{aa}$  sera réduite, uniquement dans ce cas, à une fonction de  $(i_a, \theta)$ .

Avec une approche similaire, pour trouver l'expression de  $L_{bb}$ , il suffit de remplacer  $\theta$  par  $(\frac{2\pi}{3} - \theta)$  dans les dernières expressions. Il est impératif de noter que dans ce cas, les valeurs de  $L'_{2h}$  et  $\delta_{2h}$  seront différentes en principe de celles de la phase  $a$ . On écrit,

$$L_{bb} = \sum_{h=0}^{\infty} \{L_{2h} \cos 2h\theta + L'^b_{2h} \cos(2h\theta - \delta_{2h}^b)\}. \quad (2.28.)$$

Après simplifications,

$$L_{bb} \approx L_o + L_2 \cos 2(\theta - \frac{2\pi}{3}) + \sum L'^b_{2h} \cos(2h\theta - \delta_{2h}^b). \quad (2.29.)$$

Pour trouver l'expression de la mutuelle  $M_{ab}$ , on substitue  $\theta_a = -\theta$  et  $\theta_b = -\theta + \frac{2\pi}{3}$  dans l'équation générale (2.22). Après simplifications, on trouve,

$$M_{ab} = \frac{\phi_a}{i_b} = \sum_{h=0}^{\infty} \{L_{2h} \cos 2h(\theta - \frac{4\pi}{3}) + L'^b_{2h} \cos(2h(\theta - \frac{4\pi}{3}) - \delta_{2h}^b)\}. \quad (2.30.)$$

ou,

$$M_{ab} \approx M_o + L_2 \cos 2(\theta - \frac{4\pi}{3}) + \sum L'^b_{2h} \cos(2h(\theta - \frac{4\pi}{3}) - \delta_{2h}^b). \quad (2.31.)$$

Et de la même façon, on trouve la mutuelle  $M_{ba}$ ,

$$M_{ba} = \frac{\phi_b}{i_a} = \sum_{h=0}^{\infty} \{L_{2h} \cos 2h(\theta - \frac{4\pi}{3}) + L'^a_{2h} \cos(2h(\theta - \frac{4\pi}{3}) - \delta_{2h}^a)\}. \quad (2.32.)$$

ou,

$$M_{ba} \approx M_o + L_2 \cos 2(\theta - \frac{4\pi}{3}) + \sum L'^a_{2h} \cos(2h(\theta - \frac{4\pi}{3}) - \delta_{2h}^a). \quad (2.33.)$$

Quand la machine est saturée,  $L'_{2h}$  et  $\delta_{2h}$  dépendent en principe de tous les courants qui circulent dans tous les enroulements de la machine. Pour cette raison, les mutuelles  $M_{ij}$  ne sont pas équivalentes à  $M_{ji}$ , les valeurs du vecteur  $(i)$  dans les deux cas ne sont en effet, pas les mêmes. C'est-à-dire:

$$\begin{aligned} M_{ab} &\neq M_{ba} \\ M_{bc} &\neq M_{cb} \\ M_{ca} &\neq M_{ac} \end{aligned} \quad (2.34.)$$

### Remarque 2.2

Même si nous traitons la question en détail au chapitre 6, il est important de mentionner au lecteur que le résultat précédent ne viole pas l'hypothèse fondamentale de la nullité des pertes de l'énergie magnétique. Plusieurs auteurs signalent [65,82,96] que les inductances mutuelles doivent être symétriques pour respecter la continuité d'énergie magnétique. Ceci est vrai quand l'inductance est définie comme la pente locale de la courbe  $\phi-i$ . C'est-à-dire:

$$M_{ij} = \frac{\partial \phi_i}{\partial i_j}$$

Dans le cas d'une définition classique de l'inductance (rapport, et pas une pente, entre le flux et le courant) les relations (2.32) s'avèrent correctes. Des recherches expérimentales ont permis de mettre ce dernier point en évidence [17,26-28,101].

Les contraintes mathématiques, basées sur des considérations énergétiques, sur le modèle analytique de saturation seront traitées exhaustivement plus tard au chapitre six.

Les expressions analytiques des autres inductances statoriques seront obtenues par la même méthode. Inutile de refaire le développement car les résultats sont similaires et, surtout, les conclusions sont identiques.

### 2.4.4 Inductances et mutuelles rotoriques

Pour les enroulements rotoriques, on désigne par  $N_f$  le nombre de spires de l'inducteur, et on substitue

$$N_a = N_b = N_f \quad \theta_a = \theta_b = \theta$$

dans la relation générale (2.15). On obtient,

$$\begin{aligned} L_{ff} = \frac{\phi_f}{i_f} = \frac{N_f^2 \cdot l \cdot D}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{K_{2n+1}^f}{2n+1} \left\{ \sum_{h=0}^{\infty} P_{2h} (-1)^h \cdot \frac{K_{2h+2n+1}^f}{2h+2n+1} + \right. \\ \left. + P_{2h}^f (-1)^h \cdot \frac{K_{2h+2n+1}^f}{2h+2n+1} \cdot \cos \delta_{2h}^f \right\} \end{aligned} \quad (2.35.)$$

Cette dernière peut s'écrire sous une forme plus simple:

$$L_{ff} = L_{ff1} + \sum L'_{2h} \cos \delta_{2h}^f \quad (2.36.)$$

Encore une fois, le deuxième terme (effet de la saturation) est fonction de l'état (vecteur de l'ensemble des courants électriques).

Avec le même raisonnement du paragraphe précédent, on trouve les expressions suivantes:

$$L_{DiDi} = L_{DiDi1} + \sum L'^{Di}_{2h} \cos \delta_{2h}^{Di}, \quad i = 1, \dots, nd \quad (2.37.)$$

$$L_{QjQj} = L_{QjQj1} + \sum L'^{Qj}_{2h} \cos \delta_{2h}^{Qj} \quad j = 1, \dots, nq \quad (2.38.)$$

Les mutuelles rotoriques seront exprimées également à l'aide de l'équation générale (2.22),

$$M_{jDi} = \frac{\phi_j}{i_{Di}} = \frac{N_j \cdot N_{Di} \cdot l \cdot D}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K'_{2n+1}}{2n+1} \left\{ \sum_{h=0}^{\infty} P_{2h} (-1)^h \cdot \frac{K'_{2h+2n+1}}{2h+2n+1} + \right. \\ \left. + P'^{Di}_{2h} (-1)^h \cdot \frac{K'_{2h+2n+1}}{2h+2n+1} \cdot \cos \delta_{2h}^{Di} \right\} \quad (2.39.)$$

$$M_{jDi} = L_{jDi1} + \sum L'^{Di}_{2h} \cos \delta_{2h}^{Di} \quad i = 1, \dots, nd \quad (2.40.)$$

Pour une machine non saturée, la dernière expression sera réduite à une constante.

Pour trouver l'expression des mutuelles  $M_{jQj}$  qui sont nulles dans le cas d'une machine non saturée, on substitue dans la relation (2.22),

$$\theta_a = 0 \quad \theta_b = \pi/2.$$

Et on obtient après simplifications.

$$M_{jQj} = \sum L'^{Qj}_{2h} \cos \delta_{2h}^{Qj} \quad j = 1, \dots, nq \quad (2.41.)$$

Cette dernière relation est intéressante dans la mesure où elle nous indique que l'effet croisé statique (entre l'axe  $-d$  et l'axe  $-q$ ) peut être démontré tenant compte de cette approche théorique non linéaire. Plusieurs recherches expérimentales ont démontré le phénomène expérimentalement [26,27,28,101,103]. Nous y reviendrons.

Dans le cas général, toujours pour les mêmes raisons précédentes,

$$M_{jQj} \neq M_{Qjf} \quad (2.42.)$$

Finalement, on constate également, que les mutuelles et les inductances rotoriques sont indépendantes de la position du rotor.

**Remarque 2.3**

En examinant l'équation (2.39), si

$$i_j \neq 0 \text{ et } \forall i, i = a, b, c, \dots \quad (2.43.)$$

alors,

$$\sin(\delta_{2h}) = 0 \quad (2.44.)$$

ce qui implique,

$$M_{fj} = 0 \quad (2.45.)$$

Si seulement  $i_{Qj} \neq 0$  et si le reste des valeurs est nul on trouve également  $\delta_{2h} = 0$ .

On conclut que l'effet croisé ne sera pas présent dans les cas où seule une composante du vecteur "courant" est alimentée.

Cette dernière conclusion peut être formulée autrement : une simple alimentation dans une direction (-i) ne crée pas un effet croisé sur l'axe (-j) orthogonal à (-i).

Les implications de cette remarque sont majeures ; pour détecter l'effet croisé avec des essais en régime stationnaire, il faut remplir les deux conditions nécessaires et suffisantes suivantes :

- l'apparition de la saturation magnétique,
- $i_i \cdot i_j \neq 0$  avec  $\vec{i} \cdot \vec{j} = -1$ .

**2.4.5 Mutuelles statoriques - rotoriques**

Pour trouver les mutuelles entre le rotor (f) et le stator (phase a), on substitue  $\theta_a = 0, \theta_b = \theta$  dans l'équation générale (2.22). On trouve après simplifications,

$$M_{fa} = \frac{\phi_f}{i_a} = \frac{N_f \cdot N_a \cdot l \cdot D}{\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{K'_{2n+1}}{2n+1} \left\{ \sum_{h=0}^{\infty} P_{2h} (-1)^h \cdot \frac{K^f_{2h+2n+1}}{2h+2n+1} \cos(2n+1)\theta \right. \\ \left. + P'_{2h} (-1)^h \cdot \frac{K^f_{2h+2n+1}}{2h+2n+1} \cdot \cos((2n+1)\theta - \delta_{2h}^a) \right\} \quad (2.46.)$$

Uniquement pour des fins de comparaison, l'inductance mutuelle  $M_{af}$  s'écrit comme,

$$M_{af} = \frac{\phi_a}{i_f} = \frac{N_f \cdot N_a \cdot l \cdot D}{\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{K^s_{2n+1}}{2n+1} \left\{ \sum_{h=0}^{\infty} P_{2h} (-1)^h \cdot \frac{K^s_{2h+2n+1}}{2h+2n+1} \cos(2n+1)\theta \right. \\ \left. + P'^s_{2h} (-1)^h \cdot \frac{K^s_{2h+2n+1}}{2h+2n+1} \cdot \cos((2n+1)\theta - \delta_{2h}^f) \right\} \quad (2.47.)$$

Et finalement, le cas général, nous aurons  $M_{af} \neq M_{fa}$ .

Pour exprimer les mutuelles  $f$ - $b$  et  $f$ - $c$ , des relations similaires seront facilement déduites en substituant dans la relation générale (2.22)  $\theta_a = 2\pi, \theta_b = -\theta + \frac{2\pi}{3}$  pour  $M_{fb}$ , et  $\theta_a = 2\pi, \theta_b = -\theta + \frac{4\pi}{3}$  pour  $M_{fc}$ .

Le couplage entre les circuits rotoriques des amortisseurs de l'axe direct  $-d$  et les bobines des phases  $a, b$  et  $c$  est obtenu par l'expression suivante:

$$M_{D_{ia}} = \frac{\phi_{D_{i1}}}{i_a} = \frac{N_{D_{i1}} \cdot N_a \cdot l \cdot D}{\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{K_{2n+1}^s}{2n+1} \left\{ \sum_{h=0}^{\infty} P_{2h} (-1)^h \cdot \frac{K_{2h+2n+1}^{D_{i1}}}{2h+2n+1} \cos(2n+1)\theta \right. \\ \left. + P_{2h}^a (-1)^h \cdot \frac{K_{2h+2n+1}^{D_{i1}}}{2h+2n+1} \cdot \cos((2n+1)\theta - \delta_{2h}^a) \right\}, \quad i=1, \dots, nd \quad (2.48.)$$

Il est inutile de citer et justifier, encore une fois, que l'expression de  $M_{aD_{i1}}$  sera différente de celle de  $M_{D_{ia}}$ . D'une manière similaire, on obtient les relations pour  $M_{D_{ib}}, M_{bD_{i1}}, M_{D_{ic}}$ , et  $M_{cD_{i1}}$ .

Le couplage entre les circuits rotoriques des amortisseurs de l'axe transversal  $-q$  et les phases  $a, b$ , et  $c$  est obtenu par,

$$M_{Q_{ia}} = \frac{\phi_{Q_{i1}}}{i_a} = \frac{N_{Q_{i1}} \cdot N_a \cdot l \cdot D}{\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{K_{2n+1}^s}{2n+1} \left\{ \sum_{h=0}^{\infty} P_{2h} (-1)^h \cdot \frac{K_{2h+2n+1}^{Q_{i1}}}{2h+2n+1} \cos((2h+2n+1)\frac{\pi}{2} + (2n+1)\theta) \right. \\ \left. + P_{2h}^a (-1)^h \cdot \frac{K_{2h+2n+1}^{Q_{i1}}}{2h+2n+1} \cdot \cos((2h+2n+1)\frac{\pi}{2} - (2n+1)\theta - \delta_{2h}^a) \right\}, \quad j=1, \dots, nq \quad (2.49.)$$

Il est inutile de citer, encore une fois que l'expression de  $M_{aQ_{i1}}$  sera différente de celle de  $M_{Q_{ia}}$ . D'une façon similaire, on obtient les relations pour  $M_{Q_{ib}}, M_{bQ_{i1}}, M_{Q_{ic}}$ , et  $M_{cQ_{i1}}$ .

### 2.4.6 Matrice des flux magnétiques

Connaissant toutes les expressions des inductances propres et mutuelles, on peut écrire la matrice des flux de la machine synchrone saturée comme:

$$\bar{\Phi} = \mathbf{L} \cdot \bar{\mathbf{i}} \Rightarrow \begin{pmatrix} \phi_a \\ \phi_b \\ \phi_c \\ \phi_f \\ \phi_{D1} \\ \vdots \\ \phi_{Q1} \\ \vdots \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} L_{aa} & M_{ab} & M_{ac} & M_{af} & M_{aD1} & \dots & M_{aDnd} & M_{aQ1} & \dots & M_{aQnq} \\ M_{ba} & L_{bb} & M_{bc} & M_{bf} & M_{bD1} & & & M_{cQ1} & & \\ M_{ca} & M_{cb} & L_{cc} & M_{cf} & M_{cD1} & & & M_{bQ1} & & \\ M_{fa} & M_{fb} & M_{fc} & L_{ff} & M_{fD1} & & & M_{fQ1} & & \\ M_{D1a} & M_{D1b} & M_{D1c} & M_{D1f} & L_{D1D1} & & & M_{D1Q1} & & \\ \dots & & & & & \dots & & & & \\ M_{Q1a} & M_{Q1b} & M_{Q1c} & M_{Q1f} & M_{Q1D1} & & & L_{Q1Q1} & & \\ \dots & & & & & & & & & \dots & L_{QnqQnq} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_f \\ i_{D1} \\ \vdots \\ i_{Q1} \\ \vdots \end{pmatrix}$$

À ce stade de l'analyse, nous avons simplement exprimé,

- comment intervient l'angle  $\theta$  dans les inductances propres et mutuelles qui dépendent de cet angle et,
- l'effet de la saturation sur les inductances propres et mutuelles.

Il est à noter que la méthode de calcul des inductances et des mutuelles que nous venons d'appliquer à la machine synchrone, utilise pour tous les bobinages, uniquement la courbe de perméance de l'entrefer  $P(x)$  le long de l'induit développé. Le fait de ne tenir compte que de la perméance de l'entrefer, signifie qu'on néglige les flux de fuites.

Généralement, pour remédier à cette situation, les chercheurs s'accordent sur une méthode; on corrige les inductances calculées précédemment en leur ajoutant les inductances de fuites. Ces dernières étant pratiquement indépendantes de l'angle  $\theta$  sont considérées comme constantes [2,11,21,34,54,69,77].

Les limites théoriques d'une telle hypothèse (dans le cas d'une machine saturée) sont traitées dans le chapitre trois à travers notre premier modèle de saturation.

Finalement, l'hypothèse de l'induction radiale ou de la projection radiale des bobinages rotoriques sur la surface du stator ne fausse pas sensiblement les résultats obtenus car les amortisseurs sont très voisins de cette surface; l'inducteur est plus éloigné mais il équivaut à un enroulement diamétral concentré [14].

### 2.4.7 Conclusions sur l'étude de la perméance de l'entrefer d'une machine saturée

L'analyse proposée et les relations qui en découlent, nous permettent de dégager les conclusions suivantes.

- Une façon d'interpréter l'effet de la saturation dans la machine est de considérer une superposition de deux courbes de perméance le long de l'induit. La première est issue de l'analyse traditionnelle linéaire  $P(x)$ , elle ne tient pas compte de la saturation. La deuxième  $P'(x)$  tient compte de la saturation en modifiant l'entrefer effectif. Cette dernière composante est une fonction non linéaire de toutes les valeurs instantanées du vecteur état "courant électrique".
- En se basant sur cette approche, on aboutit à des relations analytiques qui expriment, à chaque instant, les inductances propres et mutuelles pour toutes les bobines qui composent la machine étudiée. On a démontré également qu'a priori, il existe un effet croisé entre les axes  $-d$  et  $-q$ . Ce dernier est hypothéqué par l'apparition de la saturation et par une alimentation simultanée dans les deux axes.
- Les relations obtenues tiennent compte de toutes les harmoniques de la force magnétomotrice des enroulements statoriques. Plus tard, nous utiliserons l'hypothèse simplificatrice usuelle de la répartition sinusoïdale de la force magnétomotrice (paragraphe suivant).
- En examinant de près les relations analytiques de  $P'(x)$  et de  $\delta'(x)$ , nous constatons que deux enjeux quantitatifs sont présents dans la modélisation de la saturation. Le premier est la grandeur individuelle de chacune des composantes du vecteur (l'effet classique de la saturation). Le deuxième est le ratio entre les composantes de chaque axe de la machine. Ce dernier affecte surtout la fonction  $\delta'$  qu'on peut décrire comme une torsion de la courbe de perméance d'un axe saturé  $-i$  suite à une alimentation dans un autre axe  $-j$ .
- Les flux de fuites (partie du flux créée par les enroulements du stator (rotor) n'arrivant pas au rotor (stator) n'ont pas été considérés. On peut corriger les inductances propres par l'ajout d'une constante exprimant l'inductance de fuite. Ceci demeure véridique dans la mesure où le comportement des flux de fuites demeure linéaire. Nous savons que le comportement de ces flux ne demeure pas linéaire dans certains cas<sup>4</sup>. Ce point sera discuté aux chapitres ultérieurs.

---

<sup>4</sup> On a démontré expérimentalement et par le calcul de champ que cette hypothèse demeure valide jusqu'à une limite de courant <5 p.u. [31,60]. Donc pour certains types d'essais (court circuit par exemple), une erreur de modélisation peut se glisser. Nous reviendrons sur ce point dans les chapitres quatre et cinq.

## 2.5. Équations électriques et magnétiques d'une machine synchrone saturée

Nous savons que les phénomènes électriques au niveau de la machine sont dictés par l'équation suivante:

$$v = -\frac{d\phi}{dt} + r \cdot i \quad (2.50.)$$

À ce stade, pour garder la plus grande portée pour le modèle, nous retiendrons les généralités seulement. Pour modéliser le comportement du flux magnétique  $\phi$  associé à une bobine, nous introduisons une fonction flux-courant ( $\phi - i$ ).

Une approche classique (héritée du monde linéaire) consiste à exprimer cette dernière fonction à l'aide d'une constante, c'est-à-dire:

$$\text{flux magnétique} = \text{constante} \times \text{courant électrique.}$$

Nous connaissons très bien les limites théoriques et pratiques d'une telle approche dans le cas de la saturation magnétique [54,58,69,70,77,102]. Néanmoins, pour des raisons de commodité et de convenance, la méthode la plus courante pour modéliser la saturation est de remplacer, tout simplement, l'inductance constante par une qui est variable. Cette dernière sera à son tour fonction du courant électrique.

Pour résumer, si on considère une bobine  $i$  dans une machine, parcourue par un courant  $i_i$  pendant que les autres bobines sont parcourues par des courants  $i_j$ , le flux magnétique sera toujours exprimé avec les termes d'une inductance propre et des mutuelles comme suit,

$$\phi_i = L_{ii}(i_1, \dots, i_i, \dots, i_j, \dots) \cdot i_i + \sum_j M_{ij}(i_1, \dots, i_i, \dots, i_j, \dots) \cdot i_j \quad (2.51.)$$

Cette approche paraît tellement simple qu'elle est séduisante (la grande majorité des chercheurs l'ont utilisée et même aujourd'hui, la grande majorité de normes industrielles sont basées sur cette approche).

Une machine électrique peut être vue comme un ensemble de deux familles de circuits; les circuits statoriques ( $a$ ,  $b$  et  $c$ ) et les circuits rotoriques ( $f$ , amortisseurs). Ces deux groupes de circuits sont couplés magnétiquement et mécaniquement.

En utilisant la **définition** (2.51), on peut écrire les équations électriques comme [3,69,100]:

$$\{v_s\} = \mathbf{R}_s \cdot \{i_s\} + \frac{d}{dt} \{ \mathbf{L}_{ss} \cdot \{i_s\} + \mathbf{M}_{sr} \cdot \{i_r\} \} \quad (2.52.)$$

$$\{v_r\} = \mathbf{R}_r \cdot \{i_r\} + \frac{d}{dt} \{ \mathbf{M}_{rs} \cdot \{i_s\} + \mathbf{L}_{rr} \cdot \{i_r\} \} \quad (2.53.)$$

où les vecteurs tension  $\{v\}$  et courant  $\{i\}$  sont définis comme suit,

$$\{v_s\} = \begin{Bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{Bmatrix}, \{v_r\} = \begin{Bmatrix} v_f \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix}, \{i_s\} = \begin{Bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{Bmatrix}, \{i_r\} = \begin{Bmatrix} i_f \\ i_{D1} \\ \vdots \\ i_{Q1} \\ \vdots \end{Bmatrix}$$

Les termes dissipatifs sont exprimés par les matrices diagonales des résistances<sup>5</sup>,

$$\mathbf{R}_s = \begin{bmatrix} r_s & 0 & 0 \\ 0 & r_s & 0 \\ 0 & 0 & r_s \end{bmatrix}_{3 \times 3}, \mathbf{R}_r = \begin{bmatrix} r_f & & & & \\ & r_{D1} & & & \\ & & \dots & & \\ & & & 0 & \\ & & & & r_{Q1} \\ & & & & & \dots \end{bmatrix}_{(1+nd+nq) \times (1+nd+nq)}$$

Les matrices des inductances propres et mutuelles s'écrivent comme:

$$\mathbf{L}_{ss} = \begin{bmatrix} L_{aa} & M_{ab} & M_{ac} \\ M_{ba} & L_{bb} & M_{bc} \\ M_{ca} & M_{cb} & L_{cc} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{L}_{rr} = \begin{bmatrix} L_{ff} & M_{fD1} & \dots & M_{fQ1} & \dots \\ M_{D1f} & L_{D1D1} & & & \dots \\ & & \dots & & \\ M_{Q1f} & & & L_{Q1Q1} & \\ & & & & \dots \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M}_{sr} = \begin{bmatrix} M_{af} & M_{aD1} & \dots & M_{aQ1} & \dots \\ M_{bf} & M_{bD1} & \dots & M_{bQ1} & \dots \\ M_{cf} & M_{cD1} & \dots & M_{cQ1} & \dots \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M}_n = \begin{bmatrix} M_{fa} & M_{fb} & M_{fc} \\ M_{D1a} & M_{D1b} & M_{D1c} \\ & \dots & \\ M_{Q1a} & M_{Q1b} & M_{Q1c} \\ & \dots & \end{bmatrix}$$

<sup>5</sup> On note que dans le cas d'une machine équilibrée (sans défaut de bobinage), on a :  $r_a = r_b = r_c = r_s$

On rappelle au lecteur que dans le cas général (non linéaire), les termes des inductances propres et mutuelles ne sont pas des constantes, mais plutôt fonction de l'ensemble des courants et de la position spatiale du rotor  $\theta$  exprimée en degré.

Un autre point important à mentionner est qu'à priori, les dernières matrices ne sont pas nécessairement symétriques ( $\mathbf{M}_{sr} \neq \mathbf{M}_{rs}^T$ ). Les conclusions du paragraphe précédent le démontrent clairement.

Dans le but de simplifier la modélisation de la machine électrique, la transformée de *Park* est utilisée pour ramener les grandeurs statoriques vers un repère fixé sur le rotor en utilisant une matrice de transformation  $\mathbf{P}$  [3,53,69].

$$\begin{aligned} \{v_s\} &\rightarrow \mathbf{P} \cdot \{v_p\} \\ \{i_s\} &\rightarrow \mathbf{P} \cdot \{i_p\} \end{aligned} \quad (2.54.)$$

L'équation des circuits du stator peut s'écrire comme:

$$\mathbf{P} \cdot \{v_p\} = \mathbf{R}_s \cdot \mathbf{P} \cdot \{i_p\} + \frac{d}{dt} \{ \mathbf{L}_{ss} \cdot \mathbf{P} \cdot \{i_p\} + \mathbf{M}_{sr} \cdot \{i_r\} \} \quad (2.55.)$$

En multipliant tous ces termes par la matrice de transformation inverse  $\mathbf{P}^{-1}$ , l'équation (2.52) devient:

$$\{v_p\} = \mathbf{P}^{-1} \cdot \mathbf{R}_s \cdot \mathbf{P} \cdot \{i_p\} + \mathbf{P}^{-1} \cdot \frac{d}{dt} \{ \mathbf{L}_{ss} \cdot \mathbf{P} \cdot \{i_p\} + \mathbf{M}_{sr} \cdot \{i_r\} \} \quad (2.56.)$$

$$\{v_r\} = \mathbf{R}_r \cdot \{i_r\} + \frac{d}{dt} \{ \mathbf{M}_{rs} \cdot \{i_s\} + \mathbf{L}_{rr} \cdot \{i_r\} \} \quad (2.57.)$$

En tenant compte que les matrices des résistances contiennent uniquement des termes constants, (cette hypothèse est largement justifiable pour un régime thermique quasi constant), on peut réécrire sous forme explicite l'ensemble des deux dernières équations:

$$\begin{aligned} \{v_p\} &= \mathbf{P}^{-1} \cdot \mathbf{R}_s \cdot \mathbf{P} \cdot \{i_p\} + \mathbf{P}^{-1} \cdot \frac{d\mathbf{L}_{ss}}{dt} \cdot \mathbf{P} \cdot \{i_p\} + \mathbf{P}^{-1} \cdot \mathbf{L}_{ss} \cdot \frac{d\mathbf{P}}{d\theta} \cdot \omega \cdot \{i_p\} + \mathbf{P}^{-1} \cdot \mathbf{L}_{ss} \cdot \mathbf{P} \cdot \frac{di_p}{dt} \\ &\quad + \mathbf{P}^{-1} \cdot \frac{d\mathbf{M}_{sr}}{dt} \cdot \{i_r\} + \mathbf{P}^{-1} \cdot \mathbf{M}_{sr} \cdot \frac{di_r}{dt} \end{aligned} \quad (2.58.)$$

$$\begin{aligned} \{v_r\} &= \mathbf{R}_r \cdot \{i_r\} + \frac{d\mathbf{M}_{rs}}{dt} \cdot \mathbf{P} \cdot \{i_p\} + \mathbf{M}_{rs} \cdot \frac{d\mathbf{P}}{d\theta} \cdot \omega \cdot \{i_p\} + \mathbf{M}_{rs} \cdot \mathbf{P} \cdot \frac{di_p}{dt} \\ &\quad + \frac{d\mathbf{L}_{rr}}{dt} \cdot \{i_r\} + \mathbf{L}_{rr} \cdot \frac{di_r}{dt} \end{aligned} \quad (2.59.)$$

À partir des équations (2.58) et (2.59), et en considérant que dans le cas non linéaire, nous avons.

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \theta} \cdot \omega + \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial i_a} \cdot \frac{di_a}{dt} + \dots \quad (2.60.)$$

Si nous décomposons le système d'équations précédent en produits plus simples en utilisant dans notre formalisme l'opérateur différentiel  $p$ , et en posant:

$$L_d = L_o - M_o + \frac{3}{2}L_2 \quad ; \quad L_q = L_o - M_o - \frac{3}{2}L_2 \quad ; \quad L_o = L_o + 2M_o$$

$$M_d = \sqrt{\frac{3}{2}}M_{fs} \quad ; \quad M_q = \sqrt{\frac{3}{2}}M_{fs_2} \quad ; \quad M_{fD} = M_f$$

nous arrivons à la forme des équations électriques d'une machine (2.61) dans un repère tournant avec la vitesse synchrone.

Pour tous les détails du développement mathématique du système d'équations, nous référons le lecteur aux excellents ouvrages académiques [3,54,58,69]. Néanmoins, si on réécrit le système en accordant une attention spéciale au fait que les matrices  $\mathbf{L}$  ne sont pas symétriques, on aura:

$$\begin{pmatrix} v_o \\ v_d \\ v_q \\ v_f \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \end{pmatrix} = [p\mathbf{L} + \omega\mathbf{G} + \mathbf{R}] \cdot \begin{pmatrix} i_o \\ i_d \\ i_q \\ i_f \\ i_{D1} \\ \vdots \\ i_{Q1} \\ \vdots \end{pmatrix} + \left[ \frac{\partial L}{\partial i_{p,r}} \times i_{p,r} \right]_{(4-nd+nq) \times 1} \quad (2.61.)$$

L'examen attentif de l'équation (2.61) nous signale qu'elle diffère des relations classiques obtenues, par des termes qui, malheureusement, ne sont pas souvent rencontrés dans la littérature spécialisée. Il s'agit d'expressions mathématiques qui ont les deux caractéristiques suivantes:

- elle sont croisées (indices  $p, r$ );
- les termes de pentes locales, et non de ratio, de la fonction  $L=L(i_1, i_2, \dots)$  y apparaissent.

La conclusion de cette démarche *théorique* sera très simple à formuler: n'importe quel modèle de circuit (basé sur la représentation du repère orthogonal  $d-q$ ), doit être capable d'une manière ou d'une autre, d'exprimer les termes croisés de l'équation (2.61).

La brève présentation faite ici du développement précédent ne se veut ni complète, ni rigoureuse; elle veut surtout montrer que malgré les avantages indéniables de la transformée de *Park* (commodité, simplicité, sens physique, etc.), le deuxième terme de l'équation (2.61) est là pour nous rappeler les deux points suivants:

- Nous avons déjà des hypothèses simplificatrices derrière nous. Notre modèle de saturation (en utilisant uniquement le premier terme de la partie droite de l'équation (2.61), s'éloigne déjà de l'exactitude physique.
- Malgré ceci, il faut s'attendre à ce que la saturation crée des termes **croisés**. Donc, à priori, on s'attend à ce qu'un bon modèle de saturation, appliqué sur les matrices **L** et **G** dans le repère  $d$ - $q$ , doive générer des expressions de flux croisé.

## 2.6. Les circuits équivalents généralisés

L'obtention de la transformation de *Park* à partir de la décomposition des forces magnétomotrices conduit à interpréter cette transformation comme la substitution, aux enroulements de phases du stator dont les conducteurs et les axes magnétiques sont immobiles par rapport au stator, de deux enroulements  $-d$  et  $-q$ , dont les axes magnétiques sont solidaires du rotor et tournent avec lui.

Dans le but de maintenir le cas le plus général, le nombre d'amortisseurs et par ce fait, l'ordre du système est laissé arbitraire [44,47,48]<sup>6</sup>.

Pratiquement, on peut considérer la machine électrique comme un système dynamique composé de deux réseaux électriques caractérisant l'axe direct  $-d$  et l'axe quadrilatéral  $-q$ . Celui de l'axe  $-d$  est quadripolaire tandis que celui de l'axe  $-q$  est bipolaire (voir figure ci-dessous).

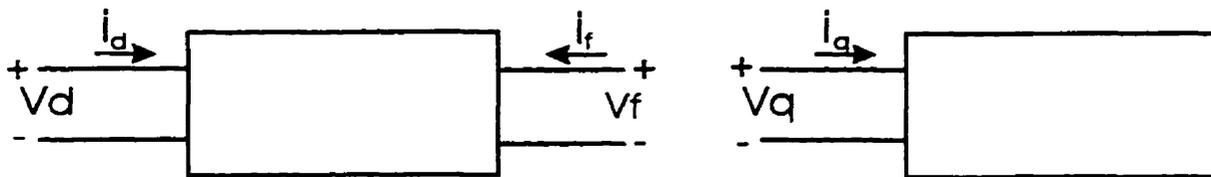


Figure 2. 2 Représentation des circuits de la machine synchrone

Nous assumons que les réseaux électriques peuvent être modélisés par des circuits constitués d'une part, d'éléments linéaires (résistances et inductances) et d'autre part, d'éléments non linéaires (inductances variables). Ces derniers seront fonctions de l'état magnétique de la machine et ont pour but de tenir compte des phénomènes non linéaires dus à la saturation.

Les circuits électriques équivalents qui représentent la machine sont illustrés à la figure 2.3. On suppose que le rotor est formé de plusieurs enroulements couplés. Chacun de ces enroulements est décrit par sa résistance, en série avec son inductance et par une mutuelle entre lui et les autres enroulements.

<sup>6</sup> Pratiquement, le nombre d'enroulements rotoriques excède rarement trois par axe dans le cas des turbo-générateurs et deux par axe dans le cas des machines hydrauliques.

Ce genre de structures semble établir un consensus parmi les chercheurs [11,47,83]. Ils présentent à la fois une continuité entre les anciens modèles déjà utilisés et une description plus précise et plus réaliste pour des machines à rotor complexe.

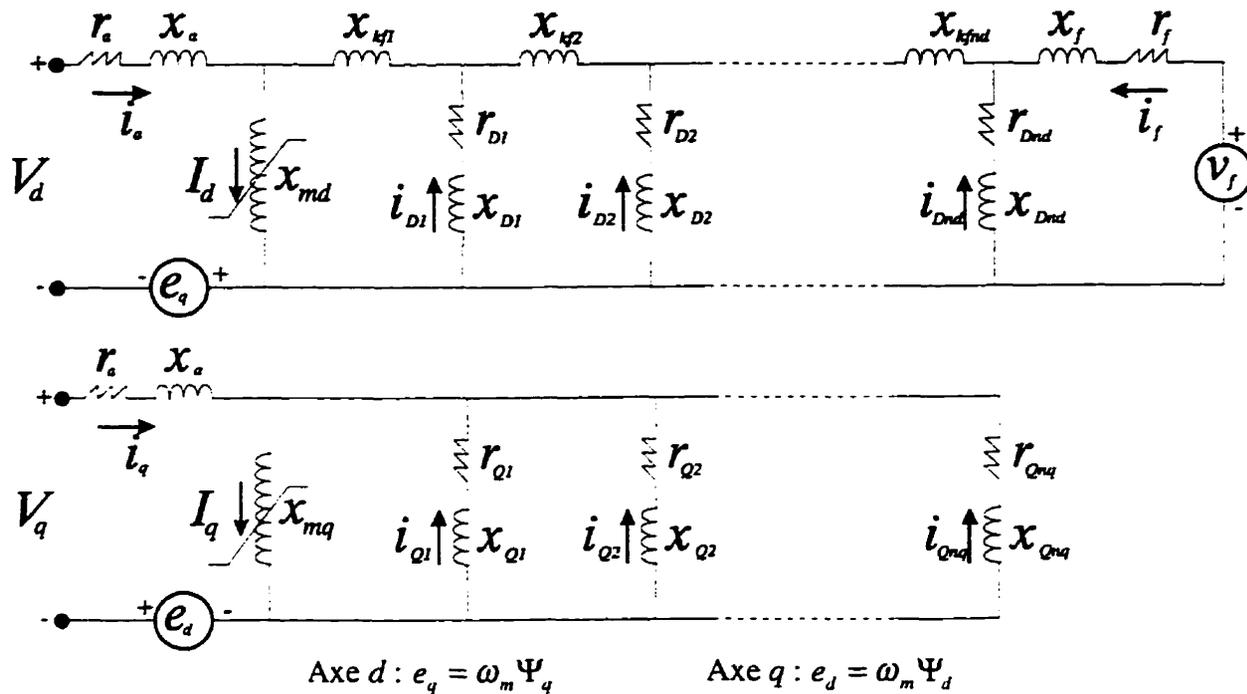


Figure 2. 3 Circuit équivalent généralisé de la machine synchrone

Dans l'axe  $-d$ , il existe un seul enroulement d'excitation et les autres sont constitués par  $nd$  circuits amortisseurs (chaque circuit est composé d'une inductance en série avec la résistance propre de l'amortisseur). Dans l'axe  $-q$ , seuls sont présents les  $nq$  enroulements amortisseurs associés à cet axe.

Même si, fondamentalement, le modèle de circuits n'est valide que dans les fonctionnements où l'on peut considérer que la machine est faiblement perturbée autour d'un point de fonctionnement, nous admettons le principe voulant que pour inclure l'effet de la saturation dans le modèle des circuits il suffit de saturer certaines réactances.

En général, les réactances de fuites du rotor et du stator sont gardées constantes puisqu'elles sont parcourues en grande partie dans l'air. Par contre, les réactances magnétisantes ( $x_{md}$  et  $x_{mq}$ ) dans chaque axe seront modifiées. Les chapitres trois et quatre se penchent sur la question.

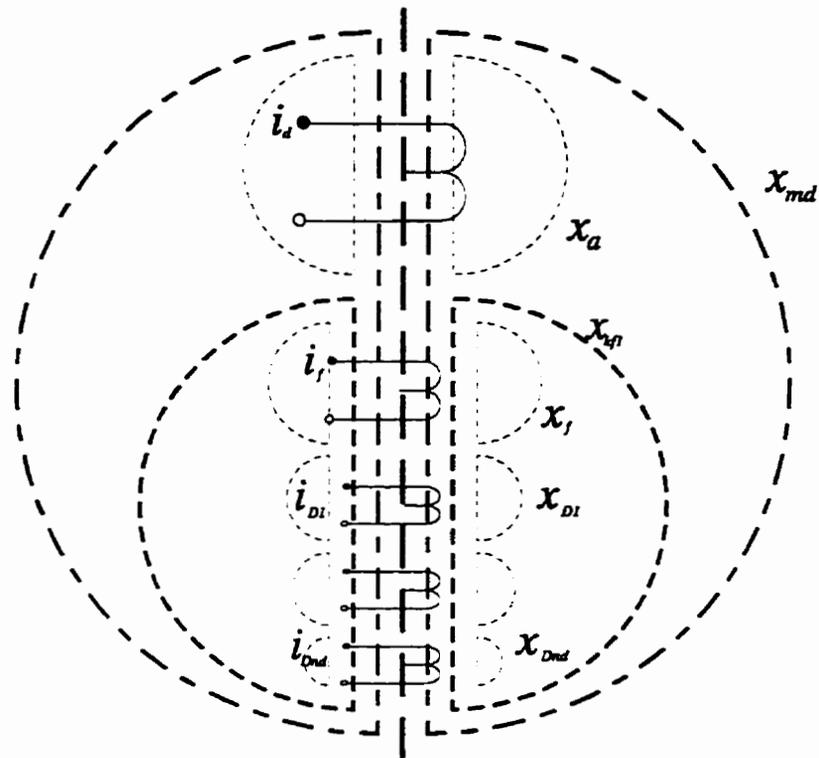


Figure 2. 4 Représentation des flux dans l'axe direct

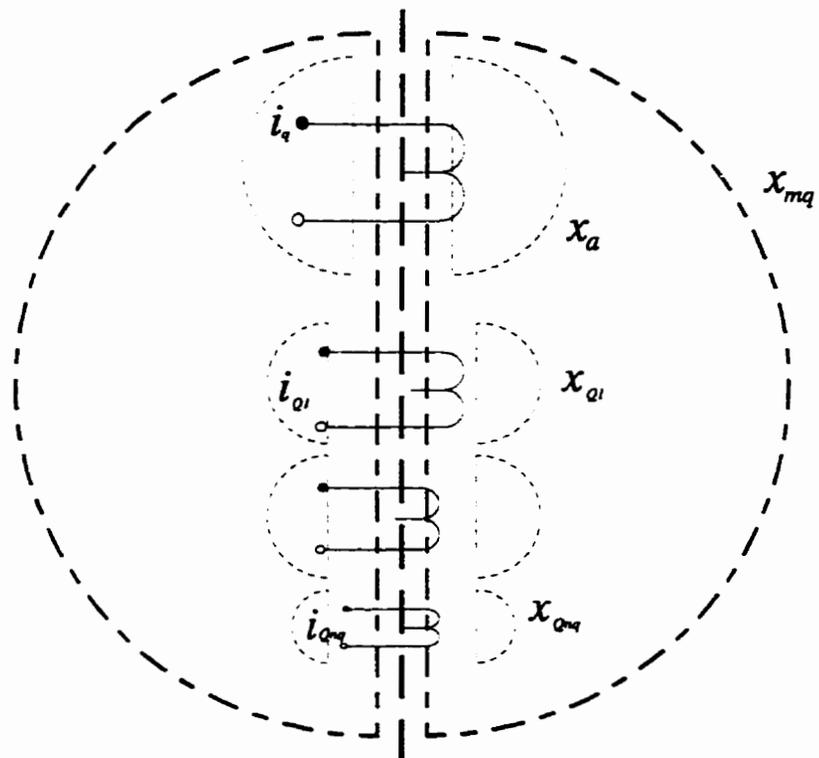


Figure 2. 5 Représentation des flux dans l'axe transversal

Les équations électriques rattachées à la figure précédente sont:

$$v_d = r_d i_d + \frac{1}{\omega_n} \frac{d\Psi_d}{dt} - \omega_m \Psi_q \quad (2. 62.)$$

$$v_q = r_a i_q + \frac{1}{\omega_n} \frac{d\Psi_q}{dt} + \omega_m \Psi_d \quad (2. 63.)$$

$$v_f = r_f i_f + \frac{1}{\omega_n} \frac{d\Psi_f}{dt} \quad (2. 64.)$$

$$v_{Dl} = r_{Dl} i_{Dl} + \frac{1}{\omega_n} \frac{d\Psi_{Dl}}{dt}, \quad l = 1, \dots, n_d \quad (2. 65.)$$

$$v_{Ql} = r_{Ql} i_{Ql} + \frac{1}{\omega_n} \frac{d\Psi_{Ql}}{dt}, \quad l = 1, \dots, n_q \quad (2. 66.)$$

Où,  $\omega_n$  présente la pulsation nominale [rad/sec],  
 $\omega_m$  présente la vitesse mécanique de rotation [p.u.]

Les équations des flux magnétiques, dans une première approche qui se veut générale, peuvent être exprimées en fonction de tous les courants,

$$\Psi_d = x_{dd} i_d + x_{df} i_f + x_{dD1} i_{D1} + \dots + x_{dDnd} i_{Dnd} \quad (2. 67.)$$

$$\Psi_f = x_{fd} i_d + x_{ff} i_f + x_{fD1} i_{D1} + \dots + x_{fDnd} i_{Dnd} \quad (2. 68.)$$

$$\Psi_{Dj} = x_{Djd} i_d + x_{Djf} i_f + x_{DjD1} i_{D1} + \dots + x_{DjDnd} i_{Dnd} \quad (2. 69.)$$

$$\Psi_q = x_{qq} i_q + x_{qQ1} i_{Q1} + \dots + x_{qQnq} i_{Qnq} \quad (2. 70.)$$

$$\Psi_{Ql} = x_{Qlq} i_q + x_{QlQ1} i_{Q1} + \dots + x_{QlQnq} i_{Qnq} \quad (2. 71.)$$

Les mutuelles  $x_{ij}$  sont définies comme [47,48]:

$$x_{dd} = x_{md} + x_a = x_d$$

$$x_{ff} = x_{md} + x_f + \sum_{i=1}^{nd} x_{kfi}$$

$$x_{DjDj} = x_{md} + \sum_{i=1}^j x_{kfi}, \quad j = 1, \dots, nd$$

$$x_{df} = x_{fd} = x_{md}$$

$$x_{dD_j} = x_{D_jd} = x_{md}, \quad j = 1, \dots, nd$$

$$x_{jD_j} = x_{D_jj} = x_{D_jD_j} - x_{D_j}, \quad j = 1, \dots, nd$$

$$x_{D_kD_j} = x_{D_jD_k} = x_{D_jD_j} - x_{D_j}, \quad j, k = 1, \dots, nd$$

$$x_{qf} = x_a + x_{mq} = x_q$$

$$x_{Q_jQ_j} = x_{Q_j} + x_{mq}, \quad j = 1, \dots, nq$$

$$x_{qQ_j} = x_{Q_jq} = x_{mq}, \quad j = 1, \dots, nq$$

$$x_{Q_kQ_j} = x_{Q_jQ_k} = x_{mq}, \quad j, k = 1, \dots, nq$$

Dans une machine saturée, la relation entre le flux et les courants (qui sont choisis comme variables d'état du système) n'est plus linéaire du type  $\Psi = x.i$  ( $x$  est une constante), mais sera présentée par une fonction généralisée du type  $\Psi = \Psi(i_1, i_2, \dots)$  [102]. Pour établir ces relations, quelques hypothèses seront nécessaires.

Le flux total est composé de deux parties. La première est le flux de fuite, qu'on suppose linéaire (c'est-à-dire, qui est le résultat d'une combinaison linéaire d'un certain courant dans le circuit électrique équivalent). La deuxième est un flux magnétisant sujet au phénomène de la saturation (flux principal ou flux mutuel) commun pour le circuit d'un axe donné [2,7,8,21,33,68,77]. Les limitations théoriques et pratiques sont discutées dans le chapitre suivant.

Néanmoins, nous considérons que le flux magnétisant, propre à chaque axe, est fonction de deux courants magnétisants  $I_d$  et  $I_q$  que nous définissons comme la somme des forces magnétomotrices totales dans chacun des axes.

$$I_d = i_d + i_f + \sum_{l=1}^{l=nd} i_{D_l} \quad (2.72.)$$

$$I_q = i_q + \sum_{l=1}^{l=nq} i_{Q_l} \quad (2.73.)$$

Donc, nous considérons les mutuelles  $x_a, x_{kf}, x_{D_j}$  et  $x_{Q_j}$  comme des constantes et seuls les flux magnétisants  $\phi_d$  et  $\phi_q$  subissent le phénomène de la saturation [18,21,34,65,81,95,100,102,103].

Si on regroupe les termes qui composent les flux (équations 2.67-2.71) pour mettre en évidence les termes du flux magnétisant, on obtient les équations des flux magnétiques.

$$\Psi_d = x_a i_d + x_{md} I_d \quad (2.74.)$$

$$\Psi_q = x_a i_q + x_{mq} I_q \quad (2.75.)$$

$$\Psi_f = (x_f + x_{kf}) \cdot i_f + \sum_{l=1}^{l=nd} (x_{kf} - x_{Dl}) i_{Dl} + x_{md} I_d \quad (2.76.)$$

$$\Psi_{Dj} = x_{Dj} i_{Dj} + (x_{kf} - x_{Dj}) i_f + \sum_{l=1}^{l=nd} (x_{kf} - x_{Dl}) i_{Dl} + x_{md} I_d \quad (2.77.)$$

$$\Psi_{Ql} = x_{Ql} i_{Ql} + x_{mq} I_q \quad (2.78.)$$

où,

$$x_{kf} = \sum_{i=1}^{nd} x_{kfi}.$$

Les dernières équations peuvent être remplacées selon les hypothèses mentionnées précédemment, dans le cas d'une machine saturée, par les relations non linéaires suivantes.

$$\Psi_d = x_a i_d + \phi_d(I_d, I_q) \quad (2.79.)$$

$$\Psi_q = x_a i_q + \phi_q(I_d, I_q) \quad (2.80.)$$

$$\Psi_f = (x_f + x_{kf}) \cdot i_f + \sum_{l=1}^{l=nd} (x_{kf} - x_{Dl}) i_{Dl} + \phi_d(I_d, I_q) \quad (2.81.)$$

$$\Psi_{Dj} = x_{Dj} i_{Dj} + (x_{kf} - x_{Dj}) i_f + \sum_{l=1}^{l=nd} (x_{kf} - x_{Dl}) i_{Dl} + \phi_d(I_d, I_q) \quad (2.82.)$$

$$\Psi_{Ql} = x_{Ql} i_{Ql} + \phi_q(I_d, I_q) \quad (2.83.)$$

En substituant les équations précédentes dans l'équation (2.61), on obtient une représentation matricielle des phénomènes électriques et magnétiques de la machine synchrone.

Pour décrire les transitoires électromagnétiques, il est indispensable de joindre à l'équation (2.61), l'équation de la quantité de mouvement.

#### Remarque 2.4

Bien que le concept d'impédances opérationnelles soit justifié par un ensemble de points [48] et joue un rôle crucial dans la modélisation linéaire d'une machine synchrone, son utilité, dans une approche non linéaire, est sensiblement moindre.

En effet, pour la mise en œuvre numérique du modèle, un seul moyen nous est possible. L'ensemble des équations électriques - magnétiques - mécaniques est ramené à un système différentiel ordinaire du premier ordre. Une simulation du comportement de ce dernier sera obtenue par un algorithme d'intégration numérique du type de *Runge-Kutta* ou *Gear*.

C'est pour cette raison que nous nous sommes limités à utiliser le formalisme général d'un système d'équations différentielles et non à exprimer le système par ses constantes de temps car ces dernières ne sont plus constantes.

## 2.7. Conclusion du chapitre 2

Les développements mathématiques élaborés dans le chapitre deux sont, à défaut d'être originaux, impératifs à tout modèle de saturation valable et cohérent. À partir des équations fondamentales, et en retenant le minimum d'hypothèses simplificatrices, nous avons refait le cheminement analytique dans le but d'aboutir à un modèle de circuits équivalents généralisés susceptible d'être potentiellement convenable pour introduire la saturation magnétique.

Pratiquement, nous avons démontré les points suivants:

- La saturation croisée est bel et bien un phénomène inhérent à la physique fondamentale de la machine. Donc il ne s'agit pas d'une construction ou d'un artifice mathématique, comme certaines recherches proposaient, mais d'un phénomène réel.
- Nous avons démontré également, que ce dernier phénomène est hypothéqué par deux contraintes. La première est l'apparition de la saturation. Autrement dit, il n'y a pas de phénomène croisé pour un régime de fonctionnement qui se situe dans la tranche linéaire du fonctionnement de la machine.  
La deuxième contrainte est la nécessité d'une alimentation croisée pour engendrer le flux croisé. Une simple alimentation dans un axe n'engendre pas l'effet croisé.
- L'étude de la fonction de perméance nous a indiqué que la saturation croisée est un phénomène qui est, à priori, non symétrique. En d'autres termes, les flux  $\phi_{ij}$  et  $\phi_{ji}$  ne sont pas nécessairement égaux lorsque la machine est dans un régime saturé.
- Une brève présentation de la transformée de *Park* nous a permis de démontrer que le modèle de circuits obtenu dans le repère *d-q*, contient aussi des termes croisés, et que ces derniers gardent les mêmes caractéristiques (absence de symétrie, domaine saturé et alimentation croisée) qu'un modèle dans le repère *abc*.  
Nous concluons que nos modèles de saturation que nous allons développer dans les chapitres suivants doivent, d'une manière ou d'une autre, traduire ce phénomène.
- Finalement, il ne faut pas oublier qu'à la fin du chapitre deux, nous avons déjà,
  1. considéré une distribution sinusoïdale de la force magnétomotrice;
  2. négligé les effets d'hystérésis;
  3. considéré que le nombre arbitraire d'amortisseurs dans les circuits est capable de tenir compte des autres effets (courant de *Foucault*, effet pelliculaire,...).

# CHAPITRE 3

## MODÈLE DE SATURATION À SAILLANCE VARIABLE

Le chapitre trois est consacré à la présentation de notre premier modèle de saturation original. Le fondement théorique de ce modèle se résume par une idée relativement simple; un changement des variables de la machine synchrone à pôles saillants est utilisé moyennant une matrice de transformation. Cette dernière est déterminée essentiellement, par le rapport entre l'inductance magnétisante de l'axe direct  $-d$  et celle de l'axe quadratique  $-q$ . Ce dernier rapport définit ce que nous appelons la saillance magnétique de la machine.

En quelques sortes, cette transformée amène la machine réelle vers une machine fictive dont les pôles sont parfaitement lisses, et où les modèles de saturation simple peuvent être employés. Le retour vers la machine réelle s'effectue par une transformation inverse.

Partant de cette idée de transformation non linéaire des variables "flux-courants", le modèle proposé n'est rien d'autre qu'une extension de certains principes déjà utilisés dans le cas des turboalternateurs vers un cas général.

### 3.1. Définition de la *saillance* d'une machine

Même si la définition géométrique de la saillance d'une machine semble claire [3,19,40,53] et exempte de toute ambiguïté, les chercheurs ne s'accordent pas sur une définition mathématique rigoureuse et unique! Toutefois, un certain consensus semble se dégager: la saillance d'une machine doit exprimer la différence du comportement magnétique entre l'axe direct  $-d$  et l'axe transversal  $-q$ . Cette quantité peut être exprimée par un certain ratio des flux ou des inductances. Certains auteurs [18,19] utilisent la fonction  $x_d/x_q$  d'autres [55]  $x_{md}/x_{mq}$  ou encore [53]  $\sqrt{x_{md}/x_{mq}}$ . Une de ces formes, ou toute autre forme dérivée de ces dernières peut refléter facilement le comportement de la "*saillance*".

À titre indicatif, nous traçons dans la figure 3.1 un schéma simple ayant pour but d'illustrer le comportement de la fonction "*saillance*". Sur l'axe horizontal, nous avons choisi la fonction  $\sqrt{x_{md}/x_{mq}}$ . Ce dernier choix, qui est arbitraire a priori, est dicté, dans notre cas, uniquement dans le but de simplifier l'analyse mathématique ultérieure. Prendre toute autre forme du ratio  $d-q$  n'affecte en rien les appuis théoriques de notre méthode.

La figure 3.1 montre qu'une machine parfaitement lisse (turboalternateur) est caractérisée par une symétrie (géométrique et magnétique) parfaite entre l'axe direct  $-d$  et l'axe transversal  $-q$ . Par contre, une machine qui est extrêmement saillante aura une inductance directe beaucoup plus grande que celle de l'axe transversal. Généralement, la majorité des machines industrielles se situe entre ces deux bornes<sup>1</sup>.

<sup>1</sup>On note qu'il peut y avoir dans certaines machines comme les machines à aimants permanents par exemple, une inductance transversale plus grande que celle de l'axe direct. Dans ce cas, les définitions, les concepts et les relations mathématiques s'appliquent sans aucune restriction.

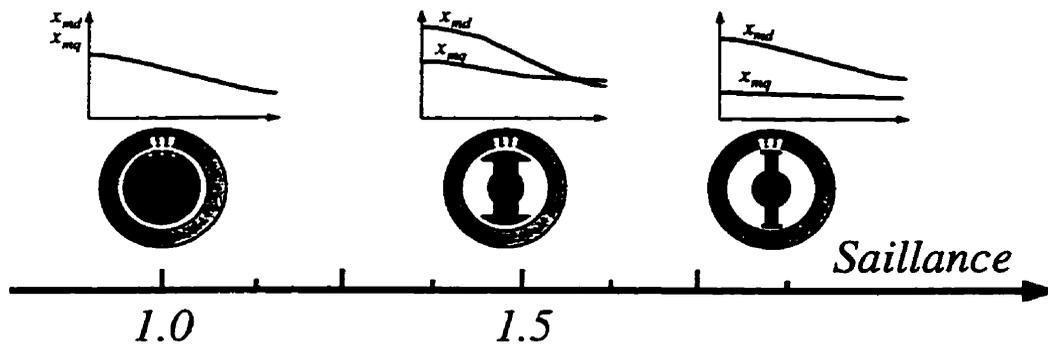


Figure 3.1 Illustration de l'effet de la saillance sur les différents types de machines synchrones (pôles lisses et pôles saillants)

Pour résumer, nous citons que la “*saillance*” est fonction de l'état magnétique de la machine, en d'autres termes, elle est directement affectée par les changements des inductances dus à la saturation, donc elle est fonction des forces magnétomotrices. Plus spécifiquement, ces dernières sont les courants de magnétisation  $I_d$  et  $I_q$  définis dans le chapitre précédent (voir équations 3.72 et 3.73).

Cette dernière observation nous signale que la “*saillance*” sera représentée, dans un cadre d'hypothèses simplificatrices minimales, par une surface dans un espace à trois dimensions ( $\mathcal{R}^2 \rightarrow \mathcal{R}$ :  $saillance = f(I_d, I_q)$ ).

Cette surface continue doit épouser une sorte de plateau constant et égal à 1 pour les faibles courants (absence de saturation) et que, finalement, sa caractéristique dépend directement de la morphologie du rotor de la machine étudiée.

## 3.2. Les flux de fuites

Il convient peut-être de souligner ici notre attitude générale face à l'incorporation du comportement des flux de fuite dans un modèle de saturation. Les conclusions seront applicables sur le modèle à saillance variable présenté dans le chapitre courant ainsi qu'au modèle des flux superposés qui sera présenté dans le chapitre suivant (chapitre 4).

Il sera utile de rappeler ce que nous désignons par “flux de fuite”, car un regard rapide sur la structure des circuits équivalents<sup>2</sup> nous indique qu'il existe **plusieurs** réactances de fuites (propres et communes) [48,55].

Un flux de fuites entre une bobine  $A$  et une autre  $B$  sera tout simplement la partie de flux que  $A$  émet et que  $B$  ne reçoit pas. Dans le cas d'une machine, deux composantes principales sont présentes.

<sup>2</sup> La disposition des éléments de chaque circuit équivalent a été choisie selon certaines réalités physiques, mais aussi pour tenir compte d'autres effets (effet de peau et effet de la fréquence) en ajoutant plusieurs branches L-R. Cette démarche est si pratique et si bien établie dans la littérature et dans les mœurs des chercheurs, qu'on ne se hasarderait pas à la critiquer. Toutefois, comme nous verrons dans le chapitre neuf, il se peut que certains éloignements de la réalité physique dans une approche “boîte-noire” nous posent certains problèmes.

- **La réactance de fuite du stator  $x_a$**

Elle présente la partie des flux qui fuient le fer du rotor et se renferment dans le stator [39,53]. Leur parcours est composé du fer des têtes des pôles du stator et de l'air qui remplit l'entrefer. Pour fixer les idées, dans la majorité des cas, la valeur de cette réactance est d'environ 10% à 15% de la valeur de  $x_{md}$ .

- **Les mutuelles rotoriques de fuite  $x_{kf}$**

Mieux connues dans la littérature spécialisée par réactances de *Canay* [11], elles présentent les flux de fuite stator/rotor dans l'axe  $-d$ . Dans un cas général, il existe autant de mutuelles que de branches d'amortisseurs [47,48].

Quand la machine n'est pas saturée, le flux de fuite « statorique » peut être choisi facilement. Les valeurs les plus populaires sont:

- la valeur fournie par le fabricant;
- l'inductance mesurée avec un rotor enlevé;
- l'inductance classique de *Potier* (triangle de *Potier*) [41].

Dans notre modèle, nous considérons, dans un premier temps, que le comportement des flux de fuite demeure linéaire. Ceci implique que dans un régime où l'état magnétique de la machine est sujet aux phénomènes de la saturation, les flux de fuite continuent à s'accroître d'une façon linéairement proportionnelle. Les flux magnétisants, par contre, augmenteront de moins en moins vite au fur et à mesure que la force magnétomotrice augmente [31].

Nous savons très bien que ceci est une hypothèse simplificatrice. Plusieurs chercheurs se sont attardés à la question. Citons les travaux de *Kabir et al* [60] et ceux de *Floren et al* [31].

Il est établi par ces chercheurs que le comportement des flux de fuite (selon la définition mentionnée ci-dessus) peut devenir non linéaire quand la machine est soumise à de très grandes valeurs de courant ( $> 6$  p.u.). *Kabir et al* [60] a même démontré que ceci peut influencer les régimes subtransitoires.

Toutefois, et en dépit de ce qui vient d'être dit, incorporer un tel phénomène dans un algorithme de simulation ne semble pas toujours justifié, encore plus dans le cas d'une démarche d'identification. Néanmoins, nous présentons à la fin de la description de chaque modèle une procédure pour incorporer ce phénomène.

Pour plus de détails sur ce sujet, nous référons le lecteur à [95,96].

### 3.3. Modèle de saturation pour une machine à pôles lisses

Dans le cas d'une machine synchrone à pôles lisses parfaite (turboalternateur), la force magnétomotrice et le flux magnétique seront alignés en phase (la distribution du flux dans l'entrefer est déterminée particulièrement par celle de la force magnétomotrice), et la relation entre le flux magnétisant total et la force magnétomotrice sera de type non linéaire et caractérisée par une fonction univoque entre ces deux dernières quantités [83].

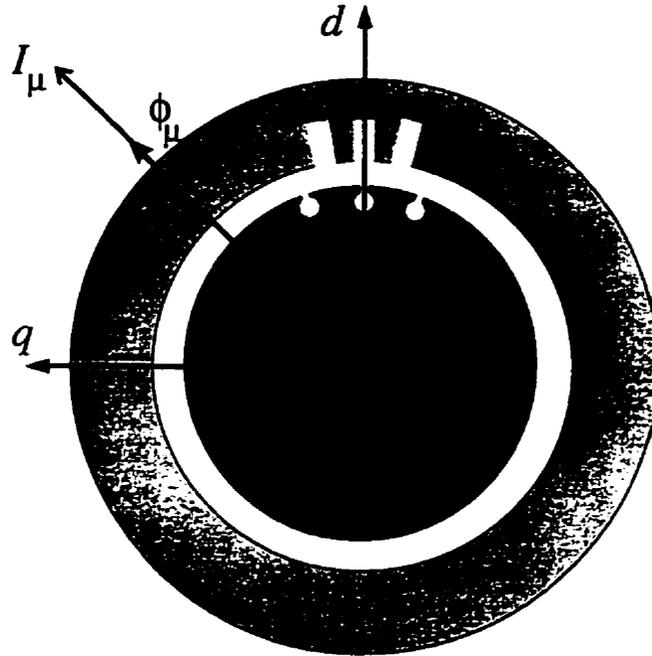


Figure 3.2 Schéma simple d'une machine à pôles lisses

On définit les termes du flux magnétisant total et de la force magnétomotrice par,

$$\phi_{\mu} = \sqrt{\phi_d^2 + \phi_q^2} \quad (3.1.)$$

$$I_{\mu} = \sqrt{I_d^2 + I_q^2} \quad (3.2.)$$

et l'angle  $\beta$  défini entre le vecteur courant et l'axe  $-d$  sera calculé à partir des expressions suivantes:

$$\cos(\beta) = \frac{I_d}{I_{\mu}} \quad ; \quad \sin(\beta) = \frac{I_q}{I_{\mu}} \quad (3.3.)$$

Donc, on peut écrire les projections du flux total sur les deux axes en utilisant les ratios précédents comme:

$$\phi_d = \frac{\phi_{\mu}}{I_{\mu}} I_d \quad (3.4.)$$

$$\phi_q = \frac{\phi_\mu}{I_\mu} I_q \quad (3.5.)$$

Si on introduit le facteur de saturation  $K_s$ , comme une fonction "poids" ( $0 \leq K_s \leq 1$ ) et la réactance magnétisante non saturée  $x_m^0$  définie comme le ratio de la courbe  $\phi-I$  dans sa partie linéaire ( $K_s = 1$ ),

$$\frac{\phi_\mu}{I_\mu} = x_m^0 \quad (3.6.)$$

on obtient que, pour la partie saturée (non linéaire), le ratio local de la courbe  $\phi-I$  sera défini, tout simplement, comme:

$$\frac{\phi_\mu}{I_\mu} = K_s x_m^0 = K_s(I_\mu) \cdot x_m^0 \quad i = d, q \quad (3.7.)$$

Ceci implique que le flux magnétisant dans chaque axe sera donné par:

$$\phi_i = K_s(I_\mu) \cdot x_m^0 \cdot I_i = x_{mi}^s \cdot I_i \quad i = d, q \quad (3.8.)$$

(<sup>s</sup>): l'exposant  $s$  indique saturé.

L'équation précédente (3.8) est valable pour les deux axes, car pour une telle machine  $x_{md} = x_{mq}$

### Remarque 3.1

La simplicité du développement ne devrait pas induire le lecteur dans un faux constat. La modélisation de la saturation est simple dans le cas des machines à pôles lisses, mais par contre, ces machines tournent à très grande vitesse (groupe turboalternateur) ce qui induit de plus grandes pertes par courant induit dans les pièces magnétiques conductrices [24]. C'est un autre point sur lequel notre recherche ne s'est pas penchée spécifiquement. Toutefois, nous considérons que la structure généralisée des circuits (ordre arbitraire) a pour but de tenir compte de tels effets.

### 3.4. Machine synchrone à pôles saillants

C'est le cas général. Il est plus difficile à étudier parce que la saillance a pour effet que la force magnétique  $I_\mu$  et le flux magnétique  $\phi_\mu$  ne sont pas alignés. En effet, dans la machine synchrone à pôles saillants, la saillance est magnétique puisque la réluctance magnétique sur l'axe  $-d$  est plus petite que celle de l'axe  $-q$ . La distribution spatiale du flux magnétique ne provient pas seulement de la distribution spatiale de la force magnétomotrice, mais aussi de la position relative avec celle du rotor, et de l'amplitude de la force magnétomotrice [36,38].

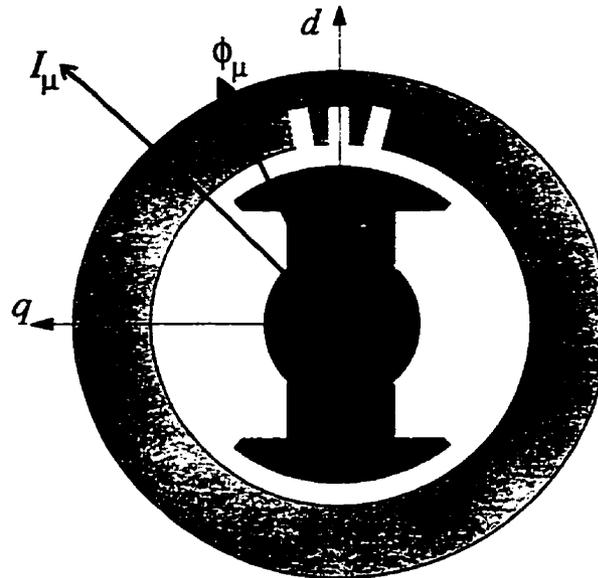


Figure 3.3 Schéma simple d'une machine à pôles saillants

En d'autres termes, le circuit magnétique de chaque axe influence le comportement de l'autre. À titre d'exemple, le flux dans l'axe  $-d$  est principalement dû à la composante de la force magnétomotrice dans le même axe, et de l'effet de la composante de la force magnétomotrice de l'axe  $-q$  sur le flux magnétique de l'axe  $-d$ . Ce dernier sera donc démagnétisant [26,100,101].

Imaginons un point de fonctionnement arbitraire caractérisé par les valeurs de  $I_d$ ,  $I_q$ ,  $\phi_d$ ,  $\phi_q$ , etc. Si on est capable de trouver une transformation  $\Gamma$  telle que,

$$\text{Machine à pôles lisses fictive} = \Gamma(\text{état}). \text{ Machine saillante}$$

le problème de la modélisation de la saturation pour les machines à pôles saillants sera virtuellement résolu.

L'embryon de cette idée se trouve dans les travaux de *DeJager et al* [18,19,35]. Par contre, selon le modèle présenté, une transformation constante, et non pas fonction de l'état magnétique de la machine, est employée pour convertir la machine saillante vers une machine fictive à pôles lisses.

Pour des raisons évidentes cette transformée ne peut être correcte sauf dans le cas où on calcule un régime stationnaire, ou encore une réponse à une très faible perturbation qui garantit que l'état magnétique demeure quasi-stable, ce qui se traduit par une transformée constante.

L'introduction de la transformée variable dans un système de circuits généralisés, fut une des contributions les plus originales et majeures de notre recherche [96].

Si on considère les transformations  $\Gamma$  et  $\Pi$  suivantes:

$$\begin{Bmatrix} I'_d \\ I'_q \end{Bmatrix} = \Gamma \cdot \begin{Bmatrix} I_d \\ I_q \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \kappa^{-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} I_d \\ I_q \end{Bmatrix}, \quad (3.9.)$$

$$\begin{Bmatrix} \phi'_d \\ \phi'_q \end{Bmatrix} = \Pi \cdot \begin{Bmatrix} \phi_d \\ \phi_q \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \kappa \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \phi_d \\ \phi_q \end{Bmatrix}. \quad (3.10.)$$

Où  $\kappa$  est une fonction régulière et continue, définie par le rapport des ratios locaux des courbes de magnétisation de chaque axe (rapport des réactances magnétisantes statiques). C'est-à-dire:

$$\kappa^2 = \frac{x_{md}}{x_{mq}} = K^2 / \Lambda(I_d, I_q), \quad (3.11.)$$

avec la constante  $K$  qui représente le facteur de saillance de la machine non saturée défini comme:

$$K^2 = \frac{x_{md}^0}{x_{mq}^0} \quad (3.12.)$$

La fonction univoque  $\Lambda$ , introduite pour la première fois par nos travaux [95,96], sera définie par la morphologie interne de la machine. Il est à noter que cette fonction sera exprimée en forme d'une surface dans un espace tridimensionnel. On réfère le lecteur à l'annexe I qui contient une description des contraintes analytiques de la fonction analytique  $\Lambda$ .

Notons que nous préférons l'utilisation de la fonction caractéristique  $\Lambda$  à la place de la fonction  $\kappa$  uniquement par notre souci d'avoir à manipuler une quantité exprimée sous forme apparentée au système *p.u.*

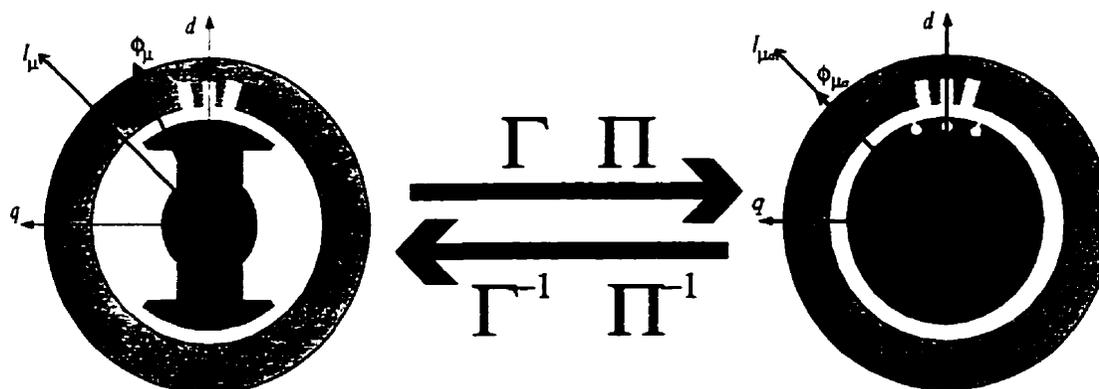


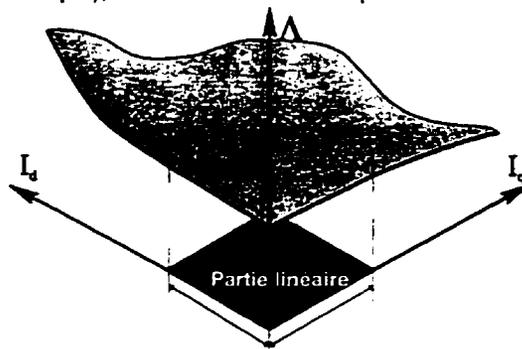
Figure 3.4 Schéma de la transformation d'une machine à pôles saillants vers une machine fictive à pôles lisses

**Remarque 3.2**

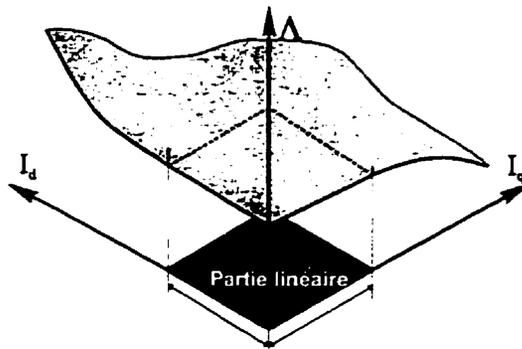
Un examen rapide de la fonction caractéristique  $\Lambda$  nous amène à l'exprimer sous la forme suivante:

$$\Lambda \propto \frac{x_{mq}}{x_{md}}$$

Si on considère le cas d'une machine à pôles fortement saillants où le comportement de l'axe  $-q$  est presque linéaire (très faible saturation de l'axe quadratique), la fonction caractéristique aura l'allure suivante:



Par contre, si on considère une machine à pôles lisses où l'axe  $-q$  peut être fortement saturé, l'allure de la fonction caractéristique  $\Lambda$  peut prendre la forme suivante:



Bref, la fonction caractéristique a pour but de modéliser le comportement magnétique entre les deux axes. La différence du comportement entre les axes ainsi que l'effet croisé sont considérés à travers cette fonction caractéristique.

Estimer et identifier cette fonction, nécessite la connaissance des réactances magnétisantes pour une multitude de points de fonctionnement qui assurent que l'étendue de l'espace de fonctionnement est correctement couvert. De telles informations sont facilement accessibles par une procédure de calcul de champ.

Avec les transformations non linéaires définies précédemment (3.9 et 3.10), les équations des flux après transformation deviennent:

$$\phi'_d = x_{md} \cdot I'_d \quad (3.13.)$$

$$\phi'_q = x_{mq} \cdot I'_q \quad (3.14.)$$

Bref, partant d'une machine à pôles saillants et avec une transformation non linéaire, on obtient une machine équivalente à pôles lisses. Donc, toutes les équations du paragraphe précédent s'appliquent sur cette dernière machine.

Citons qu'il ne faut pas chercher un sens physique qui n'existe pas pour cette machine équivalente et fictive. Il ne s'agit que d'un outil purement mathématique.

**Remarque 3.3**

La fonction  $\Lambda$  est rigoureusement constante dans la partie linéaire de la courbe de magnétisation ( $\Lambda=1$ ). Dans [18] on démontre facilement que les caractéristiques magnétiques des axes  $-d$  et  $-q$  (après transformation linéaire  $\Lambda=1$ ) sont identiques dans la partie linéaire ;

$$\phi'_d(i, 0) = \phi'_q(0, i).$$

Si on se ramène aux flux  $\phi_d$  et  $\phi_q$ , en utilisant les transformations linéaires inverses ( $\Lambda=1$ ), on aura

$$\phi_d(i, 0) = K\phi_q(0, i/K).$$

Substituons (3.11-3.14) dans la relation de la force magnétomotrice totale, on obtient l'expression de cette dernière pour la machine équivalente,

$$I'_\mu = \sqrt{I_d'^2 + I_q'^2} = \sqrt{I_d^2 + \frac{1}{\kappa^2} I_q^2} \stackrel{\Delta}{=} I_{\mu d} \quad (3.15.)$$

et d'une manière identique, le flux magnétique total sera donné par:

$$\phi'_\mu = \sqrt{\phi_d'^2 + \phi_q'^2} = \sqrt{\phi_d^2 + \kappa^2 \phi_q^2} \stackrel{\Delta}{=} \phi_{\mu d} \quad (3.16.)$$

Finalement la réactance magnétique non saturée de la machine fictive n'est rien d'autre que celle de l'axe  $-d$  de la machine réelle,

$$x_m'^0 = x_{md}^0 \quad (3.17.)$$

En appliquant le modèle de *Potier* (équations 3.13-3.14) selon les mêmes considérations du paragraphe précédent, on obtient,

$$\phi'_d = K_s(I_{\mu d}) \cdot x_{md}^0 \cdot I'_d \quad (3.18.)$$

$$\phi'_q = K_s(I_{\mu d}) \cdot x_{mq}^0 \cdot I'_q \quad (3.19.)$$

Nous pouvons ramener le système (3.18-3.19) à notre machine réelle en effectuant les transformations inverses de (3.9 et 3.10),

$$\phi_d = K_s(I_{\mu d}) \cdot x_{md}^0 \cdot I_d \quad (3.20.)$$

$$\phi_q = K_s(I_{\mu d}) \cdot \Lambda(I_d, I_q) \cdot x_{mq}^0 \cdot I_q \quad (3.21.)$$

et  $K_s(I_{\mu d}) = K_s(\phi_{\mu d}) = K_s$  est le facteur de saturation utilisé pour l'axe  $-d$  ( $K_d = K_s(I_{\mu d})$ ).

Le facteur de saturation de l'axe  $-q$  n'est rien d'autre que ce dernier, multiplié par la fonction caractéristique  $\Lambda$  ( $K_q = K_s(I_{\mu d}) \cdot \Lambda(I_d, I_q)$ ).

Pour le calcul du facteur de saturation  $K_s$ , on utilise la relation entre le flux et la force magnétomotrice de la machine fictive,

$$K_s = K_s(I_d, I_q) = \frac{\phi_{\mu d}}{x_{md}^0 \cdot I_{\mu d}} = \frac{\sqrt{\phi_d^2 + \kappa^2 \phi_q^2}}{x_{md}^0 \cdot \sqrt{I_d^2 + \frac{1}{\kappa^2} I_q^2}} \quad (3.22.)$$

À cette phase du développement, nous soulignons au lecteur que d'après l'équation précédente, la connaissance de la fonction  $K_s(I_{\mu d})$  nécessite la connaissance de la fonction caractéristique  $\Lambda$ . Cette dernière est identifiée par le ratio entre les réactances magnétisantes dans chaque axe.

Pour compléter la formulation mathématique, on définit les réactances dynamiques comme la pente locale de la courbe  $\phi$ - $I$ :

$$M_{md} = \frac{\partial \phi_d}{\partial I_d} ; \quad M_{mq} = \frac{\partial \phi_q}{\partial I_q} ; \quad M_{mdq} = \frac{\partial \phi_d}{\partial I_q} ; \quad M_{mqd} = \frac{\partial \phi_q}{\partial I_d}$$

Sous forme explicite, ces derniers termes seront exprimés comme suit,

$$M_{md} = x_{md}^0 \left[ K_s(I_{\mu d}) + I_d \frac{\partial I_{\mu d}}{\partial I_d} \frac{dK_s(I_{\mu d})}{dI_{\mu d}} \right] \quad (3.23.)$$

$$M_{mq} = x_{mq}^0 \left[ \Lambda(I_d, I_q) \left( K_s(I_{\mu d}) + I_q \frac{\partial I_{\mu d}}{\partial I_q} \frac{dK_s(I_{\mu d})}{dI_{\mu d}} \right) + I_q K_s(I_{\mu d}) \frac{\partial \Lambda}{\partial I_q} \right] \quad (3.24.)$$

$$M_{mdq} = x_{md}^0 I_d \frac{\partial I_{\mu d}}{\partial I_q} \frac{dK_s(I_{\mu d})}{dI_{\mu d}} \quad (3.25.)$$

$$M_{mqd} = x_{mq}^0 I_q \left[ \frac{\partial I_{\mu d}}{\partial I_d} \frac{dK_s(I_{\mu d})}{dI_{\mu d}} \Lambda(I_d, I_q) + K_s(I_{\mu d}) \frac{\partial \Lambda}{\partial I_d} \right] \quad (3.26.)$$

Finalement, le fait que les transformations (3.9) et (3.10) sont non linéaires, et que le courant magnétisant  $I_{\mu d}$  est une fonction des courants magnétisants dans chaque axe, induit des dérivées partielles que nous écrivons comme suit,

$$\frac{\partial I_{\mu d}}{\partial I_d} = \frac{I_d}{I_{\mu d}} \left[ 1 + \frac{1}{2} \frac{I_q^2}{\kappa^2 I_d^2} \frac{\partial \Lambda}{\partial I_d} \right] \quad (3.27.)$$

$$\frac{\partial I_{\mu d}}{\partial I_q} = \frac{I_q}{\kappa^2 I_{\mu d}} \left[ \Lambda(I_d, I_q) + I_q \frac{\partial \Lambda}{\partial I_q} \right] \quad (3.28.)$$

Nous résumons le modèle de la saillance variable dans le tableau ci-dessous. Il est clair que ce modèle ne représente pas un effet croisé dans les termes statiques. Autrement dit, toujours selon ce modèle, dans un essai de régime permanent, les effets croisés ne devraient pas y apparaître. L'effet croisé est présent dans les termes dynamiques; la matrice  $X$ . Sa présence est conditionnée par l'apparition d'une saturation, et finalement, a priori, l'effet n'est pas symétrique.

**Statique : matrice  $G$**

$$\begin{bmatrix} \phi_d \\ \phi_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi'_d \\ \kappa^{-1} \cdot \phi'_q \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \phi_d \\ \phi_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_s \cdot x_{md}^0 & 0 \\ 0 & K_s \cdot \Lambda \cdot x_{mq}^0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix}$$

**Dynamique : matrice  $X$**

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_d \\ \phi_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{d}{dt}(\phi'_d) \\ \frac{d}{dt}(\kappa^{-1} \cdot \phi'_q) \end{bmatrix}$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_d \\ \phi_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{md} & M_{mdq} \\ M_{mqd} & M_{mq} \end{bmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix}$$

Évidemment, de telles conclusions sont les conséquences de nos hypothèses du départ. Certains chercheurs [19,33,34,79] arrivent à la même conclusion. D'autres [17,27,28,77] arrivent à une conclusion complètement différente; la saturation croisée est bel et bien un effet qu'on doit incorporer dans les composantes statiques du flux.

Malgré la contradiction apparente, nous croyons que les deux approches peuvent être justifiables. Nous savons très bien qu'un modèle sera jugé pour sa cohérence, sa simplicité et surtout sa capacité à prédire le fonctionnement de la machine saturée. Or de telles validations sont disponibles pour les deux familles de modèles!

À la fin du présent chapitre, plusieurs validations démontrent la stabilité du modèle et sa capacité à prédire le fonctionnement de la machine. Par contre, on réfère le lecteur au chapitre six pour retenir les conclusions finales sur différentes approches de modélisation.

### 3.5. Mise en équation générale

À ce stade, nous pouvons inclure le modèle flux-courant dans les équations générales des circuits équivalents (chapitre 3) pour obtenir l'équation générale de la machine.

Le but est de représenter les  $(3+nd+nq)$  équations électriques (2.1-2.5), en utilisant le modèle de saturation tel que présenté précédemment, sous la forme d'un système d'équations différentielles du premier ordre. Ce dernier sera utilisé dans les programmes de simulation.

On définit le vecteur des courants électriques circulant dans les circuits équivalents  $-d$  et  $-q$  comme,

$$\{\mathbf{i}\} = [i_d \quad i_f \quad i_{D1} \quad \dots \quad i_{Dnd} \quad i_q \quad i_{Q1} \quad \dots \quad i_{Qnq}]_{3+nd+nq,1}^T \quad (3.29.)$$

et le vecteur des tensions comme,

$$\{\mathbf{v}\} = [v_d \quad v_f \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad v_q \quad 0 \quad \dots \quad 0]_{3+nd+nq,1}^T \quad (3.30.)$$

En regroupant les équations électriques on obtient le système matriciel suivant:

$$\{\mathbf{v}\} = \mathbf{R} \cdot \{\mathbf{i}\} + \frac{1}{\omega_n} \cdot \mathbf{X}(\mathbf{i}) \cdot \frac{d}{dt} \{\mathbf{i}\} + \omega_m \cdot \mathbf{G}(\mathbf{i}) \cdot \{\mathbf{i}\} \quad (3.31.)$$

$\mathbf{R}$  étant une matrice carrée diagonale qui contient les termes des résistances,

$$[\mathbf{R}] = \text{diag} \left( r_a \quad r_f \quad r_{D1} \quad \dots \quad r_{Dnd} \quad r_a \quad r_{Q1} \quad \dots \quad r_{Qnq} \right) \quad (3.32.)$$

$\mathbf{G}$  est une matrice carrée qui contient les termes de couplage entre les deux axes, et elle contient uniquement des termes de réactance statique. À l'arrêt, l'influence de cette matrice est nulle. Elle est définie comme :

$$[\mathbf{G}] = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{1,2+nd} & -\mathbf{G}^q_{1,1+nq} \\ \mathbf{O}_{1+nd,2+nd} & \mathbf{O}_{1+nq,1+nq} \\ \mathbf{G}^d_{1,2+nq} & \mathbf{O}_{1,1+nq} \\ \mathbf{O}_{1nq,2+nd} & \mathbf{O}_{nq,1+nq} \end{bmatrix}_{3+nd+nq,3+nd+nq} \quad (3.33.)$$

où,

$$\mathbf{G}^d = [x_a + x_{md} \quad x_{md} \quad x_{md} \quad \dots \quad \dots \quad x_{md}],$$

$$\mathbf{G}^q = [x_a + x_{mq} \quad x_{mq} \quad x_{mq} \quad \dots \quad x_{mq}],$$

$$x_{md} = K_s \cdot x_{md}^0 \quad x_{mq} = K_s \cdot \Lambda \cdot x_{mq}^0,$$

et  $\mathbf{O}_{ij}$  est une matrice nulle de dimensions  $ixj$ .

La matrice  $\mathbf{X}$  est une matrice carrée qui regroupe les termes des réactances dynamiques (propres et mutuelles). Nous la définissons sous la forme suivante:

$$[\mathbf{X}] = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{2+nd, 2+nd}^d & \mathbf{X}_{2+nd, 1+nq}^{dq} \\ \mathbf{X}_{1+nq, 2+nd}^{qd} & \mathbf{X}_{1+nq, 1+nq}^q \end{bmatrix}_{3+nd+nq, 3+nd+nq} \quad (3.34.)$$

où,

$$\mathbf{X}_{2+nd, 1+nq}^{dq} = \begin{bmatrix} M_{mdq} & \dots & M_{mdq} \\ \dots & \dots & \dots \\ M_{mdq} & \dots & M_{mdq} \end{bmatrix}_{2+nd, 1+nq} \quad \mathbf{X}_{1+nq, 2+nd}^{qd} = \begin{bmatrix} M_{mqd} & \dots & M_{mqd} \\ \dots & \dots & \dots \\ M_{mqd} & \dots & M_{mqd} \end{bmatrix}_{1+nq, 2+nd}$$

$$\mathbf{X}_{2+nd, 2+nd}^d = \begin{bmatrix} x_a + M_{md} & M_{md} & M_{md} & \dots & \dots & M_{md} \\ M_{md} & x_f + x_{kf} + M_{md} & x_{kf} - x_{D1} + M_{md} & \dots & \dots & x_{kf} - x_{Dnd} + M_{md} \\ M_{md} & x_{kf} - x_{D1} + M_{md} & x_{kf} + M_{md} & x_{kf} - x_{D2} + M_{md} & \dots & x_{kf} - x_{Dnd} + M_{md} \\ M_{md} & x_{kf} - x_{D2} + M_{md} & x_{kf} - x_{D1} + M_{md} & x_{kf} + M_{md} & \dots & x_{kf} - x_{Dnd} + M_{md} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ M_{md} & x_{kf} - x_{Dnd} + M_{md} & x_{kf} - x_{D1} + M_{md} & x_{kf} - x_{D2} + M_{md} & \dots & x_{kf} + M_{md} \end{bmatrix}_{2+nd, 2+nd}$$

$$\mathbf{X}_{1+nq, 1+nq}^q = \begin{bmatrix} x_a + M_{mq} & M_{mq} & M_{mq} & \dots & \dots & M_{mq} \\ M_{mq} & x_{Q1} + M_{mq} & M_{mq} & \dots & \dots & M_{mq} \\ M_{mq} & M_{mq} & x_{Q2} + M_{mq} & \dots & \dots & M_{mq} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ M_{mq} & M_{mq} & \dots & \dots & \dots & x_{Qnq} + M_{mq} \end{bmatrix}_{1+nq, 1+nq}$$

On note qu'autour d'un niveau de saturation bien défini pour une machine quelconque, il est possible d'évaluer les matrices  $\mathbf{G}$  et  $\mathbf{X}$ , et que le système devient quasi linéaire autour de ce point. Ceci est important à mentionner, car il nous permet de linéariser un système très ardu à intégrer. Ceci est évidemment valable uniquement si jamais nous sommes certains que le régime de fonctionnement demeure au voisinage d'un point.

Poursuivons le développement en introduisant la notion d'équation d'état (notion très recherchée pour les personnes oeuvrant dans le domaine de la commande des systèmes dynamiques, mais que nous utilisons uniquement dans un but de normalisation du formalisme mathématique). On définit la matrice d'état  $\mathbf{A}$  comme:

$$\mathbf{A}(i) = -\omega_n \cdot \mathbf{X}(i)^{-1} \cdot (\mathbf{R} + \omega_m \cdot \mathbf{G}(i)) \quad (3.35.)$$

et la matrice de commande  $\mathbf{B}$  comme:

$$\mathbf{B}(i) = \omega_n \cdot \mathbf{X}(i)^{-1} \quad (3.36.)$$

Alors le système différentiel ordinaire non linéaire sera amené à la forme suivante:

$$\frac{d}{dt}\{\mathbf{i}\} = \mathbf{f}(\mathbf{i}, t) = \mathbf{A}(\mathbf{i})\{\mathbf{i}\} + \mathbf{B}(\mathbf{i})\{\mathbf{v}(t)\} \quad (3.37.)$$

Cette dernière relation résume le comportement électrique d'une machine saturée. Pour trouver la solution d'un tel système on distingue deux cas.

**Cas I:** La tension externe est imposée et les valeurs initiales des courants sont connues.

C'est le cas le plus simple. Un intégrateur numérique (*Runge-Kutta*, *Gear*, etc.) est parfaitement adapté. La solution sera obtenue directement. Toutefois, ceci est très rare en pratique car la mesure des courants dans les branches amortisseurs de la machine est inaccessible directement.

**Cas II:** On impose la valeur du vecteur courant ainsi que sa dérivée, et c'est la tension qui est considérée comme la sortie du système.

Dans ce cas, un système itératif est inéluctable. C'est cette dernière procédure qui a été utilisée dans l'exploitation numérique effectuée par la méthode des éléments finis.

Afin de compléter la mise en équation pour pouvoir exprimer les transitoires électromécaniques (tenant compte de la variation de la vitesse de rotation), il nous est indispensable d'adjoindre aux équations purement électriques deux équations mécaniques,

$$2H \cdot \frac{d\omega_m}{dt} = T_m - T_e - D\omega_m \quad (3.38.)$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega_n(\omega_m - 1) \quad (3.39.)$$

où  $T_e$  et  $T_m$  désignent les couples électromagnétique et mécanique respectivement,  $H$  l'inertie de l'arbre et du rotor,  $D$  est une constante de friction au niveau de l'arbre et finalement  $\delta$  est l'angle du rotor en radian.

Il découle de ces équations que le comportement dynamique de la machine synchrone se traduit, en fin de compte, par le système différentiel suivant:

$$\frac{d}{dt}\{\chi\} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}(\chi) & \mathbf{O}_{n,2} \\ \mathbf{Q}_{2,n} & \mathbf{R}_{2,2} \end{bmatrix} \cdot \{\chi\} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}(\chi) & \mathbf{O}_{n,2} \\ \mathbf{O}_{2,n} & \mathbf{T}_{2,2} \end{bmatrix} \cdot \{u\} \quad (3.40.)$$

où,

$$\{\chi\}^T = [i^T \mid \omega_m \quad \delta] \quad \{u\}^T = [v^T \mid T_m \quad 1] \quad (3.41.)$$

$$\mathbf{Q}_{2,n} = \frac{1}{2H} \begin{bmatrix} -i^T \mathbf{G}(i) \\ \mathbf{O}_{1,n} \end{bmatrix}, \mathbf{R}_{2,2} = \begin{bmatrix} -D/2H & 0 \\ \omega_n & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{T}_{2,2} = \begin{bmatrix} 1/2H & 0 \\ 0 & -\omega_n \end{bmatrix} \quad (3.42.)$$

$n$  étant égal à  $5+nd+nq$ .

## 3.6. Réflexions théoriques sur le modèle à saillance variable

Les appuis et les conséquences de l'approche utilisée pour modéliser la saturation de la machine synchrone à travers un système de circuits généralisés peuvent être résumés en quelques points.

- Avec le modèle de saturation à saillance variable, l'ordre du système ne subit pas de changement (le nombre d'amortisseurs dans chaque axe demeure le même) peu importe le niveau de saturation. Cette hypothèse, passée sous silence dans tous les modèles de saturation connus, est digne d'un petit débat.

En effet, nous savons que l'ordre du système, dans la théorie des modèles linéaires, est laissé comme un paramètre contrôlable pour tenir en considération les phénomènes des effets de peaux dans les maquettes établies. De ce point de vue, un modèle boîte noire qui identifie les paramètres structuraux de la machine (ou des circuits équivalents) arrêtera son choix d'ordre optimal dans la mesure où ce dernier produira l'expérience en minimisant une certaine norme d'erreurs. Cela est vrai en théorie linéaire. Malheureusement, nous ne possédons pas de données d'identification qui attestent ou, dans une moindre mesure, qui montrent que ceci demeure valable en présence de la saturation. Une telle investigation peut être intéressante, toutefois, elle dépasse le cadre de notre recherche.

- La matrice des résistances  $\mathbf{R}$  n'est pas affectée par aucun changement [18,19] et [26,27,28,103]. Ceci est facilement justifiable par le fait que les résistances ne subissent pas de saturation! La réalité peut être légèrement différente; quand la machine synchrone tourne, deux événements d'ordre thermique et mécanique (l'effet de *Joule* et la force centrifuge) affectent le bobinage, d'où l'existence des phénomènes dits de contact et de rotation. Le standard *IEEE* [39,41] impose une procédure pour la mesure des résistances et indique quelques formules pseudo-empiriques<sup>3</sup> permettant de tenir compte de ces deux phénomènes. Notre modèle utilise le standard *IEEE* pour la définition des termes des résistances.

Comme nous avons déjà mentionné, des recherches récentes [32] montrent que la variation de la résistance d'une certaine composante des circuits équivalents représente un potentiel intéressant pour reproduire les effets dus à l'hystérésis. Dans notre modèle, les résistances sont considérées comme des valeurs constantes.

- La matrice  $\mathbf{G}$  du couplage magnétique entre les deux axes est modifiée par le facteur de saturation  $K_{\mu d}$  seulement [18,19,70,95], car elle contient uniquement des termes de réactances statiques (ces dernières étant définies par le ratio entre la valeur du flux magnétique et le courant magnétisant).
- La matrice  $\mathbf{X}$  des termes dynamiques est *a priori* non symétrique. Les réactances mutuelles stator/rotor, constantes pour une approche linéaire [48], sont remplacées par les mutuelles dynamiques  $M_{ii}$  (dynamique = pente de la courbe flux-courant). Un couplage dynamique entre l'axe  $-d$  et l'axe  $-q$  est mis en évidence pour tenir compte du phénomène de la magnétisation croisée (*cross-magnetizing*) [18,28,100,101]. On note l'absence, d'une

<sup>3</sup> La variation de la résistance suite au changement thermique peut être modélisée en modifiant la valeur de la résistance mesurée (ou identifiée) à froid moyennant des formules empiriques [24,41].

manière explicite, de ce phénomène dans le cas d'un régime permanent. Toutefois, le facteur de saturation  $K_{\mu d}$  tient compte de l'effet croisé implicitement.

- Finalement, l'examen des relations de  $M_{ii}$  nous indique que la magnétisation croisée a un effet démagnétisant. Cette conclusion concorde avec les conclusions d'autres chercheurs [100,103], avec les relations théoriques du chapitre deux et avec les résultats expérimentaux [26,27,28,101].

#### Remarque 3.4

La simple observation des équations du modèle nous conduit à dire que c'est la fonction  $\Lambda$  qui contrôle le couplage entre les axes  $-d$  et  $-q$ .

En effet, dans le cas spécial de  $\Lambda=1$  (ce qui équivaut à un rapport constant entre les inductances des axes  $-d$  et  $-q$  [18]), nous aurons :

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial I_{d,q}} = 0; \quad M_{dq} = M_{qd}$$

et la matrice  $X$  devient inévitablement symétrique [33]. Ce dernier résultat peut s'exprimer autrement ; l'effet du couplage dynamique entre les deux axes  $-d$  et  $-q$  devient symétrique dans ce cas [100].

Finalement, notre modèle garde sa généralité et sa consistance, car le système différentiel non linéaire (3.37) peut être ramené vers un modèle linéaire (absence de saturation) en imposant, tout simplement, un facteur de saturation invariant d'une valeur numérique égale à l'unité. C'est-à-dire,

$$K_{\mu s} = 1 \quad \frac{dK_{\mu s}}{dI_{\mu d}} = 0.$$

Ce qui implique

$$M_d = x_{md}^0; \quad M_q = x_{mq}^0; \quad M_{dq} = M_{dq}$$

et on obtient un modèle général identique au formalisme développé par Kamwa [48] pour les machines synchrones en l'absence de la saturation (approche linéaire).

### 3.7. Mise en œuvre

Pour valider un modèle de saturation, il faut procéder à une batterie complète d'essais couvrant un large éventail de modes de fonctionnement (stabilité du modèle durant les régimes transitoires, sa capacité de donner des résultats consistants sous les régimes magnétiques linéaire et saturé, sa capacité de mieux prédire les valeurs du régime permanent, comparaison avec les autres modèles de saturation, etc.).

Cependant, la mise en œuvre du modèle présenté, dans tous les cas possibles d'un fonctionnement d'une machine synchrone, nécessite la connaissance de la fonction caractéristique  $\Lambda$ . Malheureusement, ceci n'est possible que si nous connaissons la carte complète des flux magnétiques (dans les deux axes) en fonction d'une multitude de combinaisons des deux courants  $I_d$  et  $I_q$ . En d'autres termes, la connaissance de la surface tridimensionnelle  $\Lambda$  est prérequise à toute simulation ou calcul avec le présent modèle de saturation.

Si on résume ceci, nous pouvons dire que pour une machine synchrone, nous devons connaître spécifiquement:

- Les données du constructeur de la machine.
- Les plans détaillés de la morphologie interne de la machine (nombre de pôles, bobinage, géométrie, etc.). Ceci nous permettra d'effectuer un calcul de champs (par une procédure numérique d'éléments finis ou différences finies) afin d'obtenir les cartes de champs magnétiques telles que mentionnés ci-dessus. Ces dernières nous permettront d'identifier la fonction caractéristique  $\Lambda$  et le facteur de saturation  $K_{\mu d}$ .
- Une batterie d'essais expérimentaux (régime permanent, court-circuit, réponses temporelles à une excitation typique, etc.) afin de pouvoir identifier les paramètres linéaires des circuits équivalents et ensuite de valider les résultats.
- Finalement, il sera préférable d'avoir une machine bien connue par les chercheurs et dont les résultats d'autres modèles de saturation sont disponibles. Ceci nous permettra de comparer les performances du modèle et de juger de son efficacité versus les autres modèles de saturation.

Il est regrettable que nous n'ayons pas pu avoir toutes ces informations réunies pour une seule machine. Afin de remédier à cet inconvénient, nous avons procédé, dans la limite de nos capacités logistiques, à une validation par fragmentation en utilisant trois machines différentes.

### 3.7.1 Stabilité dans les opérations transitoires

La première validation numérique du modèle a été effectuée à l'aide d'un essai de court-circuit sur une machine (alternateur hydraulique de 370 MVA) de la station *Dorsey* d'*Hydro-Manitoba*. Cette dernière a été étudiée et identifiée précédemment par *Kamwa et al* [45].

L'essai de court-circuit à 25% (sans charge) a été utilisé pour l'identification des paramètres structuraux de la machine selon une approche de modélisation par circuits équivalents linéaires. Le tableau 3.1 résume les résultats. Ces derniers ont été considérés comme le circuit linéaire réel quand la machine n'est pas affectée par la saturation (faible niveau magnétique).

**Table 3.1:** paramètres du circuit optimal pour un essai de court-circuit (25%)

$r_a$	0.00192	$r_a$	0.000897	$r_{ld}$	0.00756
$x_{md}$	1.238	$x_{mq}$	0.711	$r_{lq}$	0.0126
$x_{kf1}$	0.154	$x_a$	0.172	$x_f$	0.317
$x_{ld}$	0.171	$x_{lq}$	0.100	$nd=1$	$nq=1$

Connaissant les réponses réelles d'un court-circuit à 75% (on présume qu'avec ce niveau la saturation a un effet plus prépondérant que l'essai à 25%), nous avons comparé les trois scénarios suivants:

- 1) les réponses mesurées d'un court-circuit à 75%, ces derniers sont considérés comme étant les valeurs témoins;
- 2) les réponses d'une simulation numérique du modèle linéaire (tableau 3.1);
- 3) les réponses du modèle présenté en utilisant les paramètres du tableau 3.1 et en modifiant les réactances magnétisantes par un facteur de saturation<sup>4</sup> typique ayant la forme suivante:

$$K_s(I_{\mu d}) = 1 - \alpha_1 \cdot \text{erf}(\alpha_2 \cdot I_{\mu d})$$

et une fonction caractéristique ayant la forme suivante:

$$\Lambda(I_d, I_q) = 1 + a_1 \cdot I_d^{b1} + a_2 \cdot I_q^{b2}.$$

Il convient de rappeler au lecteur que nous ne connaissons pas les courbes de saturation de l'alternateur *Dorsey*. Ceci nous a ramené à proposer des fonctions de saturation typiques. Cette hypothèse sur de telles fonctions hypothétiques n'affecte pas le but de la présente validation qui est essentiellement de confirmer la stabilité numérique du modèle.

Les résultats (courant  $i_d$ ,  $i_q$  et  $i_f$ ) sont illustrés dans les figures 3.5 à 3.7.

<sup>4</sup>Il existe un certain nombre de contraintes sur la forme analytique d'un facteur de saturation qu'il faut respecter afin d'assurer la stabilité du modèle. On réfère le lecteur à l'annexe I et à nos travaux effectués pour le compte de l'IREQ sur la centrale LG3 (rapport-interne et article congrès canadien).

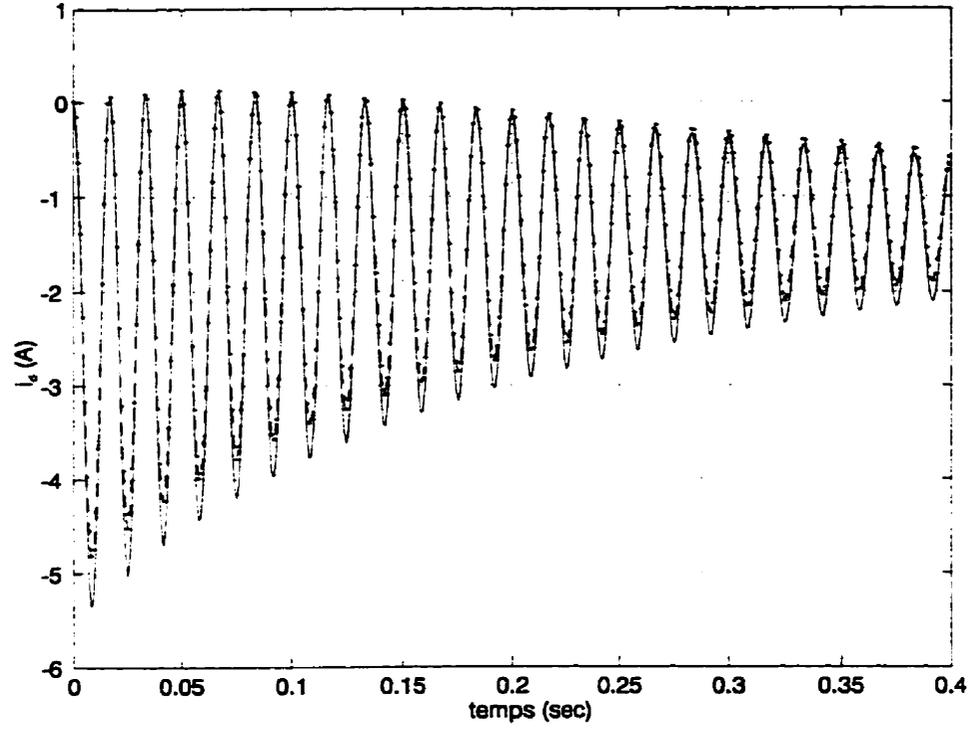


Figure 3.5 Courant statorique  $I_s$  pour un court-circuit à 75%  
 — mesuré; ---- modèle présenté; ..... modèle linéaire

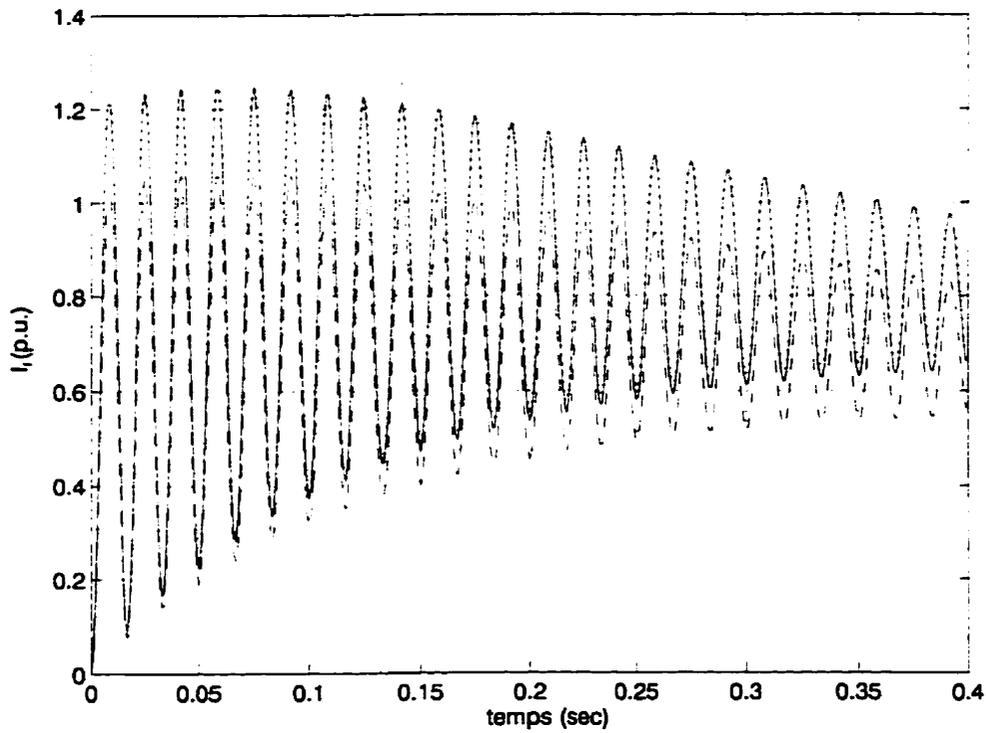


Figure 3.6 Courant rotorique  $i_r$  pour un court-circuit à 75%  
 — mesuré; ---- modèle présenté; ..... modèle linéaire

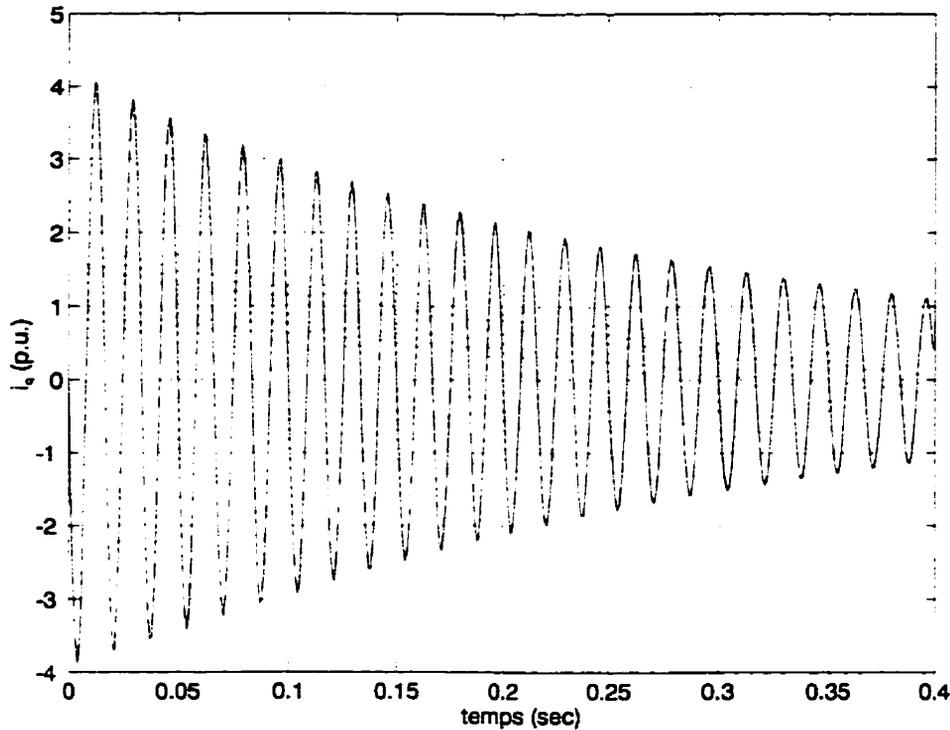


Figure 3.7 Courant statorique  $I_q$  pour un court-circuit à 75%  
 — mesuré; ---- modèle présenté; ..... modèle linéaire

Un examen rapide des courbes nous indique que le modèle linéaire est grossièrement erroné, que le courant de l'axe  $-d$  et celui de l'inducteur, obtenus par le modèle de saturation s'accordent avec la mesure et que, par contre, le courant de l'axe  $-q$  du modèle présenté indique une déviation importante. Nous attribuons cette dernière au fait que les fonctions de saturation ne représentent pas le cas réel de la machine.

Néanmoins, on peut tirer la conclusion suivante: le modèle est stable. Pour plus de détails, nous référons le lecteur à [95].

#### Remarque 3.4

Nous avons passé sous silence d'autres aspects très importants pour garantir la stabilité numérique du modèle. En effet, il existe plusieurs contraintes dictées par la forme analytique des fonctions de saturation (relation flux - courant ou facteur de saturation). Ces dernières sont conditionnées par les lois physiques. À titre d'exemple, nous citons qu'il est nécessaire d'obtenir une seconde dérivée négative pour la relation flux - courant en tout point du fonctionnement. Cet aspect et d'autres seront vus en plus amples détails au chapitre 5 et à l'annexe I [95].

### 3.7.2 Prédire le fonctionnement du régime permanent

Suite à la première investigation, nous avons procédé à la validation de la capacité du modèle à prédire un régime permanent saturé. Nous avons utilisé dans cette partie un turbogénérateur (*Lambton*, MVA = 555.55, kV = 19.4,  $x_{md}^0 = 1.82$ ;  $x_{mq}^0 = 1.71$ ,  $x_d = 0.16$ ) bien connu dans le domaine [57,67] et dont beaucoup d'investigations numériques et expérimentales ont été effectuées.

Dans le cas du fonctionnement en régime permanent, les courants dans les branches amortisseurs sont nuls. Si  $E_q$  et  $E_d$  sont les tensions terminales exprimées en système *p.u.*, nous pouvons écrire les équations du régime, en considérant que  $\omega_m = 1$ , comme:

$$\Psi_d = E_q, \quad \Psi_q = -E_d \quad (3.43.)$$

avec les flux dans chaque direction comme:

$$\Psi_d = x_d i_d + x_{md} i_f \quad (3.44.)$$

$$\Psi_q = -x_q i_q \quad (3.45.)$$

Ces dernières équations sont issues d'une définition classique du diagramme de phase d'une génératrice [41].

Connaissant  $E_q$ ,  $E_d$ ,  $i_q$  et  $i_d$ , et à partir des équations (3.44 et 3.45), on estime les réactances magnétisantes  $x_{md}$  et  $x_{mq}$ . À partir de ces deux dernières, on peut déterminer la valeur locale correspondante de  $K_s$  et  $\Lambda$ .

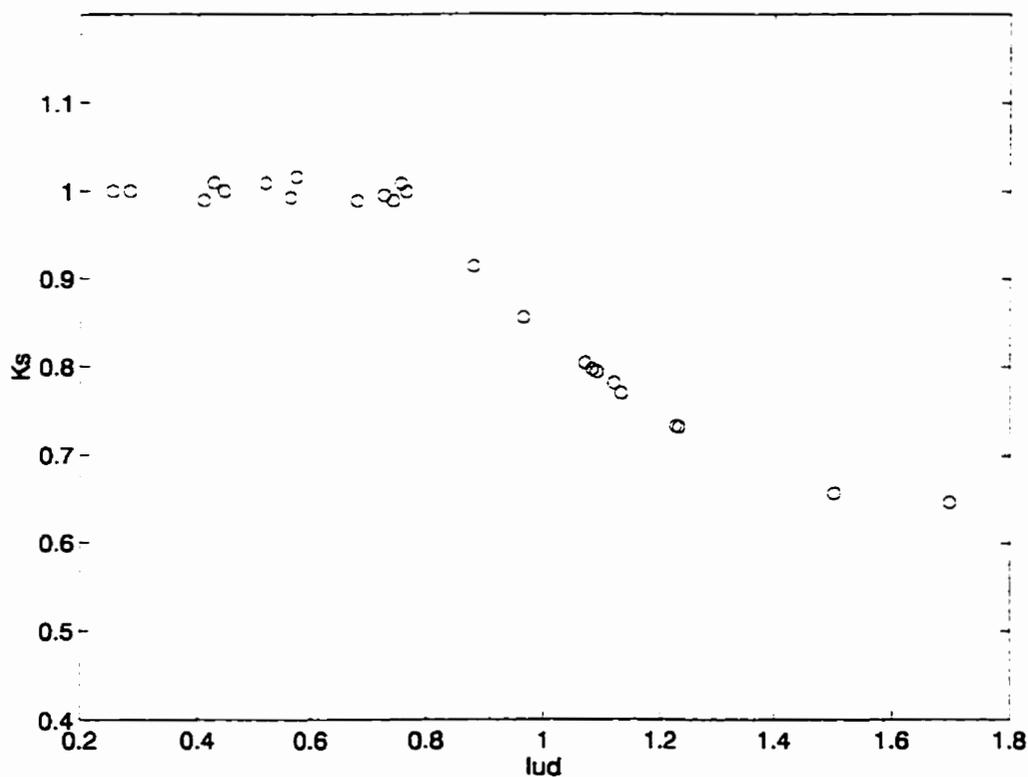
Il est impératif de noter ici, que notre manque d'informations nous empêche de connaître la fonction  $\Lambda$  dans tout l'intervalle possible du fonctionnement. Ceci nous empêche d'estimer exactement tous les paramètres d'une manière globale. Afin de remédier à ceci, nous avons utilisé une interpolation linéaire fragmentaire de la surface  $\Lambda$  moyennant les données avoisinant le point de fonctionnement. Le tableau 3.2 résume l'ensemble des points de fonctionnement du régime permanent utilisé pour identifier les fonctions  $K_s$  et  $\Lambda$ .

La figure 3.8 montre la fonction *facteur de saturation*  $K_s$ , calculée selon l'équation 3.22. On observe que notre hypothèse sur les transformations utilisées dans le développement du modèle (équation 3.9 et 3.10) est justifiée.

En effet, la preuve est démontrée par la capacité du modèle à exprimer une relation univoque entre le courant fictif  $I_{fd}$  et le facteur de saturation  $K_s$ . Cette relation, comme on peut le constater facilement, a bel et bien la forme typique d'un facteur de saturation classique. Si notre modèle ou nos hypothèses de travail faussaient les équations fondamentales, la figure 3.8 n'aurait pas l'allure d'une fonction univoque.

Table 3.2: Points de fonctionnement du turboalternateur *Lambton* [57,67]

Test point #	P (MW)	Q (MVAR)	E (KV)	$i_f$ (A)	$\delta$ (degré)
1	212.3	108.0	24.66	2316	21.6
2	211.2	29.8	24.11	1933	26.5
3	303.7	231.7	24.83	3157	23.7
4	307.3	162.4	24.95	2835	26.4
5	306.7	64.0	24.32	2366	32.7
6	328.6	125.5	24.79	2711	30.0
7	398.3	222.0	25.03	3377	29.7
8	408.8	154.7	24.56	3078	34.4
9	411.1	67.3	24.26	2733	40.1
10	408.4	32.5	24.24	2640	42.2
11	505.6	252.7	24.96	3847	34.4
12	508.4	197.9	25.00	3612	36.9
13	508.8	181.7	25.01	3546	37.6
14	508.0	193.1	25.00	3594	37.0
15	509.3	147.3	24.70	3396	40.0
16	419.4	258.3	25.03	3622	29.4
17	414.6	220.7	25.06	3425	30.6

Figure 3.8 Facteur de saturation  $K_s$ 

Au risque de nous répéter, le manque d'informations, dans le cas étudié, nous empêche de reproduire la fonction caractéristique  $\Lambda$  sur l'ensemble de l'espace de travail tridimensionnel ( $I_d$ ,

$I_q, \Lambda$ ). Le peu de points disponibles auront été éparpillés dans l'espace et aucune conclusion visuelle n'aurait pu être retenue. Nous avons choisi d'exprimer ces derniers dans une sorte de projection vers l'espace bidimensionnel ( $I_{\mu d}, \Lambda$ ). Ceci a pour effet d'illustrer le comportement de la saillance de la machine comme une fonction univoque du niveau magnétique interne.

On note que la signification de la figure 3.9 doit être limitée à une simple image graphique d'un ensemble de points de fonctionnement déjà connus. Aucun calcul ne peut être effectué moyennant cette relation ( $I_{\mu d}, \Lambda$ ). La raison est fort simple: l'évaluation de  $I_{\mu d}$  nécessite la connaissance de la fonction caractéristique  $\Lambda$ .

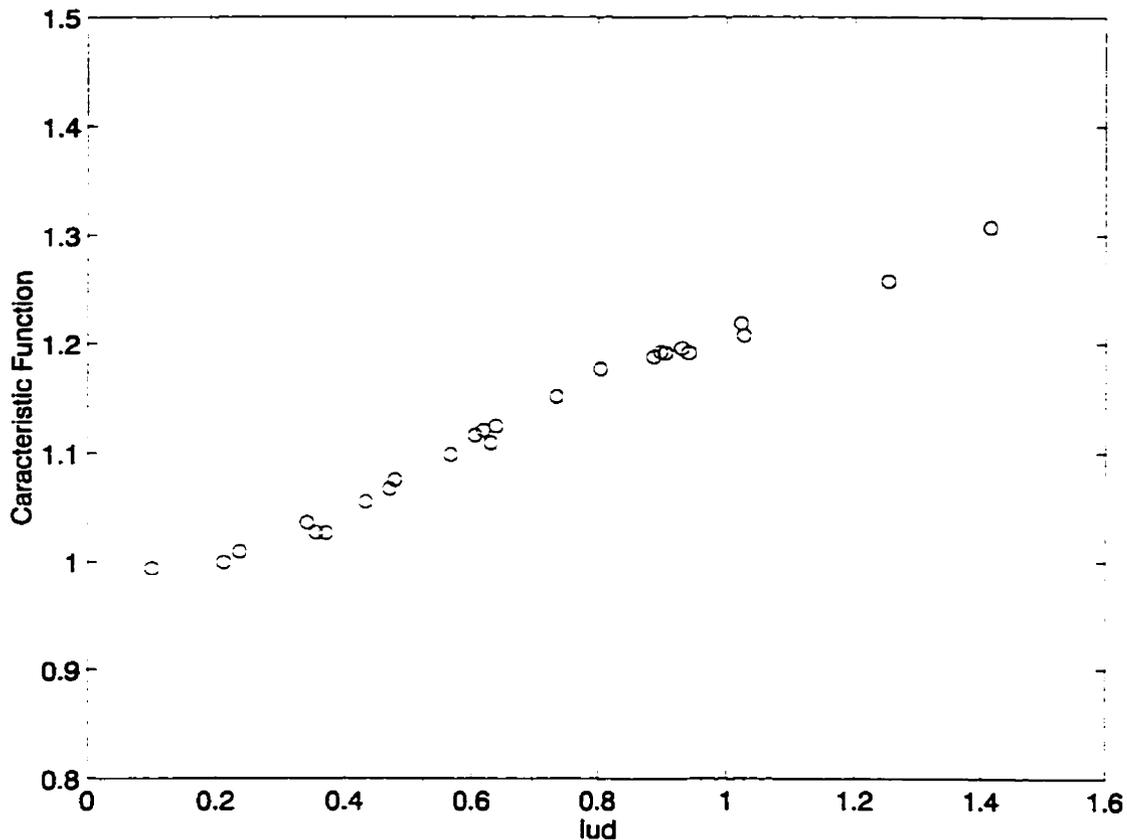


Figure 3.9 Fonction caractéristique  $\Lambda$  (représentation 2D)

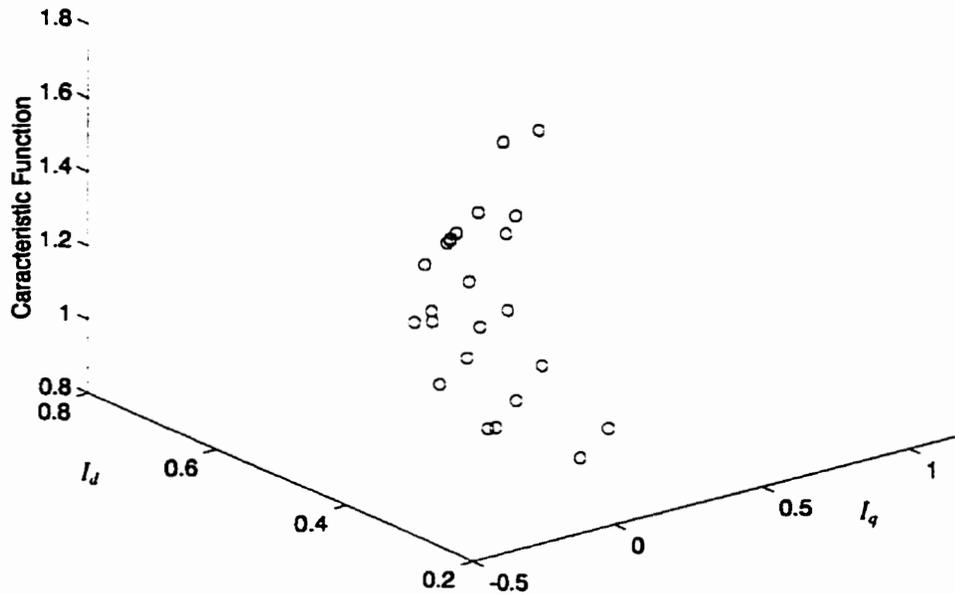


Figure 3.10 Fonction caractéristique  $\Lambda$  (représentation 3D)

Pour la validation du modèle, on a utilisé un ensemble de trois points typiques (A, B et C) dont les caractéristiques sont données dans le tableau 3.3. Les résultats sont donnés dans le tableau 3.4 sous forme de comparaison entre la prédiction du modèle et sa variation par rapport aux mesures réelles [57]. En comparant l'erreur du modèle actuel avec celle d'un modèle conventionnel de saturation, nous constatons que notre modèle améliore légèrement les prédictions.

Table 3.3: Points du régime stationnaire de la machine *Lambton*

# point	P (mW)	Q (mvar)	E (kV)	$i_f$ (A)	$\delta$ (degré)
A	506.8	200.4	25.00	3615	36.6
B	510.2	11.7	24.13	2911	45.5
C	306.7	-82.6	23.21	1832	47.4

Table 3.4: Résultats

# point	$\delta$ (cal.)	$\Delta\delta$ (%)	$i_f$ (cal.)	$\Delta i_f$ (%)
A	35.3	3.55	3588	0.75
B	48.9	1.21	2895	0.55
C	48.2	-1.69	1801	1.69

La petite taille de la base de données utilisée nous empêche de généraliser une telle conclusion. En plus, nous n'avons pu procéder à une validation d'un régime transitoire par manque d'informations sur les données des circuits équivalents de chaque axe. Néanmoins, cette validation nous confirme la justesse des hypothèses retenues durant la construction du modèle et nous permet de démontrer l'aptitude de ce dernier à prédire le régime permanent.

### 3.7.3 Investigation par éléments finis

À l'aide du code du calcul du champ magnétique par éléments finis EFCAD (*Electromagnetic Fields Computer Aided Design*) développé par le laboratoire LEEI-ENSEEIH/CNRS à Toulouse (France) et par le laboratoire GRUCAD/UFSC à Florianópolis (Brazil), nous avons procédé à différentes investigations numériques dans le but de vérifier l'exactitude du modèle.

La machine à pôles saillants modélisée a les caractéristiques suivantes<sup>5</sup>: 1.86 kW, 3 phases, 4 pôles, connexion en Y, 60 Hz, 208 V, 5.5 A et  $I_{f(nominal)}=1.22$  A.

La procédure d'investigation est fort simple; nous avons alimenté les trois phases de la machine de sorte à créer un tableau complet de combinaisons d'alimentation ( $I_d, I_q$ ) selon les axes  $-d$  et  $-q$ . Cette façon nous assure de couvrir les régimes linéaire et saturé de la machine. Une fois que les valeurs des flux et des courants sont connues, les équations (3.22-3.28) nous permettent de calculer toutes les fonctions qui interviennent dans le modèle.

Le but premier de l'analyse par éléments finis était de vérifier l'exactitude des hypothèses fondamentales du modèle. En effet, la première idée fondamentale et originale du modèle est la relation univoque entre le facteur de saturation  $K_s$  (calculé à partir de l'équation 3.22) et la force magnétomotrice totale de la machine équivalente  $I_{\mu d}$  (calculée à partir de l'équation 3.15).

Si cette relation n'est pas univoque, on s'attend à visualiser un nuage confus de points dans une représentation bidimensionnelle ( $I_{\mu d}, K_s$ ). Or, la figure 3.10 est la preuve indéniable que cette relation est bel et bien univoque. Ce premier résultat démontre la justesse de la première hypothèse qui consiste à dire que le facteur de saturation  $K_s$  est suffisant pour décrire la machine équivalente.

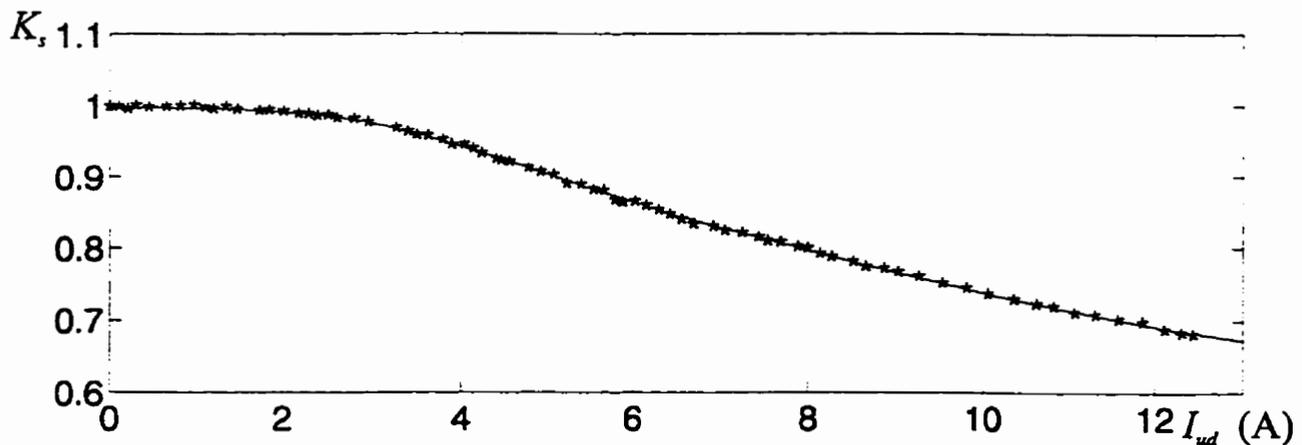


Figure 3.11 Facteur de saturation  $K_s$  en fonction du courant  $I_{\mu d}$

La figure 3.11 montre la dérivée de la fonction de saturation  $K_s$ , en fonction du courant  $I_{\mu d}$ . La dérivée a été obtenue analytiquement de la courbe interpolée de  $K_s$ .

<sup>5</sup> Pour plus de détails sur les données géométriques de la machine ainsi que les résultats des simulations, nous référons le lecteur au chapitre suivant.

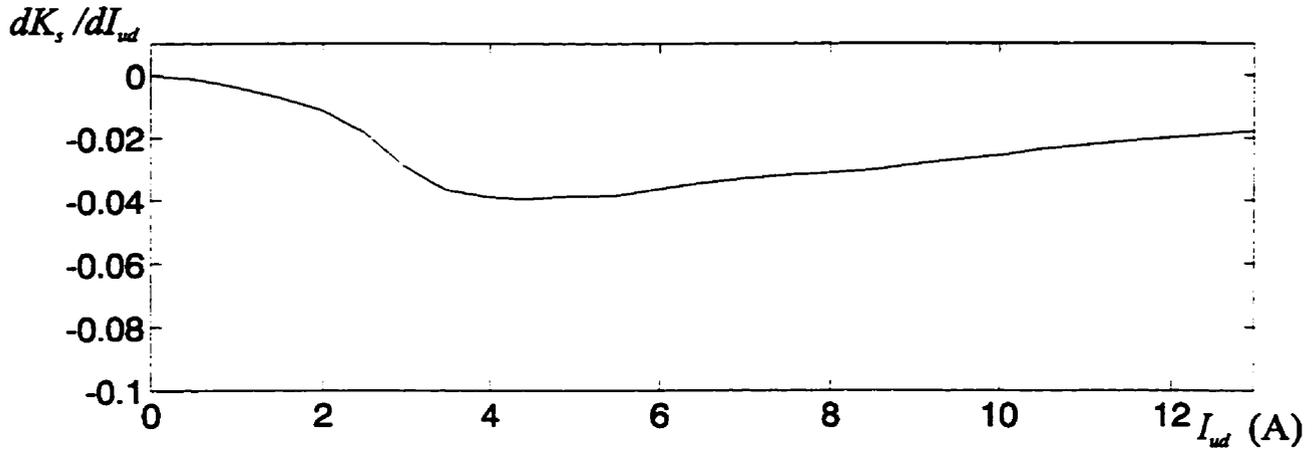


Figure 3.12 Variation du facteur de saturation  $dK_s/dI_{\mu d}$  en fonction du courant  $I_{\mu d}$

Également, les variations de la force magnétomotrice de la machine équivalente sont illustrées dans la figure 3.12. Il est intéressant de noter que la variation par rapport au courant de l'axe direct est plus grande, ce qui est normal, car ce dernier axe sature plus que l'axe quadratique.

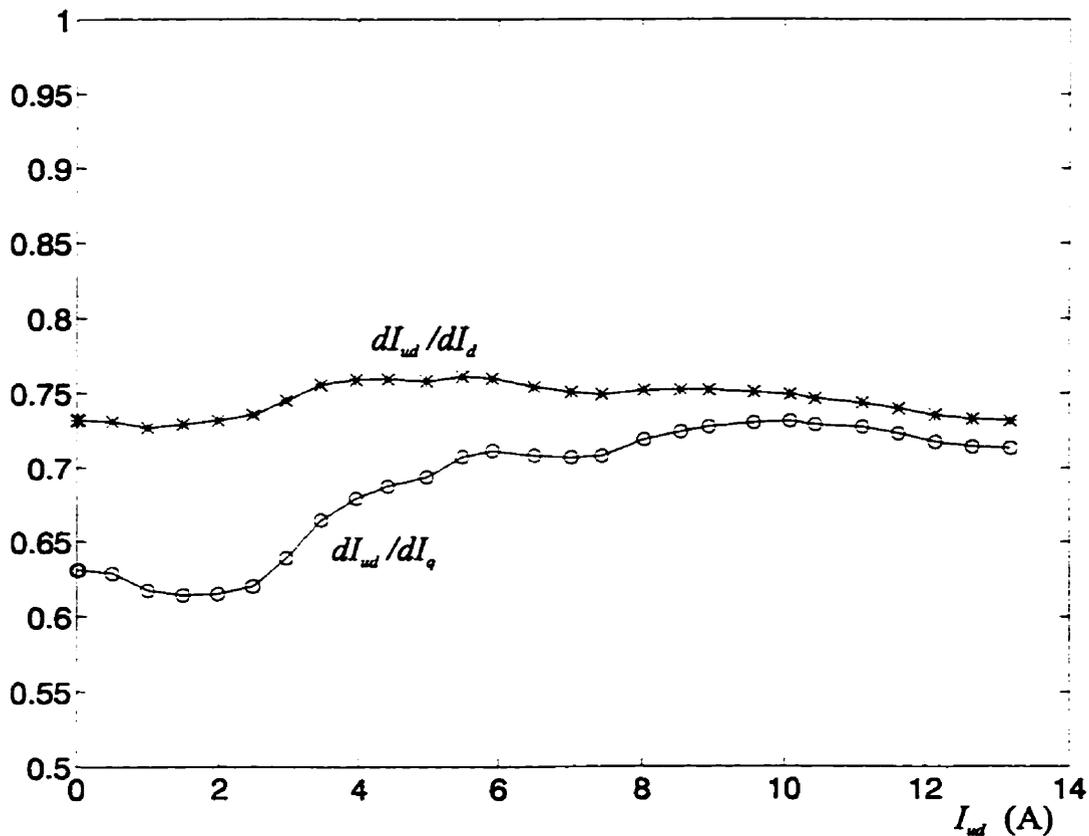


Figure 3.13 Les courbes  $\partial I_{\mu d}/\partial I_d$  et  $\partial I_{\mu d}/\partial I_q$  en fonction du courant  $I_{\mu d}$  (A)

Pour afficher la fonction caractéristique  $\Lambda$ , nous avons procédé de deux façons. La première est une représentation tridimensionnelle illustrée par la figure 3.13.

La seconde est représentée dans deux plans: le plan  $I_q=0$  et le plan  $I_d=0$  (illustré dans la figure 3.15). En effet, si on effectue l'intersection de la surface  $\Lambda$  avec le plan  $I_q = 0$ , on obtient la figure 3.14 qui présente la variation de la fonction caractéristique dans ce cas spécial.

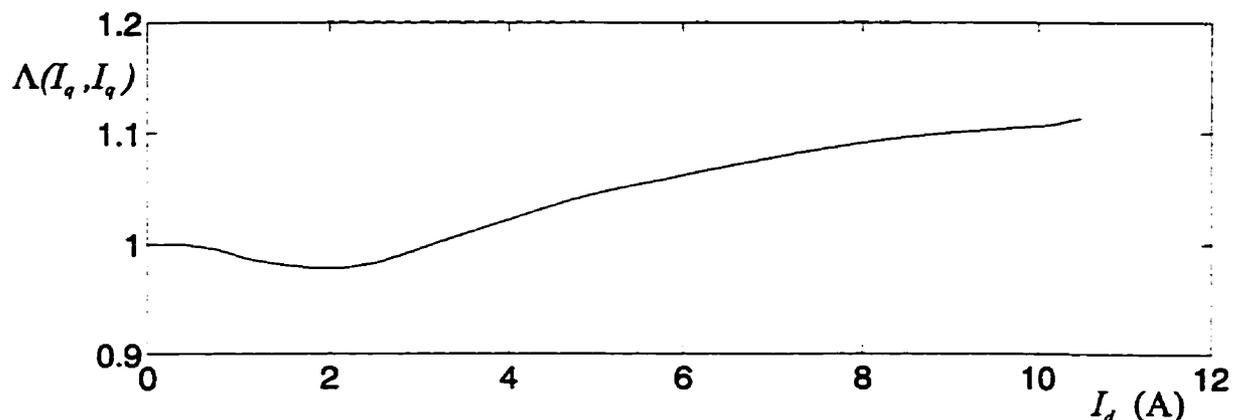


Figure 3.14 Variation de la fonction caractéristique  $\Lambda$  en fonction du courant  $I_d$

D'une manière similaire, si on effectue l'intersection de la surface  $\Lambda$  avec le plan  $I_d = 0$ , on obtient la figure 3.15.

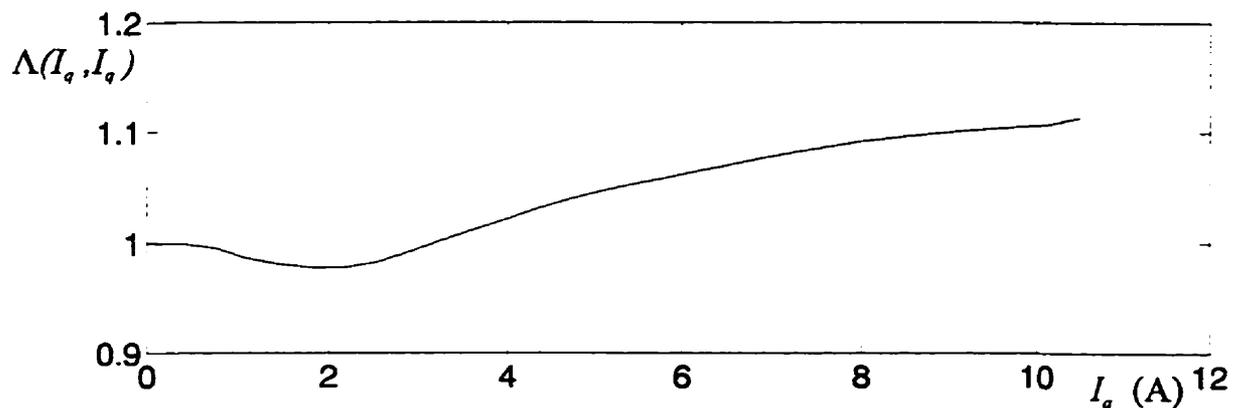


Figure 3.15 Variation de la fonction caractéristique  $\Lambda$  en fonction du courant  $I_q$

Finalement, nous avons tracé, dans la figure 3.16 les deux mutuelles croisées qui apparaissent dans les termes dynamiques de l'équation générale du modèle.

Nous notons les points suivants.

- On remarque facilement que les mutuelles dynamiques croisées  $M_{mdq}$  et  $M_{mqd}$  sont symétriques. Ce point sera discuté avec plus de détails dans le chapitre 5.
- Les valeurs négatives nous indiquent que l'effet croisé est démagnétisant. Ce résultat a déjà été prouvé expérimentalement par plusieurs chercheurs [26,27,28,100,101], et plusieurs modèles de saturation construisent cet effet d'une manière *ad hoc* par l'introduction explicite de fonctions judicieusement choisies. Ceci n'est pas nécessaire dans le cas du modèle

présenté, car l'effet démagnétisant est parfaitement inhérent à notre modèle analytique de saillance variable.

- Quantitativement (rapporté à un système *p.u.*), l'amplitude de l'effet croisé rapporté à l'effet total, est d'environ 4-5%. Évidemment, ce dernier résultat n'est valable que pour la machine étudiée. Le lecteur ne doit le considérer qu'à titre indicatif seulement. Toute extension des résultats vers les autres types de machines nécessite des investigations similaires<sup>6</sup>.

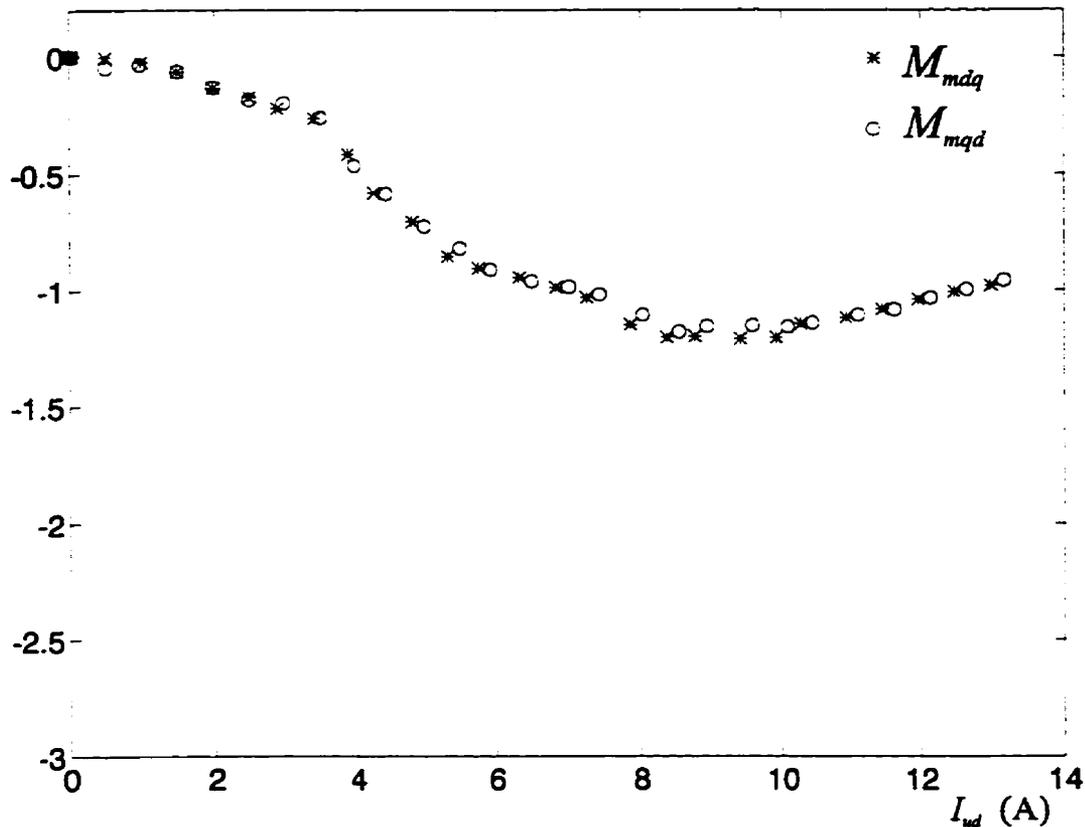


Figure 3.16 Les mutuelles  $M_{mdq}$  et  $M_{mqd}$  en fonction du courant  $I_{ud}$  (A)

<sup>6</sup> La littérature spécialisée nous informe que dans la majorité des cas, selon des résultats expérimentaux et des simulations numériques, l'importance de l'effet croisé varie entre 3% jusqu'à 12% dans certains cas [28]. Dans notre cas, la valeur de 5% nous semble tout à fait réaliste vu l'entrefer relativement grand.

## 3.8. Conclusions sur le modèle à saillance variable

Un nouveau modèle original pour les machines électriques saturées a été développé puis validé. Le modèle, intitulé modèle à saillance variable, n'est rien d'autre qu'une extension du modèle de *Potier*. Une transformation originale a été introduite pour convertir la machine réelle en une machine fictive caractérisée par une symétrie parfaite entre l'axe direct et l'axe quadratique. Une transformée inverse ramène les variables du système vers la machine réelle.

À travers une fonction originale appelée *fonction caractéristique*  $\Lambda$  et une définition classique d'un *facteur de saturation*  $K_s$ , la formulation du modèle présente les effets statique et dynamique de la saturation magnétique. L'effet croisé de la saturation est intrinsèque au modèle, et il est exprimé à travers la fonction caractéristique  $\Lambda$ .

Concrètement, le modèle de la saillance variable peut être considéré comme général et consistant. Général, car la structure des circuits s'adapte pour une multitude de types de machines, et parce que le modèle peut être ramené vers le modèle linéaire (facteur de saturation unitaire), ou encore vers un modèle de saturation fixe (fonction caractéristique constante). Consistant, car le modèle contient les termes que la transformée de *Park*, issue d'une modélisation linéaire, ne représente pas (voir chapitre 2).

Certes, l'application du modèle de la saillance variable dans les régimes transitoires, nécessite la connaissance de la fonction caractéristique. Ceci est relativement facile à obtenir par un calcul de champs, ou encore, en connaissant un ensemble complet de points de fonctionnement de la machine étudiée.

Dans notre cas, à défaut de données complètes sur une seule machine, le modèle n'a pas été systématiquement validé pour toute la multitude de fonctionnements possibles sur une machine unique. Nous y avons remédié par des validations fragmentaires qui ont démontré la stabilité du modèle, l'exactitude des hypothèses avancées et sa capacité de prédire le régime permanent. Une validation pour un régime dynamique sera développée dans le chapitre 6.

Finalement, on peut conclure que le point le plus séduisant du modèle demeure le fait qu'il représente une sorte d'expansion des modèles standards, reconnus et très commodes dans l'usage industriel.

# CHAPITRE 4

## MODÈLE DE SATURATION AVEC DES FLUX MAGNÉTISANTS SUPERPOSÉS

Le chapitre quatre présente une deuxième approche pour modéliser la saturation dans les machines synchrones. La méthode est basée sur une sorte de décomposition du flux magnétisant dans chaque axe en deux parties. La première est fonction de la force magnétomotrice de l'axe lui-même, tandis que la deuxième est un flux croisé reflétant le couplage magnétique (et non mécanique) entre l'axe direct et l'axe transversal quand la machine est saturée. Il en résulte un modèle caractérisé par sa simplicité.

Dans le but d'uniformiser le langage mathématique employé, le formalisme employé a été choisi pour être le plus proche possible de celui du chapitre précédent.

### 4.1. Introduction

Le phénomène de la saturation croisée a été étudié théoriquement, numériquement et expérimentalement par plusieurs chercheurs [17,26,27,28,35,77,79,80,100,103]. Ils ont démontré que ce dernier peut atteindre une importance relativement grande dans certains cas (on parle d'environ 10% de la valeur du flux). Et finalement, depuis environ une décennie, on a mis en évidence, expérimentalement, l'existence du phénomène en régime permanent et en régime transitoire [26,27,28].

Quand nous avons commencé l'investigation numérique par calcul des champs en utilisant la méthode des éléments finis, notre but était d'explorer et de valider le modèle précédent (modèle de la saillance variable). La démarche était nécessaire. Il s'agissait de couvrir la surface complète de la fonction  $\Lambda$  pour une machine de laboratoire telle que présentée au paragraphe 3.7.3.

Toutefois, les résultats des simulations et l'accès aux cartes du champ magnétique, nous ont mis sur la route d'un nouveau modèle, et suite à une recherche bibliographique, nous avons constaté qu'une telle approche a été ressentie dans d'autres travaux de recherche [1,17].

L'idée de base demeure fort simple; elle consiste à décomposer le flux magnétique en une somme de deux termes. Le premier, dit propre à chaque axe, et le deuxième, dit croisé. En suivant cette idée, le développement mathématique aboutit à un nouveau modèle caractérisé par sa simplicité et sa commodité. Toutefois, le formalisme s'écarte légèrement des modèles *standards* habituels.

Finalement, il nous convient de rappeler au lecteur que malgré une polémique apparente entre les deux modèles, un débat sera présenté dans le chapitre 6 pour éclaircir la controverse et dégager les avantages et les inconvénients de chaque modèle. Le présent chapitre sera limité à la présentation et la validation du deuxième modèle.

## 4.2. Description de la superposition des flux

Sans trop s'attarder sur les généralités et les hypothèses redondantes du chapitre précédent, nous assumons la conjecture suivante: le flux magnétisant dans chaque axe est formé d'une composante dite "propre" additionnée à une autre composante dite "croisée". C'est-à-dire que le flux total du stator, exprimé dans le repère orthogonal  $d$ - $q$ , sera formulé par,

$$\Psi_d = \phi_a + \phi_d = \phi_a + \phi_{dd} + \phi_{dq} \quad (4.1.)$$

$$\Psi_q = \phi_a + \phi_q = \phi_a + \phi_{qq} + \phi_{qd} \quad (4.2.)$$

où.  $\phi_a$  représente la partie des flux de fuite (linéaire *a priori*, voir paragraphe 3.2),  
 $\phi_u$  représente la composante magnétisante propre et finalement,  
 $\phi_v$  représente la composante magnétisante croisée.

La partie dite "propre" sera exprimée comme une fonction univoque dépendante d'une seule variable moyennant une approche classique. C'est-à-dire une inductance<sup>1</sup>.

$$\phi_{dd} = L_{md}(I_d) \cdot I_d \quad (4.3.)$$

$$\phi_{qq} = L_{mq}(I_q) \cdot I_q \quad (4.4.)$$

Les fonctions non linéaires  $L_{md}$  et  $L_{mq}$  seront déterminées par les deux courbes classiques de saturation de chaque axe de la machine (par exemple, l'essai à vide peut être utilisé pour identifier cette caractéristique dans le cas de l'axe  $-d$ ).

Concrètement, pour identifier ces deux dernières fonctions, on peut considérer les deux configurations suivantes:

**Configuration UN:** identification de  $L_{md}$

$$I_q = 0, \quad |I_d| \in [0, \approx 3p.u.], \quad (4.5.)$$

**Configuration DEUX:** identification de  $L_{mq}$

$$I_d = 0, \quad |I_q| \in [0, \approx 3p.u.], \quad (4.6.)$$

<sup>1</sup> On aurait pu aussi choisir des fonctions univoques  $\phi_{dd} = \phi_{dd}(I_d)$  et  $\phi_{qq} = \phi_{qq}(I_q)$  tout simplement. Le choix classique d'une inductance est de rapprocher le modèle, le plus possible, vers les modèles traditionnels.

On note également, que telle que présentée, l'identification des fonctions  $L_{md}$  et  $L_{mq}$  est relativement facile. En effet, ces deux dernières courbes sont considérées comme un *standard*. Beaucoup de travaux d'identification numérique, d'expérimentation mais surtout des protocoles, ont été réalisés sur diverses machines [24,39,41].

L'utilisation de ces mesures n'enlève rien à l'originalité du modèle proposé, au contraire, elle lui procure simplicité et commodité d'usage.

Quant à la composante dite "croisée", telle qu'introduite, elle sera exprimée dans l'espace  $\mathcal{R}^2 \times \mathcal{R}$  comme une fonction des deux variables d'état de saturation. C'est-à-dire  $I_d$  et  $I_q$ ,

$$\phi_{dq} = \phi_{dq}(I_d, I_q) \quad (4.7.)$$

$$\phi_{qd} = \phi_{qd}(I_d, I_q) \quad (4.8.)$$

**Définition (1):** Il faut voir ici que le flux croisé  $\phi_{ij}$  sera défini comme étant la part du flux magnétique de l'axe  $i$  résultant d'une alimentation des deux axes  $i$  et  $j$  conjointement. L'apparition de ce dernier est causée par la saturation (voir conclusion du chapitre 2).

Un des points substantiels de l'originalité du modèle présenté, réside dans le fait que nous considérons la part des flux croisés  $\phi_{ij}$  comme une fonction de l'état magnétique général de la machine (donc des courants  $I_d$  et  $I_q$ ) et pas seulement du courant de  $I_j$  de l'autre axe.

**Définition (2):** Une autre façon pour définir le flux croisé  $\phi_{ij}$  est la suivante: c'est la part du flux de l'axe  $i$  qu'il faut ajouter (ou enlever) au flux propre  $\phi_{ii}$  pour obtenir le flux total. Ce dernier est issu d'une alimentation par les courants  $I_d$  et  $I_q$ , tandis que le flux propre  $\phi_{ii}$  est natif d'une pure alimentation par le courant  $I_i$ .

Quelques remarques sont de mise pour l'éclaircissement de la portée d'une telle hypothèse. D'une part, le modèle, tel que formulé, contient une composante statique de l'effet croisé, c'est-à-dire que même dans l'absence de variation des courants magnétisants, l'effet croisé sera représenté par une mutuelle statique:

$$L_{mdq} = \frac{\phi_{dq}}{I_q} \quad (4.9.)$$

$$L_{mqd} = \frac{\phi_{qd}}{I_d} \quad (4.10.)$$

D'autre part, en se basant sur les résultats du chapitre 2, nous avons constaté, théoriquement, que l'effet croisé sur l'axe  $i$  est lié à l'état de toutes les composantes du vecteur "courant" et son existence, dans le cas d'une mutuelle entre les deux axes orthogonaux est directement liée à la valeur des courants dans l'axe  $j$  ( $j$  étant perpendiculaire à  $i$ ).

Dans notre cas, cela se traduit par les deux contraintes:

$$\phi_{dq}(I_d, I_q = 0) = 0 \quad (4.11.)$$

$$\phi_{qd}(I_d = 0, I_q) = 0 \quad (4.12.)$$

Ces deux dernières exigences découlent de la définition même d'un flux croisé. Afin de les satisfaire, nous proposons les formules analytiques suivantes:

$$\phi_{dq}(I_d, I_q) = I_q \cdot f(I_d, I_q) \quad (4.13.)$$

$$\phi_{qd}(I_d, I_q) = I_d \cdot g(I_d, I_q) \quad (4.14.)$$

Finalement, la connaissance du comportement du flux croisé nécessite une mesure du flux magnétisant (dans chaque axe) résultant d'une alimentation simultanée des deux axes. C'est-à-dire qu'il faut retenir la configuration suivante pour pouvoir l'identifier.

$$|I_d| \in [0, \approx 3p.u.], \quad \text{et} \quad |I_q| \in [0, \approx 3p.u.] \quad (4.15.)$$

Cette dernière configuration est facile à obtenir par un calcul des champs magnétiques en utilisant une méthode numérique telle que celle des éléments finis ou des différences finies.

Également, les caractéristiques propres de chaque axe (ce qui est relativement facile à obtenir et surtout, présente une quantité *standard*) utilisées avec un ensemble complet d'essais de régime permanent couvrant l'intervalle opérationnel de la machine, nous permettent d'identifier la part des flux croisés dans chaque axe.

La figure ci-dessous illustre, d'une façon schématique, l'hypothèse de travail utilisée pour la construction du modèle à flux magnétisants superposés.

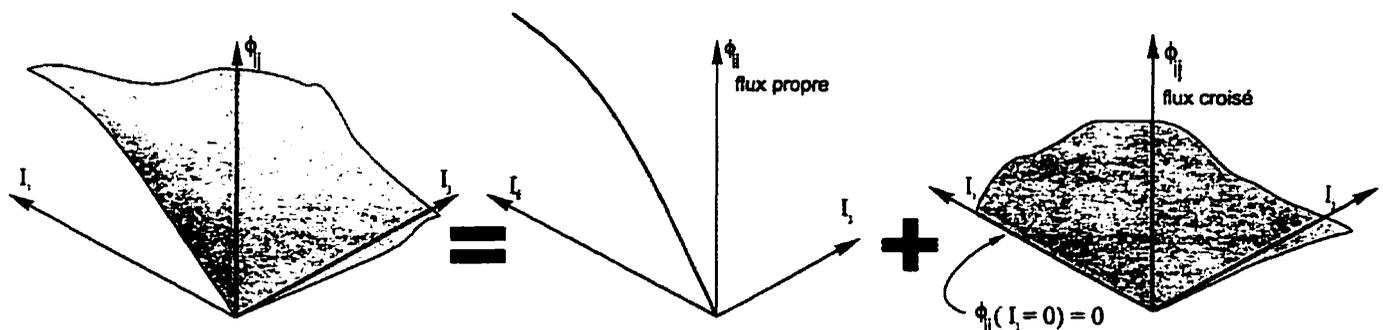


Figure 4. 1 Représentation graphique de l'hypothèse de travail du modèle à flux magnétisants superposés

#### Remarque 4.1

Un regard rapide sur l'équation (4.15) et sur les équations (4.5) et (4.6), nous fait constater que les configurations retenues pour l'identification des courbes  $L_{md}$  et  $L_{mq}$  sont incluses dans la configuration de l'identification des effets croisés. Donc, en principe, nous n'aurons pas à répéter le même travail inutilement.

En effet le flux propre  $\phi_{dd}$  n'est rien d'autre que l'intersection de la surface  $\phi_d$  (dans la configuration (4.15)) avec le plan  $I_q = 0$ . Le flux  $\phi_{qq}$  sera obtenu d'une façon similaire.

Dans le but de pouvoir évaluer les termes dynamiques  $d\Psi_k/dt$  dans les équations électriques du système, nous définissons les inductances (propres et mutuelles) dynamiques,

$$\frac{d}{dt}(\phi_d) = \frac{d}{dt}(L_{md}(I_d) \cdot I_d) + \frac{d}{dt}(\phi_{dq}(I_d, I_q)) \quad (4.16.)$$

$$\frac{d}{dt}(\phi_q) = \frac{d}{dt}(L_{mq}(I_q) \cdot I_q) + \frac{d}{dt}(\phi_{qd}(I_d, I_q)) \quad (4.17.)$$

Par substitution des équations (4.1-4.2) dans ces dernières, on peut écrire

$$\frac{d}{dt}(\phi_d) = M_{md}(I_d, I_q) \cdot \frac{dI_d}{dt} + M_{mdq}(I_d, I_q) \cdot \frac{dI_q}{dt} \quad (4.18.)$$

$$\frac{d}{dt}(\phi_q) = M_{mqd}(I_d, I_q) \cdot \frac{dI_d}{dt} + M_{mq}(I_d, I_q) \cdot \frac{dI_q}{dt} \quad (4.19.)$$

où les termes des inductances mutuelles seront donnés par:

$$M_{md}(I_d, I_q) = L_{dd}(I_d) + I_d \cdot \frac{dL_{dd}(I_d)}{dI_d} + \frac{\partial \phi_{dq}}{\partial I_d} \quad (4.20.)$$

$$M_{mq}(I_d, I_q) = L_{qq}(I_q) + I_q \cdot \frac{dL_{qq}(I_q)}{dI_q} + \frac{\partial \phi_{qd}}{\partial I_q} \quad (4.21.)$$

$$M_{mdq}(I_d, I_q) = \frac{\partial \phi_{dq}}{\partial I_q} \quad (4.22.)$$

$$M_{mqd}(I_d, I_q) = \frac{\partial \phi_{qd}}{\partial I_d} \quad (4.23.)$$

Les inductances propres  $M_{md}$  et  $M_{mq}$  sont nommées “les inductances magnétisantes dynamiques” et les mutuelles  $M_{mdq}$  et  $M_{mqd}$  sont nommées “les mutuelles dynamiques de l’effet croisé”.

#### Remarque 4.2

Le développement ci-dessus utilise le terme “inductance” à la place de celui de “réactance”. Le lecteur peut se demander pourquoi nous n’avons pas gardé la même convention déjà employée dans le chapitre 3. Notre choix de démarche est justifié d’une part, par notre désir d’éclaircir, le plus possible, la différence entre les termes dynamiques et ceux qui sont statiques et d’autre part, par notre soucis de ne pas confondre les deux méthodes dont cette thèse fait l’objet.

En effet, dans le modèle de la saillance variable, l’effet croisé n’est explicitement présent que dans les termes dynamiques, et dans ce cas, nous avons utilisé les réactances  $x$  pour indiquer les inductances statiques et le terme  $M_{ij}$  pour indiquer les inductances incrémentales.

Par contre, le présent modèle contient des inductances, propres et mutuelles, dans les deux cas: statique et dynamique, et nous avons préféré la notation suivante:  $L_{mi}$  pour une inductance propre statique,  $L_{mij}$  pour une inductance mutuelle statique,  $M_{mi}$  pour une inductance dynamique propre et finalement,  $M_{mij}$  pour l’inductance mutuelle dynamique issue de l’effet croisé.

Cette démarche ne change en rien l’analyse et l’exploitation des deux modèles.

### 4.3. Mise en équation

D'une manière similaire au paragraphe 3.5 du chapitre précédent, le but du futur développement est de représenter les  $(3+nd+nq)$  équations électriques des circuits équivalents généralisés (voir figure ci-dessous) comme un système d'équations différentielles non linéaires du premier ordre.

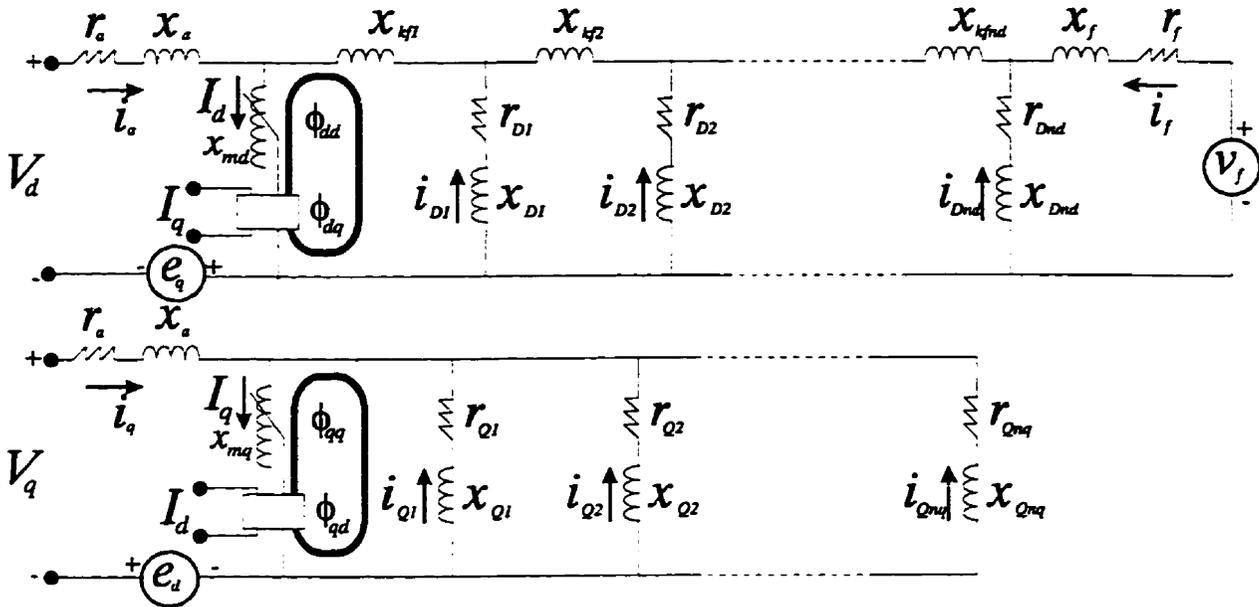


Figure 4. 2 Circuits équivalents généralisés d'une machine synchrone saturée

On définit le vecteur "état" des courants électriques et le vecteur des tensions de la même façon du chapitre précédent. La substitution des termes du flux dans les équations électriques nous donne le système matriciel suivant:

$$\{v\} = \mathbf{R} \cdot \{i\} + \frac{1}{\omega_m} \mathbf{X}(i) \cdot \frac{d}{dt} \{i\} + \omega_m \cdot \mathbf{G}(i) \cdot \{i\} \tag{4.24.}$$

avec la matrice résistance  $\mathbf{R}$  définie comme,

$$\mathbf{R} = \text{diag} \langle r_a \quad r_f \quad r_{D1} \quad \dots \quad r_{Dnd} \quad r_a \quad r_{Q1} \quad \dots \quad r_{Qnd} \rangle \tag{4.25.}$$

et la matrice  $\mathbf{G}$  qui regroupe les termes des inductances (ou réactances) statiques,

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{1,2+nd}^{mqd} & -\mathbf{G}_{1,1+nq}^{mq} \\ \mathbf{0}_{1+nd,2+nd} & \mathbf{0}_{1+nd,1+nq} \\ \mathbf{G}_{1,2+nd}^{md} & \mathbf{G}_{1,1+nq}^{mdq} \\ \mathbf{0}_{nq,2+nd} & \mathbf{0}_{nq,1+nq} \end{bmatrix}_{3+nd+nq,3+nd+nq} \tag{4.26.}$$

où,

$$\mathbf{G}^{md} = [x_a + x_{md} \quad x_{md} \quad \dots \quad x_{md}] ,$$

$$\mathbf{G}^{mq} = [x_a + x_{mq} \quad x_{mq} \quad \dots \quad x_{mq}],$$

$$\mathbf{G}^{mdq} = [x_{mdq} \quad x_{mdq} \quad \dots \quad x_{mdq}],$$

$$\mathbf{G}^{mqd} = [x_{mqd} \quad x_{mqd} \quad \dots \quad x_{mqd}],$$

et  $\mathbf{O}_{ij}$  étant une matrice nulle de dimensions  $i \times j$ .

Finalement, la matrice  $\mathbf{X}$  des réactances dynamiques est caractérisée par la structure suivante,

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{2+nd, 2+nd}^{md} & \mathbf{X}_{2+nd, 1+nq}^{mdq} \\ \mathbf{X}_{1+nq, 2+nd}^{mqd} & \mathbf{X}_{1+nq, 1+nq}^{mq} \end{bmatrix} \quad (4.27.)$$

où,

$$\mathbf{X}_{2+nd, 2+nd}^{md} = \begin{bmatrix} x_a + M_{md} & M_{md} & M_{md} & \dots & M_{md} \\ M_{md} & x_f + x_{kf} + M_{md} & x_{kf} - x_{D1} + M_{md} & & x_{kf} - x_{Dnd} + M_{md} \\ M_{md} & x_{kf} - x_{D1} + M_{md} & x_{kf} + M_{md} & & x_{kf} - x_{Dnd} + M_{md} \\ \dots & & & & \dots \\ M_{md} & x_{kf} - x_{D1} + M_{md} & x_{kf} - x_{D2} + M_{md} & \dots & x_{kf} + M_{md} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{X}_{1+nq, 1+nq}^{mq} = \begin{bmatrix} x_a + M_{mq} & M_{mq} & M_{mq} & \dots & M_{mq} \\ M_{mq} & x_{Q1} + M_{mq} & M_{mq} & & M_{mq} \\ M_{mq} & M_{mq} & x_{Q2} + M_{mq} & & M_{mq} \\ \dots & & & & \dots \\ M_{mq} & M_{mq} & M_{mq} & \dots & x_{Qnd} + M_{mq} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{X}_{2+nd, 1+nq}^{mdq} = \begin{bmatrix} M_{mdq} & \dots & M_{mdq} \\ \dots & & \dots \\ M_{mdq} & \dots & M_{mdq} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{X}_{1+nq, 2+nd}^{mqd} = \begin{bmatrix} M_{mqd} & \dots & M_{mqd} \\ \dots & & \dots \\ M_{mqd} & \dots & M_{mqd} \end{bmatrix}$$

À ce stade d'analyse, il est intéressant de résumer ces résultats sous forme d'un tableau similaire à celui du chapitre précédent afin de montrer la portée des hypothèses utilisées pour la construction du modèle.

**Statique: matrice G**

$$\begin{bmatrix} \phi_d \\ \phi_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{dd} + \phi_{dq} \\ \phi_{qd} + \phi_{qq} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \phi_d \\ \phi_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{md} & f \\ g & x_{mq} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix}$$

**Dynamique: matrice X**

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_d \\ \phi_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} (\phi_{dd} + \phi_{dq}) \\ \frac{d}{dt} (\phi_{qd} + \phi_{qq}) \end{bmatrix}$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_d \\ \phi_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{md} & M_{mdq} \\ M_{mqd} & M_{mq} \end{bmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix}$$

Nous poursuivons le développement mathématique en définissant une matrice d'états non linéaire **A** et une matrice **B** dite de commande comme,

$$\begin{aligned} \mathbf{A}(i) &= -\omega_n \cdot \mathbf{X}(i)^{-1} \cdot (\mathbf{R} + \omega_m \cdot \mathbf{G}(i)) \\ \mathbf{B}(i) &= \omega_n \cdot \mathbf{X}(i)^{-1} \end{aligned} \quad (4.28.)$$

Finalement, le système différentiel ordinaire non linéaire sera amené à la forme suivant:

$$\frac{d}{dt} \{\mathbf{i}\} = \mathbf{f}(\mathbf{i}, t) = \mathbf{A}(\mathbf{i}) \cdot \{\mathbf{i}\} + \mathbf{B}(\mathbf{i}) \cdot \{\mathbf{v}(t)\} \quad (4.29.)$$

Cette dernière relation résume le comportement électrique d'une machine saturée.

Afin de compléter la mise en équation pour pouvoir exprimer les transitoires électromécaniques (variation de la vitesse de rotation), il nous est indispensable d'adjoindre aux équations purement électriques deux équations mécaniques,

$$2H \cdot \frac{d\omega_m}{dt} = T_m - T_e - D\omega_m \quad (4.30.)$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega_n (\omega_m - 1) \quad (4.31.)$$

où  $T_e$  et  $T_m$  désignent les couples électromagnétique et mécanique respectivement,  $H$  l'inertie de l'arbre et du rotor,  $D$  est une constante de friction au niveau de l'arbre et finalement  $\delta$  est l'angle du rotor en radian.

Il découle de ces équations que le comportement dynamique de la machine synchrone se traduit, en fin de compte, par le système différentiel suivant:

$$\frac{d}{dt} \{\chi\} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}(\chi) & \mathbf{O}_{n,2} \\ \mathbf{Q}_{2,n} & \mathbf{R}_{2,2} \end{bmatrix} \{\chi\} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}(\chi) & \mathbf{O}_{n,2} \\ \mathbf{O}_{2,n} & \mathbf{T}_{2,2} \end{bmatrix} \{u\} \quad (4.32.)$$

où,

$$\{\chi\}^T = [\mathbf{i}^T | \omega_m \quad \delta], \quad \{u\}^T = [\mathbf{v}^T | T_m \quad 1] \quad (4.33.)$$

$$\mathbf{Q}_{2,n} = \frac{1}{2H} \begin{bmatrix} -\mathbf{i}^T \mathbf{G}(\mathbf{i}) \\ \mathbf{O}_{1,n} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_{2,2} = \begin{bmatrix} -D/2H & 0 \\ \omega_n & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{T}_{2,2} = \begin{bmatrix} 1/2H & 0 \\ 0 & -\omega_n \end{bmatrix} \quad (4.34.)$$

$n$  étant égal à  $5+nd+nq$ .

## 4.4. Équation d'une machine synchrone saturée connectée à un réseau

Bien que le but premier des chapitres 3 et 4 est de représenter de nouveaux modèles des machines synchrones, ces derniers doivent être plus efficaces en comparaison avec les modèles déjà existants dans la modélisation de l'effet de la saturation. Toutefois, l'intérêt pratique de cette modélisation nous impose une contrainte évidente: une machine est connectée à un réseau de tension  $v_-$  à travers une ligne de transmission possédant une impédance  $Z_c = r_c + jx_c$ .

Pour inclure cet effet dans les équations dynamiques, nous définissons des nouvelles matrices  $\tilde{\mathbf{A}}$  et  $\tilde{\mathbf{B}}$  qui diffèrent de  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{B}$  en ce sens que pour les calculer, il faut remplacer dans le vecteur des paramètres des circuits équivalents  $r_u$  et  $x_u$  par,

$$\begin{aligned} \tilde{r}_u &= r_u + r_c \\ \tilde{x}_u &= x_u + x_c \end{aligned} \quad (4.35.)$$

D'autre part, un nouveau vecteur est obtenu en remplaçant dans le vecteur  $v$  les entrées  $v_d$  et  $v_q$  par,

$$\begin{aligned} v_d &\rightarrow v_- \cdot \sin(\delta) \\ v_q &\rightarrow v_- \cdot \cos(\delta) \end{aligned} \quad (4.36.)$$

L'équation (4.32) s'écrit,

$$\frac{d}{dt} \{\chi\} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{A}}(\chi) & \mathbf{O}_{n,2} \\ \mathbf{Q}_{2,n} & \mathbf{R}_{2,2} \end{bmatrix} \{\chi\} + \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{B}}(\chi) & \mathbf{O}_{n,2} \\ \mathbf{O}_{2,n} & \mathbf{T}_{2,2} \end{bmatrix} \{\tilde{u}\} \quad (4.37.)$$

Ceci implique que les entrées dans l'axe  $d$  et  $q$  ne sont plus des entrées de commande, mais des fonctions non linéaires de la variable d'état  $\delta$ .

Le développement précédent montre que les équations générales obtenues pour une machine synchrone connectée à un réseau (même sans considération d'autres phénomènes non linéaires comme l'hystérésis) sont fortement non linéaires, donc, relativement exigeantes en calculs. Cette difficulté sera proportionnée à l'ordre de la machine étudiée.

## 4.5. Mise en oeuvre et investigations

Encore une fois, à l'aide du code du calcul du champ magnétique par éléments finis EFCAD, nous avons procédé à différentes investigations numériques dans le but d'exploiter le modèle et de valider sa capacité à prédire une multitude de fonctionnements.

La machine à pôles saillants modélisée (la même du chapitre 3) possède les caractéristiques suivantes: 1.86 kW, 3 phases, 4 pôles, connexion en Y, 60 Hz, 208 V, 5.5 A et  $I_f=1.22$  A.

Encore une fois, la procédure de l'investigation est simple; nous avons alimenté les trois phases de la machine de façon à créer un tableau complet de combinaisons d'alimentation ( $I_d, I_q$ ) selon les deux axes  $-d$  et  $-q$ .

De cette façon nous sommes assurés de couvrir les régimes linéaire et saturé de la machine selon une multitude de configurations.

Notons par exemple, le cas de la **configuration UN** (équation 4.5), où  $I_d \neq 0$  et  $I_q = 0$  qui correspond à un ensemble d'essais avec une simple alimentation dans l'axe  $-d$ . À partir de cet essai, les caractéristiques de la saturation selon l'axe  $-d$  seront identifiées sans effet croisé. La figure 4.3 montre une carte du champ magnétique typique à ce cas.

Dans le cas de la **configuration DEUX** ( $I_q \neq 0$  et  $I_d = 0$ , équation 4.6), nous obtenons l'ensemble des essais avec une alimentation unique dans l'axe  $-q$ . À partir de ces derniers, le modèle de saturation de l'axe  $-q$ , sans effet croisé, sera identifié (équation 4.4). La figure 4.4 montre une carte du champ magnétique typique.

Les figures 4.5 et 4.6 montrent, en deux (2) dimensions, le flux magnétique selon chaque axe de la machine en fonction du courant propre à cet axe. Il est manifestement facile de remarquer l'existence d'un effet croisé dans chaque axe.

Ceci justifie pleinement notre hypothèse de superposer les effets en termes propre et croisé (équations 4.1 et 4.2).

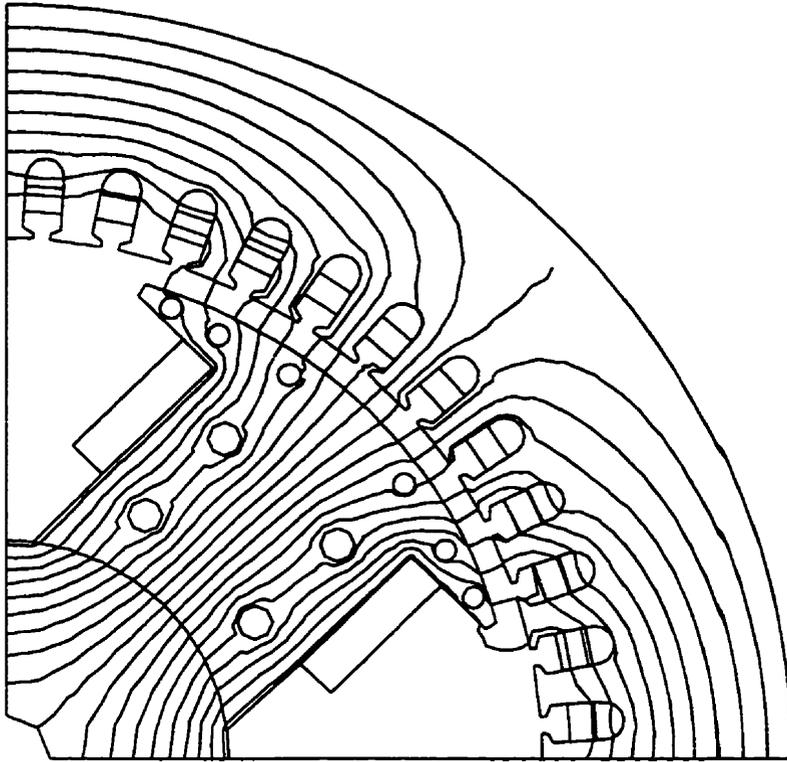


Figure 4. 3 Carte du champ magnétique résultant d'une alimentation dans l'axe  $-d$  seulement

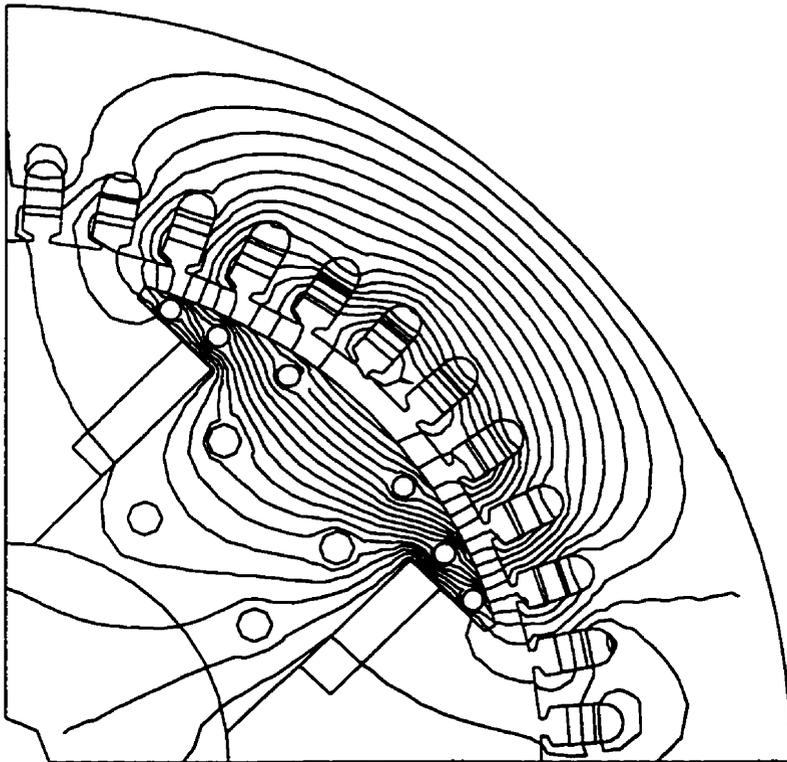


Figure 4. 4 Carte du champ magnétique résultant d'une alimentation dans l'axe  $-q$  seulement

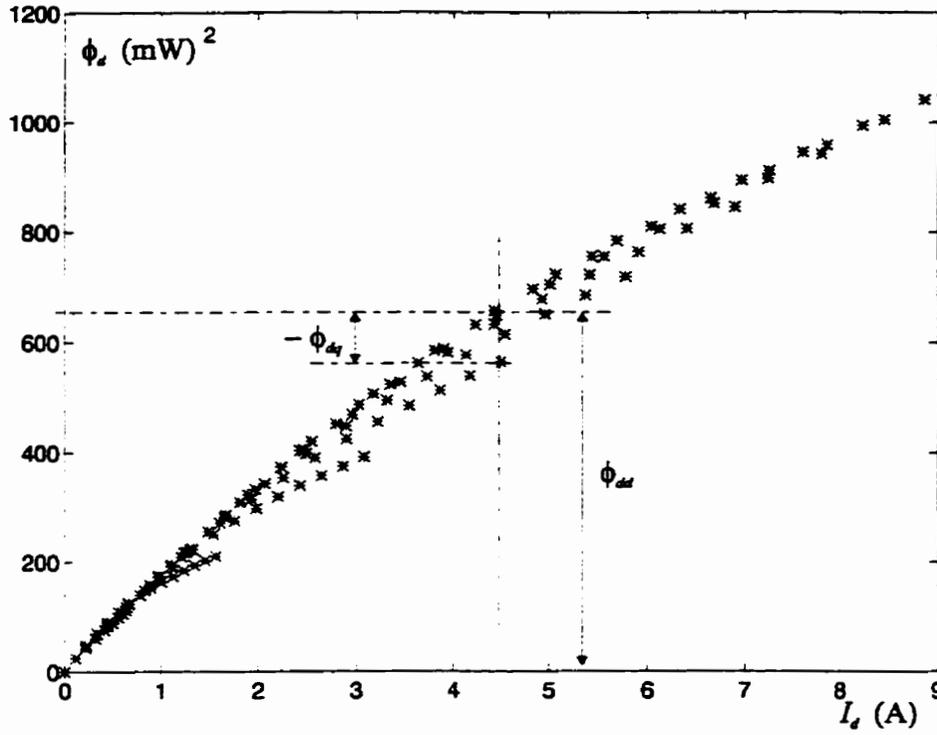


Figure 4.5 Flux magnétisant de l'axe -d selon différentes combinaisons d'alimentation

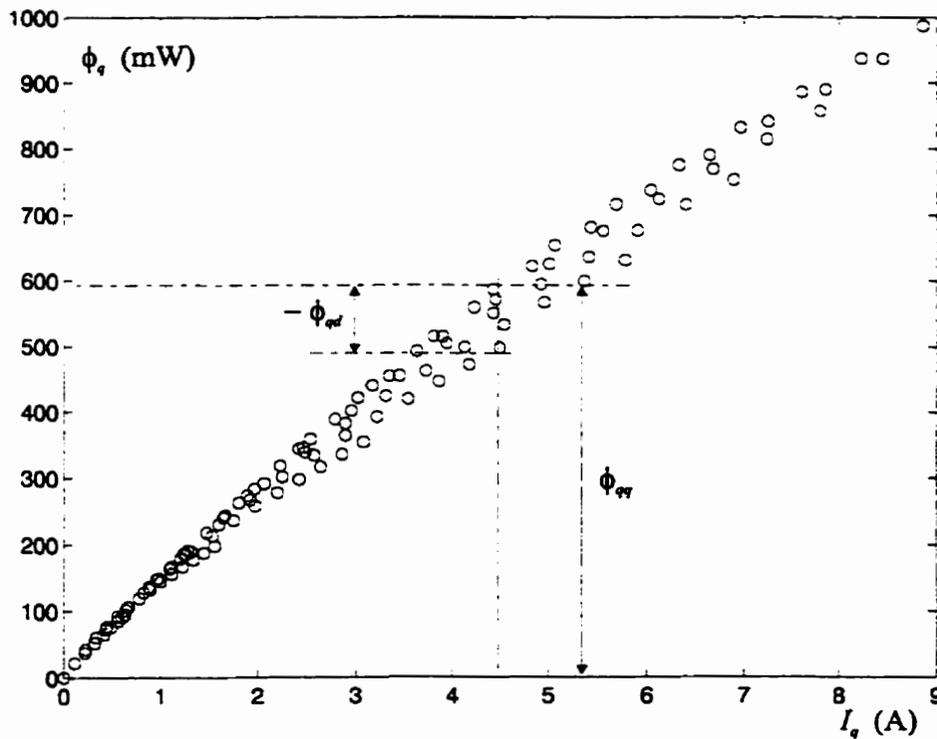


Figure 4.6 Flux magnétisant de l'axe -q selon différentes combinaisons d'alimentation

<sup>2</sup> mW = mWeber

La **configuration UN** (équation 4.5,  $I_d \neq 0$  et  $I_q = 0$ ) est illustrée dans la figure 4.7 ci-dessous. C'est une forme très classique que nous avons ici; une partie linéaire et la saturation qui se manifeste à partir d'un certain seuil. Cette courbe nous a permis d'identifier la réactance propre de l'axe  $-d$ :  $x_{md}$  (figure 4.15).

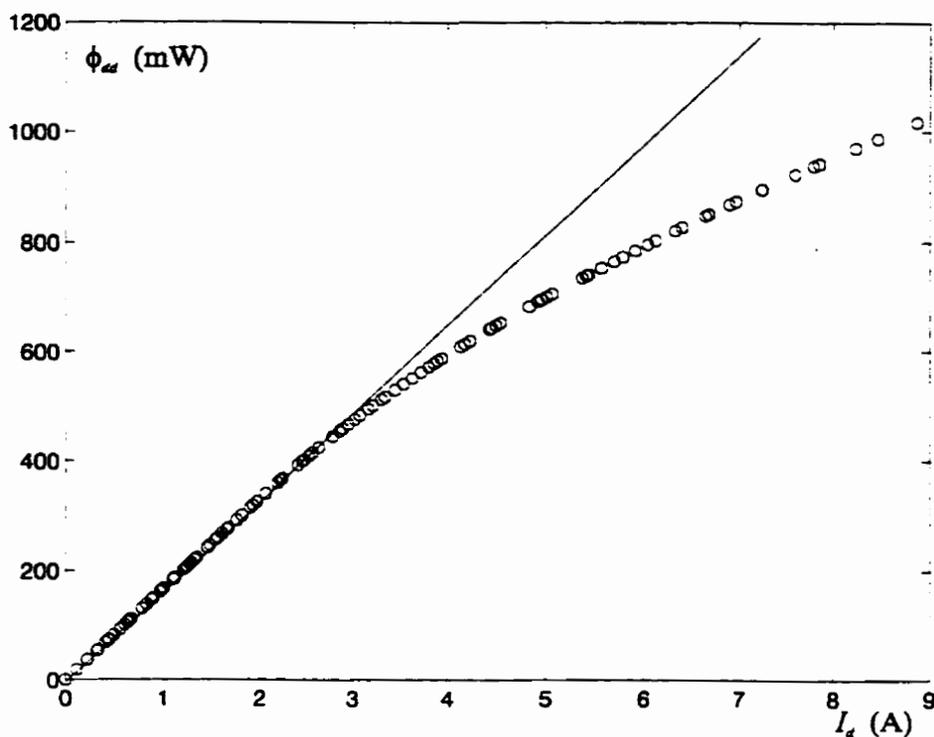


Figure 4.7 Flux magnétisant propre selon l'axe  $-d$

La courbe de la **configuration DEUX** (équation 4.6,  $I_q \neq 0$  et  $I_d = 0$ ), est illustrée dans la figure 4.8. D'une façon similaire, cette courbe a été utilisée pour identifier la réactance propre de l'axe  $-q$ :  $x_{mq}$  (figure 4.16).

Signalons ici que la nature univoque des courbes flux - courant, doit être considérée comme une justification pour notre choix du modèle de flux croisé (équations 4.11-4.14).

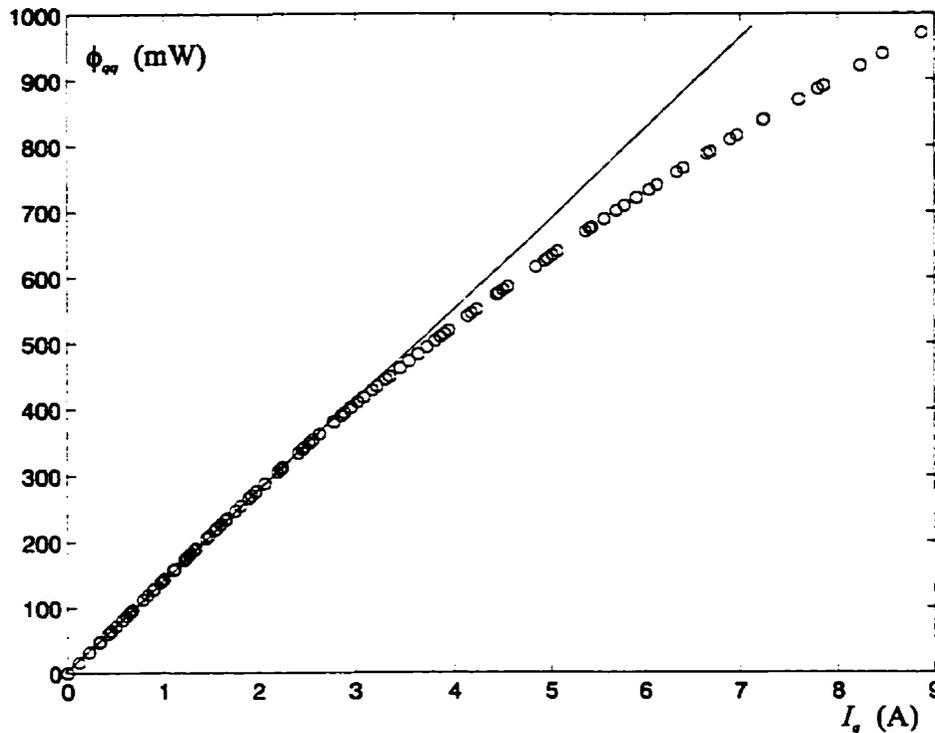


Figure 4.8 Composante du flux magnétisant propre selon l'axe -q

Pour isoler l'effet croisé entre les axes, nous effectuons la soustraction entre les termes du flux magnétique total ( $\phi_i$ ) et le flux magnétique propre à chaque axe ( $\phi_{ii}$ ). C'est-à-dire,

$$\phi_{dq} = \phi_d - \phi_{dd} \quad (4.38.)$$

$$\phi_{qd} = \phi_q - \phi_{qq} \quad (4.39.)$$

Les résultats obtenus sont montrés dans les figures 4.9-4.12. Les deux premières figures sont une représentation dans un plan de l'effet croisé, tandis que les deux dernières sont une représentation dans un espace tridimensionnel.

Un examen visuel rapide du comportement aboutit à plusieurs conclusions intéressantes.

- Le flux croisé est un phénomène qui apparaît avec la saturation magnétique. Son effet est proportionnel aux forces magnétomotrices dans les deux cas. Ce dernier résultat n'est pas nouveau en soi; plusieurs chercheurs l'ont déjà démontré expérimentalement [26,27,28] et, surtout, nous savons qu'il est inhérent aux équations mathématiques fondamentales du système (voir chapitre 2).
- L'effet du flux croisé résulte d'une alimentation simultanée dans les deux axes. C'est-à-dire:  $\phi_{dq}(I_d, I_q = 0) = 0$  et  $\phi_{qd}(I_d = 0, I_q) = 0$ .
- À priori, l'effet n'est pas symétrique. C'est-à-dire,  $\phi_{dq} \neq \phi_{qd}$ . Ce dernier résultat a été constaté expérimentalement par *El-Serafi et al* [26,27,28] et par *Vas et al*[100,101]. Nous reviendrons sur ce point spécifique dans le chapitre 5.
- Finalement, la saturation croisée ou le flux croisé est un effet démagnétisant [27,101].

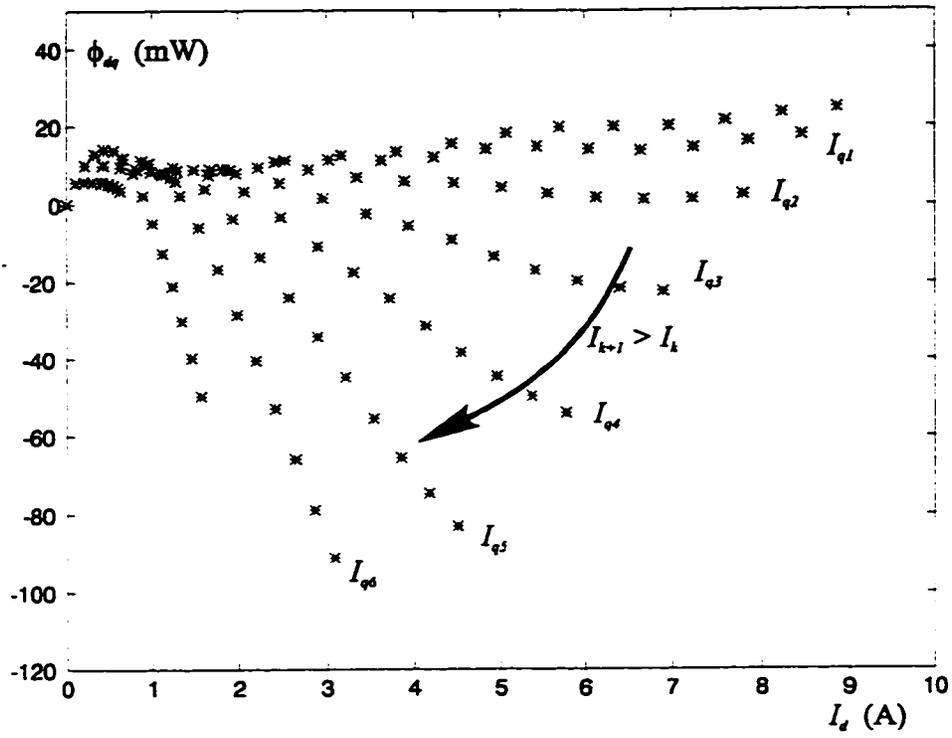


Figure 4.9 Composante du flux magnétisant croisé selon l'axe  $-d$  (2D)

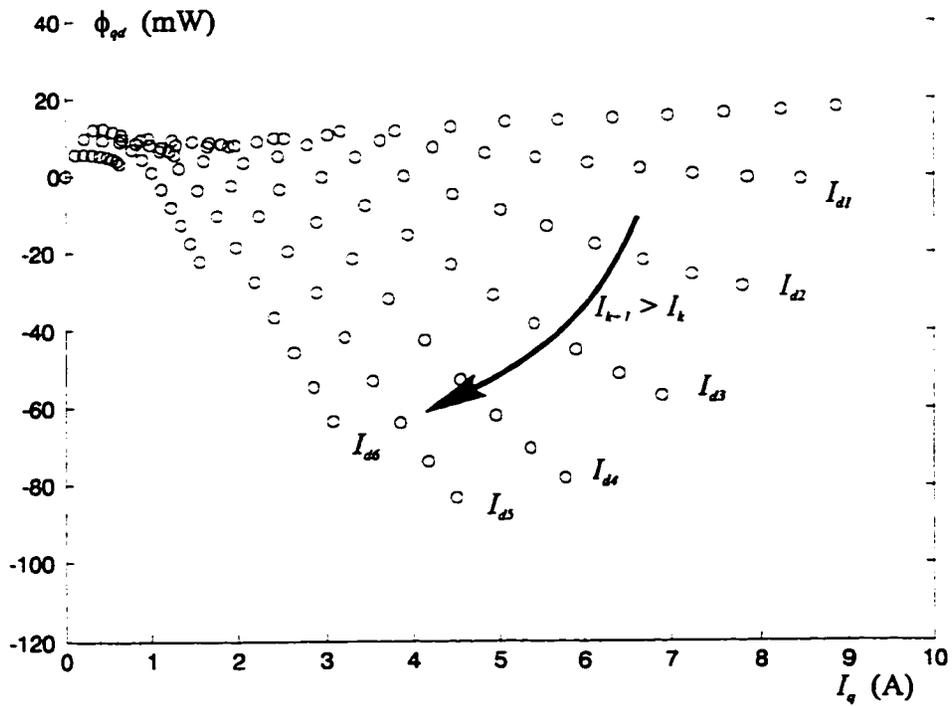


Figure 4.10 Composante du flux magnétisant croisé selon l'axe  $-q$  (2D)

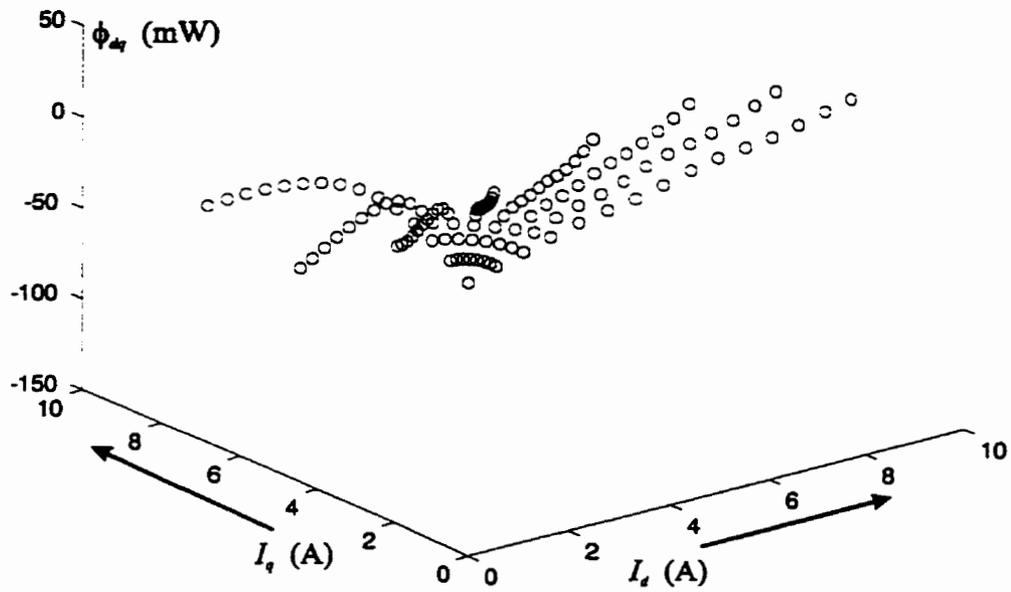


Figure 4. 11 Composante du flux magnétisant croisé selon l'axe  $-d$  (3D)

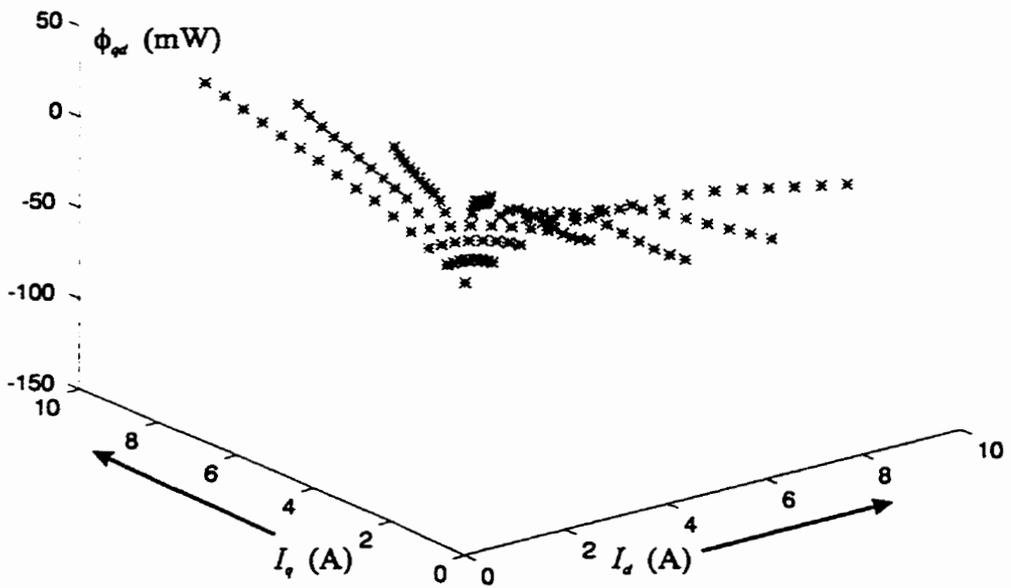


Figure 4. 12 Composante du flux magnétisant croisé selon l'axe  $-q$  (3D)

Les réactances magnétisantes  $x_{md}$  et  $x_{mq}$ , propres à chaque axe sont calculées à partir du flux  $\phi_{ii}$  et de la force magnétomotrice  $I_i$ . Les figures 4.13 et 4.14 illustrent les résultats.

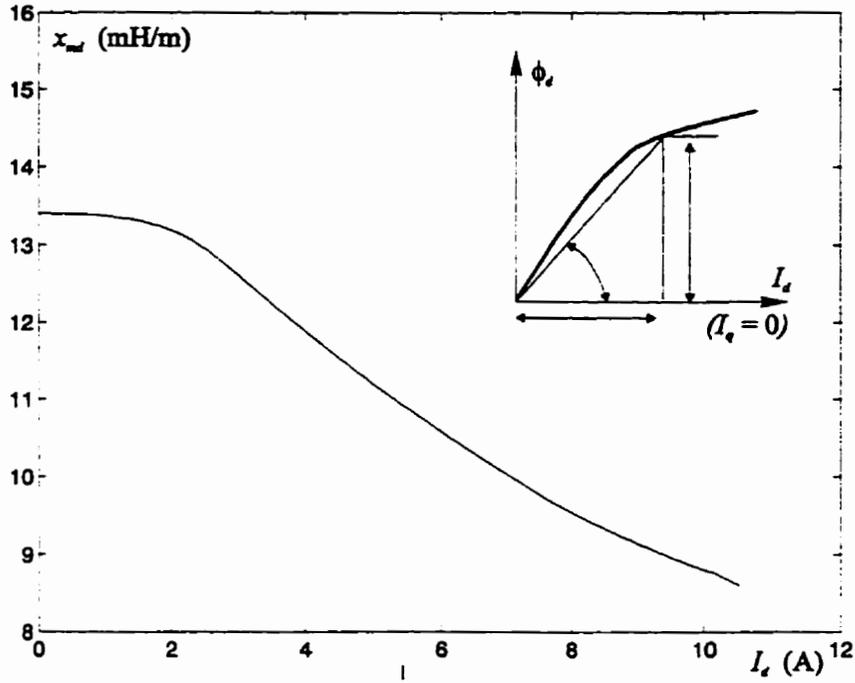


Figure 4. 13 Réactance magnétisante propre de l'axe  $-d$  (2D selon le plan  $I_q=0$ )

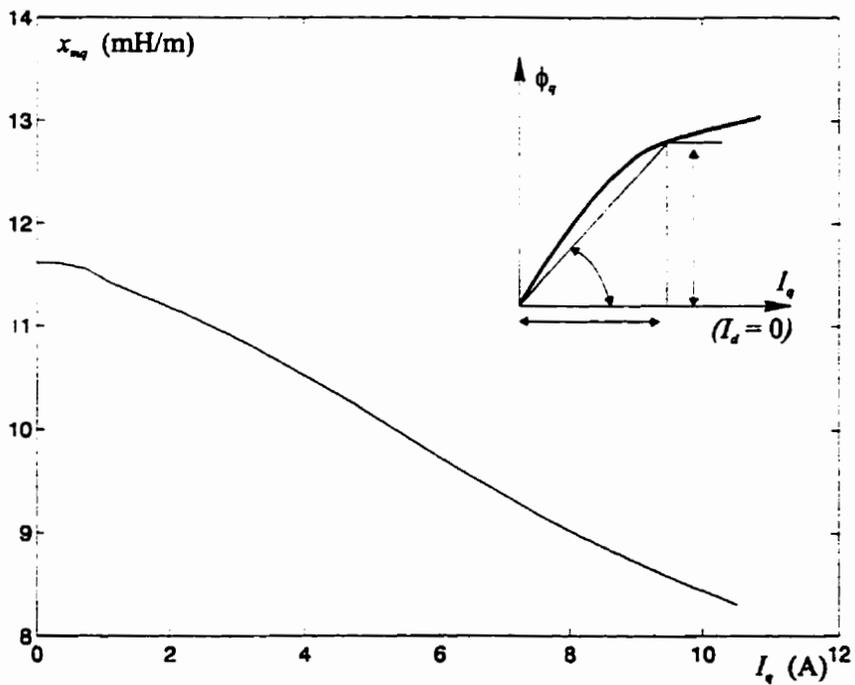


Figure 4. 14 Réactance magnétisante propre de l'axe  $-q$  (2D selon le plan  $I_d=0$ )

Finalement, les réactances dynamiques  $M_{md}$  et  $M_{mq}$ , calculées à partir des équations (4.20) et (4.21) sont représentées dans les figures 4.15 et 4.16.

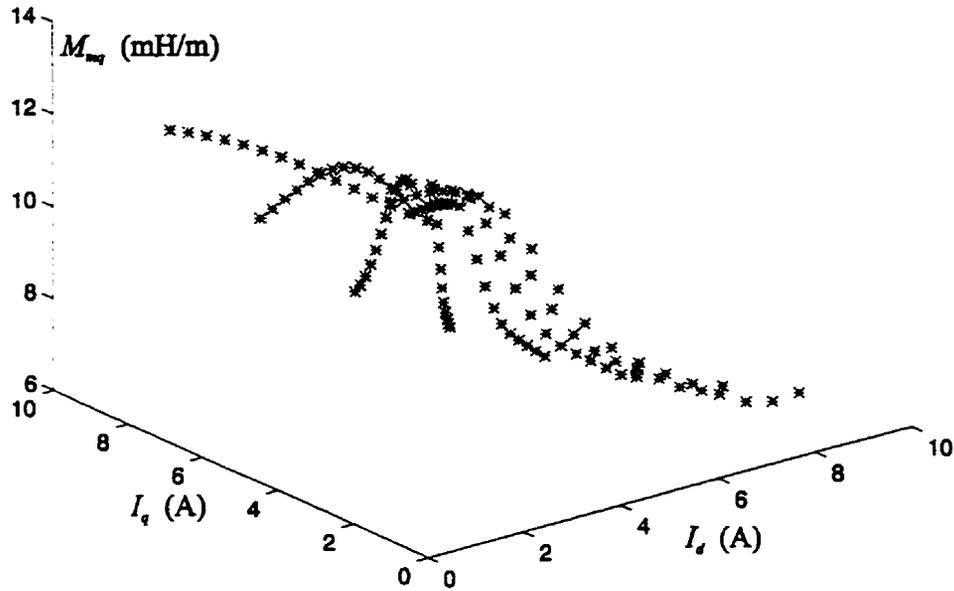


Figure 4. 15 Réactance magnétisante de l'axe - $d$  (3D)

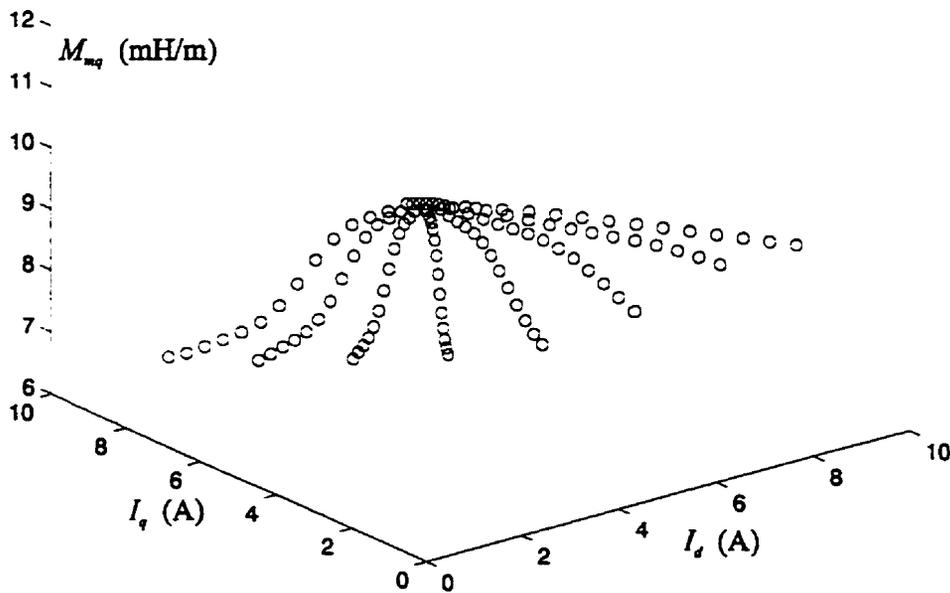


Figure 4. 16 Réactance magnétisante de l'axe - $q$  (3D)

## 4.6. Conclusions sur le modèle à flux magnétisants superposés

À travers le chapitre 4, nous avons développé une deuxième approche pour inclure la saturation magnétique dans les modèles des machines synchrones. À partir d'une décomposition relativement simple du flux magnétisant de chaque axe en deux (2) termes, nous avons abouti à un modèle caractérisé par une formulation simple et transparente. Le résultat de la décomposition peut se résumer comme suit: le premier terme, nommé "flux magnétisant propre", n'est fonction que de la force magnétomotrice de l'axe en question, tandis que le deuxième, nommé "flux magnétisant croisé", est une fonction simultanément des deux forces magnétomotrices ( $I_d$  et  $I_q$ ).

D'une manière similaire au modèle de la saillance variable (chapitre 3) et afin de connaître les termes croisés, il est impératif de détenir un ensemble complet de points de fonctionnement de la machine pour pouvoir identifier le comportement des flux dans divers scénarios et combinaisons d'alimentation. Encore une fois, c'est le prix à payer, pour obtenir des modèles plus précis.

Dans l'absence de mesures expérimentales suffisantes (on réfère le lecteur à l'annexe II), une investigation numérique nous a permis de mettre en évidence la justesse des hypothèses employées dans la construction du modèle. Nous avons démontré à travers les résultats bruts des simulations, que les flux magnétiques semblent produire une tache confuse de points autour des courbes classiques (flux - courant), et que l'application du modèle suggéré amène la composante "propre" à une fonction univoque bidimensionnelle.

Manifestement, à partir du modèle présenté, on peut revenir à un modèle de saturation très simple en rejetant, simplement, les termes croisés. Selon cette perspective, le modèle à flux magnétiques superposés n'est rien d'autre qu'une extension des modèles de saturation qui utilisent une courbe de saturation indépendante pour chaque axe. L'implantation du nouveau modèle s'effectuera en insérant les termes croisés dans les anciens modèles.

À ce regard, il est manifeste de constater que les deux modèles présentés dans cette thèse, diffèrent radicalement dans leurs approches pour insérer la magnétisation croisée dans les modèles des machines, tout en partageant les mêmes hypothèses de base. Le chapitre suivant traite des différences entre modèles ainsi que des contraintes et implications sur chacun.

Finalement, d'un point de vue général, nous pouvons dire que le modèle développé dans le présent chapitre est original, simple et intuitif. La formulation mathématique est caractérisée par sa légèreté et sa clarté. Par contre, si le modèle à saillance variable pouvait se contenter d'une seule courbe ( $K_s$ ) pour décrire la saturation principale<sup>3</sup>, le présent modèle nécessite la connaissance des deux courbes de magnétisation ( $\phi_d = \phi_d(I_d)$  et  $\phi_q = \phi_q(I_q)$ ) pour décrire le même phénomène.

<sup>3</sup> Sans tenir compte de l'effet croisé.

# CHAPITRE 5

## RÉFLEXIONS THÉORIQUES SUR LES MODÈLES

On présente, dans ce chapitre une analyse mathématique qui a pour but de prouver l'exactitude théorique des hypothèses, de sonder la capacité de représenter la saturation croisée et de comparer les deux modèles présentés dans les chapitres trois et quatre.

En effet, bien qu'il s'agisse d'une construction mathématique, un modèle doit respecter certaines contraintes d'ordre physique. Ces dernières découlent de deux principes fondamentaux. Le premier est l'équilibre énergétique. Le second est le principe de réciprocité des effets. Plusieurs développements théoriques sont présentés, ainsi que les conclusions qui en découlent. La réponse sera-t-elle satisfaisante? Nous le croyons, même si certaines questions demeurent largement ouvertes.

### 5.1. Introduction

Un regard rapide sur les différents résultats de recherche sur la saturation magnétique des machines électriques durant les dernières deux décennies, nous fait constater qu'une multitude de modèles mathématiques ont été proposés et que le sujet continue à susciter un grand intérêt pour la recherche.

Globalement, ces modèles partagent une certaine approche commune; on *additionne* aux termes linéaires (représentation classique d'une machine sans saturation), des termes pour représenter les phénomènes non linéaires dus à la saturation. Ces derniers doivent exprimer l'écart entre les réponses du modèle linéaire et les réponses qu'on enregistre dans une machine saturée.

Toutefois, rares sont les chercheurs qui se sont attardés à sonder la cohérence de leurs modèles envers les hypothèses de base (elles sont tellement de base, qu'elles ont été oubliées!) et à démontrer l'exactitude et la stabilité du modèle sous différents scénarios de fonctionnement.

Nous savons très bien que n'importe quel modèle de machine **doit** respecter les deux contraintes suivantes: la conservation d'énergie magnétique et la réciprocité des effets. La première résulte de l'hypothèse de la nullité des pertes magnétiques, et la deuxième contrainte provient du fait que l'énergie (ou la coénergie) magnétique est une fonction scalaire et continue. Les travaux de *Sauer* [82] sur la conservation de l'énergie d'une part, et ceux de *Melkebeek* et *Willems* [65] sur le principe de réciprocité de l'autre part, font presque une autorité malgré certaines réserves sur certains points.

Ils étaient les premiers à formuler, d'une manière simple, concise et rigoureuse, les contraintes que chaque modèle de saturation, peu importe sa construction mathématique, doit respecter. Les conclusions directes de leurs travaux écartent, tout simplement, certains modèles de saturation bien connus du domaine [26,77].

Le chapitre 5 est divisé en deux parties. La première partie traite du principe de la conservation de l'énergie magnétique dans un modèle général d'une machine synchrone. La deuxième partie est un développement mathématique rattaché à une comparaison théorique entre les deux modèles de saturation dont la présente thèse est le sujet.

## 5.2. Généralités

La machine électrique est représentée selon les lois physiques par un ensemble d'équations électriques (*Kirchhoff*) couplées avec l'équation mécanique (*Newton*). L'énergie mécanique est transformée en énergie électrique moyennant le champ magnétique.

Le système électrique est représenté par les équations de *Kirchhoff* qui associent les  $n$  entrées électriques de tension ( $v_k$ ), les courants ( $i_k$ ) et les flux magnétiques ( $\Psi_k$ ),

$$v_k = r_k \cdot i_k + i_k \frac{d\Psi_k}{dt} \quad k = 1, \dots, n \quad (5.1.)$$

L'équation mécanique est la deuxième loi de *Newton* appliquée sur l'arbre de la machine,

$$2H \frac{d\omega_m}{dt} = T_m - T_e - D\omega_m \quad (5.2.)$$

où  $T_e$  désigne le couple électromagnétique,  $T_m$  le couple mécanique,  $H$  l'inertie de l'arbre et du rotor,  $D$  est une constante de friction (modèle linéaire pour tenir compte du frottement) au niveau de l'arbre,  $\omega_m$  la vitesse mécanique ( $\omega_m = d\theta/dt$ ) et  $\omega_n$  la pulsation électrique.

En considérant que,

- 
- i. les pertes de l'énergie dans le champ magnétique  $W_f$  sont nulles,
  - ii. que  $W_f$  est une fonction continue et dérivable au moins deux fois et,
  - iii. que l'énergie est exprimée en termes des variables  $\theta$  et les  $n$  variables d'états électriques indépendantes du système couplé ( $y_1, \dots, y_n$ ),
- 

on peut exprimer la dérivée totale de l'énergie  $W_f$  par rapport au temps comme:

$$\frac{dW_f}{dt} = \frac{\partial W_f}{\partial \theta} \frac{d\theta}{dt} + \sum_{k=1}^n \frac{\partial W_f}{\partial y_k} \frac{dy_k}{dt} \quad (5.3.)$$

Tenant compte des énoncés précédents, les deuxièmes dérivées partielles de la fonction scalaire  $W_f$  doivent satisfaire les contraintes d'une fonction scalaire, analytique et continue. C'est-à-dire, il faut que,

$$\frac{\partial^2 W_f}{\partial \theta \partial y_k} = \frac{\partial^2 W_f}{\partial y_k \partial \theta} \quad k = 1, \dots, n \quad (5.4.)$$

et,

$$\frac{\partial^2 W_f}{\partial y_i \partial y_k} = \frac{\partial^2 W_f}{\partial y_k \partial y_i} \quad i, k = 1, \dots, n \quad (5.5.)$$

Ces dernières relations contiennent une idée fondamentale du système; en l'absence de pertes, les effets des paramètres doivent être réciproques. Pratiquement, le principe de conservation de l'énergie et le principe de réciprocité se rejoignent dans les expressions (5.4) et (5.5).

On note que les contraintes précédentes sont valables, rigoureusement, uniquement dans le cas où l'effet de l'hystérésis est négligé.

Finalement, à ce stade d'analyse, le choix des variables d'états (le vecteur  $Y = (y_1, \dots, y_n)$ ) est laissé arbitraire par souci de généralité.

### 5.3. Principe de la conservation de l'énergie magnétique dans un modèle de circuits équivalents

Comme nous l'avons déjà mentionné, l'obtention de la transformation de *Park* à partir de la décomposition des forces magnétomotrices conduit à interpréter cette transformation comme la substitution, aux enroulements de phases du stator dont les conducteurs et les axes magnétiques sont immobiles par rapport au stator, de deux enroulements  $-d$  et  $-q$ , dont les axes magnétiques sont solidaires du rotor et tournent avec lui.

Concrètement, on peut<sup>1</sup> considérer la machine comme un système dynamique composé de deux réseaux électriques caractérisant l'axe  $-d$  et l'axe  $-q$ . Celui de l'axe  $-d$  est quadripolaire tandis que celui de l'axe  $-q$  est bipolaire. On réfère le lecteur au chapitre deux pour tout ce qui est de la théorie de la modélisation en circuits équivalents.

Dans notre cas, nous avons assumé que les deux réseaux électriques peuvent être modélisés par des circuits électriques constitués d'éléments invariants et d'autres éléments variants d'une manière non linéaire selon des modèles préétablis (inductances magnétisantes). Ces derniers éléments seront fonctions de l'état magnétique de la machine exprimé par le vecteur des courants qui a été choisi comme vecteur "état" pour l'ensemble du système. Les chapitres trois et quatre détaillent la construction de tels modèles.

En fait, peu importe le modèle de saturation utilisé, les équations électriques seront toujours exprimées par (5.1), et les équations des flux magnétiques, dans une première approche linéaire, peuvent être exprimées en fonction des courants sous la forme générale suivante:

$$\Psi_d = x_{dd} i_d + x_{df} i_f + x_{dD1} i_{D1} + \dots + x_{dDnd} i_{Dnd} \quad (5.6.)$$

$$\Psi_f = x_{fd} i_d + x_{ff} i_f + x_{fD1} i_{D1} + \dots + x_{fDnd} i_{Dnd} \quad (5.7.)$$

<sup>1</sup>L'utilisation du verbe "pouvoir" est pour rappeler au lecteur que la théorie des circuits équivalents n'est exacte que si, et seulement si, la matrice des inductances (en termes  $a, b, c, f, D_1, \dots$ ) est symétrique. Dans le chapitre deux nous avons traité des limitations théoriques d'une telle hypothèse.

$$\Psi_{D_j} = x_{D_j d} i_d + x_{D_j f} i_f + x_{D_j D_1} i_{D_1} + \dots + x_{D_j D_{nd}} i_{D_{nd}} \quad j = 1, \dots, nd \quad (5.8.)$$

$$\Psi_q = x_{q q} i_q + x_{q Q_1} i_{Q_1} + \dots + x_{q Q_{nq}} i_{Q_{nq}} \quad (5.9.)$$

$$\Psi_{Q_j} = x_{Q_j q} i_q + x_{Q_j Q_1} i_{Q_1} + \dots + x_{Q_j Q_{nq}} i_{Q_{nq}} \quad j = 1, \dots, nq \quad (5.10.)$$

Les mutuelles  $x_{ii}$  sont définies en fonction des composantes des circuits  $d$  et  $q$  dans la référence [48].

Dans une machine saturée, la relation entre le flux magnétique et les courants (qui sont choisis comme variables d'état du système) n'est plus linéaire du type  $\Psi = x.i$  (où  $x$  est une constante), mais sera présentée par une fonction généralisée du type  $\Psi = \Psi(i, \dots)$  [102].

Pour pouvoir établir ces relations, quelques hypothèses ont été admises. Par exemple, le flux total est composé d'une part, d'un flux de fuite, supposé linéaire (c'est-à-dire qui est le résultat d'une combinaison linéaire de certains courants dans le circuit électrique équivalent), et d'autre part, d'un flux magnétisant sujet au phénomène de la saturation (flux principal ou flux mutuel) commun pour le circuit d'un axe donné [47,60,88,97].

Néanmoins, sans s'attarder sur les spécifications de chaque modèle, nous pouvons réécrire le système d'équations (5.6-5.10) en considérant une fonction de saturation généralisée  $S_{d,q}$  propre à chaque axe. Cette dernière sera déterminée par les valeurs instantanées des courants dans les deux circuits.

$$\Psi_d = x_a i_d + x_{md}^0 I_d - S_d(Y) \quad (5.11.)$$

$$\Psi_j = (x_j + x_{kj}) i_j + \sum_{i=1}^{i=nd} (x_{kj} - x_{D_i}) i_{D_i} + x_{md}^0 I_d - S_d(Y) \quad (5.12.)$$

$$\Psi_{D_i} = x_{D_i} i_{D_i} + (x_{kj} - x_{D_i}) i_j + \sum_{i=1}^{i=nd} (x_{kj} - x_{D_i}) i_{D_i} + x_{md}^0 I_d - S_d(Y) \quad (5.13.)$$

$$\Psi_q = x_a i_q + x_{mq}^0 I_q - S_q(Y) \quad (5.14.)$$

$$\Psi_{Q_j} = x_{Q_j} i_{Q_j} + x_{mq}^0 I_q - S_q(Y) \quad (5.15.)$$

où  $I_d$  et  $I_q$  présentent, respectivement, le courant magnétisant du circuit  $-d$  et celui du circuit  $-q$ .

$$I_d = i_d + i_j + \sum_{i=1}^{i=nd} i_{D_i} \quad (5.16.)$$

$$I_q = i_q + \sum_{i=1}^{i=nq} i_{Q_i} \quad (5.17.)$$

Les fonctions de saturation  $S_{d,q}$  prendront essentiellement deux formes selon chaque modèle de saturation présenté dans notre étude.

Finalement, le vecteur état  $Y$  sera défini comme:

$$Y = \left\langle i_d \quad i_f \quad i_{D1} \quad \dots \quad i_{D_{nd}} \quad i_q \quad i_{Q1} \quad \dots \quad i_{Q_{nq}} \right\rangle_{3+nd+nq}^T \quad (5.18.)$$

Les précédentes équations électriques, jumelées avec l'équation mécanique (5.2) définissent le modèle dynamique général des machines synchrones.

En utilisant les variables indépendantes  $\theta$  et  $Y$ , on peut écrire l'expression complète de la dérivée totale de l'énergie stockée dans le champ magnétique comme:

$$\begin{aligned} \frac{dW_f}{dt} = & \frac{P_B}{\omega_n} \left[ -(\Psi_d I_q - \Psi_q I_d) + T_{elec} \right] \frac{d\theta}{dt} + \frac{P_B}{\omega_n} \left[ -i_d \frac{d\Psi_d}{dt} - i_q \frac{d\Psi_q}{dt} - 2i_0 \frac{d\Psi_0}{dt} \right. \\ & \left. + i_f \frac{d\Psi_f}{dt} + \sum_{j=1}^{nd} i_{Dj} \frac{d\Psi_{Dj}}{dt} + \sum_{j=1}^{nq} i_{Qj} \frac{d\Psi_{Qj}}{dt} \right] \quad (5.19.) \end{aligned}$$

où  $P_B$  est la puissance nominale apparente.

Uniquement pour des raisons pratiques, il est plus commode de considérer la coénergie partielle pour exprimer la variation de l'énergie emmagasinée dans le champ magnétique. On définit,

$$W_{pc} = W_{pc}^0 + \frac{P_B}{\omega_n} \left[ i_d \Psi_d + i_q \Psi_q + 2i_0 \Psi_0 \right] \quad (5.20.)$$

Et la coénergie stockée dans le champ magnétique en fonction du vecteur état  $Y$ , sera écrite comme:

$$\begin{aligned} W_{pc} = W_{pc}^0 + \frac{P_B}{\omega_n} \left\{ \int_{\theta_0}^{\theta} \left[ -(\Psi_d i_q - \Psi_q i_d) + T_{elec} \right] d\theta + \int_0^{i_d'} \Psi_d di_d \right. \\ \left. + \int_0^{i_q'} \Psi_q di_q + 2 \int_0^{i_0'} \Psi_0 di_0 + \sum_{j=1}^{nd} \int_0^{i_{Dj}'} \Psi_{Dj} di_{Dj} + \sum_{j=1}^{nq} \int_0^{i_{Qj}'} \Psi_{Qj} di_{Qj} \right\} \quad (5.21.) \end{aligned}$$

Dans l'intégrale précédente, chaque valeur de flux sera remplacée par son équivalent des équations électriques (5.11)-(5-15).

Puisque chaque variable intégrée est fonction uniquement du vecteur  $Y$ , alors l'énergie magnétique devient indépendante de la position du rotor.

$$\frac{\partial W_f}{\partial \theta} = 0. \quad (5.22.)$$

En utilisant les variables indépendantes du vecteur  $Y$ , la dérivée totale de  $W_{pc}$  s'écrit alors comme:

$$\frac{dW_{pc}}{dt} = \frac{\partial W_{pc}}{\partial \theta} \frac{d\theta}{dt} + \frac{\partial W_{pc}}{\partial i_d} \frac{di_d}{dt} + \frac{\partial W_{pc}}{\partial i_f} \frac{di_f}{dt} + \frac{\partial W_{pc}}{\partial i_q} \frac{di_q}{dt} + \sum_{i=1}^{nd} \dots + \sum_{i=1}^{nq} \frac{\partial W_{pc}}{\partial i_{Qi}} \frac{di_{Qi}}{dt} \quad (5.23.)$$

En comparant cette dernière équation avec l'équation (5.19), on peut déduire l'expression de chaque dérivée partielle de  $W_{pc}$  en fonction des quantités intégrées. Aussi, on peut dégager la relation qui nous donne le couple électrique de la machine en fonction des courants et des flux des deux axes orthogonaux,

$$T_{elec} = \Psi_d i_q - \Psi_q i_d. \quad (5.24.)$$

Ceci dit, si on tient compte des contraintes physiques mentionnées plus haut (5.4 et 5.5) et que la coénergie partielle doit satisfaire également, on aboutit à un ensemble de contraintes que le modèle doit satisfaire.

Nous détaillons, ci-dessous, l'ensemble des ces contraintes exprimées selon le repère  $-odq$ .

- **Contrainte 1** ( $d-f$ )

$$\frac{\partial \Psi_d}{\partial i_f} = \frac{\partial \Psi_f}{\partial i_d} \quad (5.25.)$$

- **Contrainte 2** ( $d-q$ )

$$\frac{\partial \Psi_d}{\partial i_q} = \frac{\partial \Psi_q}{\partial i_d} \quad (5.26.)$$

- **Contrainte 3** ( $q-f$ )

$$\frac{\partial \Psi_q}{\partial i_f} = \frac{\partial \Psi_f}{\partial i_q} \quad (5.27.)$$

- **Contrainte 4** ( $d-Dj$ )

$$\frac{\partial \Psi_d}{\partial i_{Dj}} = \frac{\partial \Psi_{Dj}}{\partial i_d} \quad j = 1, \dots, nd \quad (5.28.)$$

- **Contrainte 5** ( $d-f$ )

$$\frac{\partial \Psi_f}{\partial i_{Dj}} = \frac{\partial \Psi_{Dj}}{\partial i_f} \quad j = 1, \dots, nd \quad (5.29.)$$

- **Contrainte 6** ( $d-f$ )

$$\frac{\partial \Psi_q}{\partial i_{Qi}} = \frac{\partial \Psi_{Qi}}{\partial i_q} \quad j = 1, \dots, nq \quad (5.30.)$$

- **Contrainte 7** (d-f)

$$\frac{\partial \Psi_d}{\partial i_{Qj}} = \frac{\partial \Psi_{Qj}}{\partial i_d} \quad j = 1, \dots, nq \quad (5.31.)$$

- **Contrainte 8** (d-f)

$$\frac{\partial \Psi_q}{\partial i_{Dj}} = \frac{\partial \Psi_{Dj}}{\partial i_q} \quad j = 1, \dots, nd \quad (5.32.)$$

- **Contrainte 9** (d-f)

$$\frac{\partial \Psi_f}{\partial i_{Qj}} = \frac{\partial \Psi_{Qj}}{\partial i_f} \quad j = 1, \dots, nq \quad (5.33.)$$

- **Contrainte 10** (d-f)

$$\frac{\partial \Psi_{Dj}}{\partial i_{Qj}} = \frac{\partial \Psi_{Qj}}{\partial i_{Dj}} \quad i = 1, \dots, nd; j = 1, \dots, nq \quad (5.34.)$$

Bien que les résultats précédents semblent indiquer, d'une façon évidente, une forme familière du fameux principe de réciprocité. leur implication sur les modèles est moins claire.

Si la définition du flux magnétique était construite par une "fonction" telle que suggéré par *Melkebeek et al* [65], les conclusions de (5.25)-(5.34) sur les modèles auraient été simples et surtout directes. Cependant, le fait que nous utilisons l'expression classique d'une inductance (exprimer en terme de rapport entre le courant électrique et le flux magnétique et non d'une fonction), complique sensiblement l'analyse comme nous verrons plus loin.

Sans perdre en généralité, nous appliquerons les contraintes de réciprocité sur chaque modèle de saturation dont la présente thèse fait l'objet.

## 5.4. Modèle de saillance variable $K_s$ - $\Lambda$

Selon ce modèle, les fonctions de saturation  $S_{d,q}$ , utilisées précédemment dans les équations (5.11-5.15), sont définies comme:

$$S_d(Y) = x_{md}^0 (1 - K_s) I_d \quad (5.35.)$$

$$S_q(Y) = x_{mq}^0 (1 - \Lambda \cdot K_s) I_q \quad (5.36.)$$

La substitution des ces deux expressions nous amène directement, et sans trop de manipulations, à trois groupes de contraintes affectant le facteur de saturation  $K_s$  et la fonction de saillance  $\Lambda$ .

$$\frac{\partial K_s}{\partial i_d} = \frac{\partial K_s}{\partial i_f} = \frac{\partial K_s}{\partial i_{D_j}} \quad j = 1, \dots, nd \quad (5.37.)$$

$$\frac{\partial (\Lambda K_s)}{\partial i_q} = \frac{\partial (\Lambda K_s)}{\partial i_{Q_j}} \quad j = 1, \dots, nq \quad (5.38.)$$

$$x_{md}^0 I_d \frac{\partial K_s}{\partial I_q} = x_{mq}^0 I_q \frac{\partial (\Lambda K_s)}{\partial I_d} \quad (5.39.)$$

### Remarque 5.1

Le lecteur se demandera la raison pour laquelle nous avons exprimé la dernière contrainte en utilisant comme variables les courants magnétisants  $I_d$  et  $I_q$  et non les courants  $i_d$ ,  $i_q$ , etc. Pour répondre à cette question, nous faisons remarquer que le courant magnétisant n'est rien d'autre qu'une somme linéaire des courants propres à chaque axe. Donc, la dérivée partielle ( $\partial I_{d,q} / \partial i_{d,q}$ ) est rigoureusement égale à 1. C'est-à-dire,

$$\frac{\partial ( )}{\partial i_d} = \frac{\partial ( )}{\partial I_d} \cdot \frac{\partial I_d}{\partial i_d} = \frac{\partial ( )}{\partial I_d}$$

Ceci justifie notre choix de point de vue mathématique. Toutefois, la raison fondamentale est notre désir de mettre en évidence, de la manière la plus transparente possible, la relation de réciprocité comme nous verrons un peu plus loin.

### Remarque 5.2

Une simple manipulation mathématique peut réduire le nombre des séries de contraintes de trois à deux. En effet, la dernière série de contraintes peut être modifiée tenant compte de la première série (5.37). Par conséquent, on aura un nouveau groupe de contraintes affectant uniquement la fonction de saillance selon l'axe -d.

$$\frac{\partial (\Lambda \cdot K_s)}{\partial i_d} = \frac{\partial (\Lambda \cdot K_s)}{\partial i_f} = \frac{\partial (\Lambda \cdot K_s)}{\partial i_{D_j}} \quad j = 1, \dots, nd \quad (5.40.)$$

et l'ensemble des contraintes sera exprimé par les séries (5.38) et (5.40) uniquement. C'est cette démarche que nous avons utilisée pour la première fois dans [96]. Il est clair que les conclusions seront les mêmes.

Nous pouvons mentionner à ce stade de développement, que pour respecter les contraintes énergétiques dans le cas du modèle à saillance variable, il faut imposer certaines restrictions sur le choix de la classe et de la forme algébrique de notre fonction de saillance ainsi que du facteur de saturation.

Toutefois, avant de détailler l'analyse, un examen rapide des expressions (5.37)-(5.39) met en évidence deux groupes de contraintes distinctes. Le premier est celui des contraintes liant les variables propres de chaque axe (5.37) et (5.38). Le deuxième est un effet croisé qui lie les deux axes (5.39).

#### 5.4.1 Contraintes propres à chaque axe

En examinant les relations (5.37) et (5.38), on trouve aisément, qu'on peut remplacer les variables "courant" de chaque axe par une seule composante exprimant les courants magnétisants, c'est-à-dire, si on utilise les variables  $I_d$  et  $I_q$  dans les expressions de la fonction de saillance et du facteur de saturation,

$$\Lambda = \Lambda(i_d + i_f + \sum_{j=1}^{nd} i_{D_j}, i_q + \sum_{i=1}^{na} i_{Q_i}) = \Lambda(I_d, I_q) \quad (5.41.)$$

$$K_s = K_s(i_d + i_f + \sum_{j=1}^{nd} i_{D_j}, i_q + \sum_{i=1}^{na} i_{Q_i}) = K_s(I_d, I_q) \quad (5.42.)$$

Avec les définitions précédentes, les contraintes énergétiques (5.37) et (5.38) seront automatiquement satisfaites.

#### 5.4.2 Contrainte croisée

Si on examine la relation (5.39) et en utilisant les définitions du modèle  $K_s$ - $\Lambda$  déjà présentées dans le chapitre trois, on constate que la dernière contrainte n'est rien d'autre que,

$$M_{mdq} = M_{mqd} \quad (5.43.)$$

Cette réciprocité a une conséquence très importante; si les mutuelles dynamiques croisées doivent être égales, ceci implique que la matrice  $\mathbf{X}$  est symétrique. En voilà un résultat qui est très intéressant.

Rappelons-nous la construction de la matrice  $\mathbf{X}$ :

**Dynamique: matrice X**

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_d \\ \phi_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{md} & M_{mdq} \\ M_{mqd} & M_{mq} \end{bmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} = \mathbf{X}(\mathbf{i}) \cdot \frac{d}{dt} \{\mathbf{i}\}$$

Un regard rapide sur la mise en équation du modèle à saillance variable (équations 4.35-3.37), nous rappelle que la matrice  $\mathbf{X}$  devrait être inversée pour ramener le modèle à un système d'équations différentielles ordinaires qu'on peut intégrer numériquement. Faute d'une expression analytique explicite de la matrice inverse, à chaque pas d'intégration, le calcul de l'inverse doit se faire numériquement d'où des exigences en temps de simulation relativement longues.

La connaissance de la conclusion précédente (5.43) nous permet d'envisager l'utilisation de la décomposition de *Cholesky* [59] pour trouver la matrice inverse  $\mathbf{X}^{-1}$ . Cette méthode nous permet d'économiser, concrètement, le temps des calculs à effectuer lors d'une simulation numérique.

Pour vérifier si notre modèle de saillance variable respecte la contrainte physique (5.43), il suffit de jeter un coup d'œil rapide sur les courbes de mutuelles telles que nous les avons calculées au chapitre trois. Nous reporterons la même figure ci-dessous. Cette dernière montre clairement la symétrie des mutuelles.

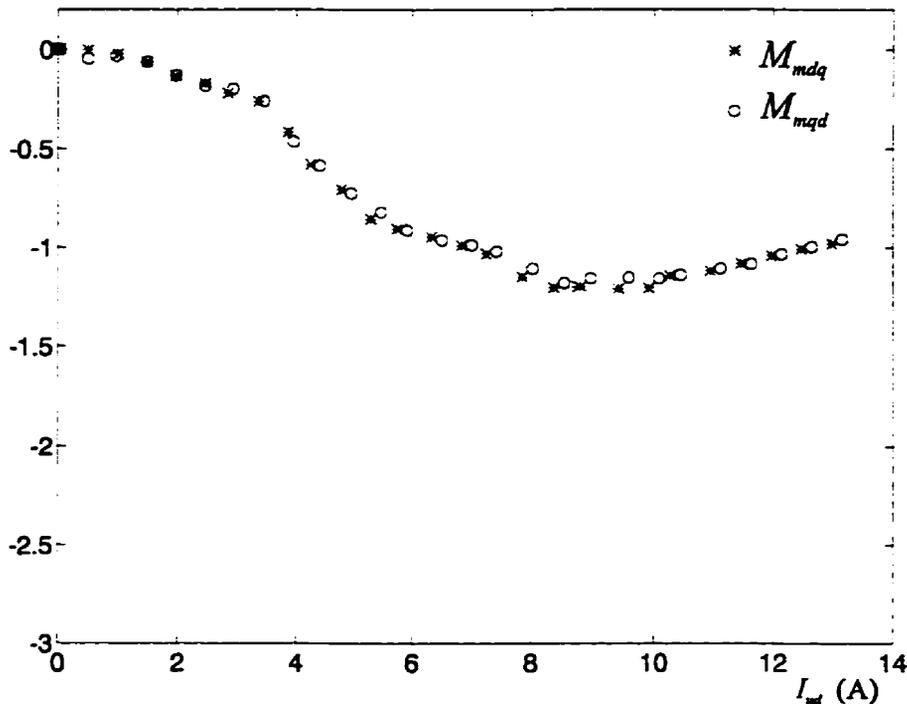


Figure 5. 1 Les mutuelles  $M_{mdq}$  et  $M_{mqd}$  en fonction du courant  $I_{\mu}$  (A)

Malheureusement, le manque d'autres données nous empêche d'effectuer d'autres validations en utilisant d'autres machines.

### 5.4.3 Contraintes sur la fonction caractéristique de saillance $\Lambda$

Le respect de cette contrainte est plus subtil à obtenir. Nous avons déjà mentionné que la fonction de saillance  $\Lambda$  exprime en quelque sorte l'effet croisé entre les deux axes. Considérons la surface  $\Lambda$  définie comme:

$$\Lambda: \mathcal{R}^2 \rightarrow \mathcal{R}$$

$$\Lambda \in C^p \quad p \geq 2$$

$$\Lambda = \Lambda(|I_d|, |I_q|) \quad (5.44.)$$

On remarque que nous avons imposé à la fonction de saillance d'appartenir à une classe de fonction dérivable d'au moins deux fois sans discontinuité. Également, les termes en valeur absolue des vecteurs  $I_d$  et  $I_q$  rappellent au lecteur que nous ne considérons pas l'effet de l'hystérésis dans notre modèle.

Un examen rapide des expressions analytiques des mutuelles dynamiques du modèle (chapitre 3) justifie la nécessité de ces deux contraintes supplémentaires.

Comme premier exemple, nous avons avancé la forme suivante dans l'article [96]:

$$\Lambda = \Lambda(I_d, I_q) = 1 + \alpha_d I_d^{2m} + \alpha_q I_q^{2m} \quad (m = 1, 2, 3, \dots) \quad (5.45.)$$

où  $\alpha_d$  et  $\alpha_q$  sont des constantes.

Durant les investigations numériques par éléments finis, nous avons utilisé une forme polynomiale classique:

$$\Lambda = \Lambda(I_d, I_q) = 1 + \alpha_d' |I_d| + \alpha_q' |I_q| + \alpha_d'' I_d^2 + \alpha_q'' I_q^2 + \alpha_{dq} I_d \cdot I_q + \alpha_d''' I_d^4 \quad (5.46.)$$

où  $\alpha_i'$  sont des constantes.

Bref, n'importe quelle présentation qui satisfait les contraintes (5.44) peut être admise. Nous référons le lecteur à l'annexe I pour de plus amples détails sur les modèles analytiques des fonctions de saturation.

### 5.4.4 Contraintes sur la fonction de saturation $K_s$

Écrivons le polynôme suivant:

$$K_s(I_{ud}) = K_s(I_d, I_q) = \gamma_0 + \alpha_1 |I_d| + \beta_1 |I_q| + \alpha_1 I_d^2 + \beta_1 I_q^2 + \delta_{11} |I_d| \cdot |I_q| + \alpha_3 |I_d|^3 + \dots \quad (5.47.)$$

où  $\alpha_i, \beta_i, \delta_{ij}, \gamma_0$  sont des constantes.

On remarque que cette dernière expression garantit les séries de contraintes (5.37)-(5.38). En plus, cette dernière expression présente un développement d'une série de *Taylor* d'une fonction continue de deux variables. On déduit que  $K_s$  doit être de la forme suivante

$$K_s: \mathcal{R}^2 \rightarrow \mathcal{R}$$

$$K_s \in C^p \quad p \geq 2$$

$$K_s = K_s(I_{\mu d}) = K_s(|I_d|, |I_d|) \quad (5.48.)$$

On conclut que le modèle général suggéré pour le facteur de saturation  $K_s$  (utilisant  $I_{\mu d}$ ) ne viole pas la contrainte de l'équilibre énergétique (voir également l'annexe I).

#### 5.4.5 Conclusion sur le modèle de saillance variable

Nous avons démontré que la cohérence du modèle de la saillance variable (le respect des contraintes physiques) est conditionnée par un choix judicieux des expressions analytiques qui expriment les fonctions de saturation. Nous avons défini, dans le formalisme le plus général, les contraintes analytiques rattachées à chacune des fonctions de saturation.

#### Remarque 5.3

Si on utilise les précédentes conclusions pour analyser et vérifier la cohérence d'autres modèles de saturation qui utilisent des approches similaires au modèle de saillance variable, nous constatons que, d'une façon générale, les modèles dérivés de la théorie de *Van der Embsa* [102] (elle-même formulée à partir des considérations énergétiques) semblent cohérents. À titre d'exemples, nous pouvons citer les travaux de *Garrido et al* [33,34,35] et ceux de *Robert et al* [79,80].

Par contre, d'autres modèles, même s'ils sont présentés dans un cadre attirant pour démontrer leur exactitude versus une expérimentation, une analyse minutieuse démontre facilement que la consistance du modèle n'est pas assurée pour tous les régimes de fonctionnement. À titre d'exemple, nous citons le modèle développé par *Xie et al* [103] qui, malgré certains aspects attrayants, passe sous silence les contraintes physiques que le modèle doit respecter, et l'exemple numérique proposé pour les fonctions de saturation n'assure pas l'effet de réciprocité.

## 5.5. Modèle des flux superposés

L'application de l'ensemble des contraintes obtenues précédemment nous conduit, en utilisant le modèle des flux superposés, à une relation identique à celle de (5.43). Toutefois, exprimée selon le formalisme du modèle, elle aura la forme suivante:

$$\frac{\partial \phi_{dq}}{\partial I_q} = \frac{\partial \phi_{qd}}{\partial I_d} \quad (5.49.)$$

La conclusion de l'équation précédente est identique à celle du modèle à saillance variable. Ici aussi les mutuelles dynamiques croisées doivent être égales,

$$M_{mdq} = M_{mqd} \quad (5.50.)$$

Ce qui implique que la matrice  $\mathbf{X}$  est symétrique. Par contre, l'effet croisé statique (matrice  $\mathbf{G}$ ) n'est pas nécessairement symétrique.

**Statique: matrice G**

$$\begin{bmatrix} \phi_d \\ \phi_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{dd} + \phi_{dq} \\ \phi_{qd} + \phi_{qq} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \phi_d \\ \phi_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{dd} + \phi_{dq} \\ \phi_{qd} + \phi_{qq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{md} & f \\ g & x_{mq} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix}$$

**Dynamique: matrice X**

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_d \\ \phi_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{md} & M_{mdq} \\ M_{mqd} & M_{mq} \end{bmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix}$$

Pratiquement, la conclusion précédente (5.50) nous permet, d'une part, d'utiliser la décomposition économique de *Cholesky* pour trouver la matrice inverse  $\mathbf{X}^{-1}$ , et d'autre part, pour s'assurer de la cohérence du modèle, il suffit d'imposer des contraintes additionnelles dans les critères d'interpolation des surfaces  $\phi_{j,j_i}$  (voir annexe I).

Une validation fondamentale du modèle consiste à vérifier si les résultats de la simulation numérique reflète bel et bien la relation (5.50). Autrement dit, il faut vérifier si  $M_{mdq} \stackrel{?}{=} M_{mqd}$ .

La figure 5.2 est une présentation tridimensionnelle de l'ensemble des points simulés de la même machine du chapitre quatre. Chaque point représente la valeur de la mutuelle dynamique  $M_{mij}$  tel que nous les avons définies au chapitre quatre. La même figure ci-dessous, démontre la justesse de l'équation (5.50).

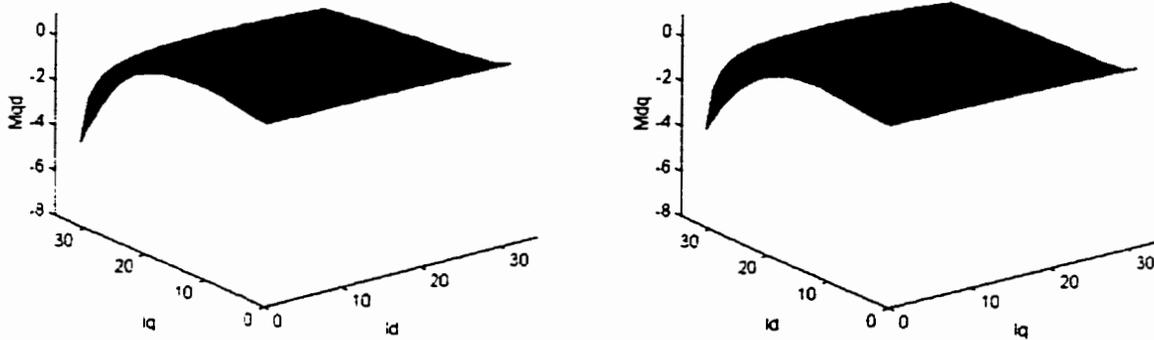


Figure 5. 2 Les mutuelles  $M_{m_dq}$  et  $M_{m_qd}$  en fonction des courants  $I_d$  et  $I_q$

Tel que nous avons déjà mentionné, pour exploiter le modèle de flux superposés, il faut incorporer les fonctions  $\phi_{dq}, \phi_{qd}, \frac{\partial \phi_{dq}}{\partial I_q}, \frac{\partial \phi_{qd}}{\partial I_d}$  aux paramètres classiques de la saturation (les deux courbes de saturation des axes  $-d$  et  $-q$ ). Deux choix sont possibles.

Le premier est d'utiliser des tableaux de valeurs numériques recouvrant le domaine de fonctionnement. Les termes du flux seront trouvés par interpolation linéaire et les termes de dérivée par différences finies à partir des mêmes tableaux. Le deuxième choix est d'utiliser un modèle analytique explicite pour chaque fonction. Un choix astucieux de ces formes analytiques, nous permettra de satisfaire la contrainte (5.50).

Dans ce qui va suivre, nous allons développer ces formes.

### 5.5.1 Approche I

Dans cette approche, nous imposons une forme de série de *Taylor* (selon deux variables) pour chaque composante du flux croisé,

$$\phi_{dq} = f(\alpha_i, \beta_j, \gamma'_i, \delta_0) \quad (5.51.)$$

Sous forme explicite,

$$\begin{aligned} \phi_{dq} = & \alpha_1 I_d + \alpha_2 I_d^2 + \alpha_3 I_d^3 + \dots + \alpha_n I_d^n + \dots + \beta_1 I_q + \beta_2 I_q^2 + \beta_3 I_q^3 + \dots + \beta_n I_q^n + \\ & \gamma_1^1 I_d I_q + \gamma_2^1 I_d^2 I_q + \gamma_1^2 I_d I_q^2 + \dots + \gamma_i^j I_i I_j + \delta_0 \quad (i+j=n) \end{aligned} \quad (5.52.)$$

où  $\alpha_i, \beta_j, \gamma'_i, \delta_0$  sont des constantes et la valeur de  $\delta_0$  doit être asymptotiquement nulle pour respecter la condition de limite qui impose un flux nul à courant nul.

D'une façon similaire, on peut écrire,

$$\phi_{qd} = g(\alpha'_i, \beta'_j, \gamma''_i, \delta'_0). \quad (5.53.)$$

En appliquant la contrainte (5.50) sur les fonctions  $\phi_{dq}$ , et  $\phi_{qd}$ , on peut déduire, après manipulations mathématiques et simplifications, certaines relations algébriques liant les constantes des deux surfaces,

$$\begin{aligned} \alpha'_1 &= \beta_1 \\ \alpha'_j &= \frac{1}{j} \gamma_{j-1}^1 \quad j=2,3,.. \\ \beta_j &= \frac{1}{j} \gamma''_j \quad j=1,2,.. \\ i \cdot \gamma_k^i &= j \cdot \gamma_j^{k'} \quad i, j \neq 1 \quad k=1,2,.. \end{aligned} \quad (5.54.)$$

Ces dernières relations diminuent le nombre des constantes inconnues durant la phase de l'identification des deux surfaces. Si on considère deux surfaces d'ordre  $n$ , le vecteur des inconnues initiales est

$$\theta_{mir} = \langle \alpha_1, \dots, \alpha_n, \beta_1, \dots, \beta_n, \gamma_1^1, \dots, \delta_0, \alpha'_1, \dots, \beta'_1, \dots, \beta'_n, \gamma_1^1, \dots \rangle^T \quad (5.55.)$$

avec,

$$\dim(\theta_{mir}) = n(n+3) + 2 \quad (5.56.)$$

Tenant compte des relations (5.52), il est facile de démontrer que le nouveau vecteur à identifier sera de dimension,

$$\dim(\theta) = \frac{n}{2}(n+5) + 2 \quad (5.57.)$$

Donc, en plus d'aboutir à un modèle consistant, nous réalisons un gain de  $n(n+1)/2$  constantes à identifier.

### 5.5.2 Approche II

Cette approche n'est qu'une variante de la précédente. On l'obtient tout simplement, en imposant  $\delta_0 = \delta'_0 = 0$ , et dans ce cas, la dimension du vecteur à identifier sera,

$$\dim(\theta) = \frac{n}{2}(n+5) \quad (5.58.)$$

### 5.5.3 Approche III

Rappelons-nous que la définition du flux croisé contient une contrainte supplémentaire déjà discutée; l'effet croisé dans l'axe  $-i$  sera absent si l'alimentation de l'axe  $-j$  est nulle. Les équations (5.11 et 5.12) traduisent cet effet. Sur ce point, tous les chercheurs semblent être en parfait accord [28,80,100].

Afin de rendre notre modèle compatible avec cet assujettissement, nous récrivons les composantes croisées comme:

$$\phi_{dq} = I_q \cdot f(\alpha_i, \beta_i, \gamma_i^j, \delta_0, I_d, I_q) \quad (5.59.)$$

$$\phi_{qd} = I_d \cdot g(\alpha'_i, \beta'_i, \gamma_i^j, \delta'_0, I_d, I_q). \quad (5.60.)$$

où  $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i^j, \delta_0, \alpha'_i, \beta'_i, \dots$  sont des constantes à identifier.

La structure de  $f$  et  $g$  étant définie dans (5.52), on note que dans ce cas, l'ordre des surfaces n'est plus  $n$  mais plutôt  $n+1$ .

D'une façon similaire à l'approche I, on substitue les formes (5.59) et (5.60) dans (5.50), et on peut déduire, après simplifications, certaines relations algébriques liant les constantes des deux surfaces,

$$\delta_0 = \delta'_0$$

$$\alpha_i = (i+1)\alpha'_i \quad i=1,2,..$$

$$\begin{aligned}
\beta_i &= \frac{1}{i+1} \beta'_i & i=1,2,.. \\
\gamma'_i &= \gamma''_j & i=j=1 \quad \text{ou} \quad i,j=2,3,.. \\
\gamma_i^j &= \frac{2}{j+1} \gamma''^j & j=2,3,.. \\
\gamma_j^1 &= \frac{j+1}{2} \gamma''^1 & j=2,3,..
\end{aligned} \tag{5.61.}$$

La dimension du vecteur à identifier (pour deux surfaces d'ordre  $n+1$ ) sera

$$\dim(\theta) = \frac{n}{2}(n-1) + 2n + 1 \tag{5.62.}$$

Il nous est facile de conclure que la structure proposée dans la troisième approche présente le modèle le plus solide et le plus économique en même temps. On réfère le lecteur à l'annexe I pour un exemple numérique.

#### 5.5.4 Approche IV

Il existe une quatrième approche basée sur les relations entre le champ magnétique et l'induction magnétique. Toutefois, cette approche ne peut être appliquée que sous certaines conditions. Selon [58] si une machine électrique à saillance très faible (turbo-générateur), donc à entrefer  $e$  quasi constant, et que si  $e_r$  est l'épaisseur radiale de la couche du fer saturé appartenant au rotor et  $e_s$  est l'épaisseur radiale de la couche du fer saturé appartenant au stator, on peut exprimer la force magnétomotrice dans les deux axes comme,

$$\xi_{d,q} = \frac{B_{d,q}}{\mu_0} \left( e + \frac{e_r + e_s}{\mu_r} \right) \tag{5.63.}$$

avec  $\mu_r$  la perméabilité relative définie à l'aide des courbes caractéristiques du fer utilisé,

$$\mu_r = \frac{1}{\mu_0} \times \frac{B}{H} \tag{5.64.}$$

où,

$$B = \sqrt{B_d^2 + B_q^2} \quad H = \sqrt{H_d^2 + H_q^2}$$

L'équation (5.64) peut être ramenée, moyennant la relation  $B-H$  à une fonction unique de  $H$  ou une fonction unique de  $B$ . Le choix d'une des deux quantités comme variable de l'état n'affecte pas la méthode.

À partir des formules précédentes, si on introduit la perméance, on trouve que dans ce cas,

$$P_d = P_q = \left[ \frac{1}{\mu_0} \left( e + \frac{e_s + e_r}{\mu_r} \right) \right]^{-1} \tag{5.65.}$$

Si on reprend les équations (5.1-5.4), et on divise par le courant magnétisant, on se trouve devant une nouvelle quantité (un quotient  $\chi_{d,q}$ ) exprimant une réactance. Dans le cas de l'axe  $d$ ,

$$\frac{\phi_d}{I_d} = \frac{\phi_{dd}}{I_d} + \frac{\phi_{dq}}{I_d} \Rightarrow \chi_d = x_d + \phi_{dq} \cdot I_d^{-1} \quad (5.66.)$$

Une forme similaire sera obtenue pour l'axe  $-q$ .

Mais nous savons qu'une réactance exprime la perméance à une constante près (il s'agit de  $K$  définie comme le facteur de la bobine en question). Donc, dans le cas général,

$$\chi_{d,q} = K \cdot P_{d,q} = \frac{\mu_0 \cdot K}{e + \frac{(e_s + e_r)}{\mu_r}} \quad (5.67.)$$

La relation  $B-H$  peut être exprimée en utilisant une série de *Taylor*, cette dernière sera utilisée pour déterminer la perméabilité relative du fer. En considérant les deux premiers termes de la série, on peut trouver, après manipulations analytiques, que le quotient  $\chi_{d,q}$  s'écrit comme,

$$\chi_i = \text{const}_i + \text{const}_d \cdot H_d(I_d) + \text{const}_q \cdot H_q(I_q) + \text{termes}(O[\geq 2]) \quad (5.68.)$$

Si on examine la partie droite de la dernière équation, on trouve que le premier terme est une constante tandis que les deuxième et troisième expriment respectivement, un terme *propre* et un terme *croisé*. À titre d'exemple, le quotient  $\chi_q$  s'écrit,

$$\chi_q = \chi_q^0 + \chi_d^d \cdot H_d(I_d) + \chi_q^q \cdot H_q(I_q)$$

En comparant les expressions (5.64) et (5.68), et en ne considérant l'axe  $-d$  que comme exemple de travail, on retrouve, à un formalisme près, notre principe de superposition (chapitre 5),

$$\chi_d = x_{md} + \phi_{dq} \cdot I_d^{-1} = \chi_d^0 + \chi_d^d \cdot H_d(I_d) + \chi_q^q \cdot H_q(I_q) \quad (5.69.)$$

Regroupons les termes du flux croisé,

$$\phi_{dq} = \chi_q^q \cdot H_q(I_q) \cdot I_d = \chi_q^q \cdot f^q(I_q) \cdot I_d \quad (5.70.)$$

$$\phi_{qd} = \chi_d^d \cdot H_d(I_m) \cdot I_m = \chi_d^d \cdot f^d(I_d) \cdot I_q \quad (5.71.)$$

où  $\chi_d^d$  et  $\chi_q^q$  sont des constantes.

Ce dernier résultat est important, car il montre que même en tenant compte d'approximations successives, on trouve toujours les mêmes hypothèses de travail que nous avons utilisées dans le développement des modèles de saturation (chapitre 3 et 4).

Avant de clôturer ce paragraphe, nous signalons que les fonctions  $f^d$  et  $f^q$  doivent concorder avec trois contraintes. Ces dernières sont (5.11), (5.12) et (5.50) qu'on exprime, en utilisant l'approche IV comme,

$$f^d(I_d = 0) = 0 \quad \text{et} \quad f^q(I_q = 0) = 0 \quad (5.72.)$$

$$\chi_q^q \cdot \frac{\partial f^q}{\partial I_q} \cdot I_d = \chi_d^d \cdot \frac{\partial f^d}{\partial I_d} \cdot I_q \quad (5.73.)$$

Nous pouvons poursuivre le développement en imposant une forme analytique pour les fonctions  $f^q$  et  $f^d$ . Toutefois, nous avons jugé le développement théorique suffisant à ce stade puisque nous avons utilisé l'approche III dans la modélisation des deux machines étudiées (voir annexe I).

### 5.5.5 Conclusion sur le modèle des flux superposés

Suite aux développements précédents, nous pouvons conclure comme suit: pour que le modèle de saturation à flux superposés respecte les contraintes physiques d'équilibre énergétique et de réciprocité (5.11, 5.12 et 5.50), il est impératif d'imposer des assujettissements sur l'interpolation qu'on effectue sur les fonctions des flux croisés:  $\phi_{dq}$  et  $\phi_{qd}$ .

Il est intéressant de comparer notre modèle avec d'autres ayant la même caractéristique. C'est-à-dire, la présence explicite d'une composante statique croisée.

#### 5.5.5.1 Cas 1

Si on examine le modèle suggéré par *El-Serafi et al* dans [28], on constate que la modélisation de la composante croisée se résume à l'expression suivante:

$$\phi_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{si } I_i \leq c_i \\ c_{ij} \cdot I_j \cdot (I_i - c_i) & \text{si } I_i > c_i \end{cases} \quad (5.74.)$$

où  $c_i$  et  $c_{ij}$  sont des constantes.

De toute évidence, un tel modèle respecte les contraintes 5.11 et 5.12 ("effet croisé nul pour un courant nul"). Pour démontrer ce résultat, il suffit de substituer  $I_j = 0$  dans (5.74) pour constater que effectivement  $\phi_{ij} = 0$ .

Par contre, la contrainte de la réciprocité des effets dynamiques (5.50), n'est nullement traitée, et le choix présenté viole manifestement ce principe d'équilibre énergétique, car les expressions des mutuelles dynamiques ne sont pas nécessairement égales.

$$\frac{\partial \phi_{dq}}{\partial I_q} = c_{dq} (I_d - c_i) \neq c_{qd} (I_q - c_i) = \frac{\partial \phi_{qd}}{\partial I_d}$$

Nous concluons qu'un tel modèle, malgré tous les avantages qu'il peut présenter (simplicité, commodité, etc.), peut être susceptible d'échouer dans la simulation dynamique du comportement de la machine, car la symétrie de l'effet dynamique n'est nullement garantie par la structure même du modèle.

### 5.5.5.2 Cas 2

Pour modéliser les flux croisés, les travaux de *El-Serafi, Adballah et al* [26] et ceux de *Ramshaw et al* [77] proposent une expression polynomiale du type:

$$\phi_{ij} = C_1 \cdot I_j + C_2 \cdot I_j^2 + \dots + C_m \cdot I_j^m \quad (5.75.)$$

où  $C_k$  sont des constantes propres à chaque axe, et  $m$  est l'ordre du polynôme.

Encore une fois, le modèle précédent respecte la contrainte de "flux croisé nul pour courant nul". Toutefois, le choix des constantes de chaque axe doit être effectué de sorte que l'équilibre énergétique soit respecté (5.50). Malheureusement, une simple vérification des valeurs numériques suggérées dans les articles, nous indique que ce n'est pas le cas.

Certes, de tels modèles, comme tous les *modèles*, demeurent valables comme une maquette *ad hoc* pour une utilisation restreinte si on est capable de démontrer qu'à l'intérieur de son domaine d'utilisation, le modèle reproduit l'expérience.

Toutefois, nous croyons qu'il est indispensable, d'imposer les contraintes pour s'assurer de la stabilité du modèle dans les régimes transitoires et de sa capacité de prédire le comportement dynamique généralisé pour toute la multitude des types de fonctionnement.

### 5.5.5.3 Cas 3

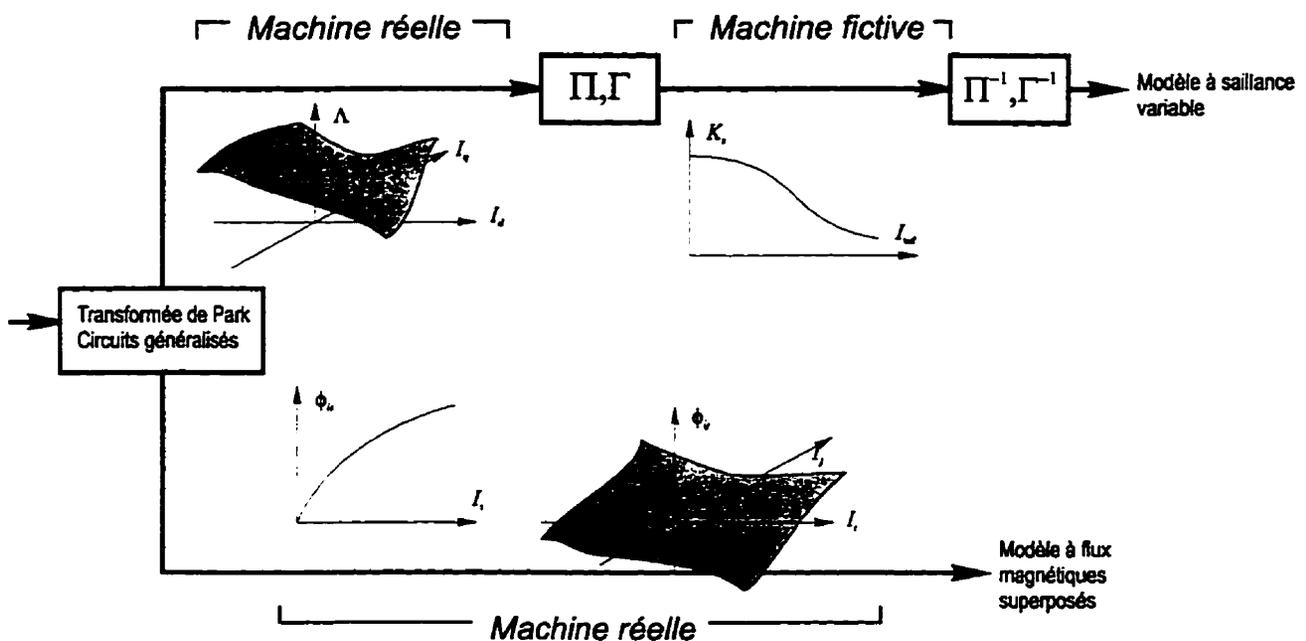
Bien évidemment, il existe des modèles de saturation cohérents, nous référons le lecteur aux travaux de *Crappe et al* [17], de ceux de *Garrido et al* [33] et de ceux de *Dejager et al* [18,19,35] qui, en se basant sur des considérations énergétiques issues de la théorie de *Van der Embse* [102], aboutissent à des modèles cohérents.

## 5.6. Conclusion

À partir de l'hypothèse de la nullité des pertes magnétiques, et à travers une série d'obligations d'ordre physique et analytique, nous avons abouti à un ensemble de contraintes générales que tous les modèles de saturation doivent, inéluctablement, respecter. Ces contraintes ont été appliquées sur chaque modèle avec, comme résultat, des exigences spécifiques pour les fonctions analytiques de saturation ( $K_s$ ,  $\Lambda$ ,  $\phi_{dq}$  et  $\phi_{qd}$ ).

Finalement, quelques exemples et quelques comparaisons avec d'autres modèles, nous ont permis d'illustrer les portées théoriques et pratiques de ces contraintes.

Si la présente thèse faisait l'objet du développement d'un seul modèle de saturation, la conclusion aurait été arrêtée sur la démonstration de l'efficacité et de la cohérence du modèle. Le développement de deux modèles de saturation nous impose, inévitablement, une comparaison structurale de ces deux derniers. La figure ci-dessous illustre schématiquement la constitution de chacun des deux modèles.



Bien que la formulation et la structure des deux modèles (saillance variable et flux magnétiques superposés) soient différentes, les dissemblances ne sont qu'apparentes.

En effet, partant des mêmes hypothèses de base (transformée de *Park* et représentation en circuits équivalents généralisés), nous avons abouti aux mêmes conclusions.

Ces dernières sont exprimées différemment dans chaque modèle. Toutefois, les mêmes exigences théoriques sont remplies et les deux modèles sont efficaces pour simuler le comportement dynamique de la machine.

Par exemple, si on examine la représentation des flux croisés dans le modèle à saillance variable, on constate qu'elle est inhérente à la structure même du modèle; l'effet croisé statique n'est existant qu'à travers la fonction caractéristique  $\Lambda$ . Par contre, dans le cas du modèle à flux magnétiques superposés, la représentation de la composante croisée statique est explicite à travers les fonctions  $\phi_{dq}$  et  $\phi_{qd}$ . Dans les deux cas, nous avons démontré que nous respectons la contrainte qui impose que le flux croisé de l'axe  $-i$  doit être nul si la machine n'est pas saturée et si l'axe  $-j$  n'est pas alimenté.

Beaucoup de chercheurs se sont attardés sur la réciprocité magnétique et de son influence sur la modélisation de saturation en général et plus spécifiquement, sur l'effet croisé. Nous avons démontré, à travers les chapitres précédents, que beaucoup des altercations qui existent entre chercheurs sur la symétrie des effets dans une machine saturée, ne sont que des controverses apparentes.

Pratiquement, nous avons démontré, à partir des équations les plus fondamentales, que :

- la réciprocité n'est qu'une conséquence de la contrainte du bilan énergétique;
- les termes statiques des équations de la machine ne sont pas tenus d'être symétriques;
- les termes dynamiques (matrice  $\mathbf{X}$ ) doivent être symétriques;
- ces deux dernières conclusions s'appliquent toujours, peu importe le modèle de saturation qui a été considéré.

Bien que l'optimisation des algorithmes numériques ne faisait pas partie de nos recherches, nous pouvons avancer que les exigences en calcul des deux modèles sont comparables. Toutefois, le modèle de saillance variable est légèrement plus exigeant (on parle de l'ordre de 10%-20%). La raison en est simple: l'exécution de la transformée nécessite plus de ressources.

Dans les deux cas, la matrice  $\mathbf{X}$ , qui doit être inversée à chaque pas de simulation, est symétrique. Ceci nous a permis de factoriser cette dernière par la méthode de *Cholesky*, ce qui a amélioré sensiblement les performances numériques.

# CHAPITRE 6

## ÉTUDE D'UN CAS RÉEL: MODÉLISATION ET IDENTIFICATION D'UN ALTERNATEUR DE LA CENTRALE LG3 TENANT COMPTE DE LA SATURATION MAGNÉTIQUE

Un modèle, aussi sophistiqué que soit son développement théorique, sera jugé et validé expérimentalement. Bien qu'une bonne partie des données utilisées dans la construction de nos modèles soient issues directement des résultats de simulations numériques par calcul de champ, et que plusieurs validations partielles ont déjà été développées pour prouver l'exactitude de nos hypothèses, nous croyons fermement, que le modèle ne peut être suggéré pour usage industriel sans un ensemble complet de validations expérimentales.

Concrètement, notre démarche à travers le chapitre 6 vise deux buts. Le premier est de démontrer que l'utilisation de notre modèle de saturation, dans la simulation du comportement dynamique d'une machine synchrone, améliore la prédiction et procure des meilleurs résultats que ceux issus d'une modélisation linéaire. Le deuxième but est de démontrer que l'identification des paramètres structuraux d'un tel modèle est réalisable à partir d'un ensemble d'essais judicieusement choisis.

### 6.1. Introduction

Durant le printemps de 1993, des essais d'identification des paramètres du système d'excitation de la centrale LG3 ont été effectués par le service *Essais et Études Techniques, direction MESB d'Hydro-Québec* [75]. Par la suite, un projet de recherche a été initié en vue d'estimer plus précisément les paramètres de l'alternateur au moyen d'une analyse des oscillogrammes rapportés du chantier.

La première partie du projet avait pour but l'aboutissement à un modèle linéaire représenté par une structure de circuits équivalents généralisés [48]. Dans ces derniers, le nombre d'amortisseurs dans chaque axe a été identifié comme faisant partie des paramètres de la machine.

La deuxième partie du projet de recherche, dont on présente les résultats dans le présent chapitre, a visé l'introduction d'un modèle pour inclure le phénomène de la saturation magnétique. Moyennant des mesures réelles de l'essai standard à circuit ouvert, il était possible d'identifier la courbe de saturation de l'axe  $-d$ . Une mise en œuvre utilisant un essai typique (192 MW, F.P.=0.95 AV) pour identifier les paramètres a permis d'obtenir les résultats escomptés, et d'autres essais ont été utilisés pour valider les résultats. Le logiciel *Matlab* a été utilisé comme maquette de travail pour différentes étapes de programmation et d'exploitation.

## 6.2. Essais effectués et signaux disponibles

Le rapport d'essais d'*Hydro-Québec* [48] contient plusieurs essais effectués dans la centrale LG3. Ces derniers ont été effectués du 10 au 13 mai 1993 par le *service Essais et Études Techniques, direction MESB d'Hydro-Québec*.

Le tableau ci-dessous contient les paramètres nominaux de l'alternateur tels que ceux fournis par le manufacturier.

Tableau 6.1: Paramètres nominaux de l'alternateur LG3

$V_n$ L-L	13.8 kV	Pôles	64
$S_n$	202 MW	$I_{base}$	924 A
F.P.	0.95 AR	$x_{du}$	1.104 p.u.
$I_n$	8451 A	$x_{qu}$	0.62 p.u.
RPM	112.5 tr/m	$r_a$ (75 C°)	0.0033 $\Omega$

Le rapport d'essais mentionne plusieurs types d'essais en exploitation normale par injection de perturbations dans la tension d'excitation. C'est ainsi que nous sont disponibles:

1. Réponses en fréquence par injection de bruit blanc.
2. Réponses à des échelons de faible amplitude.
3. Réponses à des échelons de forte amplitude.
4. Fonctionnement en limitation.
5. Rejet de production.

La figure ci-dessous illustre schématiquement le dispositif expérimental.

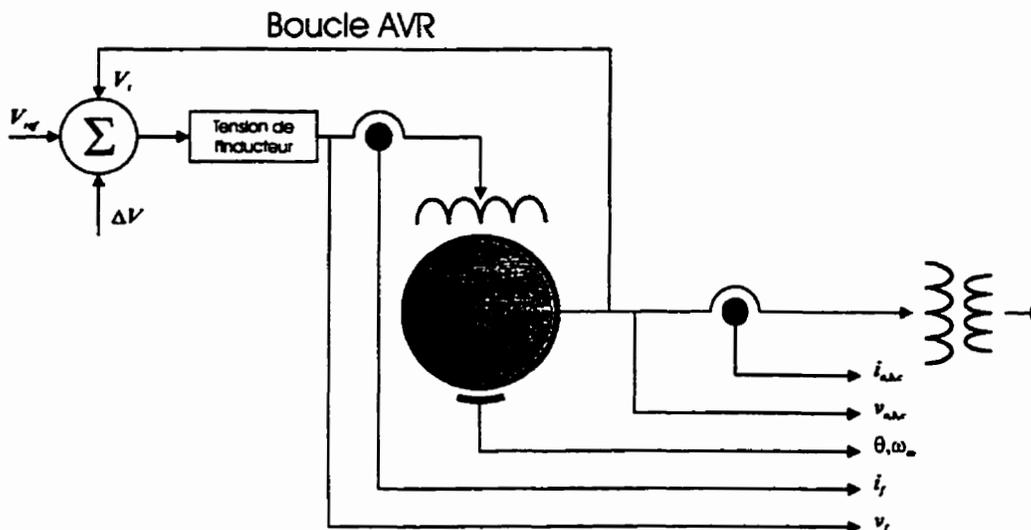


Figure 6. 1. Essais en exploitation normale par injection de perturbations dans la tension d'excitation

<sup>1</sup> On note que dans le cas étudié, la mesure de l'angle interne de l'alternateur n'était pas disponible et que les données ne semblaient pas suivre le comportement dicté par les équations du régime permanent. Après analyse, on a conclu que la différence était provoquée par l'incertitude de la valeur de la réactance transversale  $x_q$ . Une procédure itérative a été mise en œuvre afin de trouver (par *fitting*) cette dernière valeur.

Dans notre étude, nous utilisons un seul type d'essais qui est la réponse à un échelon de forte amplitude (par l'application d'une impulsion de 15%). Ce type d'essais offre l'avantage décisif de parcourir une zone relativement large sur la courbe de saturation.

Après un examen visuel préliminaire, une extraction du corps du signal et un filtrage des données, cinq (5) essais typiques ont été retenus. Le tableau 6.2 donne une description sommaire de ces derniers.

**Tableau 6.2:** Description des essais utilisés

Essai no.	Puissance (MW)	F.P.	Stabilisateur
36	150	1.0	En marche
42	192	0.95 AR	En marche
44	192	1.0	En marche
48	192	0.95 AV	Hors marche
52	192	0.95 AV	En marche

### 6.3. Prétraitement des signaux

Puisque le nombre de points disponibles (60000 points par essai) est trop grand pour la manipulation, une réduction du taux d'échantillonnage est indispensable. Une décimation de l'ordre de 1:13 a été retenue pour obtenir un taux final de quatre (4) points par cycle (240Hz).

#### 6.3.1 Étape 1

Suite à cette décimation, la première étape du traitement est la transformation de *Clarke* [53]. Elle consiste à projeter les grandeurs des phases ( $a$ ,  $b$  et  $c$ ) dans un repère orthogonal ( $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $o$ ) tournant en synchronisme avec la pulsation électrique.

$$\begin{Bmatrix} f_\alpha \\ f_\beta \\ f_o \end{Bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} f_a \\ f_b \\ f_c \end{Bmatrix} \quad (6.1.)$$

La composante symétrique positive instantanée  $f_p = f_\alpha + jf_\beta$  (appelée "*space-phasor*") contient toute l'information nécessaire pour décrire les séquences du système triphasé équilibré, et ceci pour toutes les fréquences harmoniques et interharmoniques présentes dans les grandeurs des phases ( $a$ ,  $b$  et  $c$ ).

De ce fait,  $f_p$  est particulièrement appropriée à une définition rigoureuse des vraies grandeurs RMS et moyenne. À titre d'exemple, la tension TRUE RMS sera égale à  $\sqrt{v_p v_p^*}$ , la puissance active totale sera égale à  $\text{Re}(v_p i_p^*)$ , etc.

### 6.3.2 Étape 2

La deuxième étape est le calcul des grandeurs moyennes et "True rms" en utilisant un détecteur de valeur moyenne. La solution numérique conventionnelle consiste à effectuer une sommation sur une fenêtre glissante de 1 cycle et à produire une valeur moyenne par cycle.

Cette approche présente l'inconvénient d'être sensible aux larges variations de fréquence, à moins que l'échantillonnage ne soit synchronisé. De plus, sa performance est mauvaise en présence de fortes composantes non harmoniques

L'approche alternative que nous avons retenue dans ce projet est de réaliser le moyennage par un filtre passe-bas multi-cadences dont la bande passante est dictée par l'application. De cette façon, le moyennage est non seulement plus efficace vis-à-vis des harmoniques d'ordre 2 introduits par la conjugaison (mise en carré), mais surtout, il devient insensible aux variations importantes de fréquences.

### 6.3.3 Étape 3

Pour obtenir les valeurs constantes décrivant le régime permanent précédent la manœuvre, il faut prendre la moyenne des différentes grandeurs instantanées ( $V$ ,  $I$ ,  $P$ ,  $Q$ , etc.) sur une fenêtre appropriée. Le signal injecté est un reflet fidèle du créneau de tension appliqué à la référence de tension et doit être utilisé comme référence de temps pour déterminer la période de régime permanent préfaute.

Pour la détermination de l'angle interne ( $\delta$ ) à partir des équations du régime permanent, on considère que les paramètres  $V$ ,  $I$ ,  $P$ ,  $Q$ ,  $i_{fd}$ ,  $r_a$ ,  $x_d$  et  $x_q$  sont connus. Étant donné que le courant de champ et la courbe de saturation de l'axe  $-d$  sont connus, la seule source d'incertitude porte sur la réactance de l'axe quadratique  $-q$ . En assumant la valeur fournie par le fabricant comme estimé initial, le calcul de l'angle s'effectue comme suit:

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{Q}{P}\right) \quad (6.2.)$$

$$\delta = \tan^{-1}\left(\frac{x_q I \cos(\phi) + r_a I \sin(\phi)}{V + r_a I \cos(\phi) - x_q I \sin(\phi)}\right) \quad (6.3.)$$

$$\begin{aligned} v_d &= V \sin(\delta) \\ v_q &= V \cos(\delta) \end{aligned} \quad (6.4.)$$

$$\begin{aligned} i_d &= I \sin(\delta - \phi) \\ i_q &= I \cos(\delta - \phi) \end{aligned} \quad (6.5.)$$

$$\hat{i}_{fd} = \frac{v_q + r_a i_q + [x_a + x_{md}] i_d}{x_{md}} \quad (6.6.)$$

La valeur du courant  $\hat{i}_{fd}$  doit être identique à celle de  $i_{fd}$  provenant de la mesure. Sinon, on doit conclure que la valeur de la réactance  $x_q$  est erronée, puisque c'est la seule source d'incohérence.

Le critère de validation des conditions de régime permanent est donc:  $\hat{i}_{fd} - i_{fd}$ .

De façon itérative, on doit ajuster la réactance  $x_q$  et recommencer la procédure jusqu'à l'obtention d'une convergence. On voit ainsi poindre un problème d'équation algébrique non linéaire à une seule variable.

#### 6.3.4 Étape 4

Finalement, connaissant l'écart angulaire entre l'axe magnétique du rotor et l'axe de symétrie de la phase  $-a$ , on effectue la transformation de *Park* sur une base instantanée. Les données ainsi obtenues dans le repère  $d-q$  seront utilisées dans les procédures d'identification et de validation. Pour ce faire, revenons, aux formules originales, D'après *Krause* [53], elles sont les suivantes:

$$\begin{Bmatrix} f_d \\ f_q \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_r - \theta_s) & -\sin(\theta_r - \theta_s) \\ \sin(\theta_r - \theta_s) & \cos(\theta_r - \theta_s) \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} f_\alpha \\ f_\beta \end{Bmatrix} \quad (6.7.)$$

où  $(\theta_r - \theta_s)$  est l'écart angulaire entre l'axe magnétique du rotor et l'axe de symétrie de la phase  $-a$ .

#### Remarque 6.1

La partie précédente du prétraitement des signaux ainsi présentée ne reflète pas le degré de difficulté réelle rencontrée durant l'analyse, car n'ayant pas de tachymètre directement installé sur le rotor, l'identification de la vitesse réelle de rotation du rotor a été effectuée indirectement.

Tableau 6.3: Coordonnées du régime permanent (préfaute) des essais utilisés (p.u.)

	36	42	44	48	52
$P$	0.7147	0.9356	0.6337	0.9515	0.9493
$Q$	0.0128	-0.3337	0.0138	0.2334	0.2588
$E$	1.1712	1.1290	1.1672	1.1958	1.2007
$I_r$	0.6103	0.8799	0.5431	0.8192	0.8195
$v_d$	0.3985	0.6008	0.3587	0.4602	0.4539
$v_q$	1.1013	0.9559	1.1107	1.1037	1.1116
$i_d$	0.2179	0.1908	0.1781	0.4863	0.4985
$i_q$	0.5701	0.8590	0.5131	0.6593	0.6504
$v_{fd}$	0.0008	0.0007	0.0009	0.0011	0.0012
$i_{fd}$ (calculé)	1.5876	1.3488	1.5470	1.9610	1.9918
$i_{fd}$ (mesuré)	1.4992	1.3558	1.6966	1.9954	2.0314
$\delta$ (°)	19.892	32.149	17.895	22.632	22.213
$x_d$	1.0347	1.0581	1.0362	1.0130	1.0096
$x_q$	0.7000	0.7000	0.7000	0.7000	0.7000
$K_d$	0.9235	0.9493	0.9251	0.8995	0.8958

## 6.4. Identification des paramètres de la saturation

Les données disponibles pour l'identification des paramètres de saturation sont celles de l'essai à circuit ouvert. La figure ci-dessous illustre la courbe expérimentale de la relation tension stator versus le courant d'excitation  $i_f$ . Selon la configuration de l'essai, cette relation est équivalente à la relation du flux de l'axe  $-d$  et de la force magnétomotrice dans l'axe direct  $I_d$  [3,53,58].

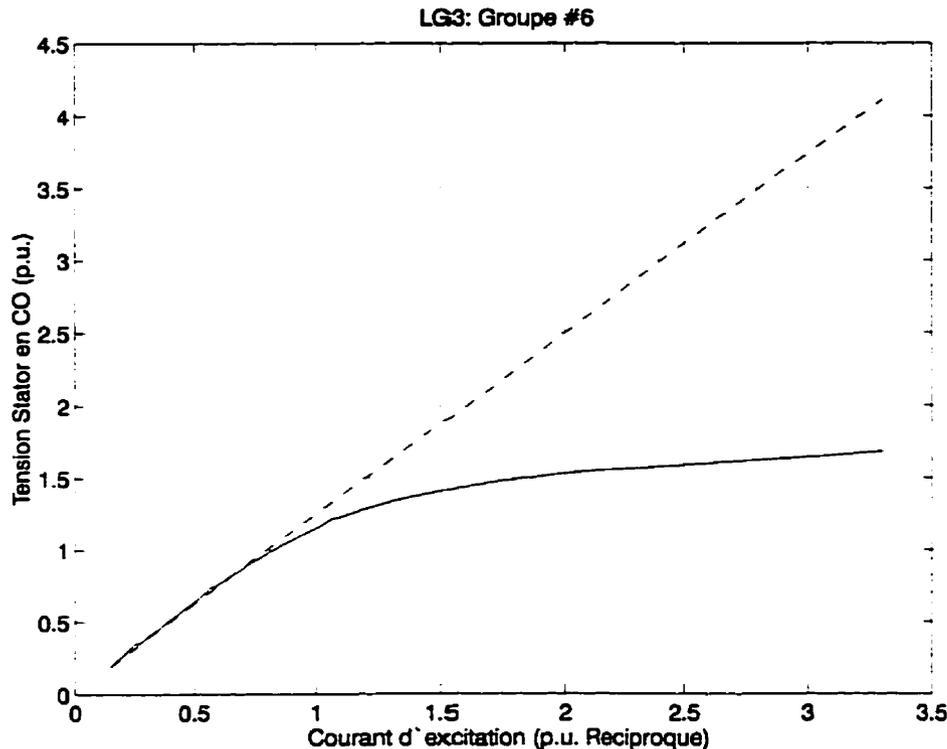


Figure 6.2. Essai du circuit ouvert de la centrale LG3

La substitution de cette relation non linéaire dans le modèle de la machine s'effectue moyennant la relation suivante (voir chapitre 3: modèle à saillance variable):

$$\phi_d = f(I_d) = x_{md}^0 \cdot K_d(I_d) \cdot I_d \quad (6.8.)$$

où  $K_d$  désigne le facteur de saturation affectant la réactance non saturée  $x_{md}^0$  de l'axe direct  $-d$ .

### Remarque 6.2

Les essais et les données limitées sur la saturation de l'axe quadratique  $-q$  nous ont imposé la contrainte suivante: la saturation magnétique de l'axe quadratique  $-q$  est considérée comme constante. Ceci implique que nous nous retrouvons avec un cas spécial du modèle général de saturation.

En effet, en introduisant  $x_{mq}$  comme un terme constant, nous retrouvons, sans trop de difficultés, que  $K_d$  (voir chapitre 3) est identique à  $K_{\mu d}$ .

L'identification de la fonction "facteur de saturation" peut s'effectuer par une simple méthode de régression. Toutefois, l'algorithme utilisé, ainsi que la forme analytique choisie pour la

construction de la fonction, doivent tenir compte, impérativement, d'un ensemble de conditions afin de satisfaire des contraintes d'ordre physique et pour assurer une stabilité numérique durant les simulations.

On réfère le lecteur à l'annexe I où nous avons élaboré davantage sur ces contraintes qui doivent être imposées sur les fonctions utilisées dans la modélisation de la saturation.

Pratiquement, notre choix s'est porté sur une fonction de la forme suivante:

$$K_s = \frac{\alpha_0 + \alpha_1 I + \alpha_2 I^2 + \dots + \alpha_n I^n}{1 + \beta_1 I + \beta_2 I^2 + \dots + \beta_m I^m} \quad (6.9.)$$

pour son allure en palier pour les faibles valeurs de courant et son comportement asymptotique pour les grandes valeurs.

Un algorithme de moindres carrés non linéaire a été utilisé pour obtenir les valeurs numériques. Le tableau 6.4 ci-dessous résume les résultats obtenus par régression non linéaire.

Tableau 6.4: Paramètres de la fonction de saturation  $K_s$  de la centrale LG3

$n$	2	$m$	3
$\alpha_0$	1.00000	$\beta_1$	0.605749
$\alpha_1$	-0.723416	$\beta_2$	0.251563
$\alpha_2$	0.415496	$\beta_3$	0.145479

La figure 6.3 montre la courbe analytique de la fonction  $K_s$  en comparaison avec les données expérimentales. Cette relation reflète, à un gain près, la réactance statique  $x_{md}$  de la machine.

La figure 6.4 montre la variation de la fonction  $\frac{dK_s}{dI_d}$ . Cette dernière sera utilisée dans la matrice

$\mathbf{X}$  (liée au terme  $di/dt$ ) du modèle qui contient les termes de la dérivée du flux :

$$p\Phi_d = \left[ x_{md} + I_d \cdot \frac{dK_s}{dI_d} \right] \cdot pI_d = M_{md} \cdot pI_d \quad (6.10.)$$

où  $M_{md}$  désigne la réactance dynamique.

Dans l'équation générale de la machine, on note l'existence des termes statiques (matrice  $\mathbf{G}$ ) qui sont dus au couplage mécanique entre les deux axes. Ces termes seront affectés uniquement par la fonction  $K_s$ .

Également, les termes dynamiques (matrice  $\mathbf{X}$ ) seront affectés par la variation de la réactance  $M_{md}$ .

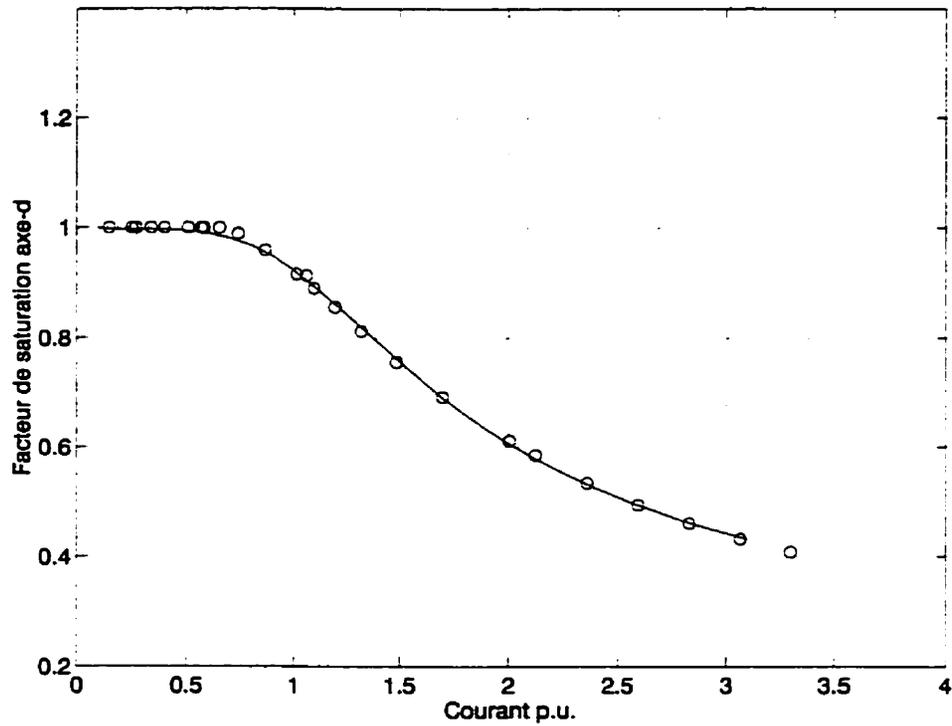


Figure 6.3 Facteur de saturation de l'axe -d de la centrale LG3

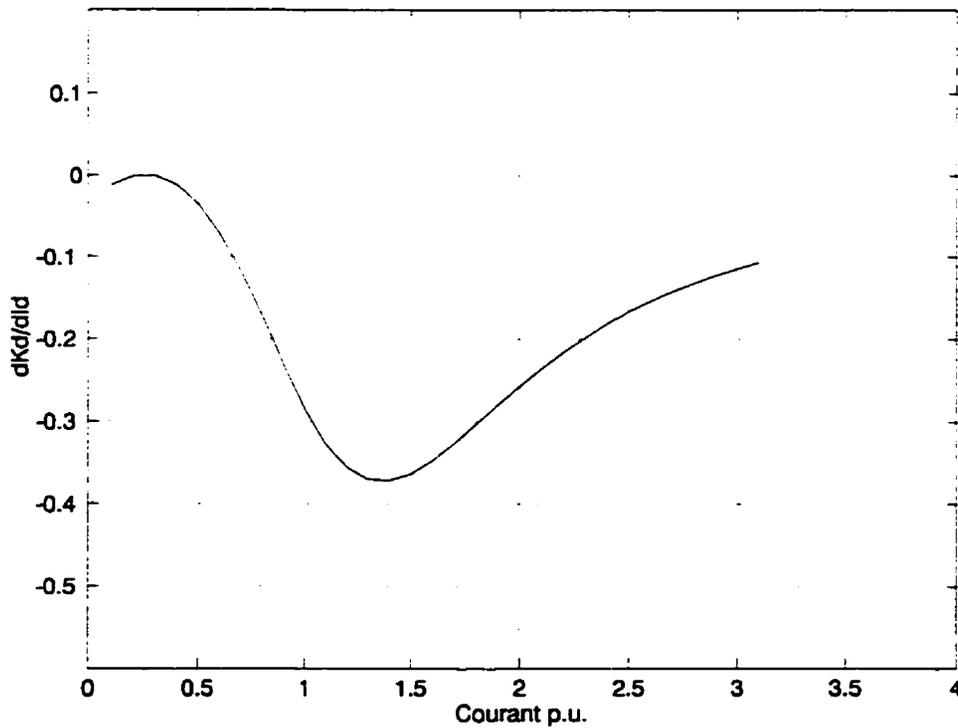


Figure 6.4. La fonction  $\frac{dK_s}{dI_d}$  de l'axe -d de la centrale LG3

Bien que la réactance statique  $x_{md}$  et la réactance dynamique  $M_{md}$  aient les mêmes unités, elles se distinguent par leurs valeurs numériques et surtout par le sens physique. La première est une quantité qui exprime un ratio entre le flux magnétique et la force magnétomotrice, tandis que la seconde reflète la pente locale (variation locale) de la relation flux-courant. Malheureusement, cette ambiguïté découle directement de la définition même d'une inductance. Elle est justifiable par notre attachement aux définitions classiques de l'électromagnétisme pour les besoins de commodité.

En régime stationnaire (ou quasi-stationnaire), la saturation est constante (ou fixe selon les termes employés) et c'est  $x_{md}$  qu'il faut utiliser comme nous l'avons déjà mentionné. Après une perturbation quelconque de ce régime, les termes dynamiques  $M_{md}$  seront d'autant plus importants que la variation du courant sera grande. C'est là le cœur de la différence entre les méthodes dites de saturation fixe (*IREQ, Hydro-Québec*) et celles dont cette thèse fait l'objet. Dans le cas des premières, la réactance utilisée est  $x_{md}$  que l'on confond volontairement avec  $M_{md}$ , tandis que dans le cas de nos modèles de saturation, la distinction entre les deux est essentielle. Les différences entre les deux approches seront démontrées par la suite. La figure 6.5 illustre le comportement de ces deux dernières quantités.

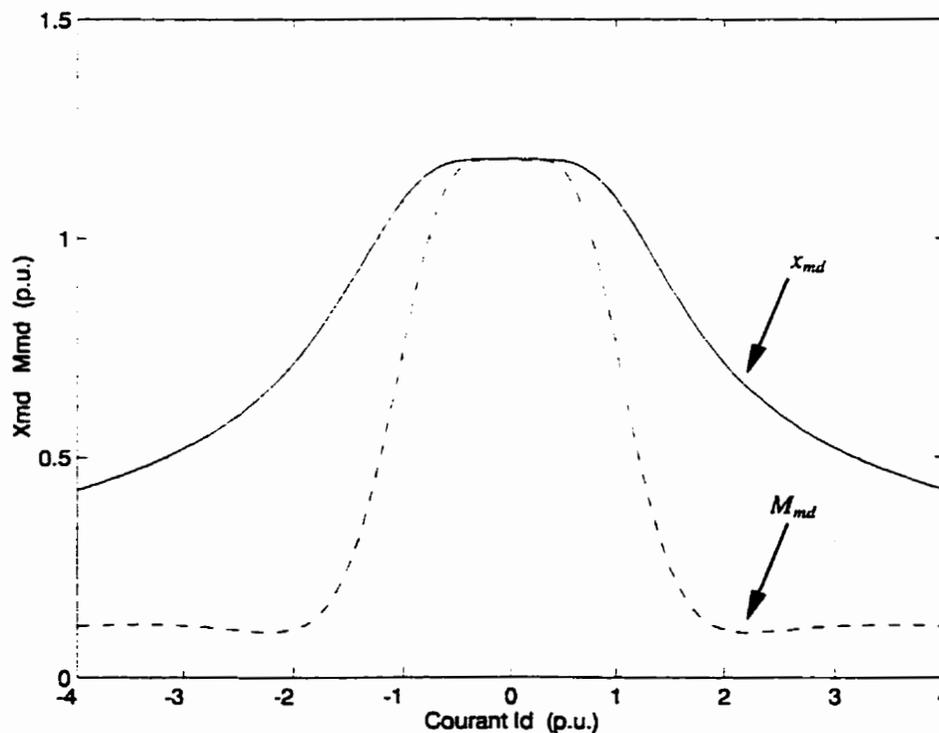


Figure 6. 5. Réactances statique et dynamique de la centrale LG3

## 6.5. Mise en problème de l'identification des paramètres structuraux de l'alternateur LG3

Le nombre théorique d'inconnues dans un modèle linéaire de circuits équivalents est égal à  $3nd + 2nq + 6$ , et ceci est peut être également valable dans le cas non linéaire, si et seulement si, le modèle de la saturation est déjà identifié, ce qui est la cas étudié.

Ceci dit, en réalité, on fixe plusieurs paramètres à des valeurs déterminées durant l'identification. En particulier, grâce à la mesure des variables de champ, la valeur de  $r_f$  en fonctionnement normal est bien connue et n'a aucun besoin d'être identifiée.

Pour les fins d'identification, on assumera que le système est soumis à des tensions d'excitations forcées. En plus, telles que mentionné dans [45], certaines contraintes sont imposées pour assurer des bornes dictées par le bon sens et la stabilité.

Si le vecteur des paramètres linéaires des circuits équivalents  $[\theta]^2$  nous est donné ainsi que le vecteur de paramètres de la saturation  $[\sigma]^3$ , les équations du modèle général seront décrites par la représentation suivante:

$$\frac{d}{dt} \{\mathbf{i}\} = \mathbf{f}(\mathbf{i}, \theta, \sigma, t) = \mathbf{A}(\mathbf{i}, \theta, \sigma) \cdot \{\mathbf{i}\} + \mathbf{B}(\mathbf{i}, \theta, \sigma) \cdot \{\mathbf{v}(t)\} \quad (6.11.)$$

où la matrice d'état  $\mathbf{A}$  est donnée par:

$$\mathbf{A}(\mathbf{i}, \theta, \sigma) = -\omega_n \cdot \mathbf{X}(\mathbf{i}, \theta, \sigma)^{-1} \cdot (\mathbf{R} + \omega_m \cdot \mathbf{G}(\mathbf{i}, \theta, \sigma)) \quad (6.12.)$$

et la matrice de commande  $\mathbf{B}$  par:

$$\mathbf{B}(\mathbf{i}) = \omega_n \cdot \mathbf{X}(\mathbf{i}, \theta, \sigma)^{-1} \quad (6.13.)$$

Dans le cas étudié, nous avons trois terminaux accessibles ( $d$ ,  $q$  et  $f$ ). Donc, nous avons le vecteur  $\mathbf{y} \in \mathcal{R}^p$  des variables mesurables et le vecteur état  $\mathbf{i} \in \mathcal{R}^l$  où  $p = 3$  et  $l = 3 + nd + nq$ .

Pratiquement, le vecteur de sortie  $\{\mathbf{z}(k)\}$  mesuré et échantillonné à intervalle régulier  $\{t_k = t_0 + kT; k = 0, 1, \dots, N\}$  contient les valeurs des courants accessibles ( $d$ ,  $q$ , et  $f$ ). Si on simule le système des équations non linéaires du modèle de la machine en utilisant un intégrateur numérique à intervalle constant et une estimation des paramètres, nous aurons le vecteur de prédiction  $\{\mathbf{y}(k)\}$  de la même dimension que  $\{\mathbf{z}(k)\}$ ,

$$\mathbf{y}(k, \hat{\theta}) = \mathbf{C} \cdot \mathbf{i}(k, \hat{\theta}) \quad (6.14.)$$

$\mathbf{C}$  étant la matrice d'observation et  $\hat{\theta}$  est le vecteur des paramètres à estimer (le vecteur  $\sigma$  étant déjà connu par l'étape précédente).

$$^2 \theta = \begin{bmatrix} r_u & r_f & r_{D1} & \dots & r_{Dnd} & r_q & r_{Q1} & \dots & r_{Qnq} & x_u & x_f & x_{D1} & \dots & etc \end{bmatrix}$$

$$^3 \sigma = \begin{bmatrix} \alpha_0 & \alpha_1 & \dots & \alpha_n & \beta_1 & \beta_2 & \dots & \beta_m \end{bmatrix}$$

Le vecteur de prédiction sera comparé au vecteur de mesure  $\{z(k)\}$  qu'on écrit comme:

$$z(k, \theta) = C \cdot i(k, \theta) + \xi(k) \quad (6.15.)$$

où  $\{\xi(k)\}$  est une perturbation stochastique introduite par l'imperfection du dispositif expérimental. Pour des raisons de généralité on suppose que  $\{\xi(k)\}$  est un bruit "coloré" à moyenne nulle, qui inclut non seulement les erreurs de mesure mais également les erreurs intrinsèques dues au modèle et à la transformée de *Park*.

C'est ainsi que le modèle discret apparaît sous la forme dite de prédiction, où l'observation réelle consiste en une composante déterministe retraçable dans le modèle physique et une composante de bruit dont la nature et l'expression sont floues. Cette forme se prête bien à une identification par la méthode de prédiction [59,85], parfois appelée maximum de vraisemblance ou estimateur *multiresponse* [49].

Supposant que  $N$  observations sont disponibles, un bon modèle au sens statistique bien défini en est un qui minimise l'écart  $\{\xi(k)\}$  entre la prédiction du modèle  $\{y(k)\}$  et la mesure  $\{z(k)\}$ . Cette finalité est réalisée en minimisant une certaine norme de la matrice de covariance de  $\{\xi(k)\}$ , que l'on définit par:

$$V(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \xi_i(\theta) \xi_i^T(\theta) = \frac{1}{N} \mathbf{E}^T(\theta) \cdot \mathbf{E}(\theta) \quad (6.16.)$$

où  $\mathbf{E}$  est la matrice des résidus.

À partir de la forme précédente, on peut introduire une matrice diagonale  $\mathbf{W}$  dites des "*poids*", dont le rôle est de pondérer les erreurs de façon à compenser toute différence marquée des facteurs d'échelles.

Selon les arguments statistiques, on démontre que la minimisation de la matrice de covariance  $\mathbf{V}(\theta)$  des résidus, conduit à un estimateur  $\hat{\theta}$  du vecteur des paramètres qui sera asymptotiquement consistant pour un nombre de données  $N$  suffisamment grand. Spécifiquement, l'estimation des paramètres consiste à résoudre le problème de programmation non linéaire suivant:

$$\min F(\theta) = |\mathbf{V}(\theta)| \quad (6.17.)$$

avec  $\theta \in D_M \subset \mathfrak{R}^q$ , où  $D_M$  est un domaine défini par un ensemble de contraintes. Ces dernières sont un mélange de bornes supérieures et inférieures sur les différents paramètres, afin d'empêcher l'optimisation d'être piégée dans des zones de l'espace où le modèle de la machine est instable ou incohérent.

Comme fonction de coût, les normes les plus fréquemment utilisées sont la trace de la matrice  $\mathbf{V}(\theta)$  ou son déterminant  $\det(\mathbf{V}(\theta))$ . Ces deux dernières donnent de bons résultats si la matrice de pondération  $\mathbf{W}$  est judicieusement choisie.

## 6.6. Mise en œuvre et résultats

La figure de page suivante résume, schématiquement, les différentes étapes qui sont rattachées au processus d'identification du modèle non linéaire. L'identification du facteur de la saturation a été menée en parallèle avec l'identification du modèle linéaire. Dans ce dernier, les réactances magnétisantes ont été considérées comme constantes. C'est le modèle que nous désignons par modèle à *saturation préfaute*.

Une fois l'identification et la validation du modèle linéaire effectuées, nous injectons les paramètres de saturation (déjà identifiés dans le paragraphe 6.4) dans le modèle linéaire pour obtenir le modèle *Blondel initial. Blondel*, parce que dans l'absence de saturation de l'axe  $-q$ , notre modèle est ramené au modèle de *Blondel* [41], initial, par ce que nous le considérons comme imparfait et qu'il n'est qu'une estimation adéquate pour l'identification finale.

La dernière étape est le raffinement des paramètres structuraux des circuits en employant le modèle non linéaire que nous avons désigné par le modèle *Blondel*.

### 6.6.1 Étape 1: Prétraitement des signaux

Puisque le nombre de points disponibles (60000 points par essai) est trop grand pour la manipulation, une réduction du taux d'échantillonnage est indispensable. Une décimation de l'ordre de 1:13 a été retenue pour obtenir un taux final de quatre (4) points par cycle (240Hz).

Suite à cette décimation, la première étape du traitement est la transformation de *Clarke* [53]. Elle consiste à projeter les grandeurs des phases ( $a$ ,  $b$  et  $c$ ) dans un repère orthogonal tournant en synchronisme avec la pulsation électrique. La deuxième étape est le calcul des grandeurs moyennes et "*True rms*" en utilisant un détecteur de valeur moyenne. La troisième étape est l'estimation de l'angle interne ( $\delta$ ) à partir des équations du régime permanent. Finalement, connaissant l'écart angulaire entre l'axe magnétique du rotor et l'axe de symétrie de la phase  $-a$ , on effectue la transformation de *Park* sur une base instantanée. Les données ainsi obtenues dans le repère  $d-q$  seront utilisées dans les procédures d'identification et de validation.

#### Remarque 6.3

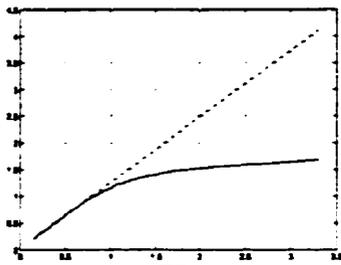
La partie précédente du prétraitement des signaux, ainsi présentée, ne reflète pas le degré de difficulté rencontré durant l'analyse.

Bien que ce ne soit pas le sujet spécifique de la présente thèse, nous attirons l'attention du lecteur au fait que la préparation des signaux a été une tâche difficile étant donné la qualité des signaux originaux, le manque d'informations et dans certains cas, l'incertitude des valeurs fournies par le fabricant de l'alternateur.

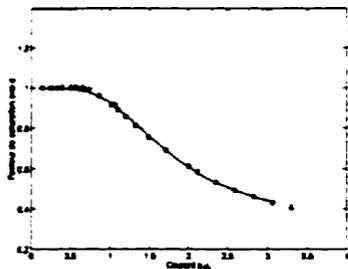
### 6.6.2 Étape 2: Identification du modèle linéaire

Comme déjà mentionné, un modèle linéaire à saturation fixe a été retenu. À partir de cette hypothèse, une procédure d'identification temporelle a abouti à ce que nous désignons comme le modèle linéaire de la machine. Ce dernier, bien qu'approximatif a priori, nous fournit un modèle compétitif qui nous a permis de vérifier l'analyse effectuée avec les transformations  $d-q$  tel que mentionné dans le paragraphe précédent, et d'obtenir une excellente estimation des paramètres des circuits. Ces derniers seront utilisés dans le modèle non linéaire.

**Essai circuit ouvert**



**Identification des paramètres de la saturation**

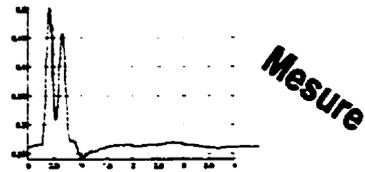


**Paramètres de la saturation + Paramètres du modèle linéaire**

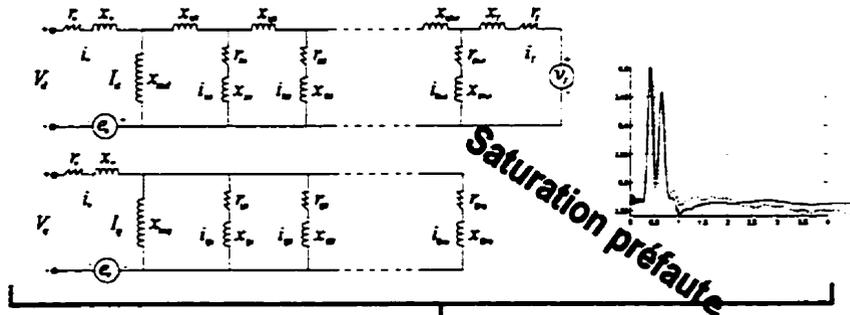
**Réponses à forte amplitude**



**Prétraitement des signaux**

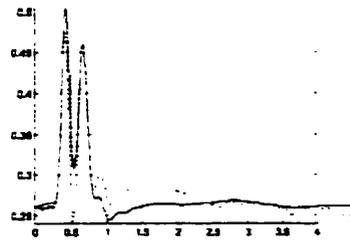


**Identification circuits linéaires**



*Saturation préfaute*

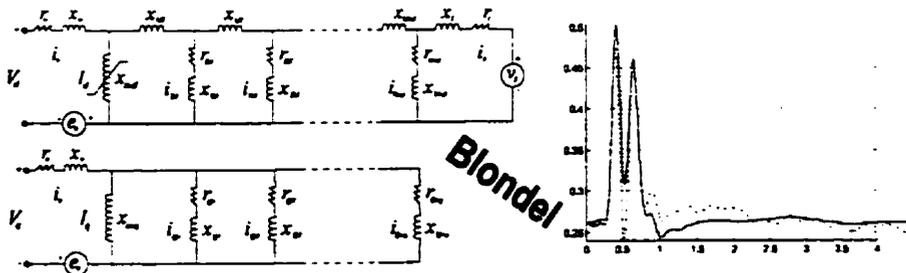
*Blondel initial*



**Identification**



**Modèle non linéaire**



*Blondel*

### 6.6.3 Étape 2: Construction du modèle non linéaire

L'étape suivante est la substitution, dans le modèle linéaire, les réactances variables du modèle à saturation moyennant le facteur de saturation  $K_s$ , déjà identifié dans le paragraphe 6.4.

Le modèle non linéaire ainsi obtenu a été soumis à des investigations minutieuses, tant en ce qui concerne la transformée de *Park*, que de l'identification proprement dite.

### 6.6.4 Étape 4: Identification du modèle non linéaire

Cette étape n'est rien d'autre qu'un raffinement des paramètres linéaires des circuits déjà identifiés à l'étape 1. Nous procédons à une nouvelle identification en utilisant la réponse du modèle non linéaire et le vecteur trouvé à l'étape 1 comme l'estimation initiale par laquelle nous lançons l'optimisation.

On note que pour la simulation du modèle non linéaire, nous utilisons une méthode d'intégration de type *Runge-Kutta* à pas fixe.

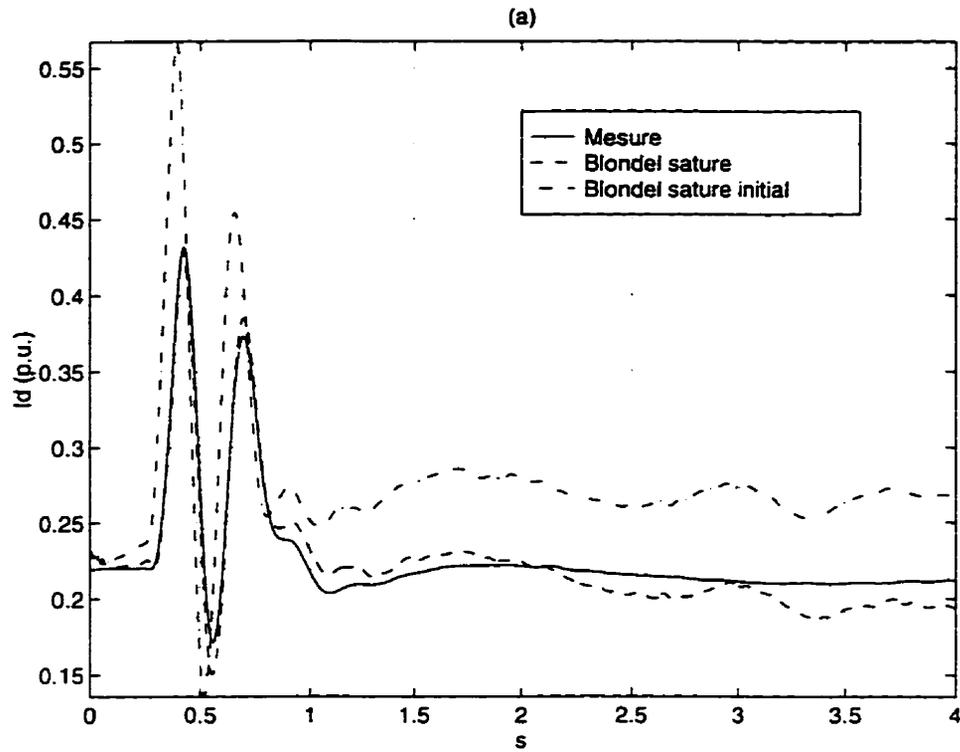
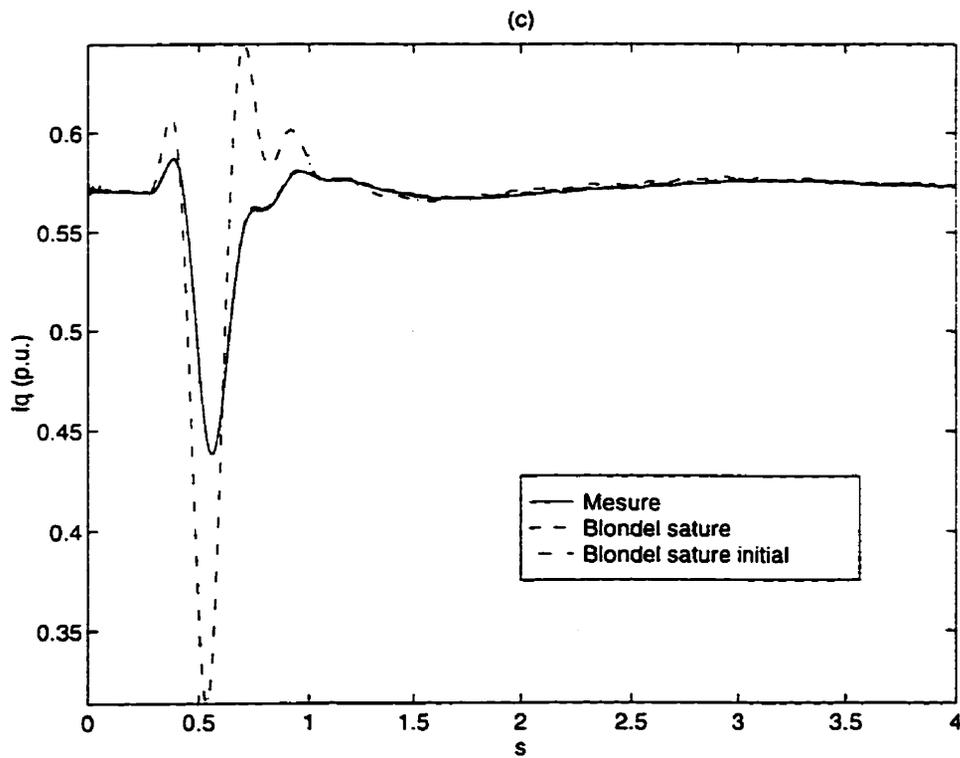
### 6.6.5 Résultats graphiques

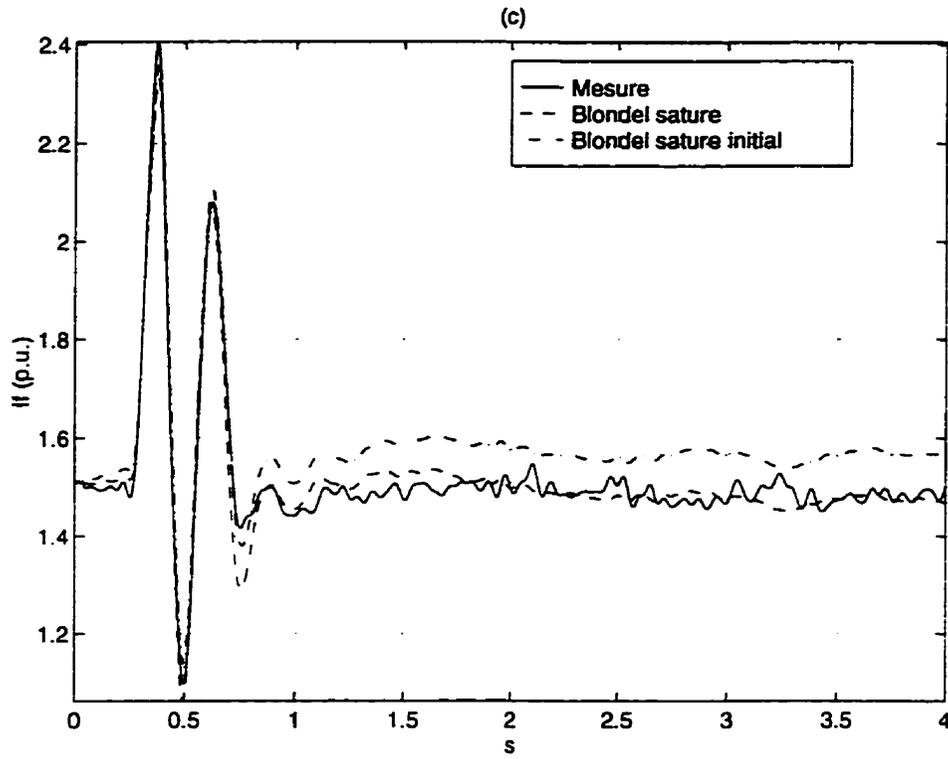
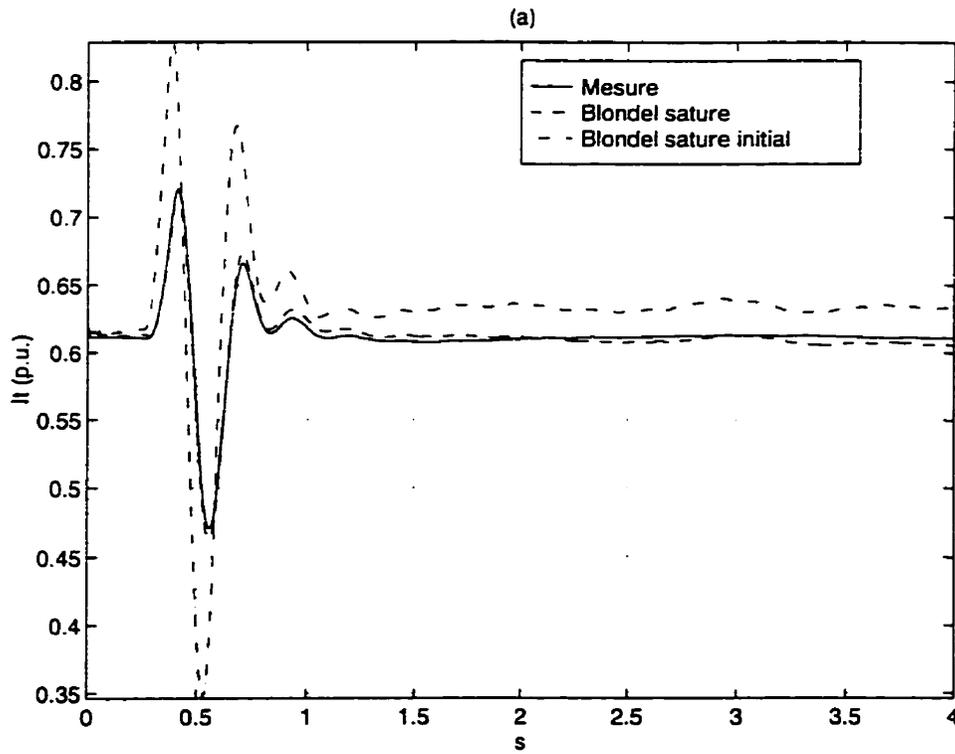
Nous rappelons au lecteur la signification de chacune des courbes reproduites dans les figures suivantes.

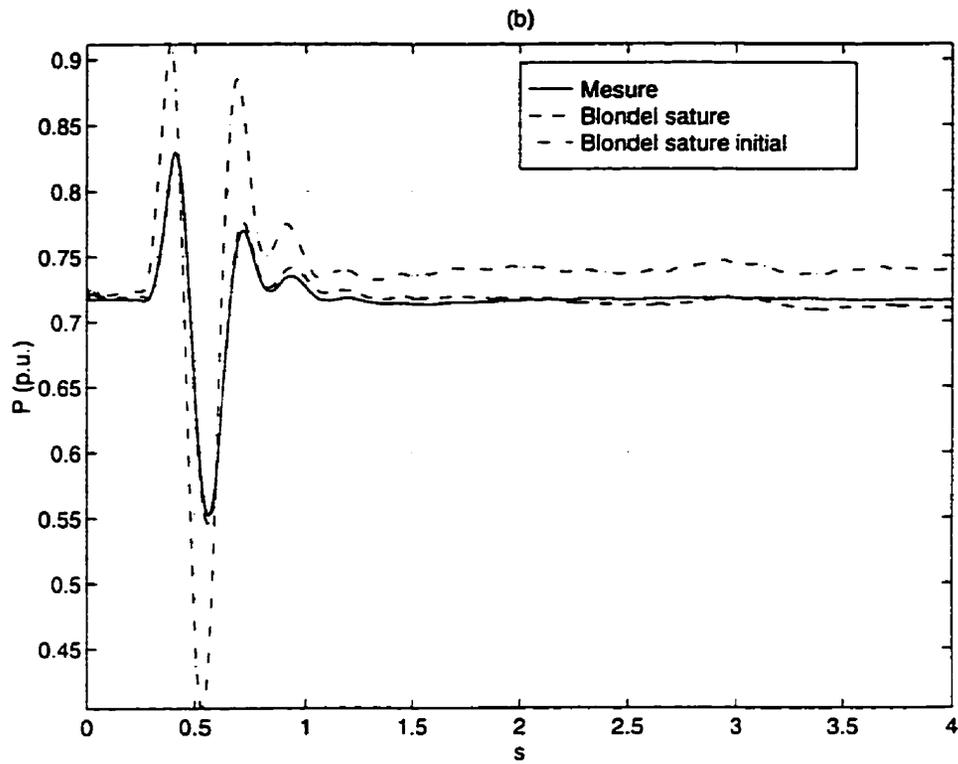
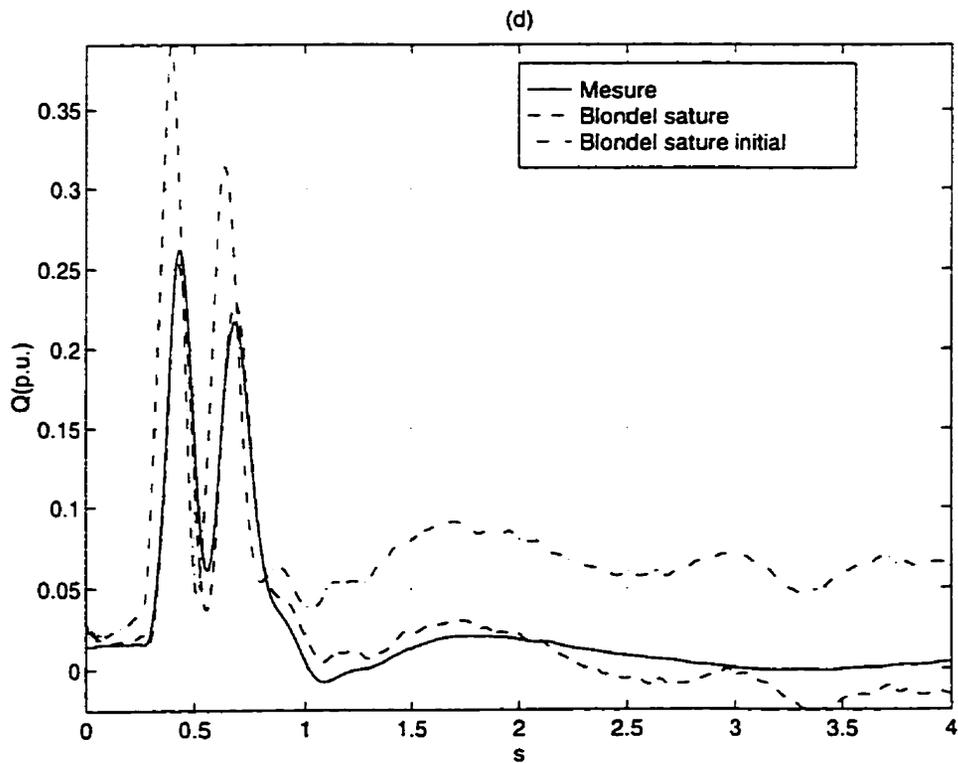
- **Mesure**: représente les valeurs enregistrées au site LG3 après traitements tel que mentionné précédemment.
- **Saturation préfaute**: ce terme désigne les réponses du modèle linéaire. C'est-à-dire, connaissant la valeur de la force magnétomotrice du régime permanent de chaque essai, nous avons reporté cette dernière sur la courbe de saturation pour déduire une réactance  $x_{md}$  qui a été considérée comme constante par la suite.
- **Blondel saturé**: ce terme désigne les réponses du modèle non linéaire qui tient compte des termes statiques et dynamiques de la saturation. Les paramètres structuraux des circuits équivalents sont ceux qui résultent de la dernière phase d'identification.
- **Blondel saturé initial**: ce terme désigne les résultats de simulation du modèle non linéaire construit directement avec les paramètres structuraux du modèle linéaire et les paramètres de saturation identifiés à 6.4.

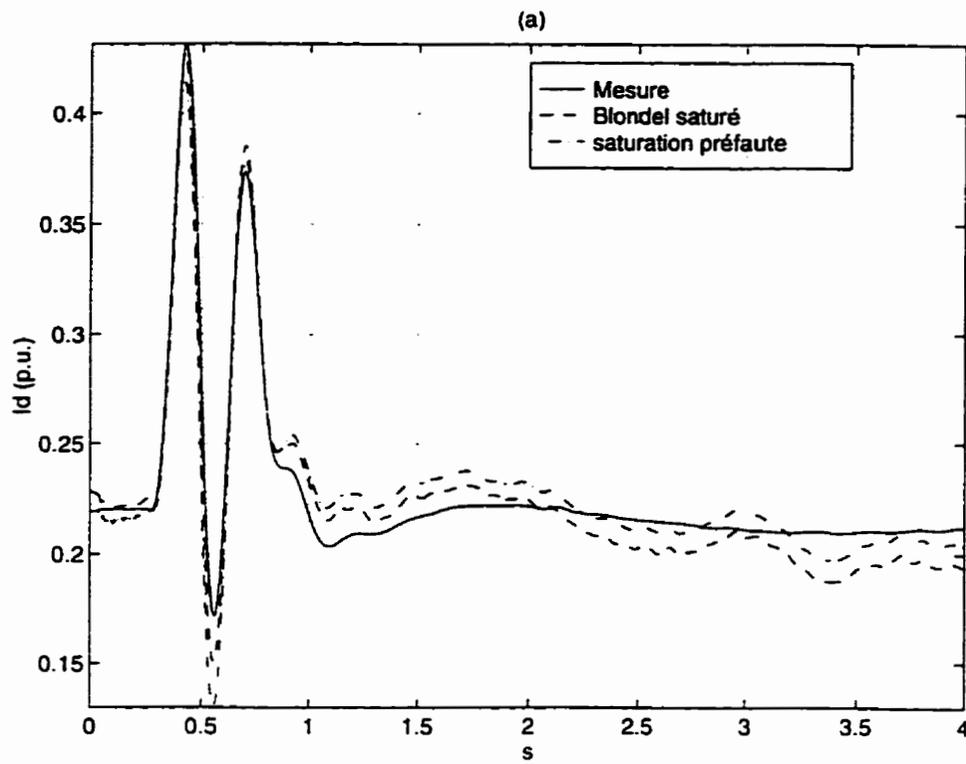
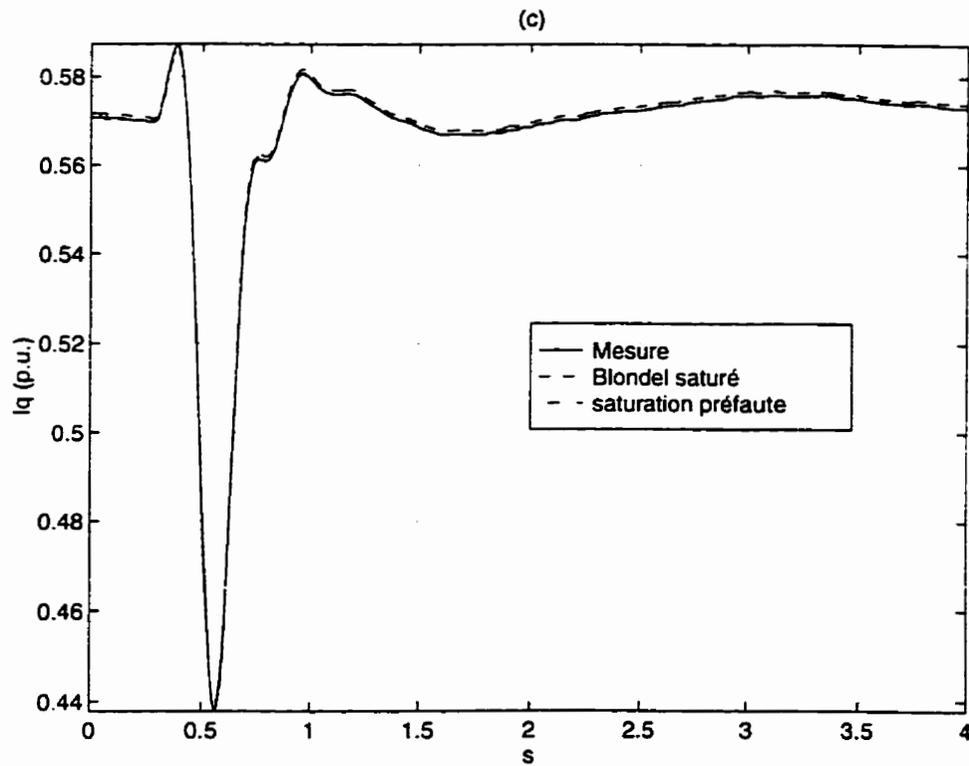
Pour des raisons de clarté, nous avons préféré illustrer les essais par ordre numérique: essai #36, essai #42, etc. Également, notre choix s'est porté pour afficher la mesure et les différentes réponses des systèmes (*Blondel*, *Blondel initial* et *saturation préfaute*) en deux blocs. Le premier est le bloc « **identification** ». Il regroupe, outre la mesure, la réponse du modèle non linéaire final (*Blondel*) et le modèle non linéaire construit à partir des paramètres des circuits linéaires (*Blondel saturé initial*). Notre choix est justifié par notre souhait de démontrer la nécessité d'effectuer une identification de raffinement pour obtenir le modèle optimal.

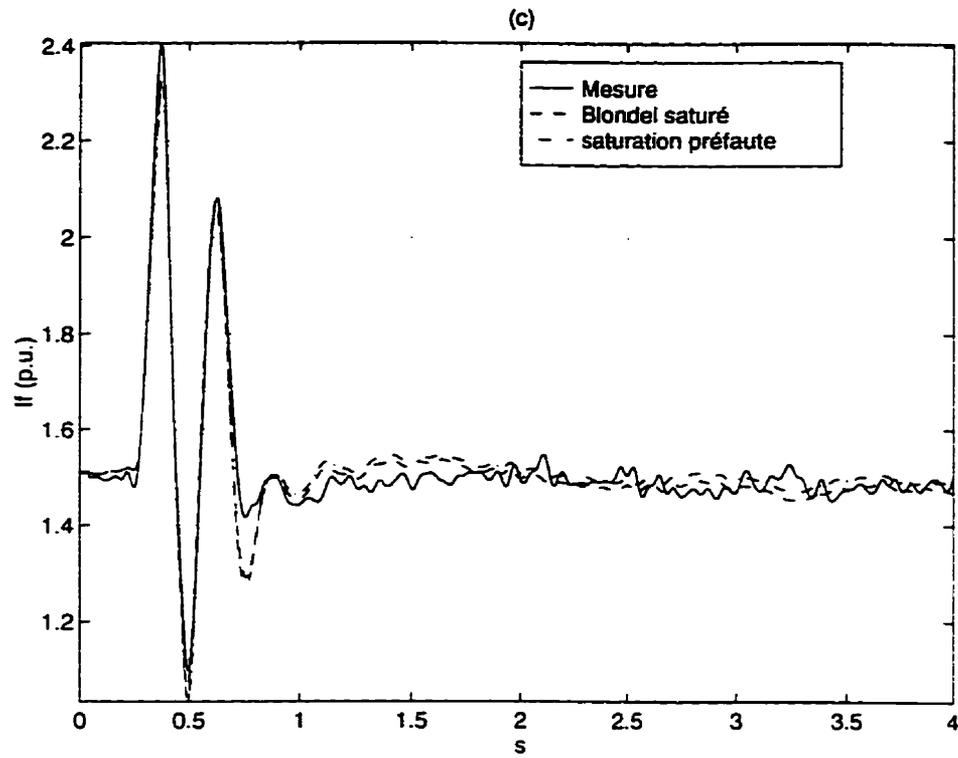
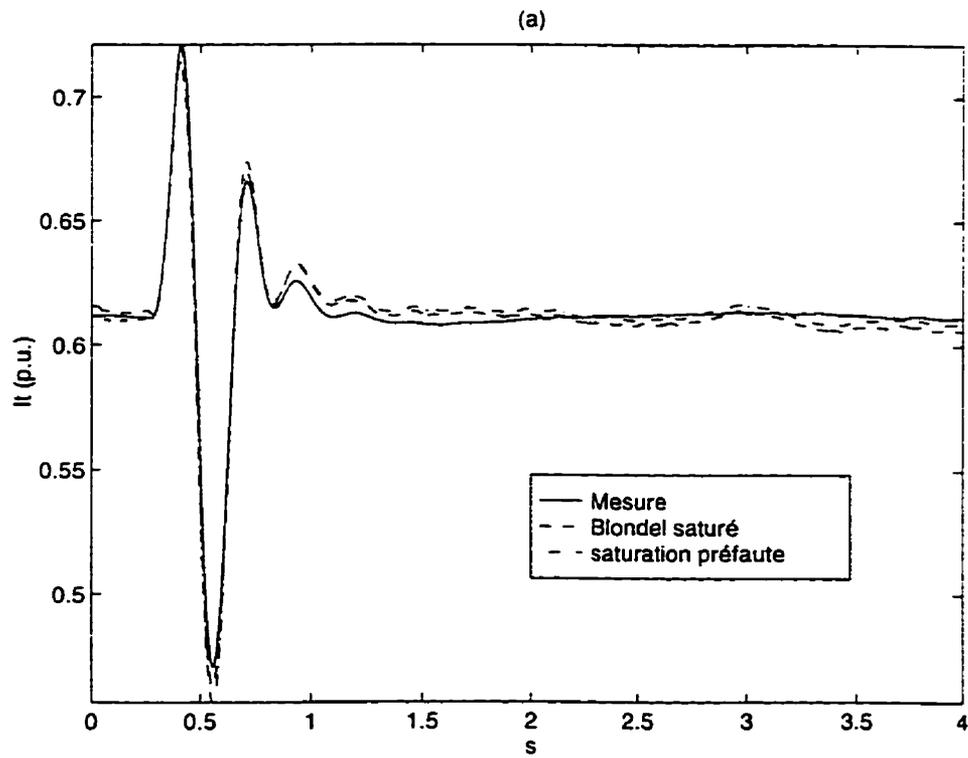
Le deuxième bloc regroupe, outre la mesure, la réponse du modèle non linéaire final et la réponse du modèle linéaire. Ces figures sont essentielles pour comparer et juger comparativement les performances des deux approches.

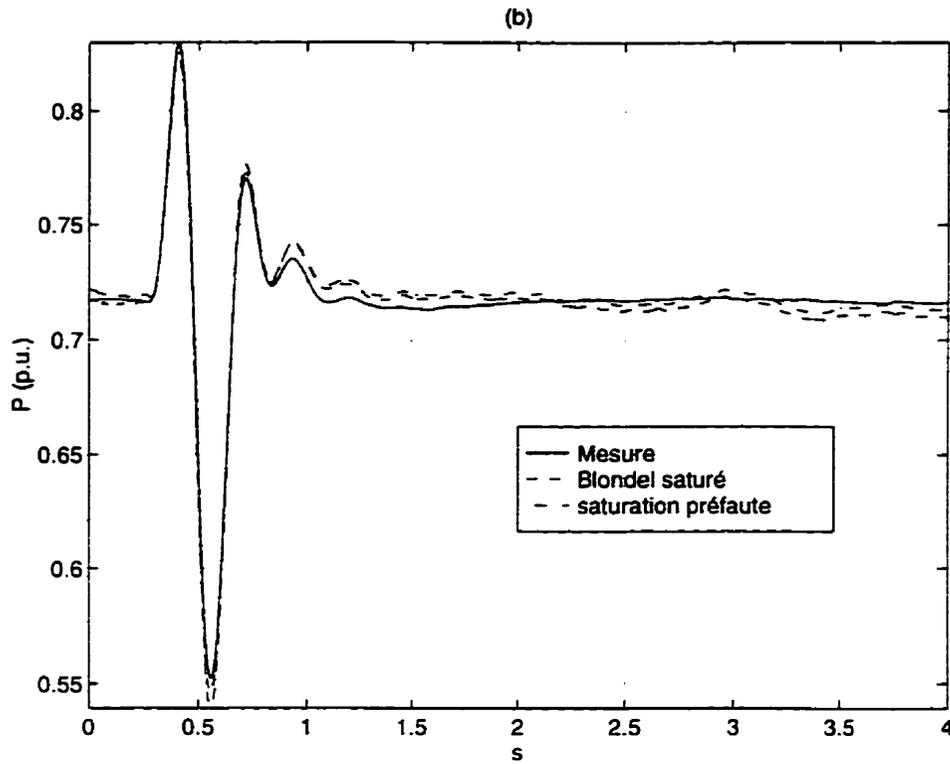
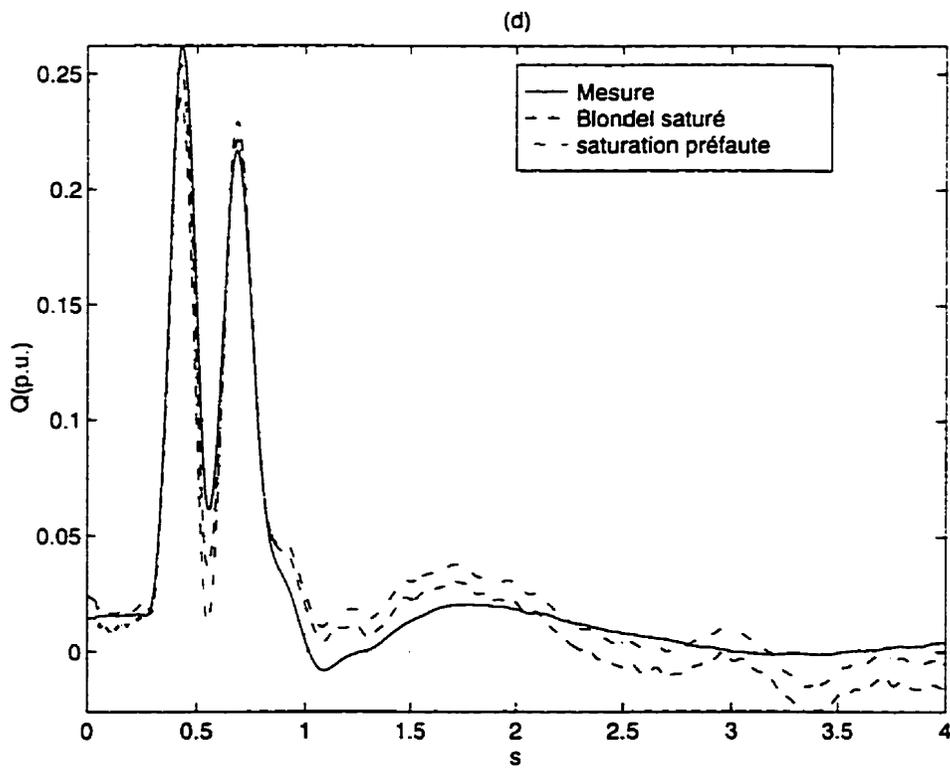
□ *Essai 36*Figure 6. 6 Courant  $I_d$ , Essai #36Figure 6. 7 Courant  $I_q$ , Essai #36

Figure 6. 8 Courant  $I_f$ , Essai #36Figure 6. 9 Courant  $I_f$ , Essai #36

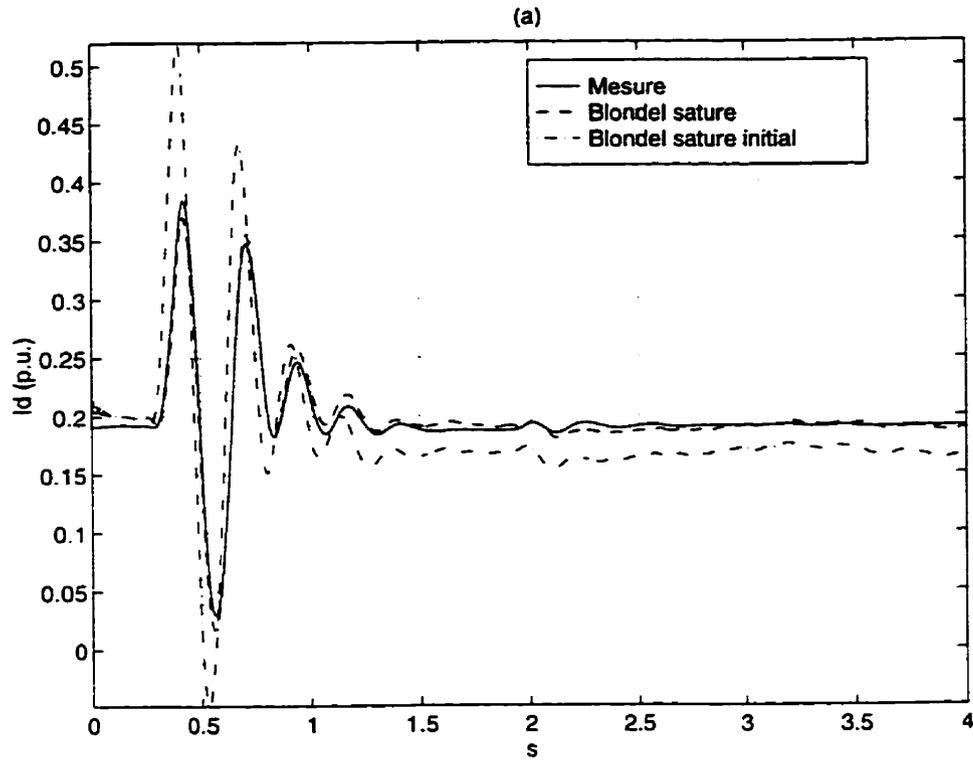
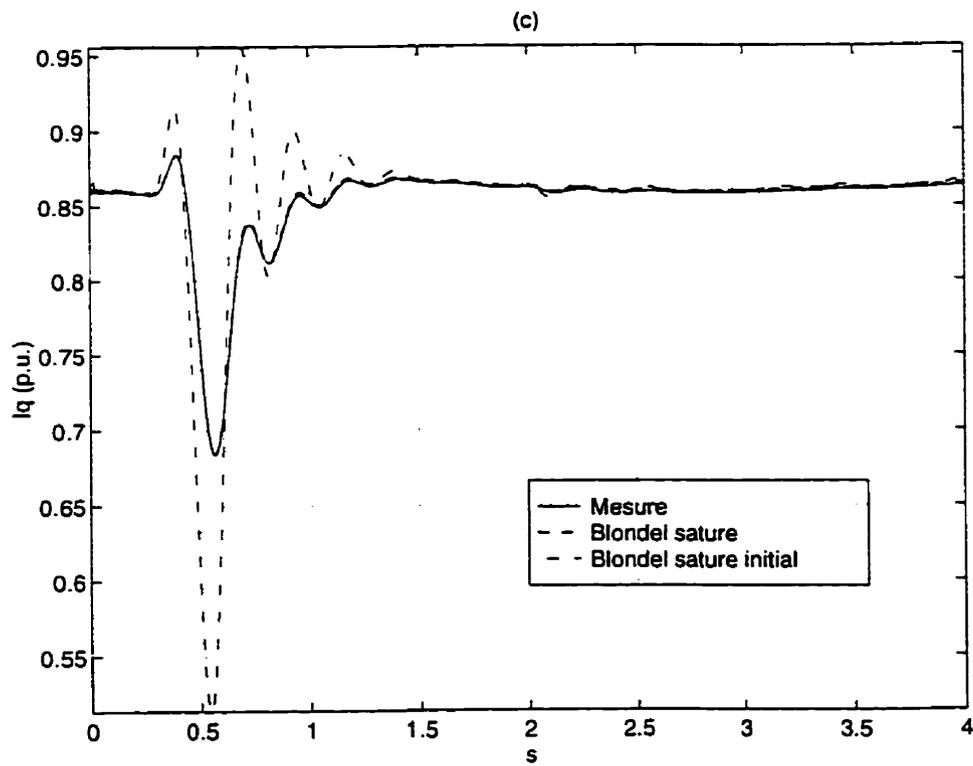
Figure 6. 10 Puissance active  $P$ , Essai #36Figure 6. 11 Puissance réactive  $Q$ , Essai #36

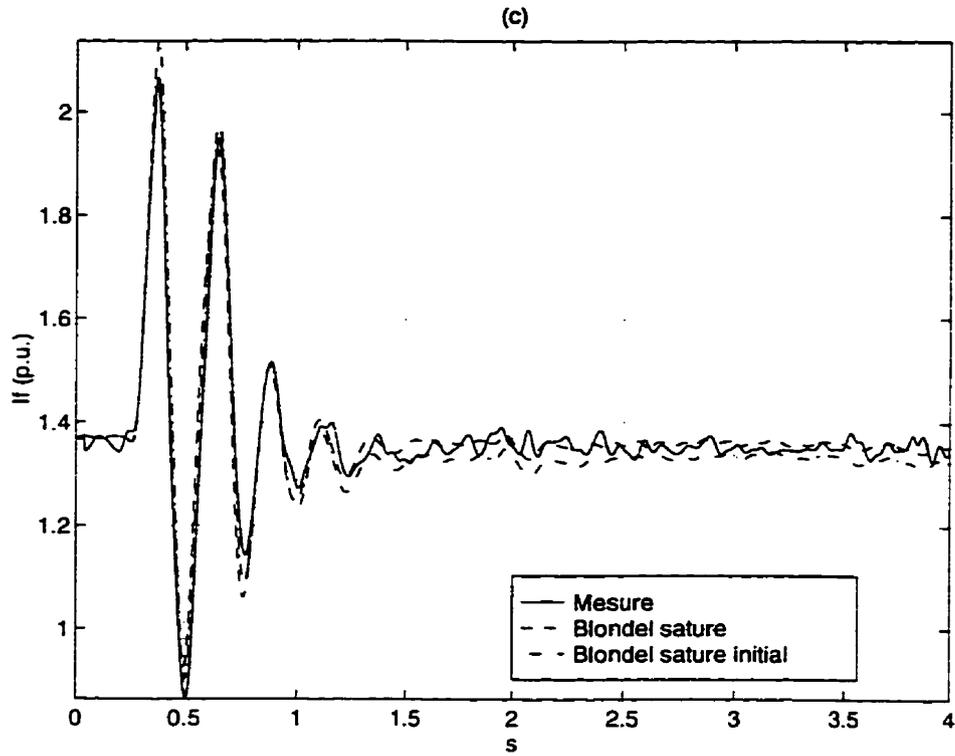
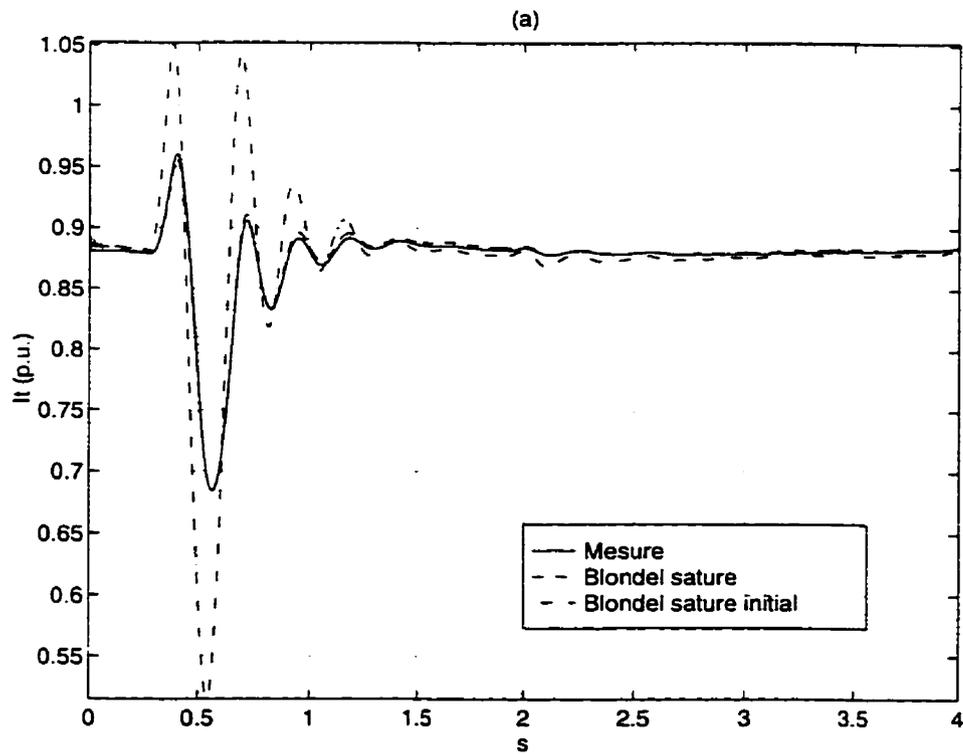
Figure 6. 12 Courant  $I_d$ , Essai #36Figure 6. 13 Courant  $I_q$ , Essai #36

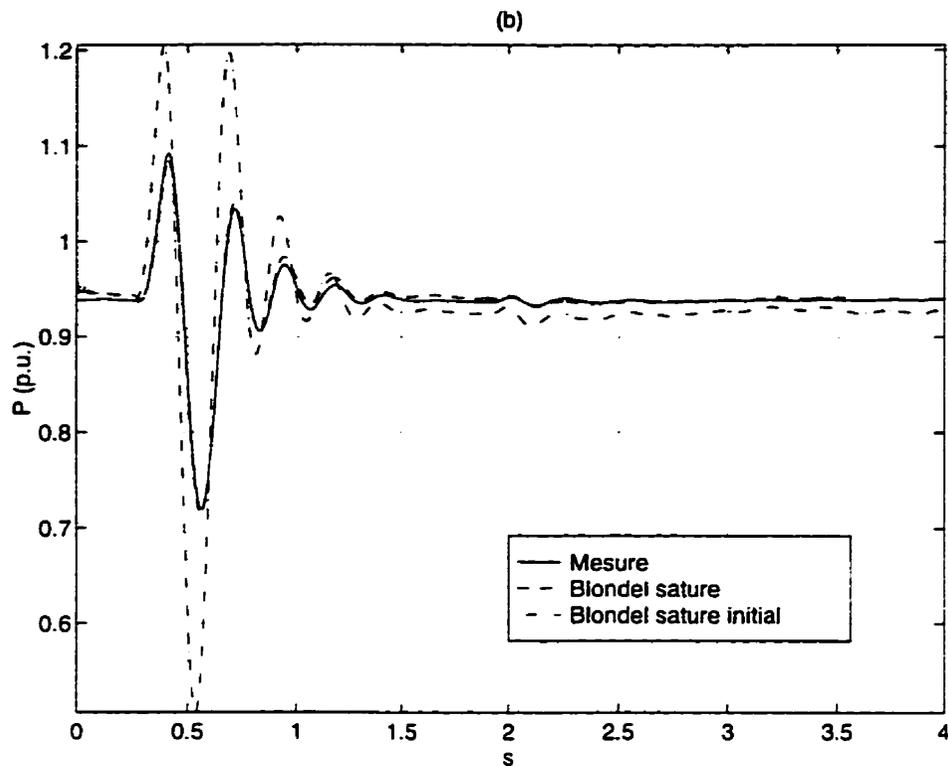
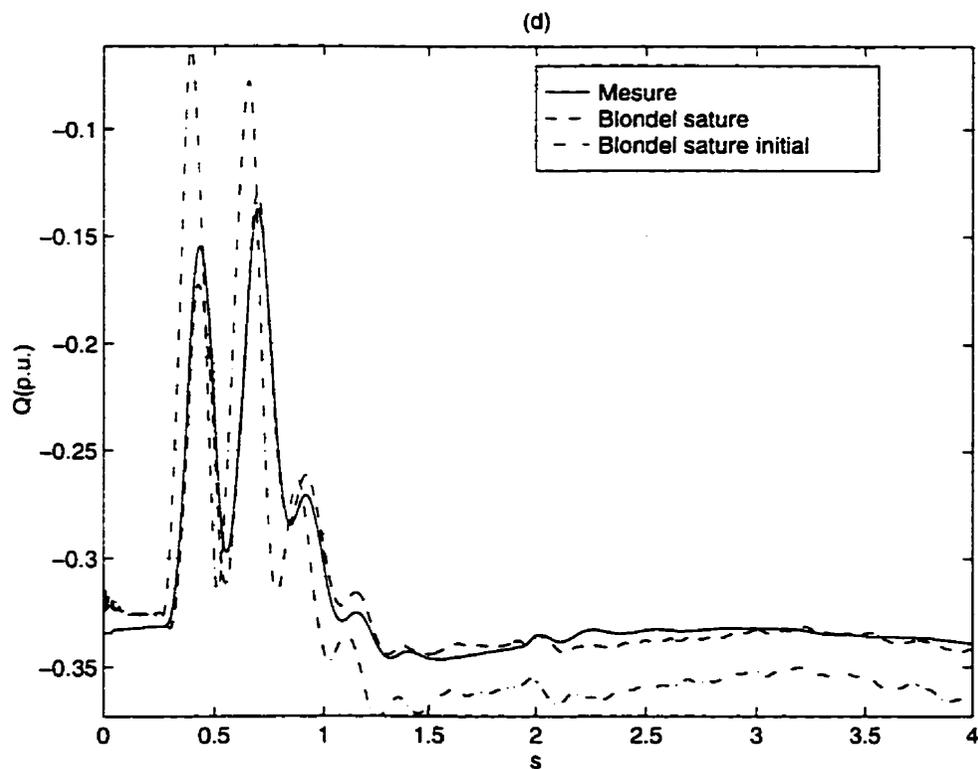
Figure 6. 14 Courant  $I_f$ , Essai #36Figure 6. 15 Courant  $I_t$ , Essai #36

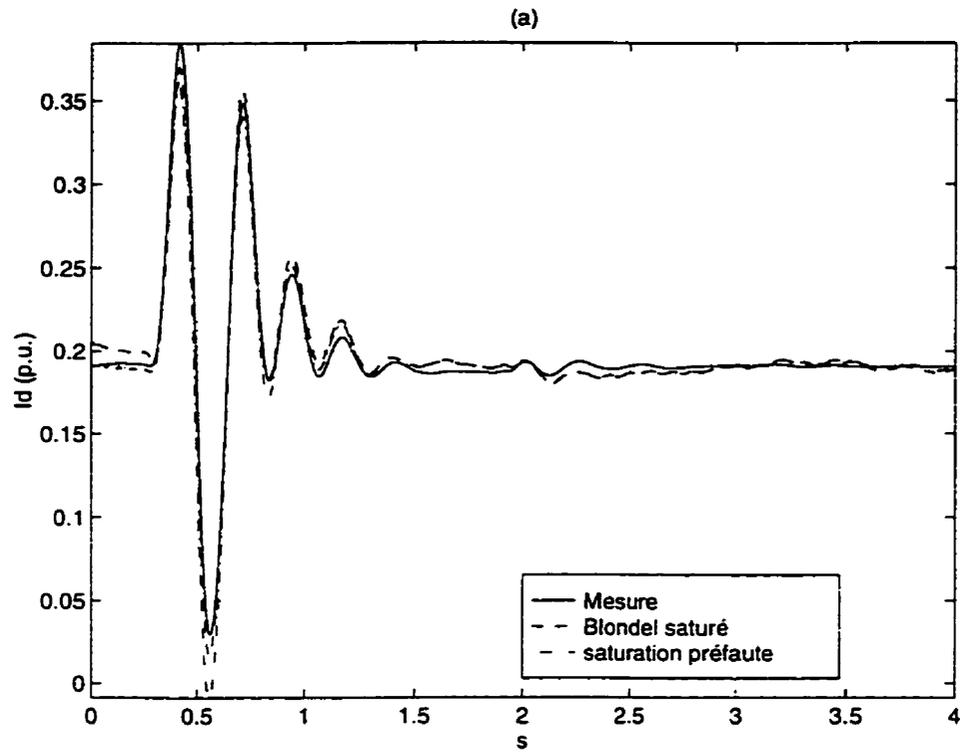
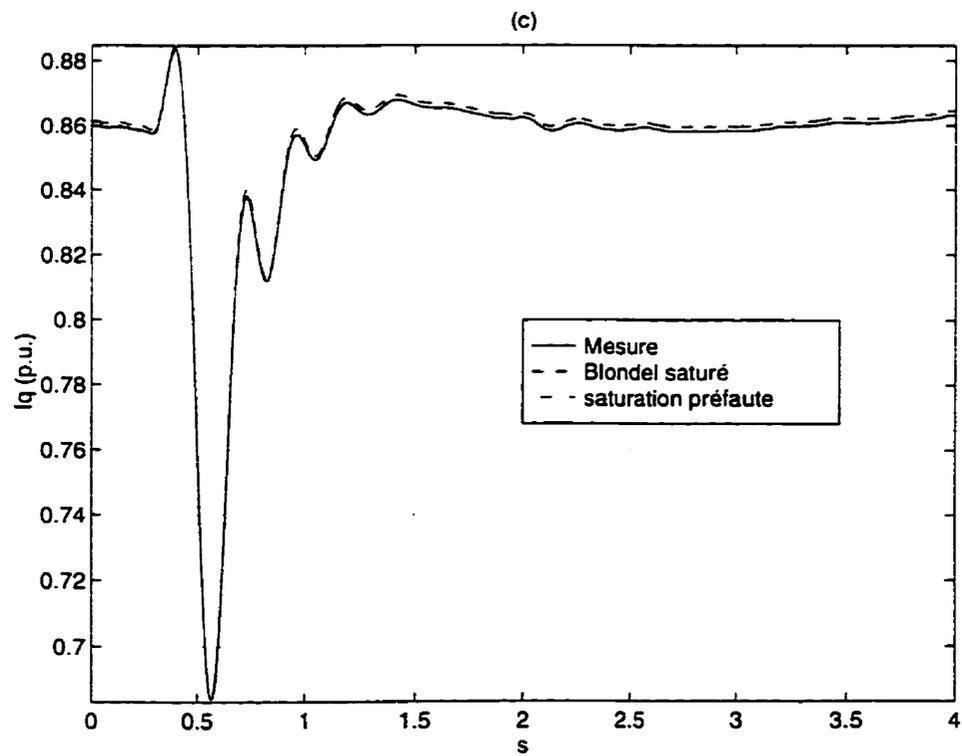
Figure 6. 16 Puissance active  $P$ , Essai #36Figure 6. 17 Puissance réactive  $Q$ , Essai #36

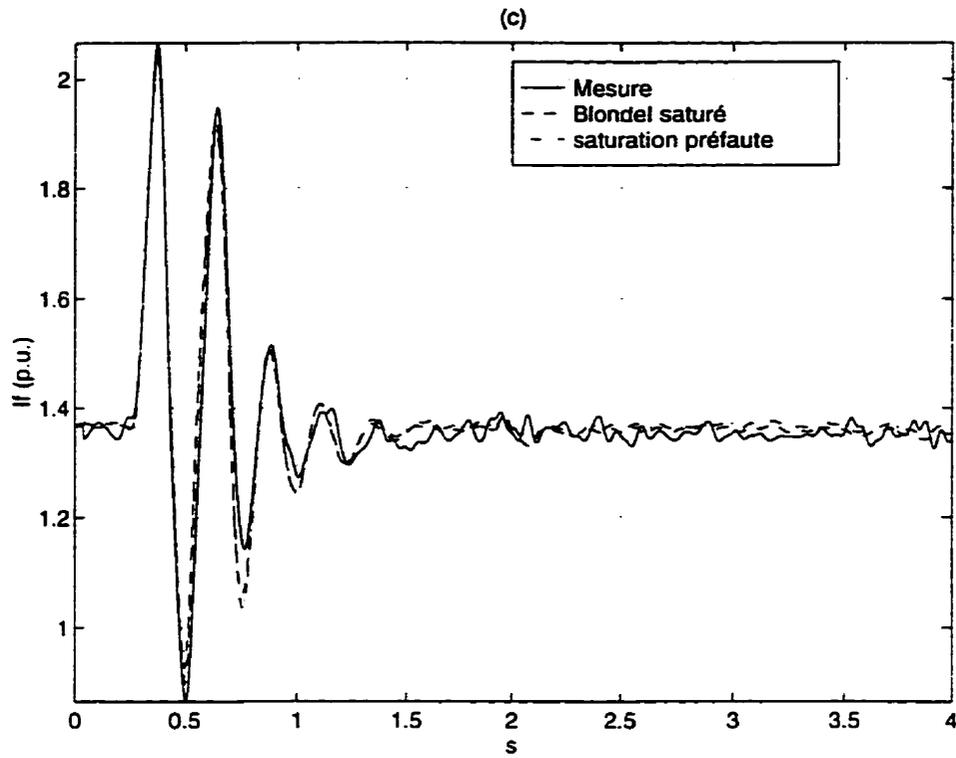
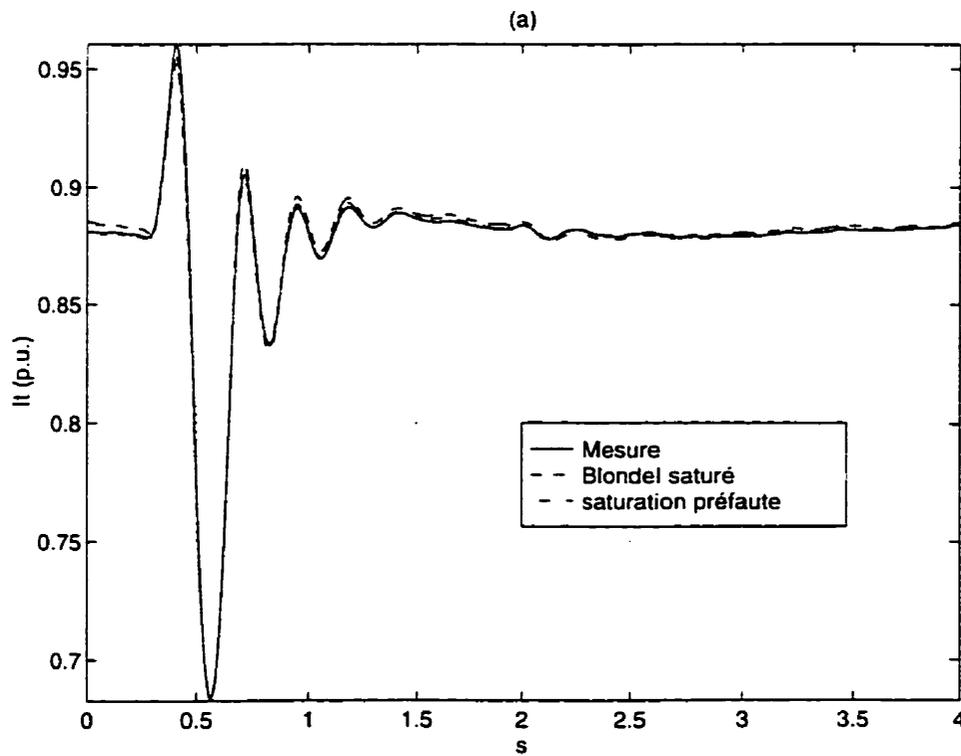
## □ Essai 42

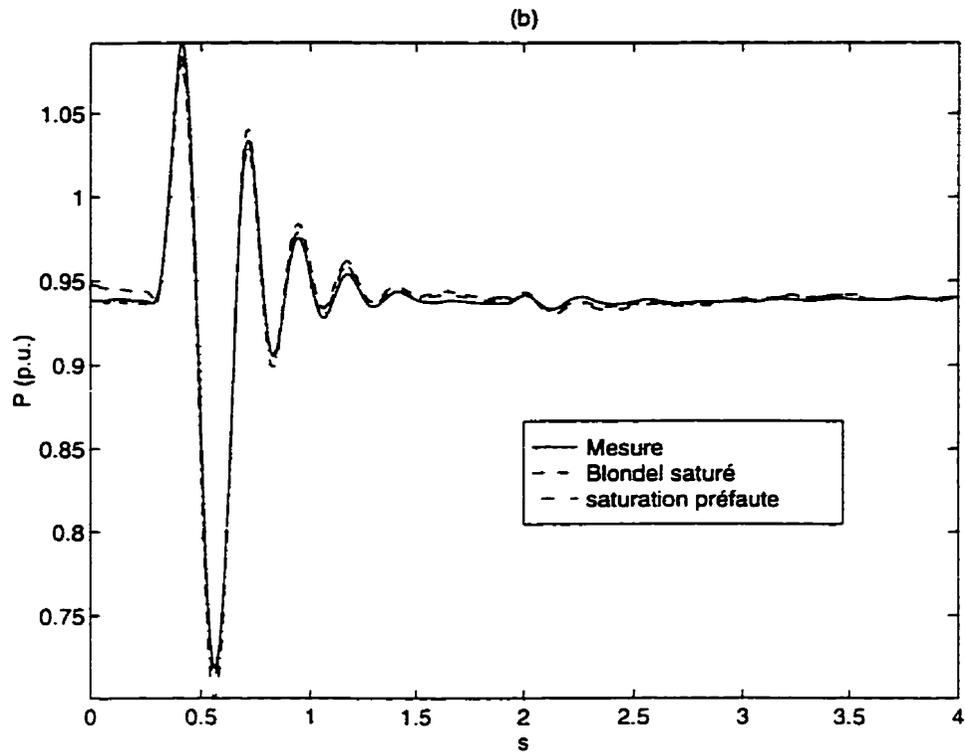
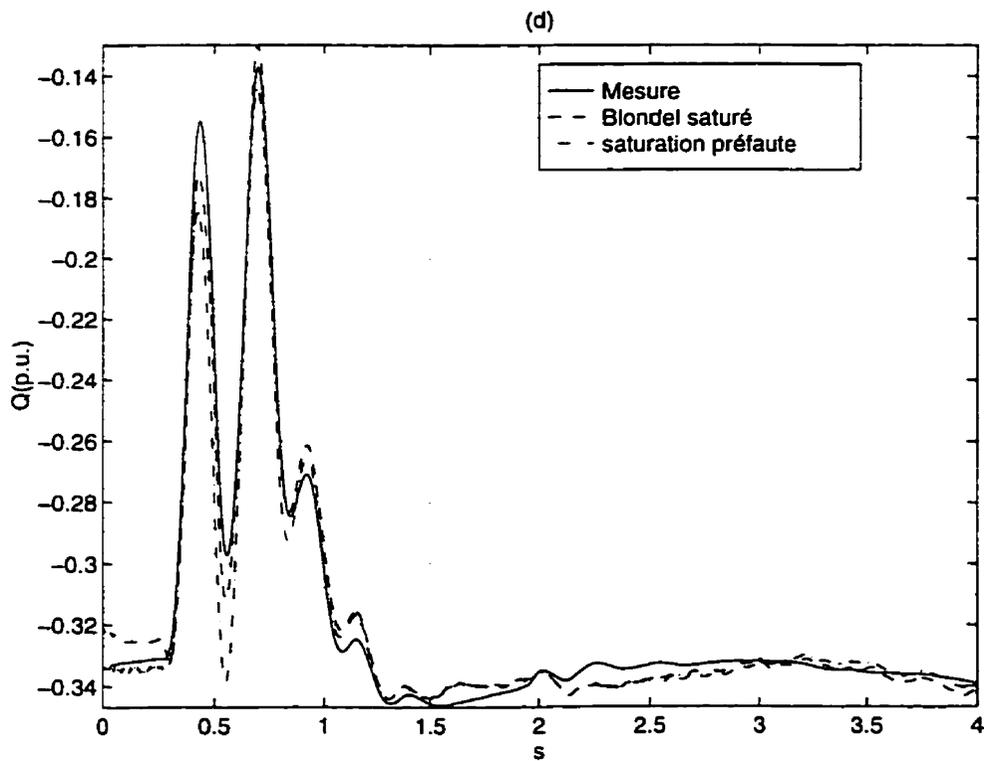
Figure 6. 18 Courant  $I_d$ , Essai #42Figure 6. 19 Courant  $I_q$ , Essai #42

Figure 6. 20 Courant  $I_f$ , Essai #42Figure 6. 21 Courant  $I_t$ , Essai #42

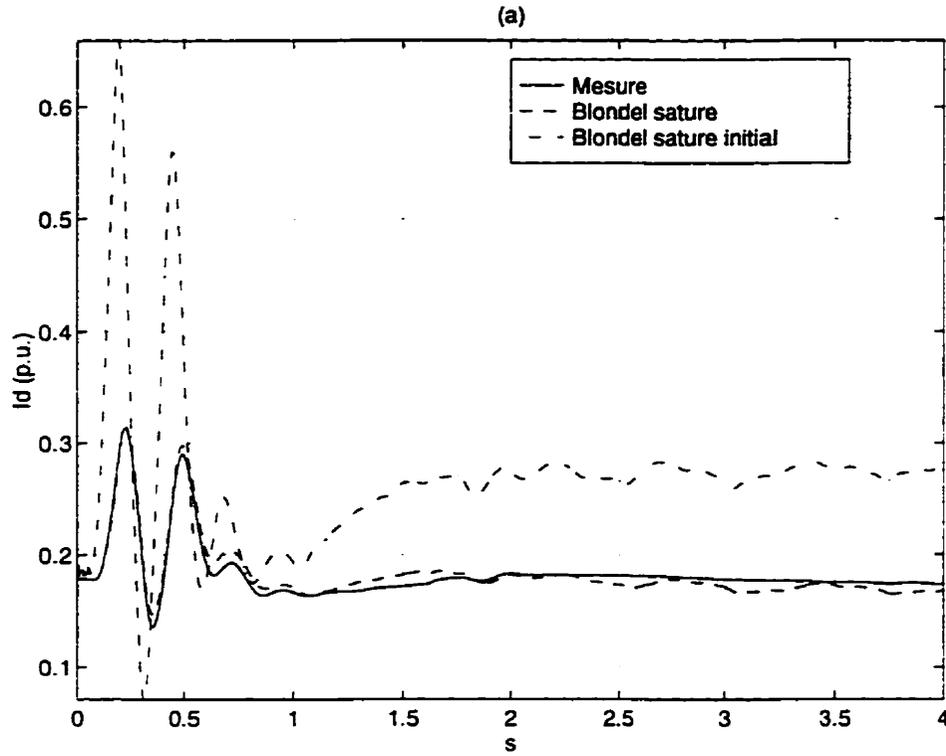
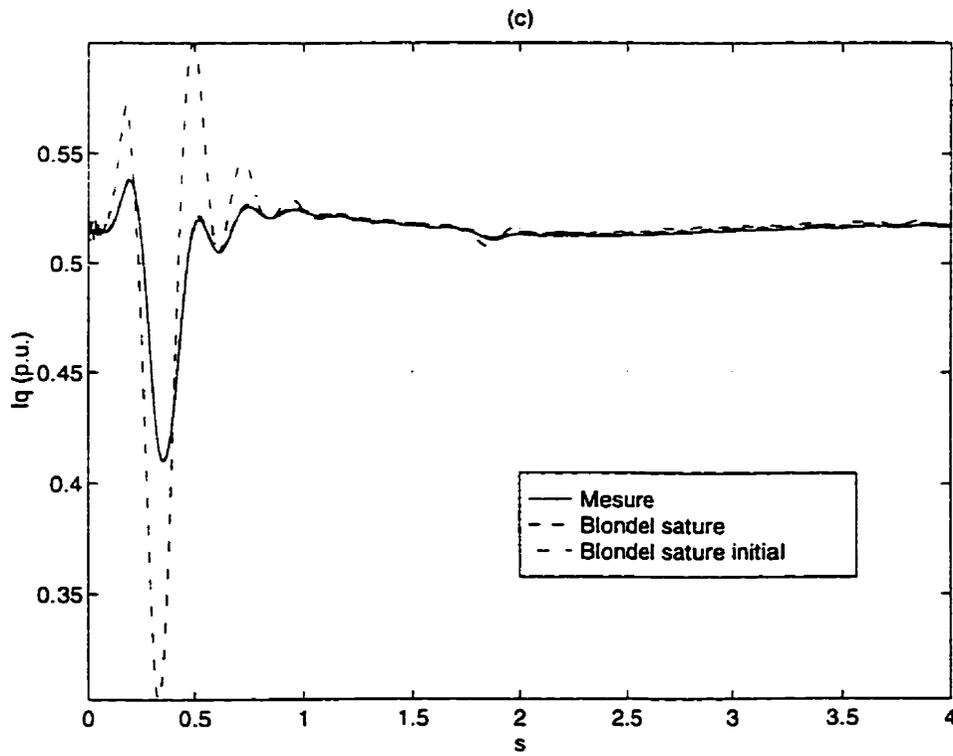
Figure 6. 22 Puissance active  $P$ , Essai 42Figure 6. 23 Puissance réactive  $Q$ , Essai #42

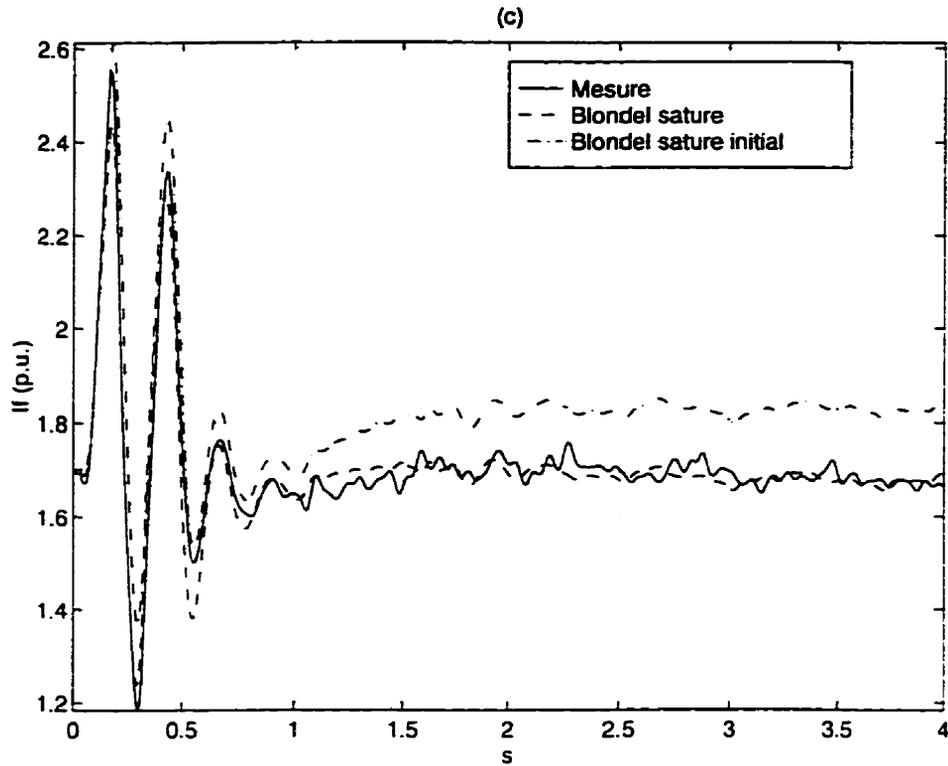
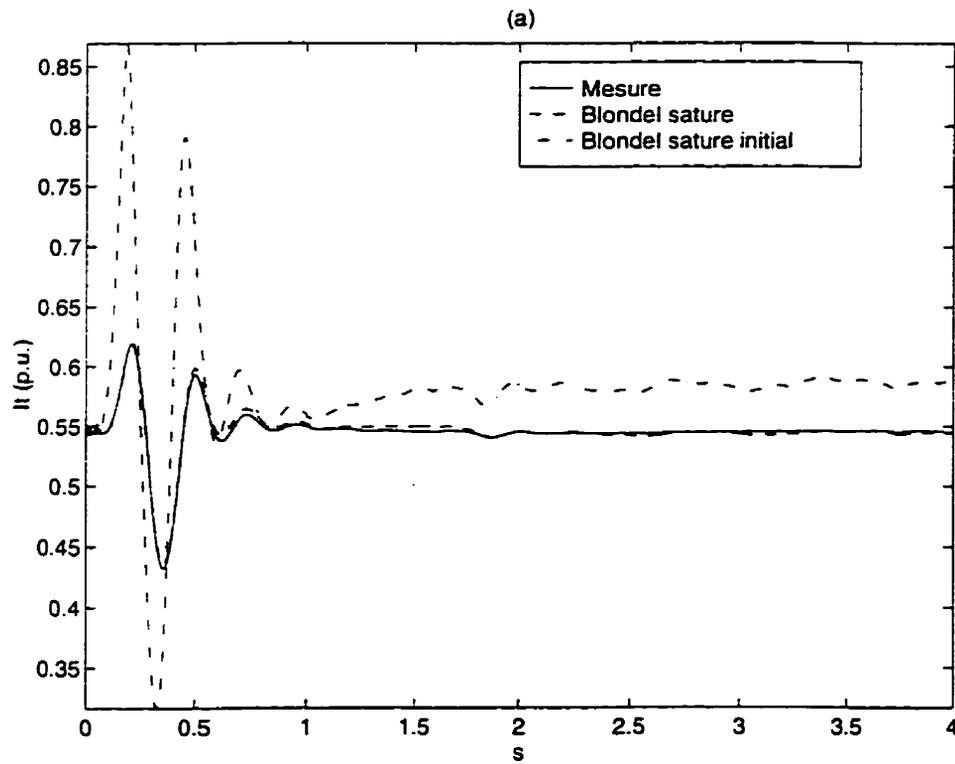
Figure 6. 24 Courant  $I_d$ , Essai #42Figure 6. 25 Courant  $I_q$ , Essai #42

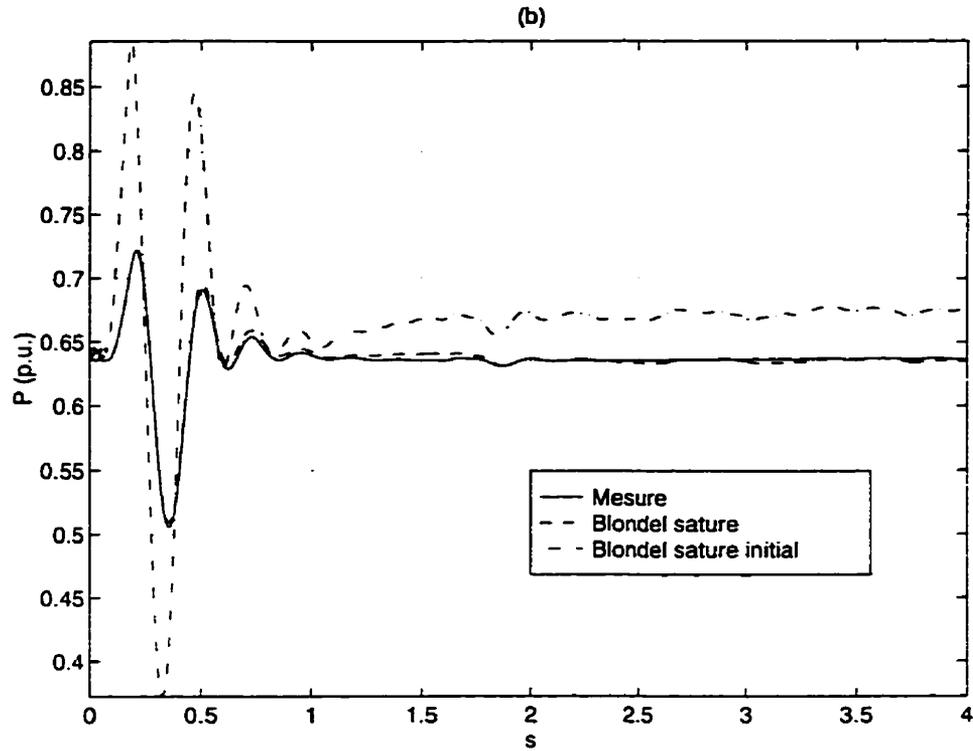
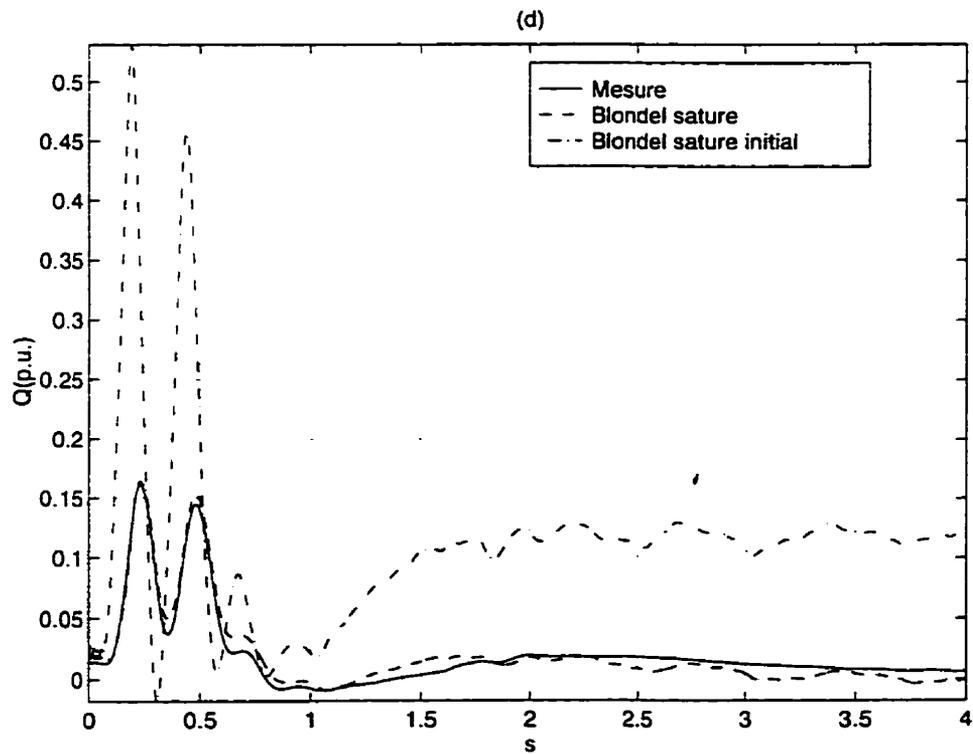
Figure 6. 26 Courant  $I_f$ , Essai #42Figure 6. 27 Courant  $I_f$ , Essai #42

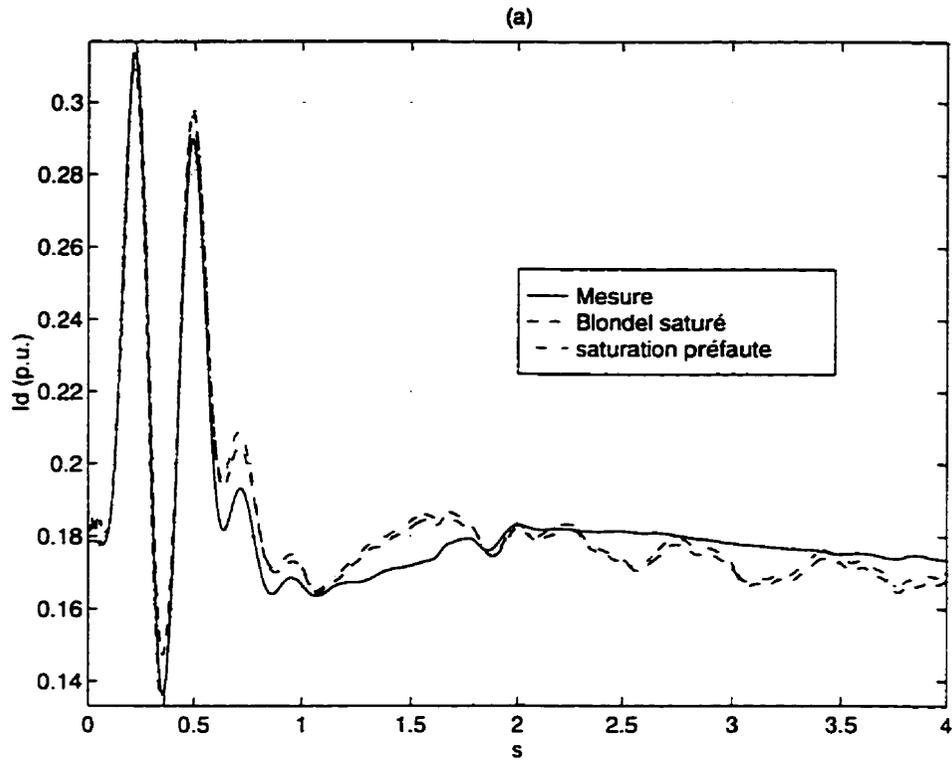
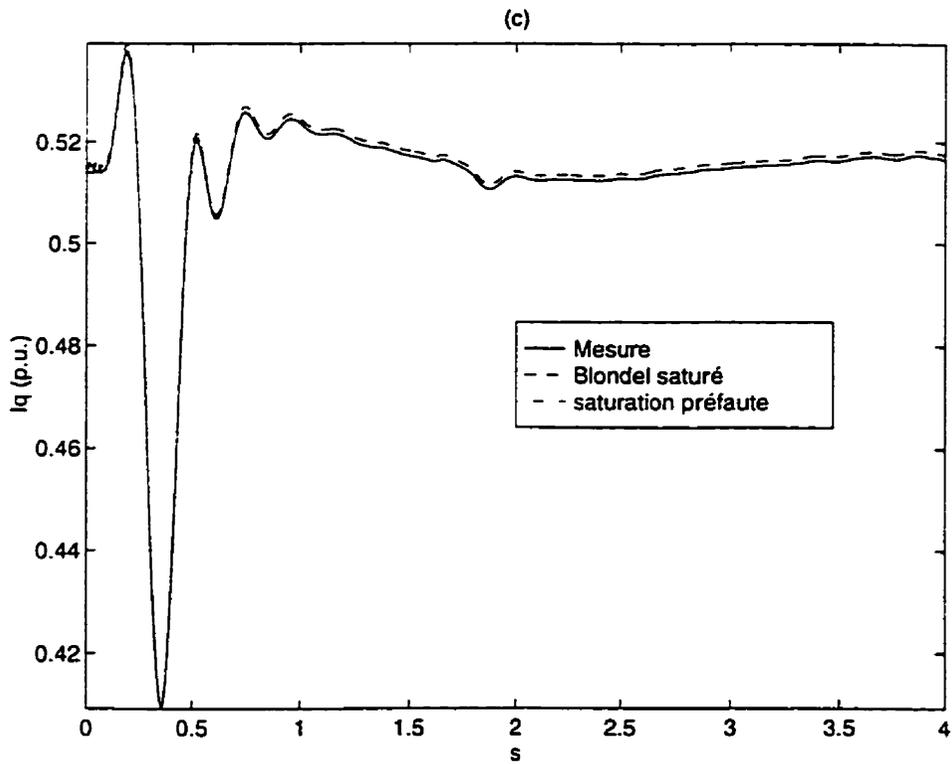
Figure 6. 28 Puissance active  $P$ . Essai 42Figure 6. 29 Puissance réactive  $Q$ . Essai #42

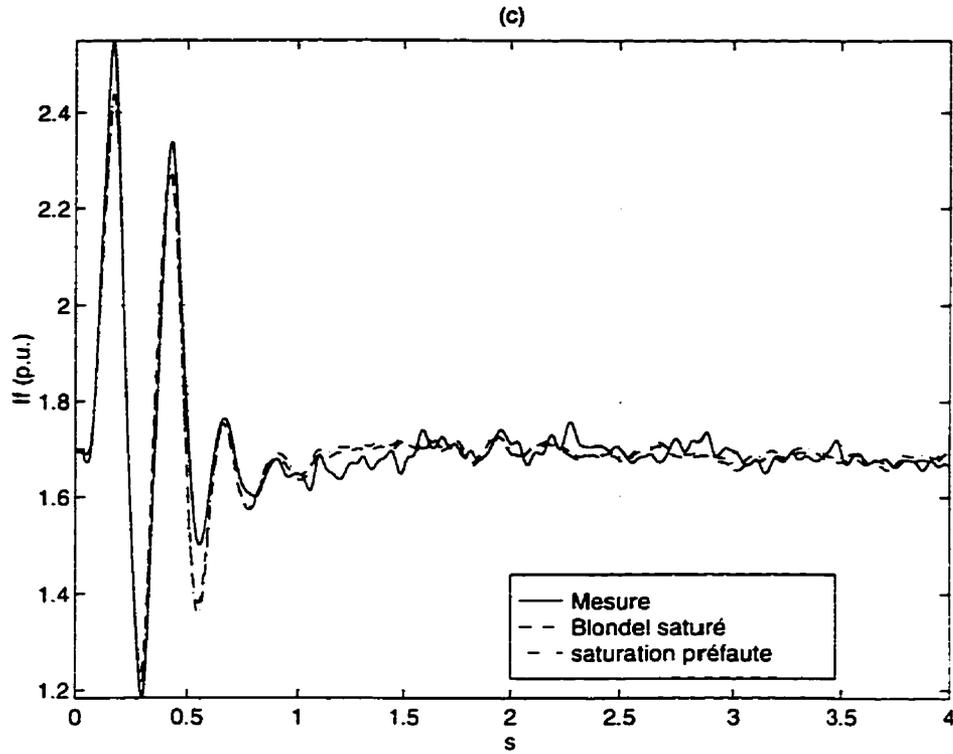
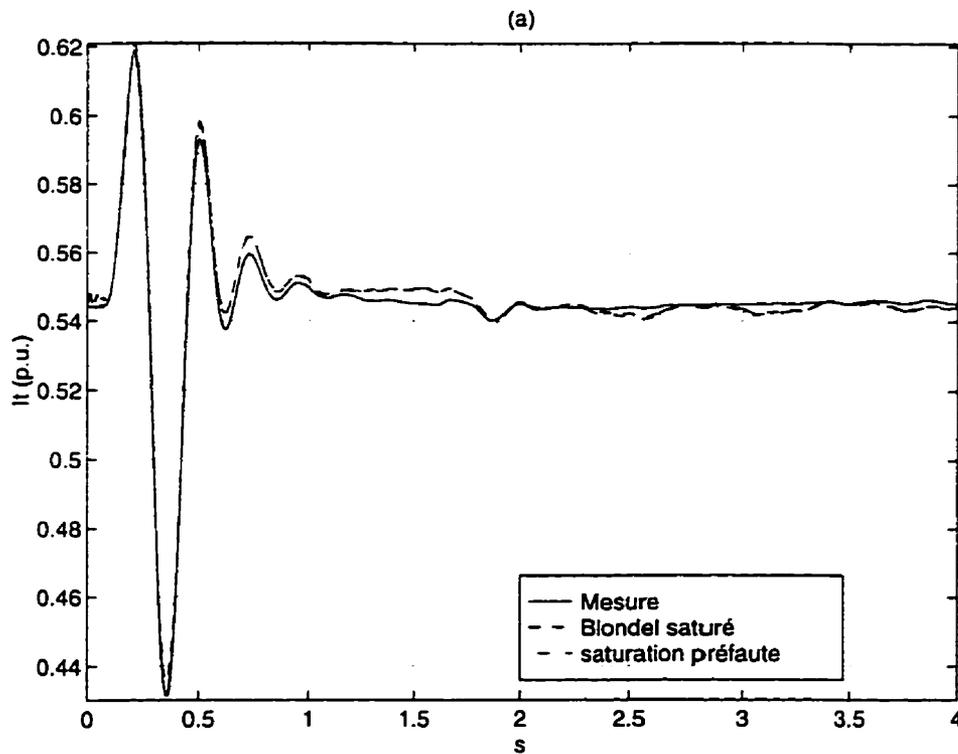
## □ Essai 44

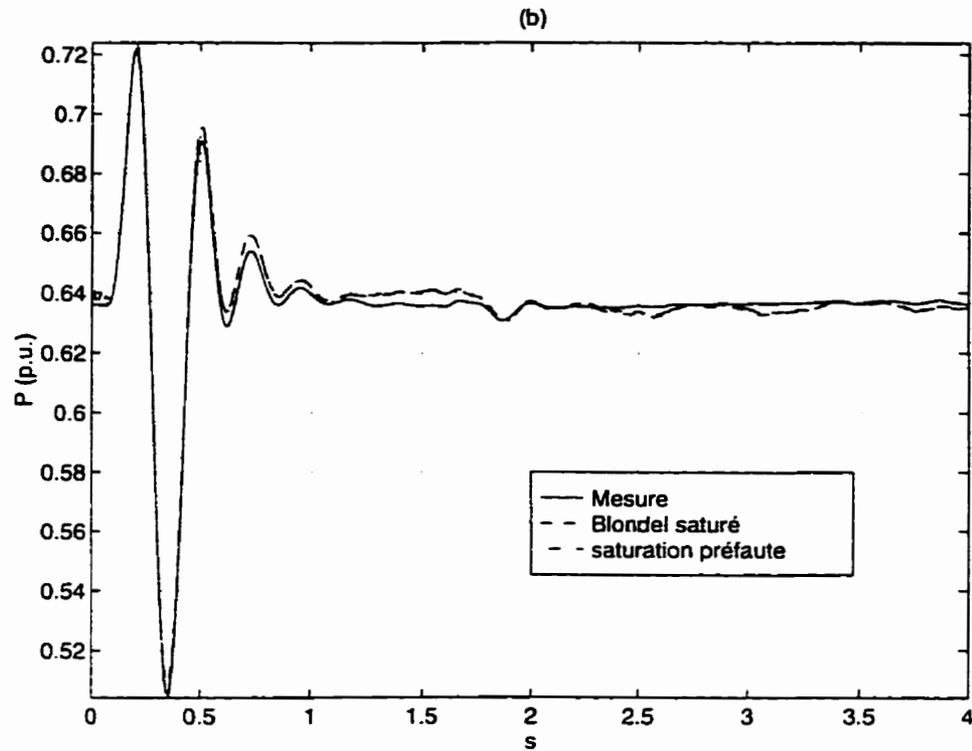
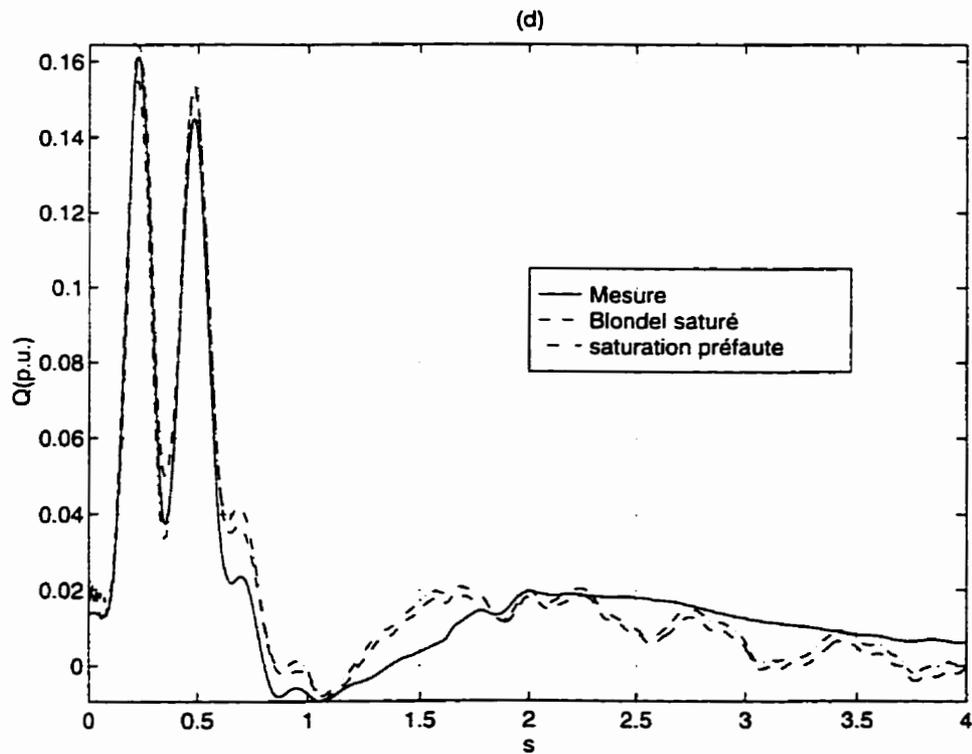
Figure 6. 30 Courant  $I_d$ , Essai #44Figure 6. 31 Courant  $I_q$ , Essai #44

Figure 6.32 Courant  $I_f$ , Essai #44Figure 6.33 Courant  $I_t$ , Essai #44

Figure 6. 34 Puissance active  $P$ , Essai 44Figure 6. 35 Puissance réactive  $Q$ , Essai #44

Figure 6. 36 Courant  $I_d$ , Essai #44Figure 6. 37 Courant  $I_q$ , Essai #44

Figure 6. 38 Courant  $I_f$ , Essai #44Figure 6. 39 Courant  $I_f$ , Essai #44

Figure 6. 40 Puissance active  $P$ , Essai #44Figure 6. 41 Puissance réactive  $Q$ , Essai #44

## □ Essai 48

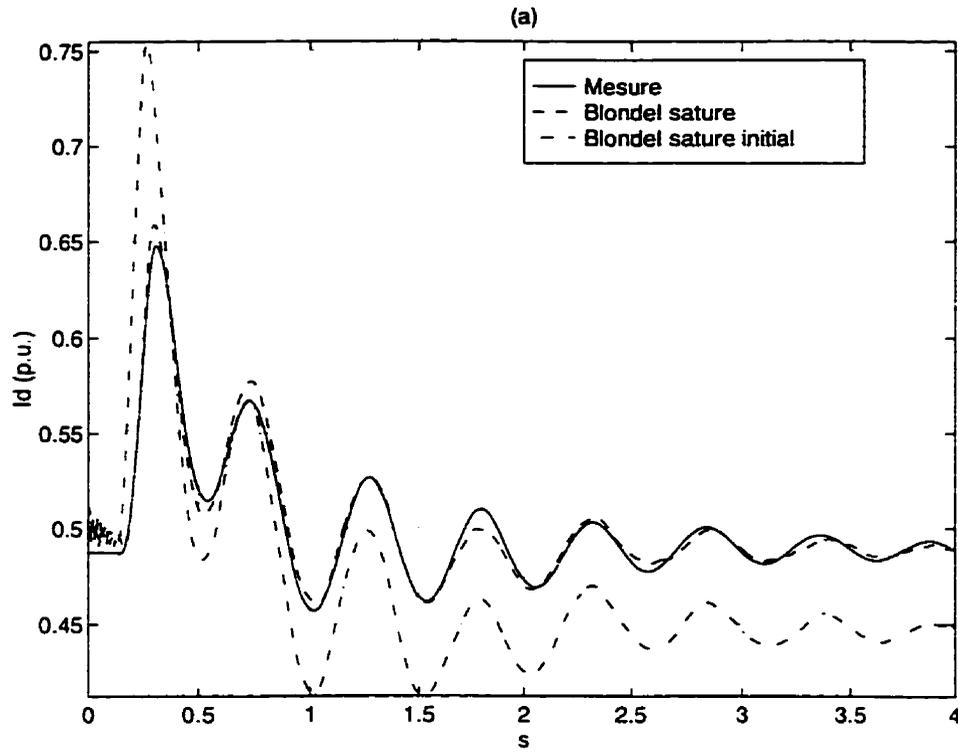


Figure 6. 42 Courant  $I_d$ , Essai #48

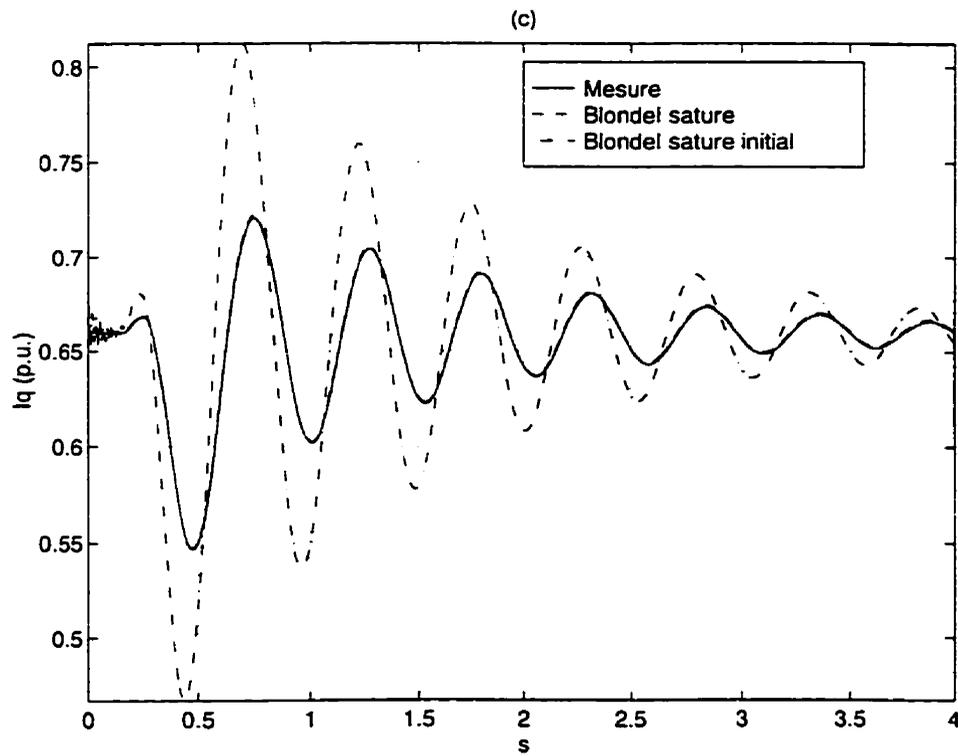
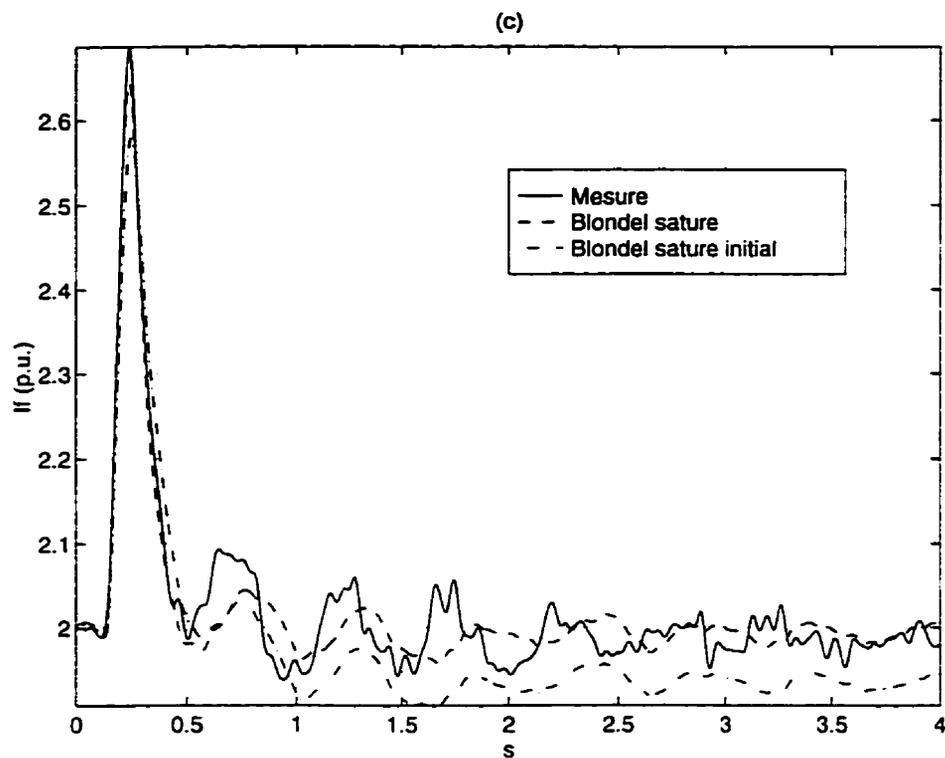
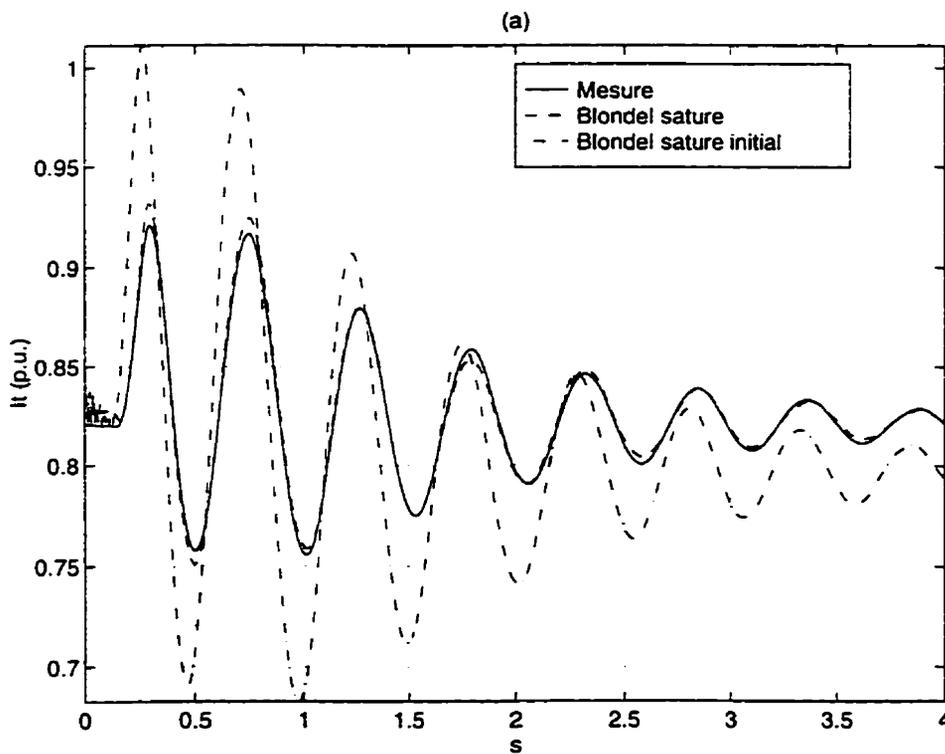
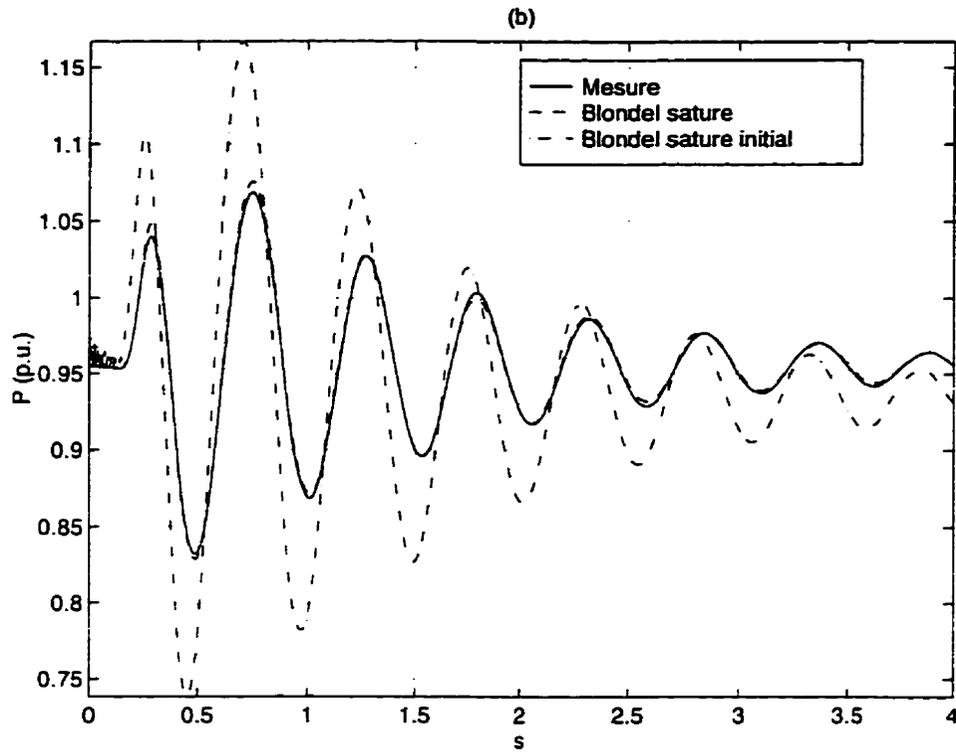
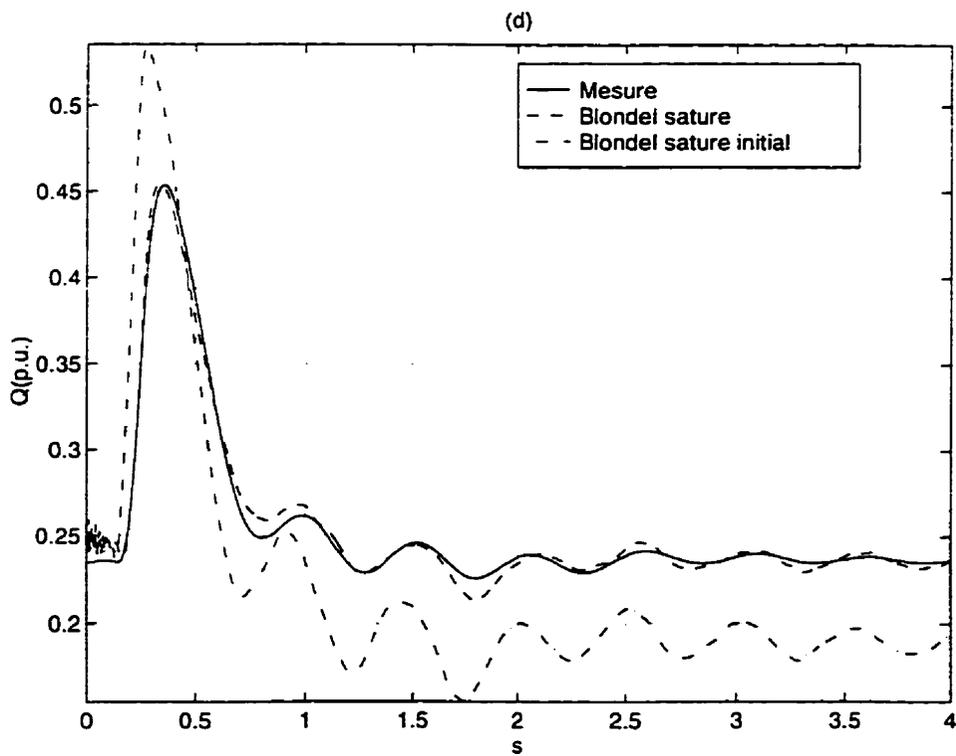
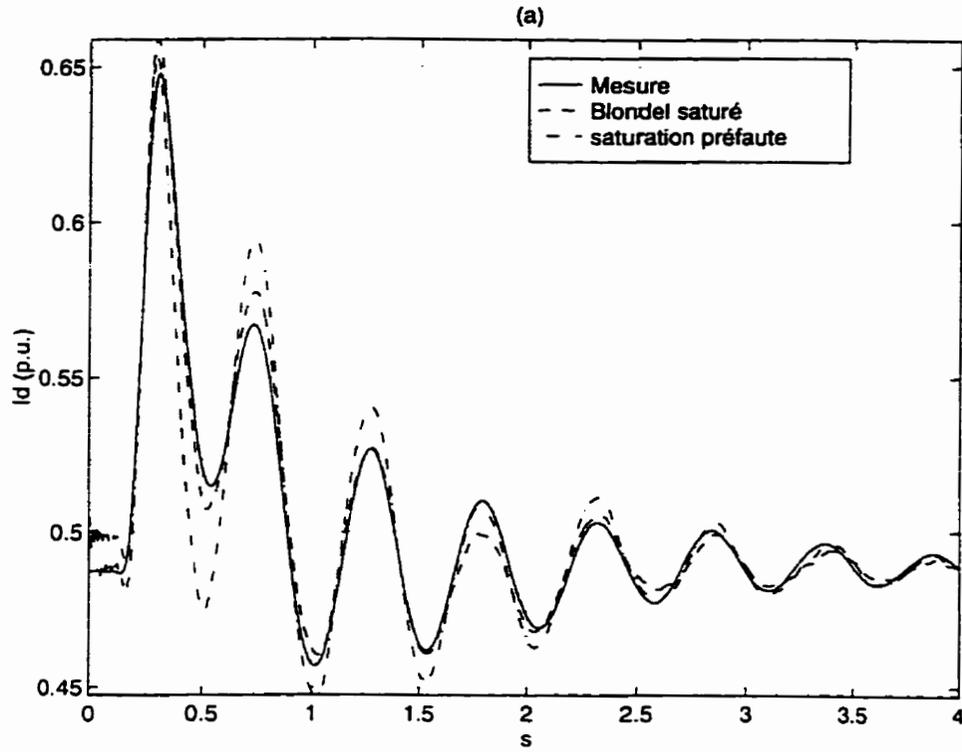
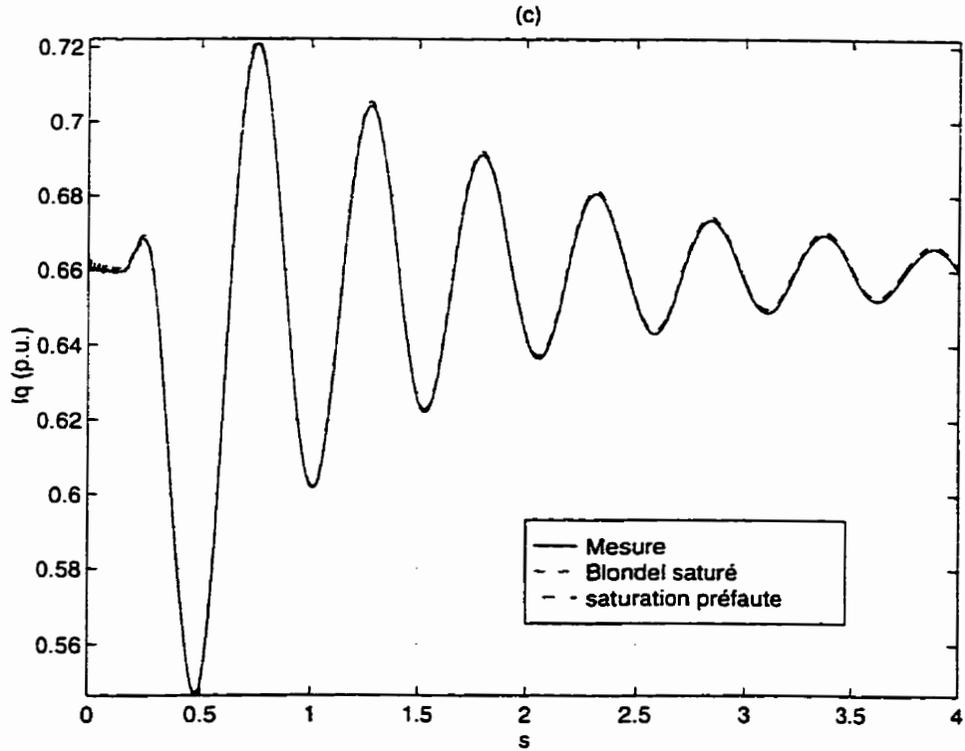
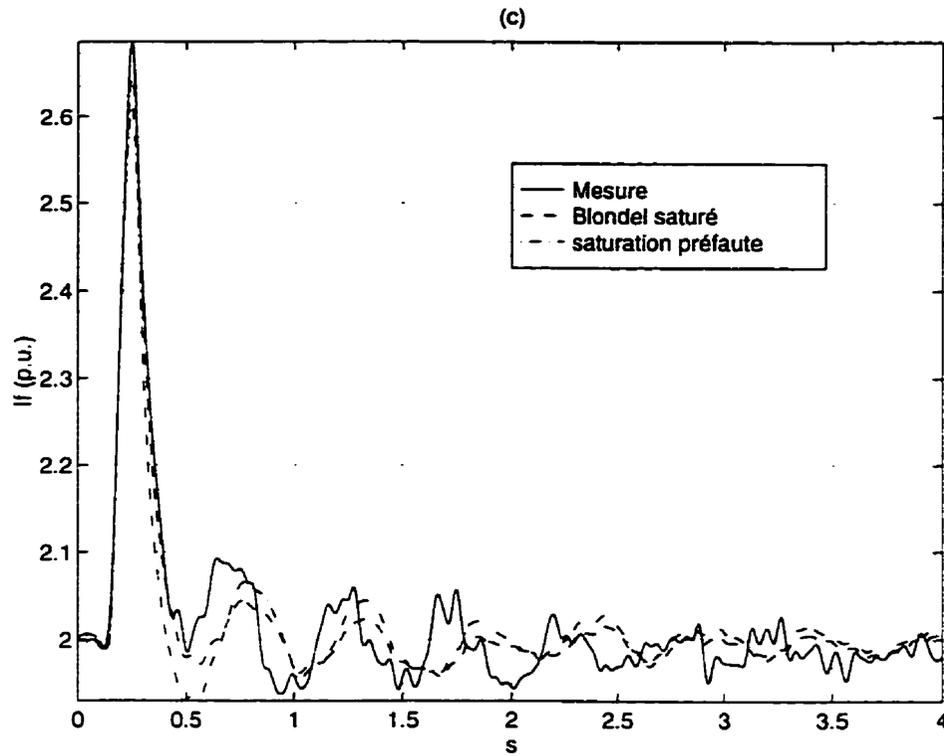
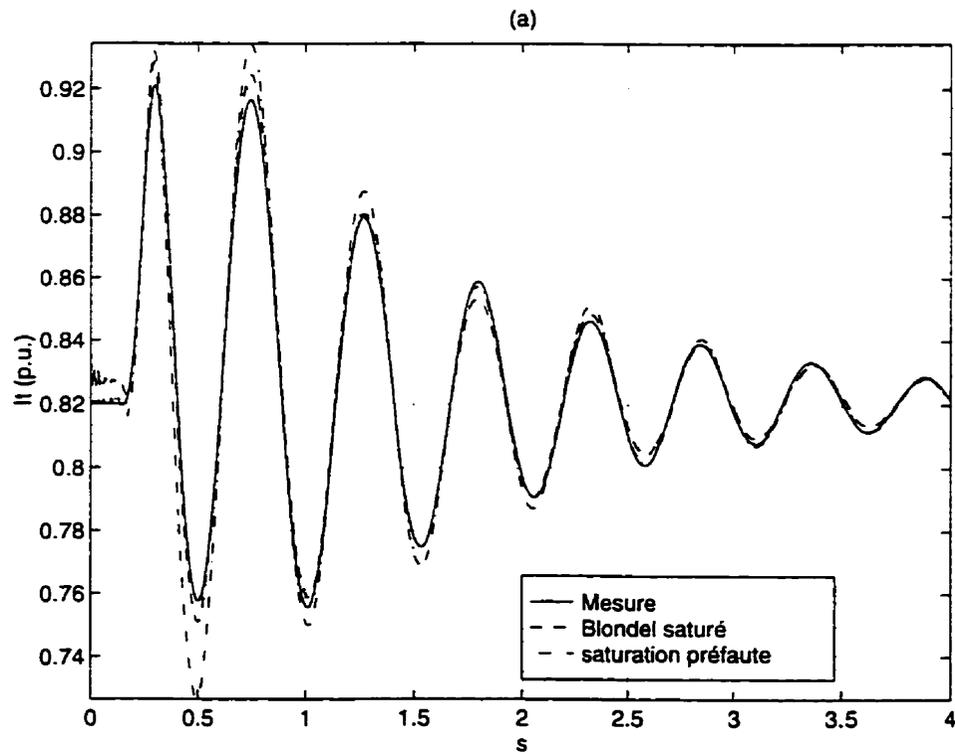


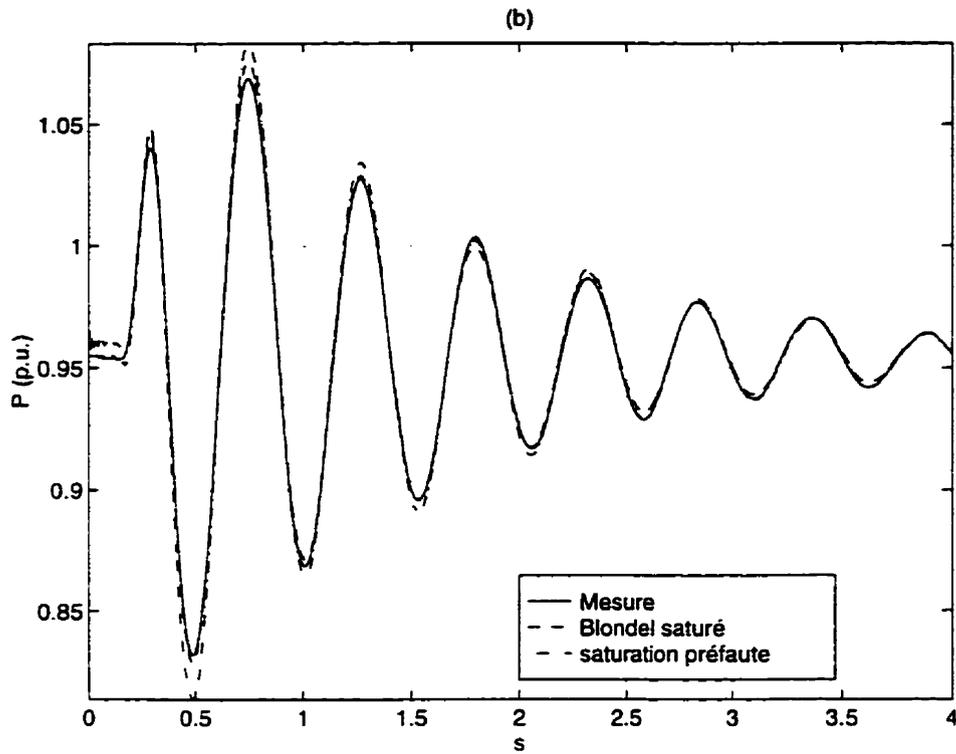
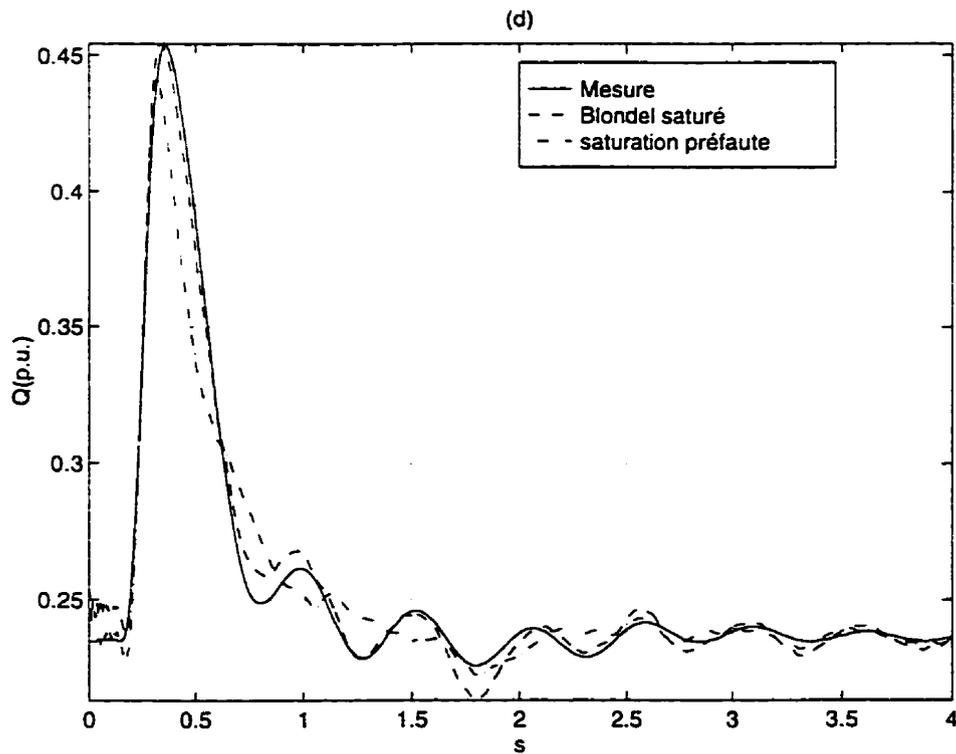
Figure 6. 43 Courant  $I_q$ , Essai #48

Figure 6.44 Courant  $I_f$ , Essai #48Figure 6.45 Courant  $I_t$ , Essai #48

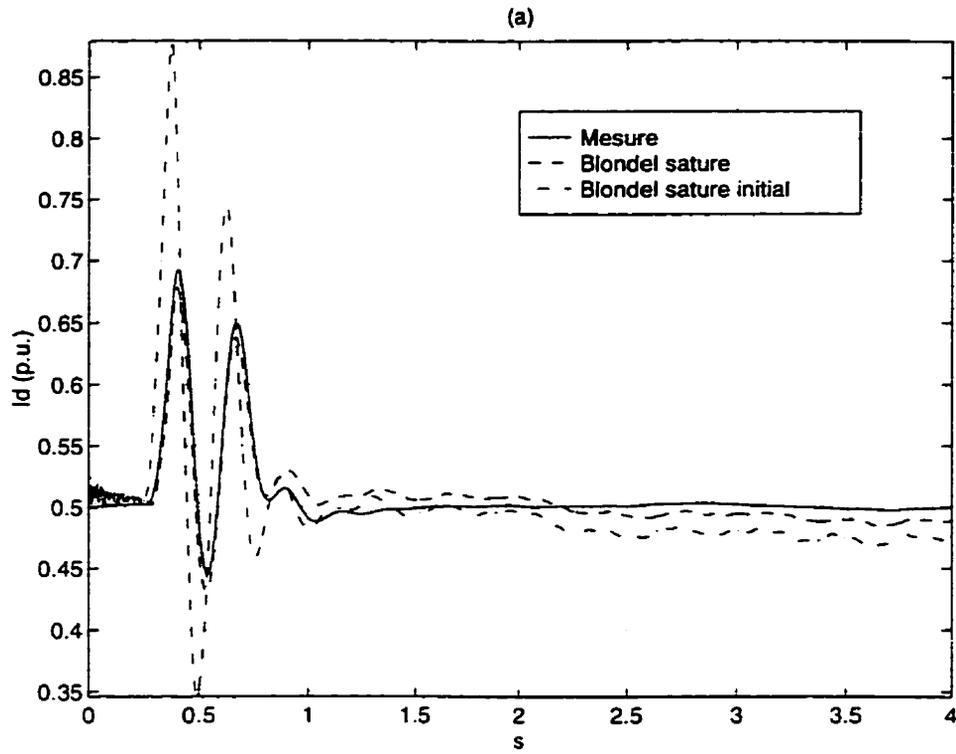
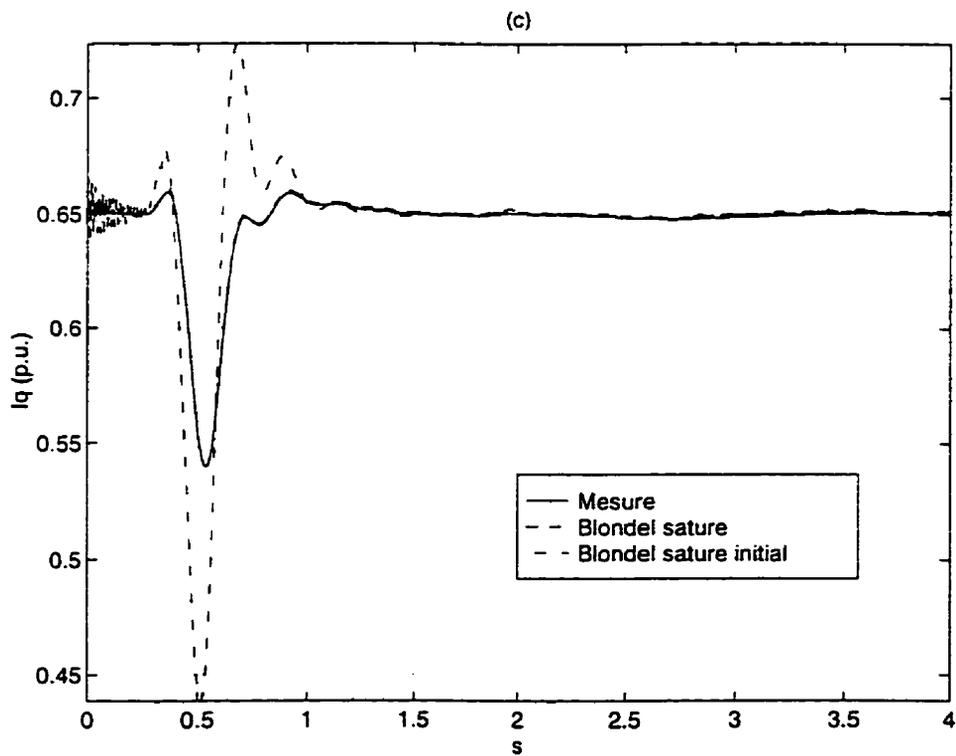
**Figure 6. 46** Puissance active  $P$ , Essai #48**Figure 6. 47** Puissance réactive  $Q$ , Essai #48

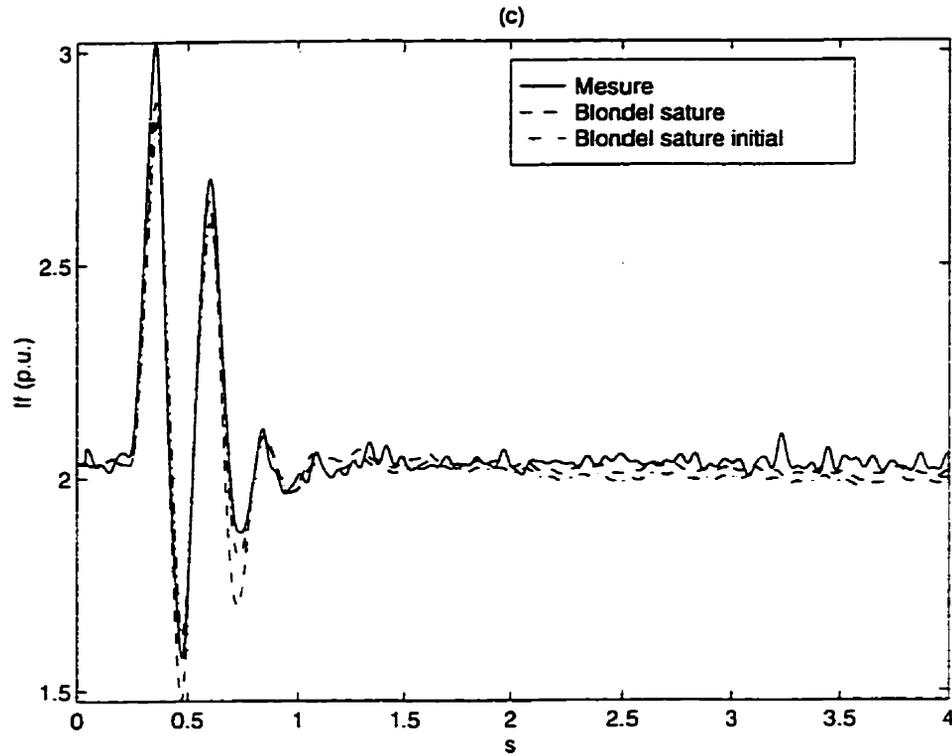
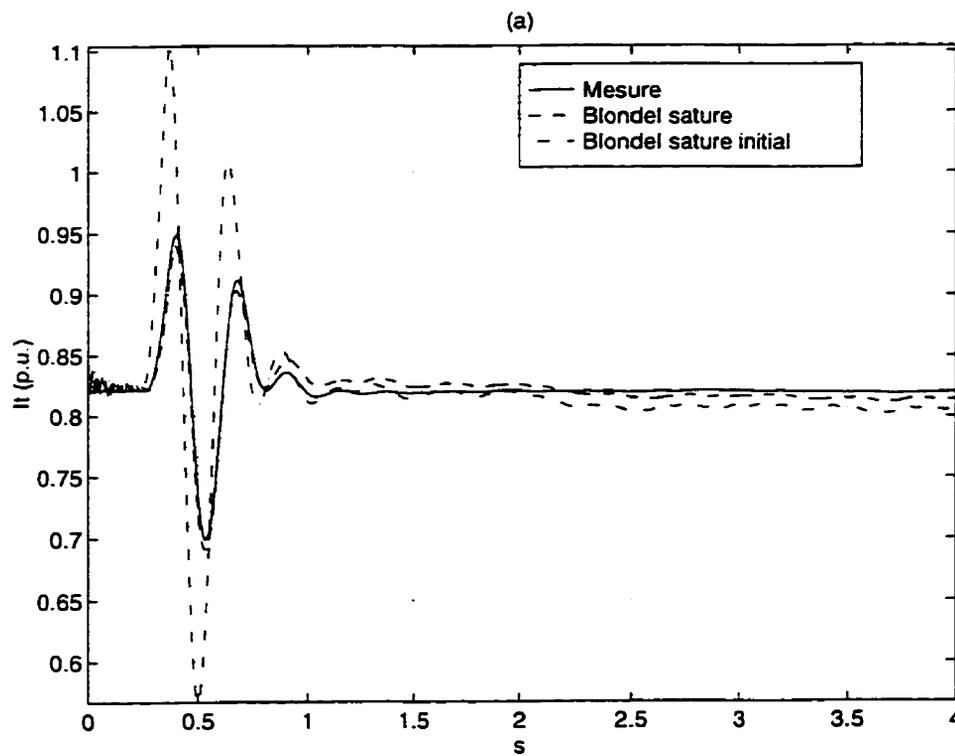
Figure 6. 48 Courant  $I_d$ , Essai #48Figure 6. 49 Courant  $I_q$ , Essai #48

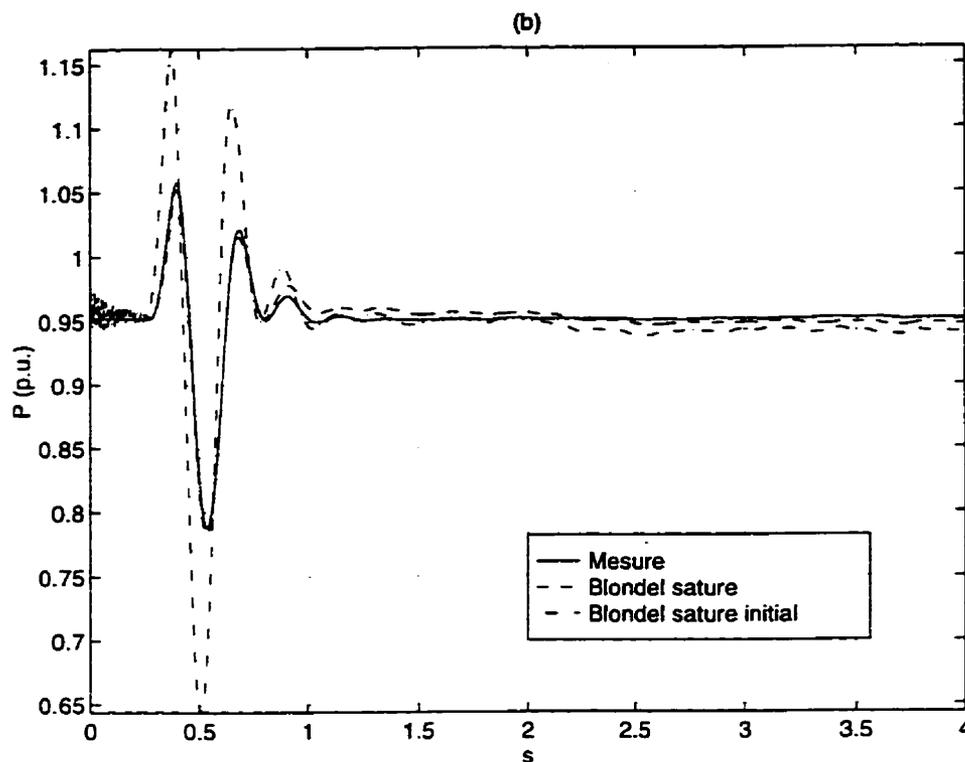
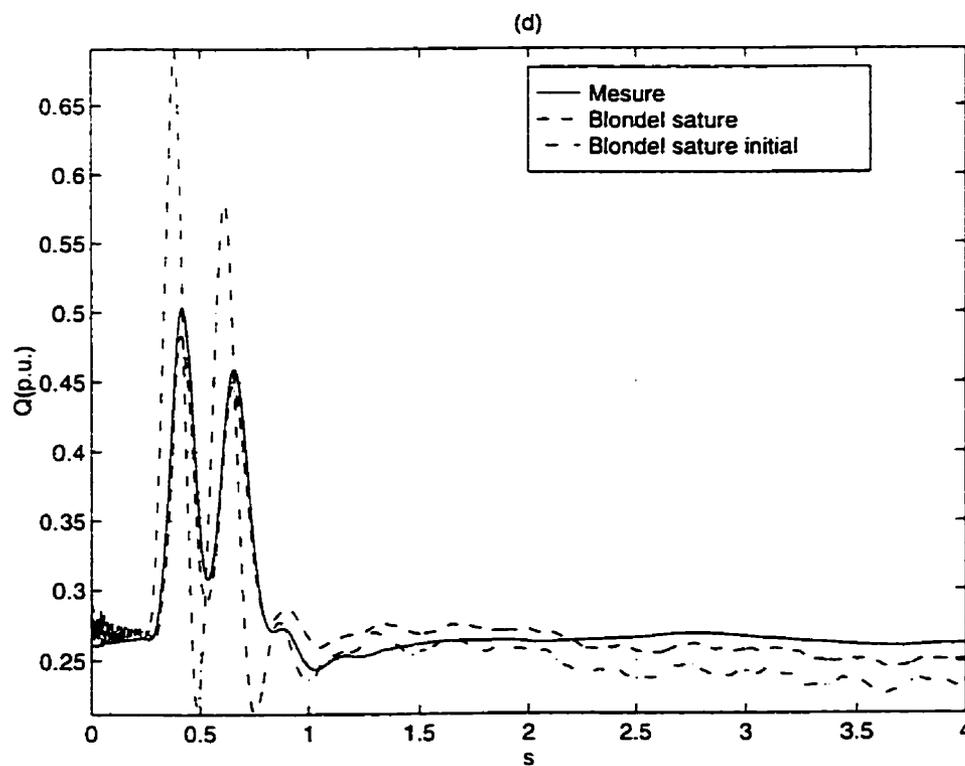
Figure 6. 50 Courant  $I_f$ , Essai #48Figure 6. 51 Courant  $I$ , Essai #48

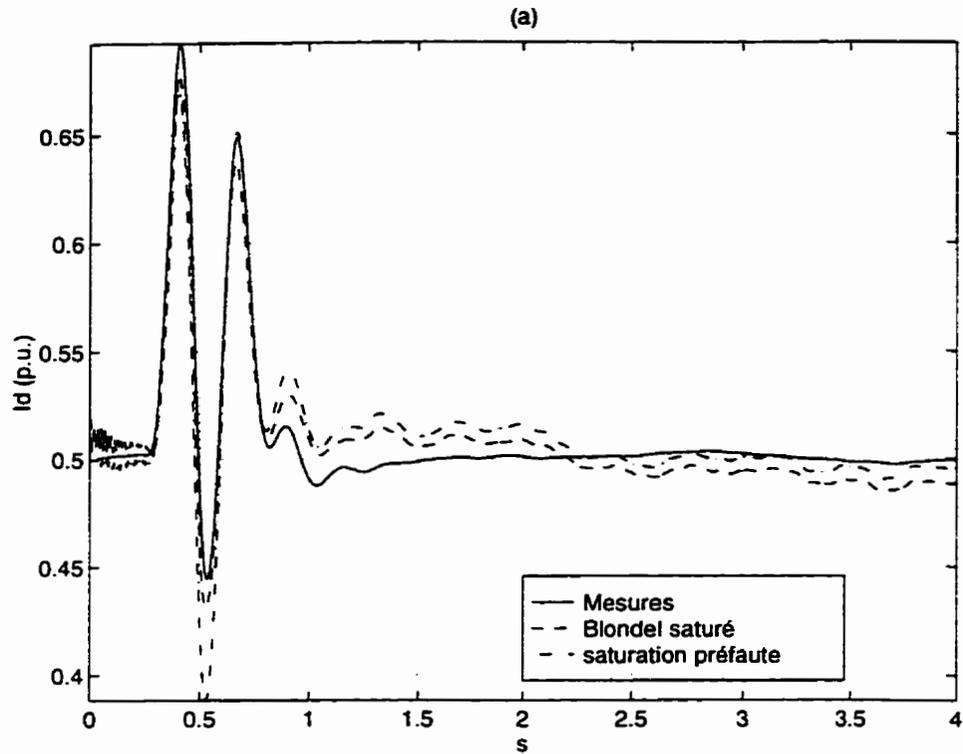
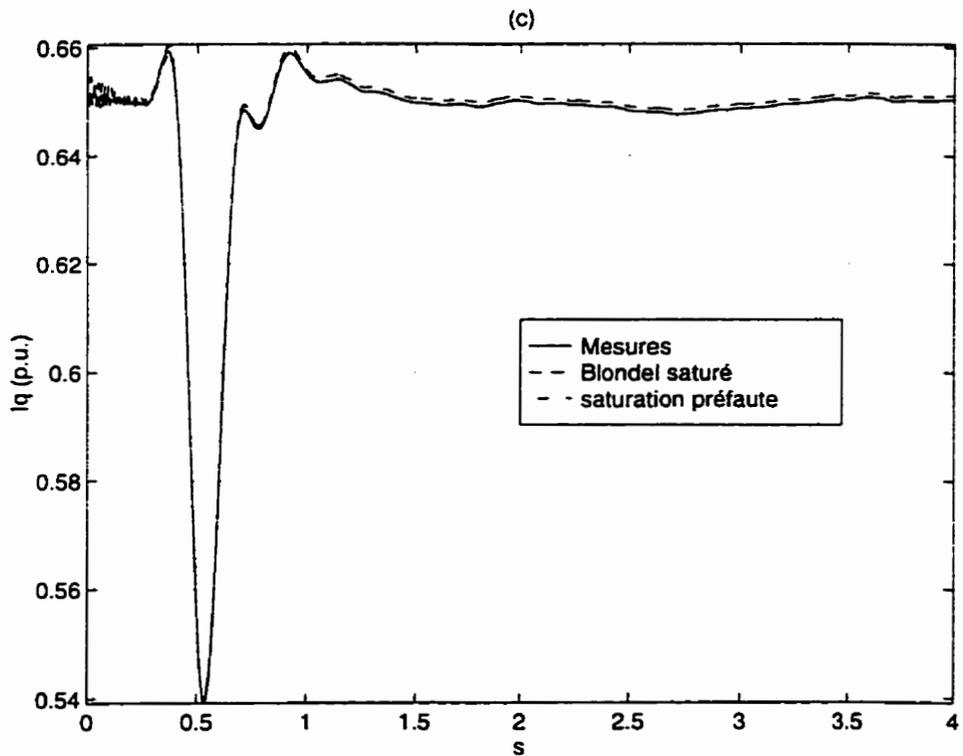
Figure 6. 52 Puissance active  $P$ , Essai #48Figure 6. 53 Puissance réactive  $Q$ , Essai #48

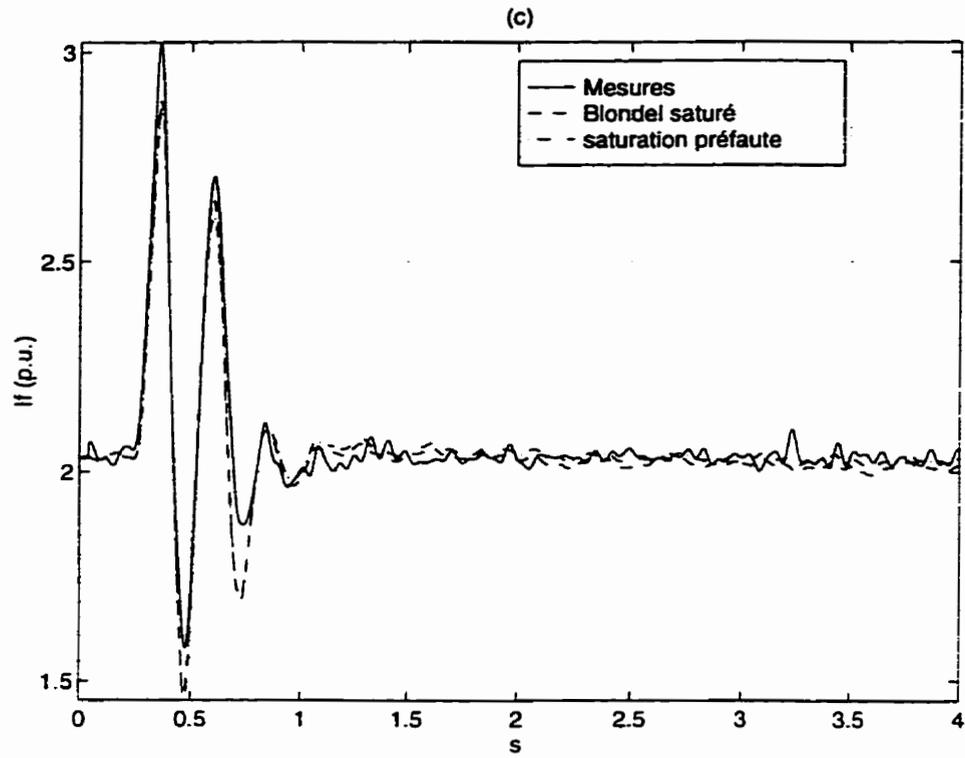
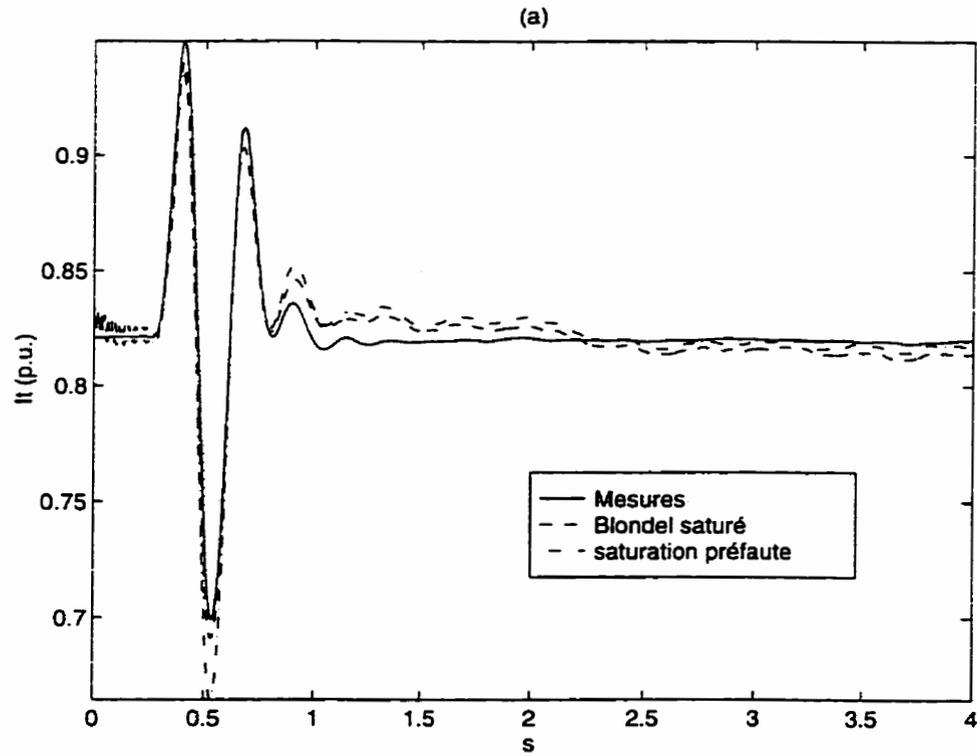
## □ Essai 52

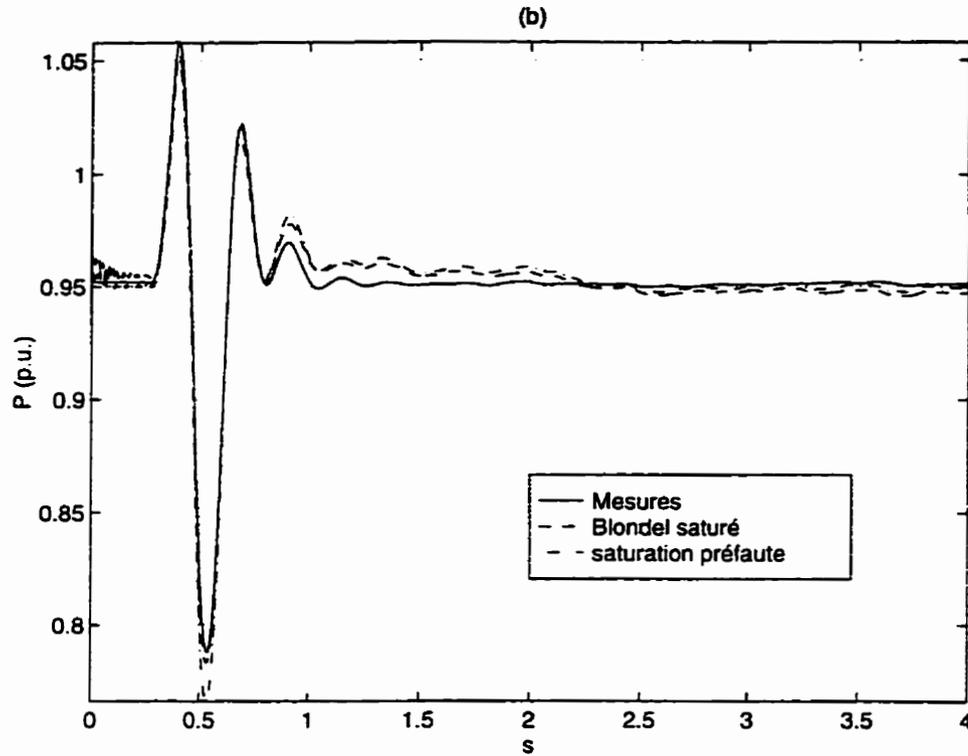
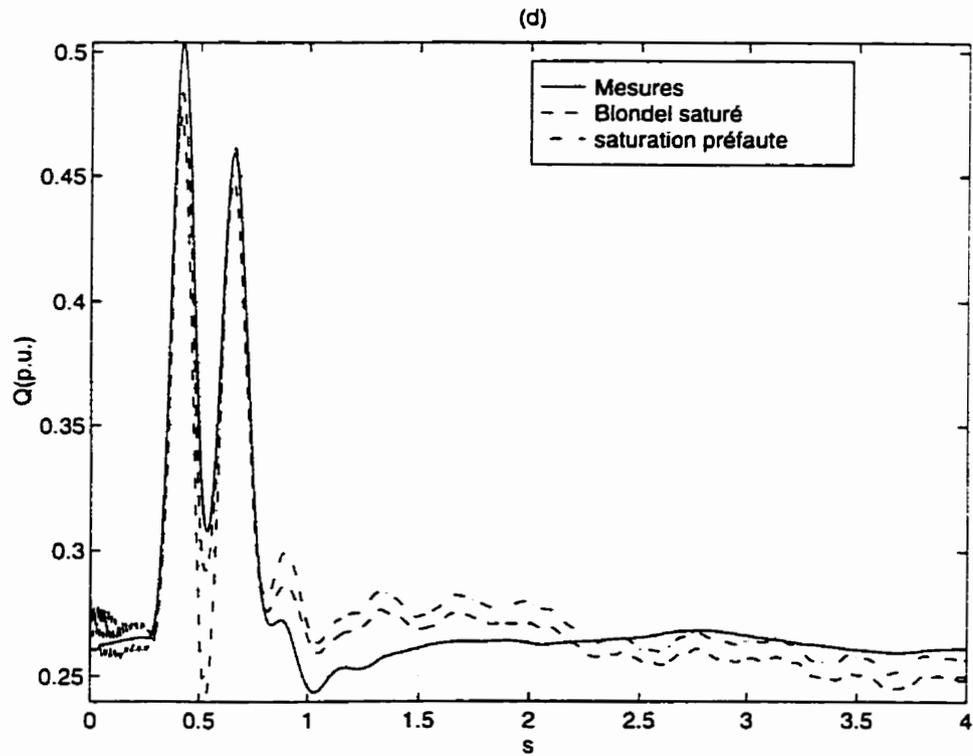
Figure 6. 54 Courant  $I_d$ , Essai #52Figure 6. 55 Courant  $I_q$ , Essai #52

Figure 6.56 Courant  $I_f$ , Essai #52Figure 6.57 Courant  $I_f$ , Essai #52

Figure 6. 58 Puissance active  $P$ , Essai #52Figure 6. 59 Puissance réactive  $Q$ , Essai #52

Figure 6. 60 Courant  $I_d$ , Essai #52Figure 6. 61 Courant  $I_q$ , Essai #52

Figure 6. 62 Courant  $I_f$ , Essai #52Figure 6. 63 Courant  $I_t$ , Essai #52

Figure 6. 64 Puissance active  $P$ , Essai #52Figure 6. 65 Puissance réactive  $Q$ , Essai #52

### 6.6.6 Résultats numériques

Les tableaux 6.5-6.9 regroupent les valeurs numériques des paramètres structuraux des circuits équivalents. Bien que la signification des constantes de temps devienne floue dans un modèle non linéaire, nous avons préféré quand même les inclure. Ceci est justifié par la popularité de l'emploi de ces dernières pour décrire les machines synchrones.

Tableau 6.5: Paramètres identifiés de l'alternateur LG3, essai #36

	Modèle linéaire	Modèle non linéaire		Modèle linéaire	Modèle non linéaire
$r_a$	0.002734	0.002734	$x_{qq}$	0.70102	0.70102
$r_f$	0.000496	0.000468	$x_q''$	0.64269	0.64269
$r_{D1}$	0.003326	0.002677			
$r_{Q1}$	1.619000	1.619000			
$x_a$	0.19800	0.19800	$T_d'$	2.01120	2.0932
$x_f$	0.187600	0.18375	$T_d''$	0.06336	0.0755
$x_{D1}$	-0.000843	0.000122	$T_{d0}'$	6.43750	6.6666
$x_{Q1}$	3.83480	3.8348	$T_{d0}''$	0.10609	0.1258
$x_{kf}$	0.01387	0.0099	$T_f'$	0.41274	0.43855
$x_{md}$	0.89004	0.9060	$T_f''$	0.05591	0.06513
$x_{mq}$	0.50302	0.5020	$T_{f0}'$	1.68610	1.83760
$x_{dd}$	1.08800	1.10400	$T_{f0}''$	0.08357	0.09501
$x_d'$	0.33930	0.34804	$T_{D1}'$	0.00672	0.01033
$x_d''$	0.20300	0.20821	$T_q''$	0.00652	0.00652
$x_{ff}$	1.09150	1.12350	$T_{q0}''$	0.00711	0.00711
$x_f'$	0.33475	0.35373			
$x_f''$	0.17874	0.18384			

Tableau 6.6: Paramètres identifiés de l'alternateur LG3, essai #42

	Modèle linéaire	Modèle non linéaire		Modèle linéaire	Modèle non linéaire
$r_a$	0.002734	0.0027340	$x_{qq}$	0.70102	0.70102
$r_f$	0.000484	0.0004884	$x_q^{\sigma}$	0.64269	0.64269
$r_{D1}$	0.004222	0.0037895			
$r_{Q1}$	1.619000	1.619000			
$x_a$	0.19800	0.19800	$T_d'$	2.6061	2.7080
$x_f$	0.20237	0.21673	$T_d^{\sigma}$	0.06304	0.06754
$x_{D1}$	-0.00912	-0.01846	$T_{d0}'$	6.7839	7.2311
$x_{Q1}$	3.83480	3.83480	$T_{d0}^{\sigma}$	0.091742	0.10279
$x_{kf}$	0.09618	0.10035	$T_f'$	0.44587	0.46900
$x_{md}$	0.84987	0.90600	$T_f^{\sigma}$	0.059585	0.062886
$x_{mq}$	0.50302	0.50200	$T_{f0}'$	1.4998	1.6517
$x_{dd}$	1.04790	1.10400	$T_{f0}^{\sigma}$	0.1054	0.11093
$x_d'$	0.47561	0.45695	$T_{D1}'$	-0.02224	-0.01222
$x_d^{\sigma}$	0.27661	0.27165	$T_q^{\sigma}$	0.00652	0.00652
$x_{ff}$	1.14840	1.22310	$T_{q0}^{\sigma}$	0.00711	0.00711
$x_f'$	0.29674	0.30661			
$x_f^{\sigma}$	0.19291	0.19688			

Tableau 6.7: Paramètres identifiés de l'alternateur LG3, essai #44

	Modèle linéaire	Modèle non linéaire		Modèle linéaire	Modèle non linéaire
$r_a$	0.002734	0.0027340	$x_{qq}$	0.70102	0.70102
$r_f$	0.0005126	0.0005158	$x_q^{\#}$	0.64269	0.64269
$r_{D1}$	0.0035184	0.0031615			
$r_{Q1}$	1.6190000	1.61900			
$x_d$	0.19800	0.19800	$T_d'$	2.5368	2.9374
$x_f$	0.19127	0.20257	$T_d^{\#}$	0.077697	0.088675
$x_{D1}$	-0.0042947	-0.013453	$T_{d0}'$	6.0655	7.3558
$x_{Q1}$	3.8348	3.8348	$T_{d0}^{\#}$	0.10462	0.11789
$x_{kf}$	0.11768	0.17111	$T_f'$	0.44575	0.4949
$x_{md}$	0.75669	0.906	$T_f^{\#}$	0.074277	0.08566
$x_{mq}$	0.50302	0.502	$T_{f0}'$	1.4522	1.8041
$x_{dd}$	0.95470	1.10400	$T_{f0}^{\#}$	0.12999	0.15948
$x_d'$	0.5178	0.59980	$T_{D1}'$	0.003238	0.01287
$x_d^{\#}$	0.29653	0.33159	$T_q^{\#}$	0.00652	0.00652
$x_{ff}$	1.0656	1.27970	$T_{q0}^{\#}$	0.00711	0.00711
$x_f'$	0.28176	0.27706			
$x_f^{\#}$	0.18691	0.18855			

Tableau 6.8: Paramètres identifiés de l'alternateur LG3, essai #48

	Modèle linéaire	Modèle non linéaire		Modèle linéaire	Modèle non linéaire
$r_a$	0.002734	0.0027340	$x_{qq}$	0.70102	0.70102
$r_f$	0.000551	0.0005257	$x_q^{\#}$	0.64269	0.64269
$r_{D1}$	0.003968	0.0031199			
$r_{Q1}$	1.619000	1.619000			
$x_a$	0.19800	0.198000	$T_d'$	1.8675	2.0934
$x_f$	0.14794	0.152490	$T_d^{\#}$	0.04054	0.06158
$x_{D1}$	-0.024887	-0.017765	$T_{d0}'$	5.3520	6.26930
$x_{Q1}$	3.83480	3.83480	$T_{d0}^{\#}$	0.06145	0.08575
$x_{kf}$	0.06245	0.092134	$T_f'$	0.38193	0.41627
$x_{md}$	0.79791	0.90600	$T_f^{\#}$	0.03945	0.06010
$x_{mq}$	0.50295	0.50200	$T_{f0}'$	1.43650	1.78370
$x_{dd}$	0.99591	1.10400	$T_{f0}^{\#}$	0.08822	0.12093
$x_d'$	0.39843	0.50196	$T_{D1}'$	0.01664	0.01510
$x_d^{\#}$	0.22925	0.26472	$T_q^{\#}$	0.00652	0.00652
$x_{ff}$	1.00830	1.15060	$T_{q0}^{\#}$	0.00711	0.00711
$x_i'$	0.16689	0.19495			
$x_i^{\#}$	0.11990	0.13339			

Tableau 6.9: Paramètres identifiés de l'alternateur LG3, essai #52

	Modèle linéaire	Modèle non linéaire		Modèle linéaire	Modèle non linéaire
$r_a$	0.002734	0.0027340	$x_{qq}$	0.70102	0.70102
$r_f$	0.000558	0.0005676	$x_q''$	0.64269	0.64269
$r_{D1}$	0.002959	0.001637			
$r_{Q1}$	1.619000	1.619000			
$x_a$	0.198000	0.19800	$T_d'$	1.6364	2.1465
$x_f$	0.16210	0.17137	$T_d''$	0.063945	0.08391
$x_{D1}$	-0.0070414	0.000367	$T_{d0}'$	5.1824	6.3697
$x_{Q1}$	3.8348	3.8348	$T_{d0}''$	0.10105	0.11453
$x_{kf}$	0.00733	0.0033	$T_f'$	0.38492	0.44044
$x_{md}$	0.79275	0.9060	$T_f''$	0.057149	0.079875
$x_{mq}$	0.50281	0.5020	$T_{f0}'$	1.5860	1.9345
$x_{dd}$	0.99075	1.1040	$T_{f0}''$	0.086243	0.13708
$x_d'$	0.34297	0.52273	$T_{D1}'$	0.0063127	0.01094
$x_d''$	0.19797	0.27257	$T_q''$	0.00652	0.00652
$x_{ff}$	0.96218	1.1646	$T_{q0}''$	0.00711	0.00711
$x_f'$	0.28513	0.24863			
$x_f''$	0.15475	0.15450			

## 6.7. Discussion et conclusion

Il est regrettable que des contraintes logistiques nous aient imposé une exploitation limitée de la capacité de chacun des deux modèles proposés dans cette thèse. En effet, la limitation de l'information accessible, la nature des essais disponibles et probablement, la morphologie même de l'alternateur étudié, nous ont imposé un cas distinct: l'axe  $-q$  ne sature pratiquement pas, et par le fait même, la saturation croisée ne se manifeste pas.

Le cas idéal aurait été une machine synchrone dont, en plus de la saturation de l'axe direct  $-d$ , l'axe transversal  $-q$  sature d'une manière significative. Également, la nature des essais disponibles doit nous permettre de couvrir un large éventail de niveaux magnétiques résultants de différentes combinaisons des courants  $I_d$  et  $I_q$ .

Nos tentatives expérimentales, dans ce sens, effectuées sur un alternateur de laboratoire se sont soldées par un échec. Nous référons le lecteur à l'annexe II.

Ceci dit, il n'en demeure pas moins que l'exploitation effectuée sur les données de la centrale LG3 dégage des conclusions pratiques et surtout, riches en informations pertinentes.

### 6.7.1 Stabilité du modèle non linéaire

Insoupçonné au début des exploitations, ce point s'est révélé d'une importance capitale. Mathématiquement, l'instabilité est provoquée par une racine réelle de la matrice d'état  $A$  durant une transitoire quelconque. Ceci est valable pour un modèle linéaire. Dans le cas du modèle non linéaire, la matrice d'état du système sera obtenue par linéarisation du système au voisinage d'un point de fonctionnement donné.

Pratiquement, nous avons remarqué que la racine positive est presque inévitable si notre choix de la fonction  $K_d$  n'est pas assez rigoureux pour respecter les contraintes physiques qui s'y rattachent (voir annexe I). Donc, comme première conclusion, nous retenons que la fonction  $K_d$  doit être soigneusement choisie pour assurer les contraintes suivantes:

- À faible valeur de courant, la valeur numérique du facteur de saturation doit être voisine de 1.
- À grande valeur de courant, il faut s'assurer que le facteur de saturation demeure positif et qu'il épousera un certain palier dont la pente correspondra à la courbe de magnétisation de l'air.
- La pente de la courbe doit être continue et négative sur tout l'intervalle possible du fonctionnement.
- Finalement,  $K_d$  (ou  $K_s$ ) doit être une fonction paire.

L'incorporation de ces contraintes durant l'identification des paramètres de saturation a résolu, d'une manière définitive, les problèmes d'instabilité.

### 6.7.2 Exigence en calculs

L'exigence en calculs (en terme de CPU) du modèle non linéaire le désavantage face au modèle linéaire. La comparaison entre une méthode de *Runge-Kutta* du quatrième ordre qui inclut l'inversion d'une matrice à chaque pas, et une méthode récursive dans le cas du modèle linéaire explique cette disparité.

Bien que le but recherché par notre étude est de proposer aux industriels un modèle fiable et accessible, le déploiement des algorithmes de simulation ne faisait pas partie de notre étude. Ceci peut constituer un intéressant sujet de recherche; une optimisation des algorithmes de simulation tenant compte de la symétrie de la matrice  $\mathbf{X}$  améliorera les performances numériques du modèle non linéaire.

### 6.7.3 Identifiabilité des modèles

L'identification du modèle linéaire (la réactance magnétisante est considérée comme constante, par contre sa valeur est lue à partir de la courbe de saturation) a été développée par *Kamwa* à l'*IREQ*. Les résultats sont rapidement obtenus et le processus d'identification a rapidement convergé vers une solution qui semble être très compétitive.

Une fois le modèle non linéaire construit par l'ajout direct des paramètres de la saturation dans le modèle linéaire, une deuxième identification (dite de raffinement) s'est avérée nécessaire. Un regard rapide sur les courbes, pour comparer les performances du modèle *Blondel saturé initial* avec la *mesure*, justifie cette dernière étape. Dans ce cas, la convergence était rapide vu l'excellente estimation initiale des paramètres structuraux. En effet, nous avons utilisé le vecteur identifié du modèle linéaire comme vecteur initial pour le lancement de l'optimisation.

Notre incapacité de mesurer directement les courants des branches amortisseurs nous a ramené à les substituer par des valeurs arbitraires, zéro en l'occurrence. Le lancement des simulations à partir de ces conditions initiales, a pour effet un court régime transitoire. Ce dernier apparaît sur les réponses de tous les modèles. Généralement, il s'atténue après 0.25 sec. Nous concluons que son influence est mineure.

### 6.7.4 Comparaison entre le modèle linéaire (préfaut) et le modèle non linéaire (Blondel saturé)

A priori, les deux modèles offrent une excellente performance et semblent être aussi compétitifs l'un à comparer avec l'autre, pour décrire le régime permanent ou encore les petites perturbations.

Toutefois, un examen minutieux des réponses indique clairement que le modèle non linéaire est plus précis pour décrire les pics de courant que le modèle linéaire. Le tableau 6.10 montre quelques exemples à titre comparatif.

Est-ce que cette différence justifie l'emploi des modèles non linéaires?

Si le modèle de la machine est exigé pour décrire uniquement le comportement stationnaire de celle-ci, notre réponse à la question précédente serait probablement non.

Par contre, et nous l'avons mentionné à maintes reprises, toute la recherche effectuée était dans le but d'aboutir à un modèle **général** qui sera capable de décrire le comportement **dynamique** de la machine d'une manière efficiente. Partant de cette exigence, nous croyons que le modèle

non linéaire donne des résultats meilleurs. Au prix d'un calcul plus complexe, certes, mais avec le bénéfice d'une meilleure prédiction.

**Tableau 6.10:** Comparaison des performances du modèle linéaire et du modèle non linéaire (p.u.)

Essai	Modèle linéaire	Modèle non linéaire	Mesure	$\Delta_{\text{linéaire}}$	$\Delta_{\text{non linéaire}}$	
36	$i_d$	0.125	0.150	0.175	0.050	0.025
	$i_f$	2.230	2.235	2.400	0.010	0.005
	$i_T$	0.450	0.465	0.475	0.025	0.010
	$P$	0.840	0.840	0.840	0.000	0.000
	$Q$	0.240	0.255	0.260	0.020	0.005
42	$i_d$	0.360	0.370	0.380	0.020	0.010
	$i_f$	1.915	1.935	1.950	0.035	0.015
	$i_T$	0.955	0.955	0.960	0.005	0.005
	$P$	1.070	1.080	1.090	0.020	0.010
	$Q$	-0.148	-0.135	-0.139	0.009	0.004
44	$i_d$	0.295	0.295	0.288	0.007	0.007
	$i_f$	2.430	2.450	2.585	0.155	0.135
	$i_T$	0.620	0.620	0.618	0.002	0.002
	$P$	0.720	0.720	0.722	0.002	0.002
	$Q$	0.155	0.155	0.160	0.005	0.005
48	$i_d$	0.590	0.575	0.568	0.022	0.007
	$i_f$	2.605	2.650	2.695	0.090	0.045
	$i_T$	0.930	0.925	0.915	0.015	0.010
	$P$	1.090	1.075	1.070	0.020	0.005
	$Q$	0.445	0.452	0.452	0.007	0.000
52	$i_d$	0.670	0.675	0.695	0.025	0.020
	$i_f$	2.600	2.655	2.680	0.080	0.025
	$i_T$	0.660	0.695	0.700	0.040	0.005
	$P$	1.050	1.050	1.055	0.005	0.005
	$Q$	0.470	0.480	0.502	0.032	0.022

# CHAPITRE 7

## PROPOSITION D'UN ALGORITHME GÉNÉRAL POUR L'IDENTIFICATION DES MACHINES SYNCHRONES SATURÉES

Bien que l'identification des paramètres de saturation ne soit que le deuxième but de cette recherche (après la modélisation), les limites pratiques de l'accessibilité à l'information (essais, morphologie interne, caractéristiques des matériaux, etc.), nous ont poussé à imaginer des procédures d'identification des paramètres des modèles proposés par notre recherche. Ces procédures visent la récupération de l'information contenue dans des essais arbitraires pour la construction du modèle. L'accent est mis sur l'identification des paramètres de saturation.

### 7.1. Introduction

Après développement, exploitation et validation, il reste cependant que, pour être complet dans le proposition d'un modèle, l'on doit présenter des procédures pratiques pour aboutir aux modèles efficients des machines industrielles. Pour une multitude de raisons, la construction de ces modèles [46,47,48] doit s'appuyer sur des essais réels. En d'autres termes, l'identification paramétriques des modèles doit se fonder et se valider sur des essais classiques [41].

L'introduction, à travers des modèles proposés, des effets de la saturation implique l'ajustement, et même la modification, des méthodes et des procédures d'identification déjà développées pour les modèles linéaires. Ces nouvelles procédures, que nous désignons par *algorithme général*, ne sont qu'une extension des méthodes employées par les chercheurs [2,4,13,27,37,46,51,98]. Elles ont été développées et utilisées, sous une forme ou une autre, pendant nos travaux de recherche. Pratiquement, nous présentons deux familles: les procédures *directes* et les procédures *indirectes* (itératives). Ces dernières n'ont, malheureusement, pas été validées à cause de contraintes temporelles ou logistiques. Toutefois, nous avons jugé intéressant de les inclure tout en les proposant comme des sujets potentiels de recherche future.

## 7.2. Identification d'un modèle à saillance variable

Brièvement, on rappelle au lecteur que le modèle à saillance variable est construit avec,

1. Les paramètres des circuits équivalents des axes  $-d$  et  $-q$ . Le nombre de branches amortisseurs est laissé arbitraire. Toutes les composantes à l'exception des réactances magnétisantes sont considérées comme linéaires (valeurs constantes).
2. La fonction caractéristique  $\Lambda$  qui reflète la dépendance magnétique entre les deux axes. Selon les conclusions du chapitre 3, elle est représentée par une surface univoque. Cette dernière doit être exprimée en fonction des forces magnétomotrices réelles dans chaque axe ( $I_d$  et  $I_q$ ).
3. Le facteur de saturation  $K_{\mu d}$  qui reflète la saturation de la machine fictive construite à partir de la transformée (3.9-3.10) définie dans le chapitre 3. Notons que, la fonction  $K_{\mu d}$  n'est égale au facteur de saturation classique  $K_d$  (ou  $K_s$ ) que, si et seulement si, la fonction caractéristique  $\Lambda$  est rigoureusement égale à l'unité.

En d'autres termes, nous pouvons désigner la première partie (paramètres des circuits équivalents) comme étant la partie qui regroupe les termes linéaires, tandis que la deuxième et la troisième parties expriment les relations non linéaires qui apparaissent avec la manifestation de la saturation.

### 7.2.1 Étape 1: identification des paramètres linéaires

Les travaux de *Kamwa* [46,47,48] sur l'identification optimale des paramètres structuraux des circuits équivalents constituent le début de la construction du modèle à saillance variable. Toutefois, il est essentiel de noter, que dans notre cas, l'essai utilisé doit se situer et se maintenir dans un niveau de magnétisation assurément linéaire (0.1-0.4 p.u.). Ce point est très important, car dans l'absence de l'unicité de la solution recherchée par identification, l'hypothèse du comportement linéaire des circuits devient capitale.

Pratiquement, cette étape détermine:

- l'ordre minimal du système ( $nd$  et  $nq$ );
- la réactance et la résistance ( $x_i, r_i$ ) de chaque enroulement amortisseur ( $i = D_1, \dots, D_{nd}, Q_1, \dots, Q_{nq}$ );
- la réactance de fuite et la résistance du rotor ( $x_f, r_f$ );
- la réactance de fuite et la résistance du stator ( $x_a, r_a$ );
- les réactances  $x_{kfi}$  qui présentent les fuites stator/rotor dans l'axe  $-d$  [*Canay*];
- les réactances magnétisantes  $x_{md}^0$  et  $x_{mq}^0$

Ces dernières quantités correspondent à un fonctionnement linéaire, c'est-à-dire que la fonction caractéristique  $\Lambda(I_d, I_q)$  et le facteur de saturation  $K_{\mu d}$  sont rigoureusement égaux à l'unité.

Une dérogation de cette étape peut être envisageable. En effet, dans le cas où le niveau magnétique peut être qualifié de saturé et que l'essai employé crée des perturbations limitées de sorte que le niveau magnétique peut être considéré comme pratiquement constant, nous pouvons envisager l'identification des paramètres des circuits.

Dans ce cas, nous remplaçons les réactances magnétisantes non saturées  $x_{md}^0$  et  $x_{mq}^0$  par les réactances saturées  $x_{md}$  et  $x_{mq}$ . Ces dernières seront considérées comme constantes, et l'identification des réactances  $x_{md}^0$  et  $x_{mq}^0$  sera effectuée à partir des données du fabricant, de la connaissance des courbes de saturation, par simulation numérique, ou encore à partir d'autres essais provenant d'un régime assurément linéaire.

### 7.2.2 Étape 2: Construction et validation du système linéaire

On assume toutes les valeurs trouvées dans l'étape précédente comme constantes. On construit le système différentiel (équation 3.37) en substituant le facteur de saturation  $K_{\mu d}$  et la fonction caractéristique  $\Lambda$  par la valeur unité.

$$\frac{d}{dt} \{\mathbf{i}\} = \mathbf{f}(\mathbf{i}, t) = \mathbf{A}(\mathbf{i}) \cdot \{\mathbf{i}\} + \mathbf{B}(\mathbf{i}) \cdot \{\mathbf{v}(t)\} \Big|_{K_{\mu d}=1, \Lambda=1}$$

### 7.2.3 Étape 3: Construction directe du système non linéaire

Dans le cas où nous posséderions des informations suffisantes sur la machine (morphologie, caractéristiques des matériaux, courbes de saturations, etc.), nous pouvons construire directement le modèle non linéaire, en introduisant les modèles analytiques du facteur de saturation et de la fonction caractéristique.

Pratiquement, de telles informations peuvent être obtenues par un ensemble complet de simulations ou d'essais pour une multitude de combinaisons d'alimentation électrique. Ceci nous permet de couvrir assurément, tout le domaine du fonctionnement ( $D$ ) de la machine étudiée.

- À partir des réactances réelles  $x_{md}$  et  $x_{mq}$ , on trouve facilement la fonction caractéristique  $\Lambda$  avec l'équation:

$$\Lambda(I_d, I_q) = \frac{x_{mq}}{x_{md}}$$

- L'application de l'équation (3.22) nous permet de déterminer le facteur de saturation  $K_{\mu d}$ :

$$K_{\mu d} = K_{\mu d}(I_d, I_q) = \frac{\phi_{\mu d}}{x_{md}^0 I_{\mu d}} = \frac{\sqrt{\phi_d^2 + \kappa^2 \phi_q^2}}{x_{md}^0 \sqrt{I_d^2 + \frac{1}{\kappa^2} I_q^2}}$$

À ce stade, le problème est potentiellement résolu. Il suffit d'introduire une expression analytique pour la fonction  $K_{\mu d}$  et une autre pour la surface  $\Lambda$  dans le système différentiel pour obtenir le modèle non linéaire général de la machine synchrone. On réfère le lecteur à l'annexe I pour la structure des expressions analytiques employées pour  $K_{\mu d}$  et  $\Lambda$ .

### 7.2.4 Construction itérative des fonctions de saturation

Dans le cas où la connaissance de  $K_{\mu d}$  et de  $\Lambda$  ne serait pas accessible, nous proposons l'algorithme ci-dessous. Ce dernier a été utilisé pour la validation effectuée avec les données de la machine *Dorsey d'Hydro-Ontario* (voir paragraphe 3.7.1).

Concrètement, un ensemble d'essais à différents niveaux magnétiques ( $k$  essais) sont nécessaires pour identifier les fonctions  $K_{\mu d}$  et  $\Lambda$ .

La procédure est:

1.  $k=1$  sera l'essai d'un régime non saturé

- 1.1 trouver  $x_{md}^0$  et  $x_{mq}^0$ .

- 1.2  $\Lambda|_{k=1} = x_{md}^0 / x_{mq}^0$ ,

$$K_{\mu d}|_{k=1} = 1$$

- 1.3  $\left. \frac{\partial \Lambda}{\partial I_j} \right|_{k=1} = 0 \quad j = d, q,$

$$\left. \frac{dK_{\mu d}}{dI_{\mu d}} \right|_{k=1} = 0$$

2. pour  $k \geq 2$ ,

- 2.1 trouver  $x_{md}$  et  $x_{mq}$ .

- 2.2  $\Lambda|_k = x_{md} / x_{mq}$

$$K_{\mu d}|_k = x_{md}$$

- 2.3  $\left. \frac{dK_{\mu d}}{dI_{\mu d}} \right|_k = \frac{K_{\mu d}|_k - K_{\mu d}|_{k-1}}{I_{\mu d}|_k - I_{\mu d}|_{k-1}}$

3. interpoler (en minimisant une erreur) une fonction paire  $\Lambda$  en utilisant toutes les données précédentes; par exemple,

$$\Lambda = \Lambda(I_d, I_q) = 1 + \alpha_d I_d^{2m} + \alpha_q I_q^{2m} \quad (m=2,3,\dots)$$

4. mettre à jour les valeurs de  $\alpha_d$  et  $\alpha_q$ .

5. calculer le gradient de la surface interpolée:

$$\nabla \Lambda = \frac{\partial \Lambda}{\partial I_d} \bar{e}_d + \frac{\partial \Lambda}{\partial I_q} \bar{e}_q$$

6. substituer les valeurs du gradient de  $\Lambda$  pour construire les fonctions:

$$\frac{\partial I_{\mu d}}{\partial I_d} = \frac{I_d}{I_{\mu d}} \left[ 1 + \frac{1}{2} \frac{I_q^2}{K^2 I_d} \frac{\partial \Lambda}{\partial I_d} \right]$$

$$\frac{\partial I_{\mu d}}{\partial I_q} = \frac{I_q}{K^2 I_{\mu d}} \left[ \Lambda(I_d, I_q) + I_q \frac{\partial \Lambda}{\partial I_q} \right]$$

7. substituer les expressions analytiques pour construire le modèle:

$$\frac{d}{dt} \{\mathbf{i}\} = \mathbf{f}(\mathbf{i}, t) = \mathbf{A}(\mathbf{i}) \cdot \{\mathbf{i}\} + \mathbf{B}(\mathbf{i}) \cdot \{\mathbf{v}(t)\} \Big|_{K_{sd}, \Lambda}$$

8. si le domaine ( $D$ ) de fonctionnement recherché est couvert, on arrête la procédure, sinon, aller à l'étape 2.

Suite à nos travaux de recherche, nous savons que, d'une part, la convergence d'un tel algorithme est largement conditionnée par la qualité de l'estimation initiale, et d'autre part, la stabilité du modèle est sensible aux formes analytiques des fonctions de la saturation. Pour remédier à ce dernier point, les expressions analytiques employées doivent obéir à l'ensemble des contraintes citées dans l'annexe I.

Également, l'incrémentation (différence entre régimes permanents de deux essais consécutifs  $k$  et  $k+1$ ) doit se faire de manière à *éloigner* le régime permanent de chaque essai d'une manière graduelle et suffisamment lente de l'essai précédent. Ceci est pour garantir une stabilité durant la *construction* de la fonction caractéristique.

### 7.3. Identification d'un modèle à flux superposé

Le modèle à flux magnétisants superposés est construit avec,

1. les paramètres des circuits équivalents des axes  $-d$  et  $-q$ . Comme dans le cas du modèle à saillance variable, l'hypothèse que toutes les composantes, à l'exception des réactances magnétisantes, demeurent linéaires est retenue.
2. Les fonctions des flux propres de chaque axe;  $\phi_{dd} = \phi_{dd}(I_d)$  pour l'axe  $-d$  et  $\phi_{qq} = \phi_{qq}(I_q)$  pour l'axe  $-q$ . Ces fonctions sont univoques et identifiables directement par des essais sans effet de couplage entre axes, car le flux propre  $\phi_{ii}$  est, par définition, natif d'une pure alimentation par le courant  $I_i$ .
3. Les fonctions des flux croisés  $\phi_{dq} = \phi_{dq}(I_d, I_q)$  et  $\phi_{qd} = \phi_{qd}(I_d, I_q)$ . La fonction  $\phi_{ij}$  est définie comme la part du flux de l'axe  $i$  qu'il faut ajouter (ou enlever) au flux propre  $\phi_{ii}$  pour obtenir le flux total  $\phi_i$ . Ce dernier est issu d'une combinaison d'alimentation par les courants  $I_d$  et  $I_q$ .

Nous pouvons désigner la première partie (paramètre des circuits équivalents) comme étant la partie qui regroupe les termes linéaires, tandis que les deuxième et troisième parties expriment les relations non linéaires qui apparaissent avec la manifestation de la saturation.

### 7.3.1 Étape 1: identification des paramètres linéaires

Cette partie est identique à 7.2.1. À partir d'un essai temporel dans un régime magnétique linéaire, on détermine:

- l'ordre minimal du système ( $nd$  et  $nq$ );
- la réactance et la résistance ( $x_i, r_i$ ) de chaque enroulement amortisseur ( $i = D_1, \dots, D_{nd}, Q_1, \dots, Q_{nq}$ );
- la réactance de fuite et la résistance du rotor ( $x_f, r_f$ );
- la réactance de fuite et la résistance du stator ( $x_a, r_a$ );
- les réactances  $x_{\text{qf}}$  qui présentent les fuites stator/rotor dans l'axe  $-d$  [Canay];
- les réactances magnétisantes  $x_{md}^0$  et  $x_{mq}^0$

Tous ces paramètres seront considérés par la suite comme constants. On note que cette étape correspond à:

$$\phi_d = \phi_{dd} = x_{md}^0 \cdot I_d \quad \phi_{dq}(I_d, I_q) = 0$$

$$\phi_q = \phi_{qq} = x_{mq}^0 \cdot I_q \quad \phi_{qd}(I_d, I_q) = 0$$

### 7.3.2 Étape 2: Construction et validation du système linéaire

On assume toutes les valeurs trouvées dans l'étape précédente comme constantes. On construit le système différentiel en substituant les réactances magnétisantes linéaires et les fonctions des flux croisés comme ayant une valeur nulle.

$$\frac{d}{dt} \{i\} = \mathbf{A} \cdot \{i\} + \mathbf{B} \cdot \{v(t)\} \Big|_{x_{md}^0, x_{mq}^0, \phi_{dq}, \phi_{qd} = 0}$$

### 7.3.3 Étape 3: Introduction de la saturation propre de chaque axe

Pour pouvoir inclure l'effet de la saturation propre à chaque axe, nous avons besoin, des deux courbes flux-courant. La première est la courbe qui nous donne la variation du flux de l'axe  $-d$  en fonction d'une alimentation unique dans le même axe (équation 5.3). Une telle courbe peut être facilement obtenue par l'essai à vide. La deuxième est la courbe de saturation de l'axe  $-q$ . Elle sera obtenue avec une configuration nous garantissant  $i_d \approx 0$ .

Le découplage parfait entre les axes est impératif. En effet, nous avons défini dans le chapitre 4, la partie dite "*propre*" comme une fonction univoque dépendante d'une seule variable moyennant une approche classique, c'est-à-dire une inductance<sup>1</sup> ou une réactance.

<sup>1</sup> Nous avons utilisé dans le chapitre 4 le formalisme  $L_{md, mq}$  à la place de  $x_{md, mq}^0$  pour différencier les deux modèles développés. L'utilisation d'un terme ou d'un autre, n'étant différente que par une constante, nous espérons que la lecture de ces lignes sera dépourvue de toute ambiguïté.

$$\phi_{dd} = x_{md}(I_d) \cdot I_d$$

$$\phi_{qq} = x_{mq}(I_q) \cdot I_q$$

Les fonctions non linéaires  $x_{md}(I_d)$  et  $x_{mq}(I_q)$  seront déterminées par les deux courbes classiques de saturation de chaque axe de la machine.

Concrètement, pour identifier ces deux dernières fonctions, on doit considérer les deux configurations suivantes:

$$x_{md}(I_d) = \left. \frac{\phi_d}{I_d} \right|_{I_q=0} \quad |I_d| \in [0, \approx 3-4 p.u.]$$

$$x_{mq}(I_q) = \left. \frac{\phi_q}{I_q} \right|_{I_d=0} \quad |I_q| \in [0, \approx 3-4 p.u.]$$

Le choix analytique pour exprimer ces courbes, ainsi que les contraintes physiques qui y sont rattachées sont des sujets traités dans l'annexe I.

#### 7.3.4 Étape 4: Introduction directe de l'effet croisé

L'identification du comportement du flux croisé nécessite une mesure du flux magnétisant (dans chaque axe) résultant d'une alimentation simultanée des deux axes. En effet, pour pouvoir identifier l'effet croisé, on doit retenir la configuration suivante:

$$|I_d| \in [0, \approx 3-4 p.u.] \quad \text{et} \quad |I_q| \in [0, \approx 3-4 p.u.]$$

Cette dernière est facile à obtenir par un calcul de champ magnétique moyennant une méthode numérique telle que les éléments finis ou les différences finies.

Si c'est le cas, la connaissance des valeurs  $(\phi_d, \phi_q)$  pour différentes combinaisons de courants électriques  $(i_d, i_q)$ , nous ramène directement à la construction des fonctions des flux croisés.

En effet, la composante du flux croisé n'est rien d'autre que le résidu entre le flux magnétisant réel et le flux magnétisant propre (identifié dans l'étape précédente). C'est-à-dire,

$$\phi_{ij} = \phi_{ii} - x_{mi} \cdot i_i \quad i, j = d, q$$

Une fois les données  $\phi_{dq}$  et  $\phi_{qd}$  obtenues, leur insertion dans le système peut s'effectuer en utilisant des interpolations linéaires à partir d'un tableau de données, ou encore en les substituant par des modèles analytiques respectant les contraintes physiques mentionnées dans le chapitre 6. Nous référons aussi le lecteur à l'annexe I

À ce stade, l'identification du modèle est pratiquement terminée, et la construction du modèle également.

$$\frac{d}{dt} \{\mathbf{i}\} = \mathbf{f}(\mathbf{i}, t) = \mathbf{A}(\mathbf{i}) \cdot \{\mathbf{i}\} + \mathbf{B}(\mathbf{i}) \cdot \{\mathbf{v}(t)\}$$

### 7.3.5 Construction itérative des composantes croisées

Nous abordons, dans ce paragraphe, le cas où l'identification des fonctions de saturation propre a déjà été effectuée à partir d'essais standards ou encore à partir de simulations numériques. Bref, les fonctions  $x_{md}(I_d)$  et  $x_{mq}(I_q)$  sont considérées comme parfaitement connues dans tout le domaine de fonctionnement ( $D$ ), et seulement les termes de saturation croisée restent à identifier. Les composantes linéaires des circuits équivalents sont connues par l'étape 1.

La procédure proposée est:

1.  $k=1$  sera l'essai d'un régime non saturé (linéaire),

1.1 trouver  $x_{md}^0$  et  $x_{mq}^0$ ,

1.2  $\phi_{dq}(I_d, I_q) = \phi_{qd}(I_d, I_q) = 0$

1.3  $\left. \frac{\partial \phi_{ij}}{\partial I_j} \right|_{k=1} = 0 \quad i, j = d, q$

2. pour  $k \geq 2$ ,

2.1 trouver les valeurs  $\phi_d$  et  $\phi_q$  d'un régime stationnaire,

2.2 à partir des valeurs de  $(I_d, I_q)|_k$ , trouver  $x_{md}$  et  $x_{mq}$ ,

2.3  $\phi_{ij} = \phi_{ii} - x_{mi} \cdot i, \quad i, j = d, q$

2.4  $\left. \frac{\partial \phi_{ij}}{\partial I_l} \right|_k = \frac{\phi_{ijl} - \phi_{ijl-1}}{I_{il} - I_{il-1}} \quad i, j, k = d, q \quad i \neq j$

3. interpoler (par des moindres carrés) deux fonctions  $\phi_{dq}$  et  $\phi_{qd}$  en utilisant toutes les données précédentes et mettre à jour les valeurs des constantes; par exemple,

$$\phi_{dq}(I_d, I_q) = \alpha_1 I_d + \dots + \alpha_n I_d^n + \gamma_1' I_d \cdot I_q + \dots + \alpha_q I_q^{2m} + \beta_1 I_q + \dots + \beta_n I_q^n$$

$$\phi_{qd}(I_d, I_q) = \alpha_1' I_d + \dots + \alpha_n' I_d^n + \gamma_1 I_d \cdot I_q + \dots + \alpha_q' I_q^{2m} + \beta_1' I_q + \dots + \beta_n' I_q^n$$

4. calculer les gradients des surfaces interpolées:

$$\nabla \phi_{dq} = \frac{\partial \phi_{dq}}{\partial I_d} \bar{e}_d + \frac{\partial \phi_{dq}}{\partial I_q} \bar{e}_q \quad \nabla \phi_{qd} = \frac{\partial \phi_{qd}}{\partial I_d} \bar{e}_d + \frac{\partial \phi_{qd}}{\partial I_q} \bar{e}_q$$

5. substituer les valeurs des gradients pour construire les fonctions :

$$M_{md}(I_d, I_q) = x_{md}(I_d) + I_d \cdot \frac{dx_{md}(I_d)}{dI_d} + \frac{\partial \phi_{dq}}{\partial I_d}$$

$$M_{mq}(I_d, I_q) = x_{mq}(I_q) + I_q \cdot \frac{dx_{mq}(I_q)}{dI_q} + \frac{\partial \phi_{qd}}{\partial I_q}$$

$$M_{mdq}(I_d, I_q) = \frac{\partial \phi_{dq}}{\partial I_q}$$

$$M_{mqd}(I_d, I_q) = \frac{\partial \phi_{qd}}{\partial I_d}$$

6. substituer les expressions analytiques pour construire le modèle

$$\frac{d}{dt} \{\mathbf{i}\} = \mathbf{f}(\mathbf{i}, t) = \mathbf{A}(\mathbf{i}) \cdot \{\mathbf{i}\} + \mathbf{B}(\mathbf{i}) \cdot \{\mathbf{v}(t)\} \Big|_{k, \mu, \Lambda}$$

7. si le domaine ( $D$ ) de fonctionnement recherché est couvert, on arrête la procédure.

8. sinon, aller à l'étape 2.

Malheureusement, les contraintes temporelles et logistiques nous ont empêché de procéder à la validation de cet algorithme. Nous avançons, prudemment, que la convergence dépendra fortement de la qualité de l'estimation initiale des paramètres linéaires des circuits, de la connaissance des fonctions  $x_{md}(I_d)$  et  $x_{mq}(I_q)$  ainsi que du pas choisi pour l'incrémentation de la procédure (différence du régime permanent entre deux essais consécutifs  $k$  et  $k+1$ ).

### 7.3.6 Construction itérative des composantes propres et croisées

Dans ce cas, nous considérons qu'en plus des fonctions des flux croisés, les fonctions  $x_{md}(I_d)$  et  $x_{mq}(I_q)$  sont à identifier dans le domaine de fonctionnement ( $D$ ). Les composantes linéaires des circuits équivalents sont connues.

La procédure proposée est:

1.  $k=1$  sera l'essai d'un régime non saturé,

1.1 trouver  $x_{md}^0$  et  $x_{mq}^0$ ,

1.2  $x_{md}(I_d) = x_{md}^0$                        $x_{mq}(I_q) = x_{mq}^0$

1.3  $\phi_{dq}(I_d, I_q) = \phi_{qd}(I_d, I_q) = 0$

1.4  $\left. \frac{\partial \phi_{ij}}{\partial I_j} \right|_{k=1} = 0$        $i, j = d, q$

2. pour  $k \geq 2$ ,

2.1 trouver les valeurs  $\phi_d$  et  $\phi_q$  d'un régime stationnaire,

2.2 identifier les valeurs de  $x_{md}$  et  $x_{mq}$ ,

$$2.3 \quad \phi_{ij} = \phi_{ii} - x_{mi} \cdot i_j \quad i, j = d, q$$

$$2.4 \quad \left. \frac{\partial \phi_{ij}}{\partial I_l} \right|_k = \frac{\phi_{ijk} - \phi_{ijk-1}}{I_{lk} - I_{lk-1}} \quad i, j, k = d, q \quad i \neq j$$

3.

3.1 si  $i_d \approx 0$ , interpoler la fonction  $x_{mq}$  en utilisant toutes les données précédentes, par exemple (voir annexe I),

$$x_{mi} = \frac{a_0 + a_1 I_i + \dots + a_n I_i^n}{1 + b_1 I_i + \dots + b_m I_i^m}$$

3.2 si  $i_q \approx 0$ , interpoler la fonction  $x_{md}$  (idem à 3.1),

3.3 si  $\phi_{ij} \geq 0.15\phi_{ii}$  ( $i, j = d, q$ ), alors  $\phi_{ij} = 0$  ( $i, j = d, q$ ), aller à 2.3,

4. Si  $i_d \geq 0.5$  p.u. et  $i_q \geq 0.5$  p.u., interpoler (par des moindres carrés) deux fonctions  $\phi_{dq}$  et  $\phi_{qd}$  en utilisant toutes les données précédentes et mettre à jour les valeurs de constantes; par exemple,

$$\phi_{dq}(I_d, I_q) = \alpha_1 I_d + \dots + \alpha_n I_d^n + \gamma_1 I_d \cdot I_q + \dots + \alpha_q I_q^{2m} + \beta_1 I_q + \dots + \beta_n I_q^n$$

$$\phi_{qd}(I_d, I_q) = \alpha'_1 I_d + \dots + \alpha'_n I_d^n + \gamma'_1 I_d \cdot I_q + \dots + \alpha'_q I_q^{2m} + \beta'_1 I_q + \dots + \beta'_n I_q^n$$

5. calculer les gradients des surfaces interpolées:

$$\nabla \phi_{dq} = \frac{\partial \phi_{dq}}{\partial I_d} \bar{e}_d + \frac{\partial \phi_{dq}}{\partial I_q} \bar{e}_q \quad \nabla \phi_{qd} = \frac{\partial \phi_{qd}}{\partial I_d} \bar{e}_d + \frac{\partial \phi_{qd}}{\partial I_q} \bar{e}_q$$

6. substituer les valeurs des gradients pour construire les fonctions :

$$M_{md}(I_d, I_q) = L_{dd}(I_d) + I_d \cdot \frac{dL_{dd}(I_d)}{dI_d} + \frac{\partial \phi_{dq}}{\partial I_d}$$

$$M_{mq}(I_d, I_q) = L_{qq}(I_q) + I_q \cdot \frac{dL_{qq}(I_q)}{dI_q} + \frac{\partial \phi_{qd}}{\partial I_q}$$

$$M_{mdq}(I_d, I_q) = \frac{\partial \phi_{dq}}{\partial I_q}$$

$$M_{mqd}(I_d, I_q) = \frac{\partial \phi_{qd}}{\partial I_d}$$

7. substituer les expressions analytiques pour construire le modèle

$$\frac{d}{dt}\{\mathbf{i}\} = \mathbf{f}(\mathbf{i}, t) = \mathbf{A}(\mathbf{i}) \cdot \{\mathbf{i}\} + \mathbf{B}(\mathbf{i}) \cdot \{\mathbf{v}(t)\} \Big|_{x_{sat}, x_{mag}, \phi, \dots}$$

8. si le domaine ( $D$ ) de fonctionnement recherché est couvert, on arrête la procédure.

9. sinon, aller à l'étape 2.

Bien que proposé, nous pensons qu'un tel algorithme n'est pratiquement pas exploitable sans l'ajout d'une multitude de contraintes. Le nombre d'inconnues à identifier est relativement grand, ce qui peut entraîner une instabilité et une convergence, à tout le moins, hasardeuse. Ceci dit, nous privilégions l'approche expliquée dans le paragraphe 7.3.4. Cette dernière a été utilisée durant la validation du modèle à flux superposés, telle que présentée au chapitre 4.

## 7.4. Conclusion

La brève présentation faite ici des algorithmes et stratégies d'identification ne se veut ni complète ni rigoureuse; elle veut surtout résumer et montrer comment les modèles de saturation proposés dans cette thèse s'appêtent à l'identification. Elle satisfait par là, une des contraintes impératives que nous posons en introduction.

# CHAPITRE 8

## CONCLUSION GÉNÉRALE

*Une théorie sera valable si elle satisfait aux deux conditions suivantes: décrire avec exactitude une vaste catégorie d'observations sur la base d'un modèle qui ne contient que quelques éléments arbitraires, et faire des prédictions précises concernant les résultats d'observations futures.*

STEPHEN HAWKING

### 8.1. Apports

Le but visé de notre recherche était de trouver un nouveau modèle pour simuler le comportement dynamique d'une machine synchrone en incluant les effets de la saturation magnétique afin d'obtenir un modèle plus efficient et, par conséquent, susceptible de présenter des avantages décisifs lui permettant d'être introduit dans des applications industrielles futures [2.22,38]

Dans la présente thèse, nous avons développé, tout en gardant le formalisme usuel de la transformée de *Park*, un modèle mathématique original pour une machine synchrone arbitraire. Ce modèle que nous avons désigné, pour des motifs que nous croyons fort raisonnables, comme "général", a été élaboré à partir des équations fondamentales de la physique, en essayant de retenir, durant les diverses phases du développement, un nombre minimal d'hypothèses simplificatrices.

À notre avis, cette stratégie était justifiée par deux raisons. La première était notre ambition de retracer théoriquement le phénomène de la saturation croisée en s'appuyant sur les équations fondamentales du fonctionnement de la machine électrique. La deuxième raison était notre volonté d'écarter, dans la mesure du possible, toute approche *ad hoc* de la saturation. Pratiquement, nous nous sommes fixés comme objectif, d'éviter toute insertion artificielle dans un modèle de saturation déjà existant. De telles approches présentaient, comme nous l'avons démontré au chapitre 5, le risque d'aboutir sur un modèle physiquement non consistant, et par conséquent, instable. En effet, nous avons démontré que plusieurs modèles de saturation primitifs sont limités pour des applications restreintes, et doivent être rejetés pour les applications généralisées, car ils présentent des incohérences physiques.

C'est ainsi que nous étions dans l'obligation de refaire le développement théorique de base que nous avons jugé essentiel pour la mise au point de notre modèle et pour la compréhension du phénomène de la saturation croisée.

Malgré les lacunes théoriques et les faiblesses apparentes d'un modèle exprimé dans le repère orthogonal  $-odq$ , nous avons quand même adopté son utilisation comme maquette principale pour le développement du modèle. Un tel choix est justifié par la commodité de l'usage, l'interprétation physique intelligible et surtout pour des raisons purement pratiques.

Cette analyse nous a conduit, au fur et à mesure de la progression du développement, à un ensemble de conclusions décisives pour la construction du nouveau modèle et une des plus importantes est la preuve théorique de l'existence du phénomène de la saturation croisée. Les relations mathématiques que nous avons obtenues (voir chapitre 3), ont démontré que ce dernier phénomène est conditionné par la manifestation de la saturation et qu'il doit avoir un effet démagnétisant. Nous avons validé ce résultat spécifique par des simulations numériques, sans pouvoir toutefois le confirmer expérimentalement à cause de contraintes d'ordre logistique. Néanmoins, des investigations récentes effectuées sur des cas réels par d'autres chercheurs [26,27,28,65,101], nous permettent de croire que l'approbation expérimentale obtenue va exactement dans le même sens que nos conclusions.

Par la suite, nous nous sommes lancés dans l'élaboration d'un modèle général de saturation en utilisant une représentation par des circuits électriques équivalents. Ce genre de structures a fait l'objet d'une multitude de travaux de recherche [5,11,35,44,47,90], et il semble présenter, à notre avis, l'outil idéal pour concevoir le modèle non linéaire recherché.

Pratiquement, et à partir de quelques hypothèses de travail que nous avons jugées légitimes, nous nous sommes penchés sur la question principale qui consiste à insérer les phénomènes non linéaires dus à la saturation du circuit magnétique dans le modèle mathématique des circuits équivalents généralisés. Au cours de ces développements, nous avons tenté deux stratégies.

1) La première stratégie a abouti à un modèle qui n'est rien d'autre qu'une sorte d'extension du modèle de *Potier*. Nous avons baptisé le résultat "modèle à saillance variable" (chapitre 4). Faisant suite à une idée originale apparue dans les travaux de *DeJager et al*[18,19], qui ont introduit une transformée qui ramène la machine à pôles saillants vers une machine virtuelle qui est parfaitement isotropique, nous avons imaginé une extension de la transformée qui a mené, après manipulations mathématiques, à un nouveau modèle.

Bien que l'idée originale d'une telle transformation trouve ses origines dans d'autres travaux de recherche, nous savons, après investigations, que des modèles issus de ces travaux, malgré leur utilité pour prédire les régimes permanents, souffraient d'une instabilité et d'une incapacité à reproduire les multiples régimes de fonctionnement.

Notre contribution majeure a été d'accroître la portée de l'idée de base en définissant une nouvelle transformée. Celle-ci offre une rigueur physique et une flexibilité d'application qui permet de simuler, avec une excellente stabilité, tous les types de fonctionnement de la machine avec une prédiction améliorée.

Ainsi, le modèle obtenu, malgré un alourdissement des exigences de calculs, présente un formalisme simple et procure des résultats avantageux pour la simulation de la saturation dans les machines synchrones.

Une conséquence pratique du modèle est la continuité de l'utilisation d'un facteur de saturation  $K_s$ , largement connu et familier aux chercheurs et aux industriels. D'autre part, la détermination de la nouvelle transformée débouche sur la définition d'une fonction caractéristique extrêmement riche en informations et capable de décrire la morphologie du circuit magnétique de chaque machine.

En effet, nous avons défini, une nouvelle fonction que nous avons baptisé "*fonction caractéristique  $\Lambda$* ". Cette dernière n'est rien d'autre que le reflet de la variation de saillance magnétique de la machine synchrone en fonction des forces magnétomotrices. Nous croyons qu'elle présente des avantages pour traduire le comportement de la machine en régime saturé en fonction de la morphologie interne des circuits magnétiques propres à chaque machine.

Par la suite, le modèle a été sondé théoriquement et nous avons prouvé qu'il est physiquement consistant et que sa stabilité est assurée pour les régimes transitoires. Nous avons également effectué une validation numérique de la capacité de prédiction du modèle, et nous avons tenté de pousser l'analyse en effectuant une exploitation numérique qui nous a confirmé la justesse de nos hypothèses de travail.

Ceci dit, nous croyons que le plus grand défi pour l'application industrielle de ce modèle est l'identification des paramètres de la saturation. Le point crucial d'une telle identification est la connaissance nécessaire de la fonction caractéristique  $\Lambda$  pour couvrir tout le domaine de fonctionnement de la machine. La possession de cette dernière ainsi que les données de la courbe de saturation à vide nous permettrait d'identifier directement la fonction de saturation  $K_s$ . Une fois les deux fonctions de saturation connues, l'identification des paramètres des composantes linéaires peut être effectuée selon les algorithmes usuels de la théorie d'identification des machines électriques [46,47,51].

Pour réaliser ceci, nous avons envisagé deux approches. La première est la plus directe et demeure, selon ce que notre expérience nous a dicté, la plus simple: la simulation des circuits magnétiques par les méthodes numériques (éléments finis). Évidemment, pour une confiance à toute épreuve, une telle approche ne peut être généralisée pour utilisation industrielle sans une validation expérimentale complète.

La deuxième approche est de modéliser la fonction caractéristique de la saturation par une quelconque forme analytique dictée par le bon sens (polynôme, spline cubique, etc.), d'inclure les paramètres de cette dernière dans les paramètres structuraux à identifier, et finalement, de trouver la solution optimale qui minimise un ou plusieurs critères d'écart avec l'expérience tout en respectant les contraintes énergétiques mentionnées dans le chapitre 5.

Toutefois, cette dernière méthode représente deux inconvénients.

- Le premier est la robustesse toute relative de la méthode. En effet, pour assurer une convergence rapide vers une solution stable, il est nécessaire de lancer le processus d'identification avec une bonne estimation initiale des deux fonctions de saturation  $K_{\mu d}$  et  $\Lambda$ .
- Le deuxième est la nécessité d'employer un ensemble de données expérimentales représentatif du fonctionnement de la machine. Par représentatif, nous désignons les points de fonctionnement et les essais qui couvrent l'éventail complet du régime magnétique spécifique à la machine étudiée. Ceci n'est, malheureusement, pas disponible ou accessible dans tous les cas.

Nos travaux sur la centrale LG3 emploient une méthode similaire à la deuxième approche. En effet, l'hypothèse de la linéarité de l'axe  $-q$  réduit la fonction caractéristique à une valeur constante égale à l'unité, et le facteur de saturation  $K_{\mu d}$  sera identique au facteur de saturation classique  $K_s$ , dont l'identification a été effectuée à partir de l'essai de circuit ouvert.

2) La deuxième stratégie de modélisation (chapitre 5) a abouti à une autre formulation que nous avons baptisé "modèle à flux magnétisants superposés". Le concept de ce modèle nous a été directement inspiré par nos investigations numériques effectuées durant la validation du premier modèle.

Concrètement, nous avons incorporé les phénomènes non linéaires de la saturation moyennant une simple décomposition des flux magnétisants en deux parties. Une partie "*propre*" à chaque axe et issue d'une alimentation unique dans l'axe en question, et d'une deuxième dite "*croisée*" issue d'une alimentation combinée dans les deux axes de la machine. Cette dernière est presque nulle dans le régime linéaire et elle commence à manifester ses effets quand la machine fonctionne dans un régime saturé.

Les conséquences d'une telle modélisation sont la simplicité et la transparence du formalisme qui a été construit, d'une façon similaire à l'approche du premier modèle, à partir d'une modélisation par circuits équivalents généralisés. Également, le modèle incorpore l'utilisation directe des courbes de saturation classiques (axe  $-d$  et axe  $-q$ ). Ceci présente, à notre avis, un avantage pratique pour l'exploitation du modèle.

Toutefois, la décomposition des flux magnétiques en deux composantes crée une nouvelle classe de fonctions: les fonctions des flux croisés  $\phi_{dq}$  et  $\phi_{qd}$ . Celles-ci sont exprimées dans un espace tridimensionnel et leur connaissance est impérative à l'utilisation du modèle.

L'identification de ces fonctions peut s'effectuer soit par simulation numérique, soit par une batterie d'essais nous permettant de couvrir le domaine du fonctionnement.

Durant nos travaux nous avons pu identifier ces fonctions en utilisant la première méthode seulement (chapitre 4). Les tentatives que nous avons effectuées pour identifier les fonctions expérimentalement, ont, malheureusement, échoué pour des raisons que nous avons exprimées dans l'annexe II.

Finalement, en suivant la même procédure utilisée durant la validation du premier modèle, nous avons sondé le modèle pour valider sa cohérence physique et sa stabilité numérique. Nous avons démontré, également, son efficacité dans la prédiction du comportement de la machine.

Au-delà du fait que nous n'avons pas pu procéder à une batterie de tests complète sur une seule machine et que notre validation était fragmentaire, nous croyons que notre recherche débouche sur deux modèles originaux pour les machines synchrones. Chacun de ces modèles est général, cohérent et efficient. Ils sont généraux parce que le formalisme adopté et la maquette choisie pour le bâtir peuvent s'adapter à tous les types des machines existantes. Ils sont cohérents parce qu'ils respectent les contraintes d'équilibre énergétique ce qui leur assure une stabilité numérique et une capacité de reproduire les multitudes de types de fonctionnement. Finalement, ils sont efficientes parce qu'ils accroissent, dans des proportions considérables, la précision sur la prédiction du fonctionnement des machines synchrones.

## 8.2. Perspectives

Il est malheureux que les contraintes logistiques et les nécessités académiques et professionnelles nous aient obligé à mettre un terme à notre recherche et à produire un rapport. C'est pourquoi il nous semble pertinent d'indiquer au lecteur ce que nous dicte notre expérience sur le sujet de la modélisation des machines synchrones.

1) Partant de l'idée que nos travaux de recherche ne s'inscrivaient pas dans le domaine *l'art pour l'art*, et que nous cherchions particulièrement des modèles caractérisés par leur simplicité et leur efficacité, et qui représentent un potentiel permettant leur exploitation industrielle, nous croyons qu'une modélisation plus directe des composantes physiques peut présenter une avenue intéressante.

En effet, nous croyons que les modèles mathématiques des machines saturées qui sont dérivés, d'une manière ou d'une autre, à partir d'un formalisme basé sur la transformée de *Park*, sont à la limite de leurs capacités. Car, et au risque de contredire un usage bien enraciné dans les méthodes usuelles, la partie qui présentait les plus grandes difficultés rencontrées durant notre développement théorique était, sans contredit, *l'extension* des méthodes, procédures et définitions issues du domaine linéaire (inductance, transformation linéaire, constante de temps, etc.) vers un domaine que nous savons pertinemment non linéaire.

À titre d'exemple, le maintien de l'usage de la "définition" de l'inductance magnétique aboutit à un formalisme beaucoup plus lourd à comparer avec celui qui dérive de l'utilisation d'une relation fonctionnelle directe du type  $\phi=f(I)$ . Une comparaison entre les termes du modèle à saillance variable et les termes du modèle à flux magnétiques superposés justifie notre commentaire.

Concrètement, c'est au prix de multiples simplifications et d'hypothèses que nous avons abouti à un modèle que nous avons corrigé par la suite par des termes pseudo-empiriques afin de reproduire les résultats expérimentaux.

Il est évident qu'une telle approche demeure avantageuse, car elle est issue de la méthode scientifique et, par-dessus tout, elle représente une méthode pratique pour solutionner le problème. Ceci dit, nous croyons que l'évolution fantastique des calculateurs nous permet de passer outre de telles simplifications. Pratiquement, nous pensons qu'une modélisation directe, sans passage par la transformée de *Park*, offrira plus d'avantages que d'inconvénients.

En effet, dans le domaine non linéaire, il est indéniablement plus facile et plus économique de considérer l'étude de la machine d'un point de vue de la théorie des systèmes dynamiques moyennant des relations fonctionnelles directes entre flux et courant. Le tout, évidemment, en utilisant les variables physiques et mesurables de la machine.

De telles approches, sont à la base des nouvelles percées dans la modélisation de la saturation. Citons à titre d'exemple, les modélisations par réseaux neuroniques dont les derniers résultats semblent très prometteurs [13,23,50].

2) Quant à la modélisation par éléments finis, elle demeure un atout majeur et extrêmement séduisant pour le concepteur des machines. Toutefois, les contraintes logistiques et temporelles rattachées à l'utilisation de tels systèmes pour la simulation des régimes dynamiques demeurent,

malgré les grands progrès accomplis durant les deux dernières décennies, lourdes et onéreuses en termes de temps de calculs.

Ce dernier point, limite l'utilisation actuelle de la modélisation par la méthode des éléments finis à des fins d'exploration, d'identification, de vérification et de validation. Ceci dit, le futur demeure le seul à nous confirmer cette perspective.

3) Dans le domaine de l'identification de la machine synchrone, nombre de questions fondamentales demeurent en suspend et attendent d'autres chercheurs qui désirent les explorer.

La première est notre hypothèse de considérer que le modèle de la machine saturée et le modèle de la machine non saturée (linéaire) garderont le même ordre optimal.

Puisque l'ordre est justement, "optimal", qu'est-ce qui garantit qu'une identification dans un domaine de travail se situant à environ 0.25 p.u. nous donnera le même ordre optimal suite à une identification dans un domaine se situant à 1.1 p.u.? Cette question mérite réflexion et approfondissement.

Une deuxième interrogation est notre incertitude, toute relative, quant à la stratégie qu'il faut adopter pour identifier les paramètres structuraux de la machine saturée. Nos travaux sur la centrale LG3 nous ont appris que de tels problèmes peuvent être sérieux. Pour résumer, nous allons distinguer les deux avenues que nous avons étudiées.

- Le premier exercice consistait à effectuer l'identification, dans un domaine assurément linéaire, de tous les paramètres structuraux des circuits, d'identifier les courbes et les fonctions de saturation par la méthode des éléments finis, et finalement, d'introduire ces dernières dans le modèle. Une dernière identification des paramètres linéaires des circuits peut s'avérer nécessaire pour un raffinement. Évidemment, une validation finale est impérative à tout usage du modèle.

Cette stratégie s'est avérée possible et fiable [75]. Par contre, elle impose que l'identification des paramètres de la saturation soit connue par des méthodes autres.

- Le deuxième exercice était de tenter l'identification, dans un domaine non linéaire, de tous les paramètres de la machine incluant ceux de la saturation. C'est-à-dire, en plus des composantes constantes des circuits, chaque fonction de saturation sera modélisée par une forme analytique arbitraire dont les paramètres seront ajoutés dans le vecteur inconnu du système.

Nos tentatives pour mettre en application cette stratégie se sont heurtées à des difficultés techniques dues à une instabilité numérique. Était-ce à cause d'un problème d'unicité de solutions ou d'un problème numérique? Nous ne saurions dire.

Les contraintes temporelles nous ont obligé à suspendre le développement de cette procédure, même si nous croyons que celle-ci présente l'avantage d'être indépendante des méthodes numériques (éléments finis ou différences finies).

Laquelle des deux procédures faut-il privilégier? La réponse est loin d'être évidente. Nous craignons qu'elle soit multiple en fonction du type de la machine modélisée (turbo-générateur ou alternateur hydraulique).

4) Bien que les modèles trouvés aient été qualifiés de simples, il sera intéressant de sonder la structure matricielle du problème à la recherche des algorithmes optimaux permettant l'intégration des équations par les moyens les plus rapides. Cette optimisation de temps de calcul est primordiale pour permettre au modèle une implantation efficace pour l'usage industriel.

Rappelons au lecteur que nous avons démontré la symétrie de la matrice  $X$  (termes dynamiques), et ceci peu importe le modèle utilisé. Ce dernier résultat doit être exploité dans le développement de cet algorithme.

### 8.3. Épilogue

À la fin de cette thèse, le lecteur remarquera que certaines questions demeurent ouvertes, et que bon nombre de méthodes que nous avons employées nécessitent d'autres explorations et d'autres validations.

Par exemple, est-ce que nos conclusions demeurent valables pour les différents types de machines? Est-ce que la procédure de modélisation et d'identification peut être exploitée pour les machines à courant continu ou les machines asynchrones? Est-ce que l'augmentation des exigences du calcul est critique au point de restreindre sérieusement l'implantation de tels modèles pour l'usage industriel? Est-ce que le résultat sera justifiable économiquement?

Malheureusement, nous ne connaissons pas les réponses scientifiques et exactes à de telles questions, bien que celles-ci soient tout à fait légitimes, logiques et nécessaires!

Très conscient que notre recherche est une petite partie d'un ensemble général, nous croyons que nous avons accompli une tâche, et que beaucoup de travaux sont encore nécessaires avant d'arriver à découvrir *Le Modèle* pour les machines électriques.

Nous espérons que notre thèse a contribué à répondre à une partie de notre but initial, car, si on en croit le mot du début de J. VON NEUMANN, une recherche scientifique est-elle jamais terminée?

Québec, le 15 mai 1998

# ANNEXE I

## MODÈLES ANALYTIQUES DES COURBES DE SATURATION

Bien que le problème de trouver la meilleure courbe analytique pour un ensemble de points expérimentaux semble évident et bien connu, notre expérience nous dicte le contraire. En effet, suite à nos travaux de recherche, nous avons constaté qu'un choix arbitraire d'une forme analytique quelconque pour une relation entre le flux et le courant, ou encore d'un facteur de saturation, peut induire des phénomènes d'instabilité numérique. Une certaine rigueur mathématique dans le choix de ces formes analytiques est de mise afin d'éviter ces événements parasites.

### A.I.1. Modèle analytique d'une relation flux-courant

Examinons le cas général d'une relation flux-courant. Une fois que les courbes  $\phi_{d,dd}(I_d)$  et  $\phi_{q,qq}(I_q)$  sont relevées expérimentalement (ou numériquement par simulation), il faut les présenter dans les zones de fonctionnement au moyen de formules appropriées.

Une première approche consiste à introduire les courbes sous forme de tableaux de données, et les valeurs intermédiaires entre deux points de fonctionnement seront calculées par simple interpolation linéaire. Un grand nombre de données garantirait une bonne approximation.

Cette méthode bien que simple, facile à utiliser et peu coûteuse en terme de calculs (point très important pour les programmes de simulation en temps réel), cause des difficultés d'estimation aux points d'intersection de deux droites successives (discontinuité de la dérivée, donc discontinuité pour les réactances dynamiques) et, par conséquent, peut conduire à une instabilité des résultats lors des procédures itératives. Ce phénomène a été constaté à différentes occasions durant nos travaux de recherche.

Par conséquent, nous avons établi un ensemble complet de contraintes mathématiques applicables sur les fonctions analytiques de saturation. Ces dernières assurent une représentation adéquate de la saturation et une excellente stabilité numérique.

### A.I.1.1 Contraintes sur le modèle flux-courant

Différentes fonctions ont été proposées dans la littérature pour représenter analytiquement les courbes flux-courant. Pratiquement, et compte tenu de l'allure des courbes réelles, nous distinguons trois parties.

- I. Une partie linéaire pour des courants de faibles intensités, la pente de cette ligne exprimera l'inductance magnétisante linéaire.
- II. Une partie non linéaire pour des courants moyens.
- III. Une partie linéaire pour des courants de fortes valeurs, produisant l'effet d'une saturation presque complète et garantissant, du même coup, une petite pente positive.
- IV. Finalement, la relation flux - courant doit être une fonction impaire.

Notons que le comportement asymptotique des courbes est d'une importance capitale. En effet, sous différentes conditions de fonctionnement, il se peut que de grandes valeurs de courant soient atteintes (par exemple un essai de court-circuit). Une trop grande valeur du flux ou un fléchissement du comportement (changement de la pente) causera fatalement une instabilité numérique (une des valeurs propres de la matrice état aura indéniablement une partie réelle positive) ou une erreur grossière durant le régime transitoire à haut niveau magnétique.

Un regard rapide dans la littérature spécialisée [1,6,9,17,21,34,,57,60,67,70,79,95] nous indique, preuves à l'appui, qu'on peut utiliser une des formules mentionnées ci-dessous.

$$\phi(I) = \frac{a_1 I}{b_0 + b_1 I + b_2 I^2} \quad (A.I.1.)$$

$$\phi(I) = a_1 (1 - \exp(-I/b_1)) \quad (A.I.2.)$$

$$\phi(I) = a_1 (1 - \exp(-I/b_1)) + a_2 I \quad (A.I.3.)$$

$$\phi(I) = \frac{a_1 I + a_2 I^2 + \dots + a_n I^n}{1 + b_1 I + b_2 I^2 + \dots + b_n I^n} \quad (A.I.4.)$$

$$\phi(I) = \frac{a_0 + a_1 I + a_2 I^2 + \dots + a_n I^n}{1 + b_1 I + b_2 I^2 + \dots + b_n I^n} \cdot I \quad (A.I.5.)$$

D'autres formules analytiques utilisant des fonctions du type *arctan* ou même  $e^{-x^2}$  [41,95,96] peuvent être considérées.

L'identification des paramètres de chaque formule s'effectue selon une approche de minimisation de l'erreur quadratique tout en respectant les quatre contraintes mentionnées.

Pratiquement, nous avons privilégié l'équation (A.I.5) à cause de son comportement presque linéaire ( $a_0 \cdot I$ ) pour les faibles valeurs du courant et son comportement asymptotique (valeur constante de  $a_n/b_n$ ) pour la partie finale de la courbe.

## A.I.1.2 Exemples

### A.I.1.2.1 Exemple 1

Nous avons considéré pour l'exemple 1 une machine de laboratoire à pôles saillants avec les caractéristiques suivantes: 2.5 kW, 3 phases, 2 paires de pôles, connexion en Y, 50 Hz, 220 V, 6.5 A et  $I_f = 1.8$ A.

L'interpolation des données de simulation numérique nous donne les deux relations suivantes<sup>1</sup>:

$$\phi_{dd}(I_d) = \frac{0.033141}{1 + 0.0000012I_d + 0.000564I_d^2} \cdot I_d$$

$$\phi_{qq}(I_q) = \frac{0.01218}{1 + 0.0000005I_q + 0.000221I_q^2} \cdot I_q$$

La figure ci-dessous illustre les deux fonctions précédentes.

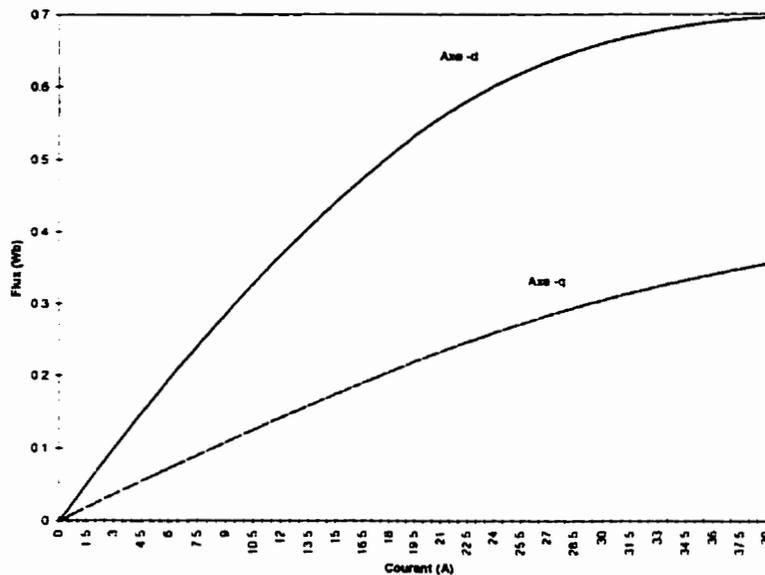


Figure A.I. 1 Représentation des relations flux-courant

### A.I.1.2.2 Exemple 2

Le deuxième exemple est la centrale LG3 d'Hydro-Québec (pour les caractéristiques de l'alternateur LG3, voir paragraphe suivant). Dans ce cas, la formule (A.I.5) a été retenue. Les résultats de l'optimisation des paramètres sont indiqués dans le tableau A.I.1 et la courbe est illustrée dans la figure A.I.2.

<sup>1</sup> Le deux relations sont valables pour un courant électrique positif. La généralisation s'effectue en considérant des valeurs absolues dans les formules qu'on multiplie par un simple détecteur de signe.

Tableau A.I.1: Paramètres de la fonction flux-courant de LG3 (axe -d)

$n$	2	$m$	3
$\alpha_0$	1.0000	$\beta_1$	0.6057
$\alpha_1$	-0.7234	$\beta_2$	0.2516
$\alpha_2$	0.4155	$\beta_3$	0.1455

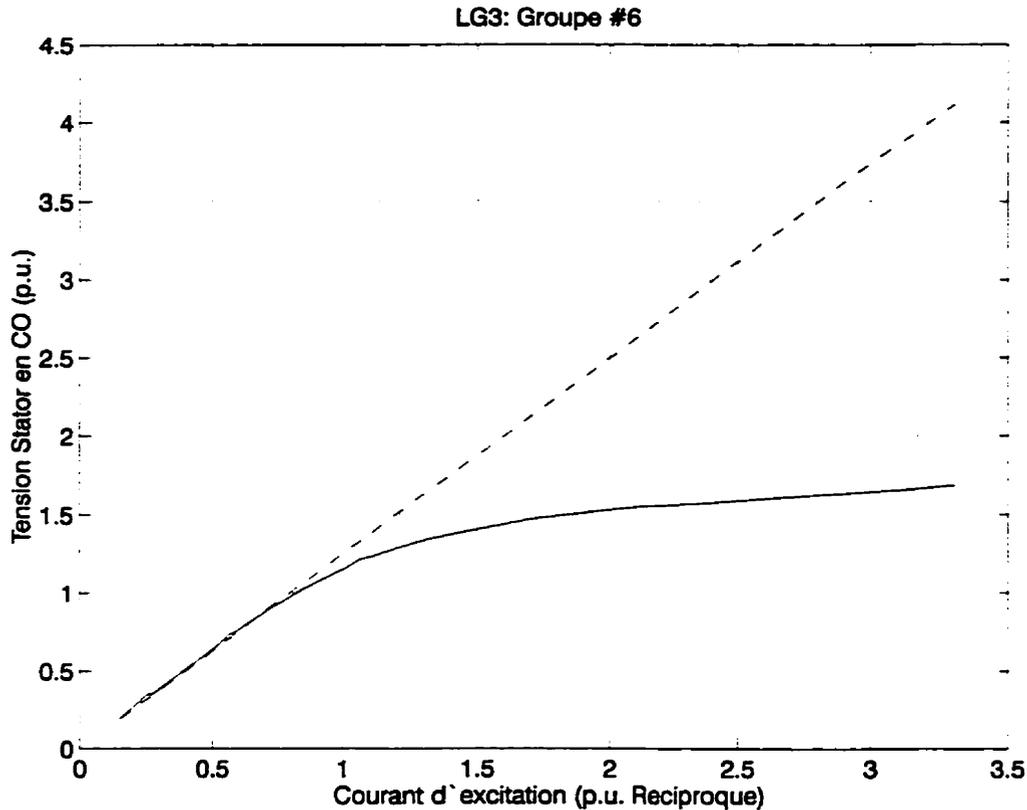


Figure A.I. 2. Flux (axe -d) en fonction du courant d'excitation (LG3)

### A.I.1.2.3 Exemple 3

Finalement, le dernier exemple est un modèle que nous avons utilisé avec succès dans [96]. Il s'agit d'une représentation du type:

$$\phi = x_{md}^0 [1 - \alpha_1 \cdot \text{erf}(\alpha_2 \cdot I)]$$

où  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  sont des constantes positives.

Bien que de telles équations offrent une excellente stabilité numérique, leur utilisation dans des programmes de simulation numérique est manifestement exigeante en terme de temps de calculs.

## A.I.2. Modèle analytique du facteur de saturation $K_s$

### A.I.2.1 Contrainte sur le facteur de saturation

Dans le cas de la fonction *facteur de saturation*  $K_s$ , les contraintes du modèle analytique peuvent être exprimées comme suit.

- I. À faible courant, la valeur du facteur de saturation doit être voisine de 1.
- II. À grande valeur de courant, il faut s'assurer que le facteur de saturation demeure positif et qu'il épousera un certain palier dont la pente correspondra à la courbe de magnétisation de l'air.
- III. La pente de la courbe doit toujours être négative.
- IV. Finalement,  $K_s$  doit être une fonction paire.

Là aussi, l'algorithme de régression non linéaire utilisé doit tenir compte, impérativement, de l'ensemble de ces contraintes. Pratiquement, nous avons privilégié le modèle suivant:

$$K_s = \frac{\alpha_0 + \alpha_1 I + \alpha_2 I^2 + \dots + \alpha_n I^n}{1 + \beta_1 I + \beta_2 I^2 + \dots + \beta_m I^m} \quad (A.I.6.)$$

pour l'allure presque stable, pour les faibles valeurs de courant et son comportement asymptotique pour les grandes valeurs.

Finalement, la troisième condition est respectée en imposant la contrainte suivante durant la procédure d'optimisation.

$$\frac{dK_s}{dI_d} \leq 0 \quad (A.I.7.)$$

### A.I.2.2 Exemples

Le modèle (A.I.6) a été validé sur l'alternateur de la centrale LG3. Les paramètres de la centrale sont indiqués dans le tableau A.I.2

Tableau A.I.2: Paramètres nominaux de la machine LG3

$V_n$ L-L	13.8 kV	Pôles	64
$S_n$	202 MW	$x_{du}$	1.104
$I_n$	8451 A	$x_{qu}$	0.62
RPM	112,5 tr/m	$I_{base}$	924 A

Le tableau A.I.3 résume les résultats obtenus par régression non linéaire. La figure A.I.3 montre la courbe analytique de la fonction  $K_s$  en comparaison avec les données expérimentales et la figure A.I.4 illustre la variation de la fonction  $\frac{dK_s}{dI_d}$ .

Tableau A.I.3: Paramètres de la fonction de saturation  $K_s$  (LG3)

$n$	2	$m$	3
$\alpha_0$	1.00000	$\beta_1$	0.605749
$\alpha_1$	-0.723416	$\beta_2$	0.251563
$\alpha_2$	0.415496	$\beta_3$	0.145479

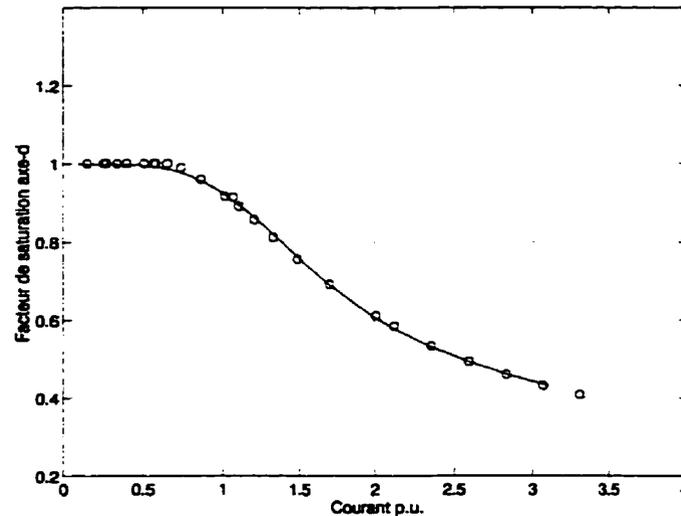
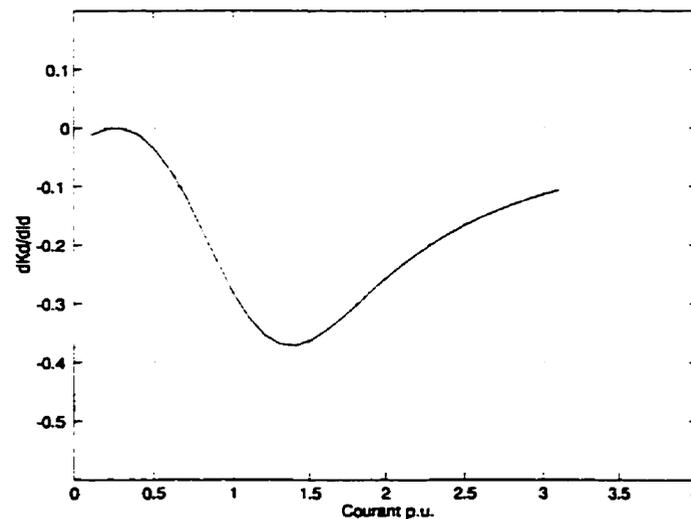


Figure A.I. 3. Facteur de saturation de la centrale LG3

Figure A.I. 4.  $dK_s/dI$  de la centrale LG3

Notons également que nous avons exploité d'autres formes analytiques pour représenter  $K_s$ . À titre d'exemple, nous avons utilisé avec succès dans nos travaux sur la centrale LG3 la forme suivante:

$$K_s = 1 - \alpha_1 \cdot \tan(\alpha_2 \cdot I + \alpha_3 I^3)$$

et dans [IEEE] nous avons démontré que la fonction:

$$K_s = 1 - \alpha_1 \cdot \operatorname{erf}(\alpha_2 \cdot I)$$

est parfaitement appropriée pour représenter scrupuleusement la fonction  $K_s$ .

## A.I.3. Modèle analytique de la fonction $\Lambda$

### A.I.3.1 Contraintes sur la fonction de saillance $\Lambda$

Dans le cas de la fonction de saillance  $\Lambda$ , les contraintes du modèle analytique peuvent être exprimées comme suit.

- I. À faible courant, la valeur de la fonction de saillance doit être voisine de 1.
- II. À grande valeur de courant, il faut s'assurer que la fonction de saillance demeure positive et qu'elle épousera un certain palier dont la pente correspondra à la courbe de magnétisation de l'air.

Pour satisfaire les trois contraintes précédentes, nous avons adopté, pour la fonction de saillance  $\Lambda$ , une forme polynomiale d'ordre arbitraire. L'ensemble des points considérés a été choisi d'une manière à bien couvrir le domaine du fonctionnement.

### A.I.3.2 Exemple

En considérant les données de la machine du laboratoire utilisée dans les simulations par éléments finis (voir chapitre 4), nous avons trouvé la forme suivante:

$$\Lambda = \Lambda(I_d, I_q) = 1 + \alpha_d^1 I_d + \alpha_q^1 I_q + \alpha_d^2 I_d^2 + \alpha_q^2 I_q^2 + \alpha_{dq} I_d \cdot I_q + \alpha_d^4 I_d^4$$

où les valeurs des constantes sont indiquées dans le tableau ci-dessous.

Tableau A.I.4: Paramètres de la fonction de saillance  $\Lambda$

$\alpha_d^1$	0.00433034	$\alpha_q^1$	-0.028417627
$\alpha_d^2$	0.00912150	$\alpha_q^2$	0.0002805614
$\alpha_{dq}$	-0.000042951	$\alpha_d^4$	0.0031966241

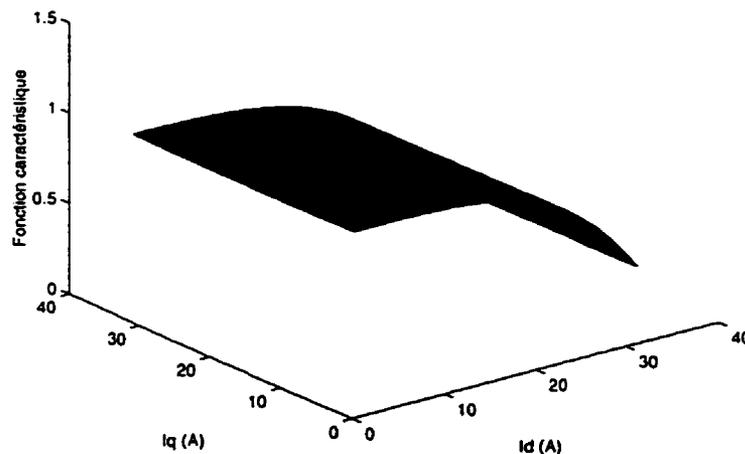


Figure A.I. 5 Fonction caractéristique  $\Lambda$

## A.I.4. Modèles analytiques des flux croisés $\phi_{dq}$ et $\phi_{qd}$

### A.I.4.1 Contraintes sur les flux croisés $\phi_{dq}$ et $\phi_{qd}$

Bien que l'exploitation du modèle du chapitre 4 (flux superposés) n'est pas hypothéquée nécessairement par l'existence de fonctions analytiques explicites des flux croisés ( $\phi_{dq}$  et  $\phi_{qd}$ ), car l'interpolation directe d'un tableau de données peut être envisageable, nous traitons le cas où les surfaces  $\phi_{dq}(I_d, I_q)$  et  $\phi_{qd}(I_d, I_q)$ , doivent être exprimées analytiquement.

Suite aux conclusions du chapitre 5, les contraintes mathématiques sur les surfaces sont:

$$I. \phi_{dq}(I_d, I_q = 0) = 0 \quad \text{et} \quad \phi_{qd}(I_d = 0, I_q) = 0 \quad (A.I.8.)$$

$$II. \frac{\partial \phi_{dq}}{\partial I_q} = \frac{\partial \phi_{qd}}{\partial I_d} \quad (A.I.9.)$$

Nous avons déjà discuté (voir chapitre 5) des conséquences directes des contraintes précédentes sur les formes analytiques des fonctions  $\phi_{dq}(I_d, I_q)$  et  $\phi_{qd}(I_d, I_q)$ .

### A.I.4.2 Exemples

Si on écrit les flux croisés sous la forme suivante:

$$\begin{aligned} \phi_{dq} = & \alpha_1 I_d + \alpha_2 I_d^2 + \alpha_3 I_d^3 + \dots + \alpha_n I_d^n + \dots + \beta_1 I_q + \beta_2 I_q^2 + \beta_3 I_q^3 + \dots + \beta_n I_q^n + \\ & \gamma_1^1 I_d I_q + \gamma_2^1 I_d^2 I_q + \gamma_1^2 I_d I_q^2 + \dots + \gamma_i^j I_d I_q^j + \delta_0 \quad (i+j=n) \end{aligned} \quad (A.I.10.)$$

$$\begin{aligned} \phi'_{dq} = & \alpha'_1 I_d + \alpha'_2 I_d^2 + \alpha'_3 I_d^3 + \dots + \alpha'_n I_d^n + \dots + \beta'_1 I_q + \beta'_2 I_q^2 + \beta'_3 I_q^3 + \dots + \beta'_n I_q^n + \\ & \gamma_1^{\prime 1} I_d I_q + \gamma_2^{\prime 1} I_d^2 I_q + \gamma_1^{\prime 2} I_d I_q^2 + \dots + \gamma_i^{\prime j} I_d I_q^j + \delta'_0 \quad (i+j=n) \end{aligned} \quad (A.I.11.)$$

où  $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i^j, \delta_0$  sont des constantes. Nous avons démontré qu'il faut que:

$$\alpha'_1 = \beta_1$$

$$\alpha'_j = \frac{1}{j} \gamma_{j-1}^1 \quad j = 2, 3, \dots$$

$$\beta_j = \frac{1}{j} \gamma_1^{\prime j} \quad j = 1, 2, \dots$$

$$i \cdot \gamma_i^k = j \cdot \gamma_j^{\prime k} \quad i, j \neq 1 \quad k = 1, 2, \dots \quad (A.I.12.)$$

En considérant les données de la machine à pôles saillants modélisée dans les chapitres 3 et 4 (1.86 kW, 3 phases, 4 pôles, connexion en Y, 60 Hz, 208 V, 5.5 A et  $I_f = 1.22$  A), nous avons trouvé les deux polynômes suivants:

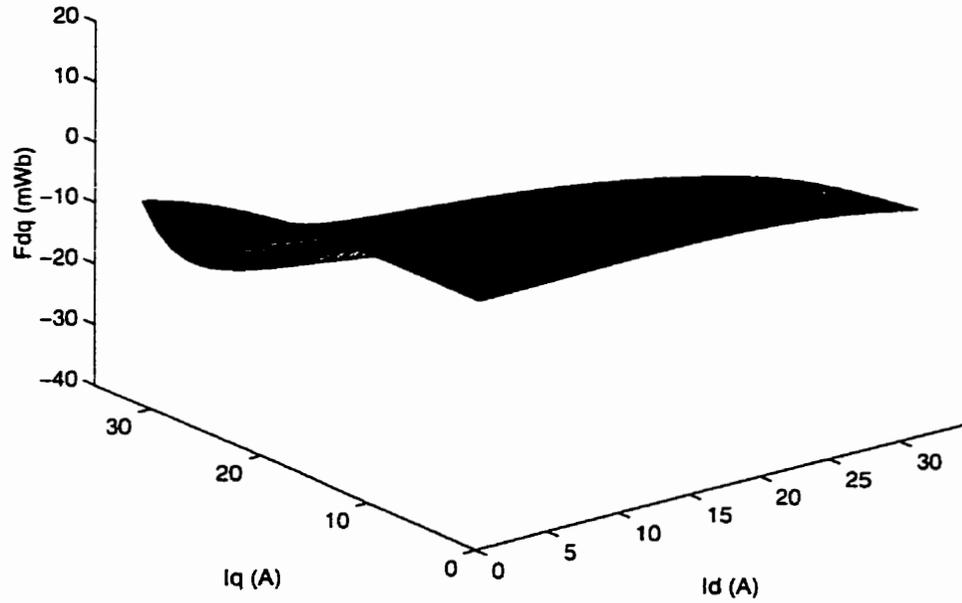
$$\phi_{dq} = -0.00132 - 9983 I_d + 1.6969 I_d^2 - 0.787 I_d^3 + 0.5834 I_q + 1.1048 I_q^2 - 1.982 I_q^3 - 2.2971 I_d I_q$$

et,

$$\phi_{dq} = -0.0014 + 1.6969I_d - 1.146I_d^2 - 0.00212I_d^3 + 1.1537I_q - 3.3932I_q^2 - 0.0727I_q^3 + 5838I_dI_q$$

Une simple vérification nous montre qu'effectivement, les données sont ..

Il faut montrer les données expérimentales avec les surfaces analytiques.



**Figure A.I. 6** Fonction analytique du flux croisé  $\phi_{dq}$

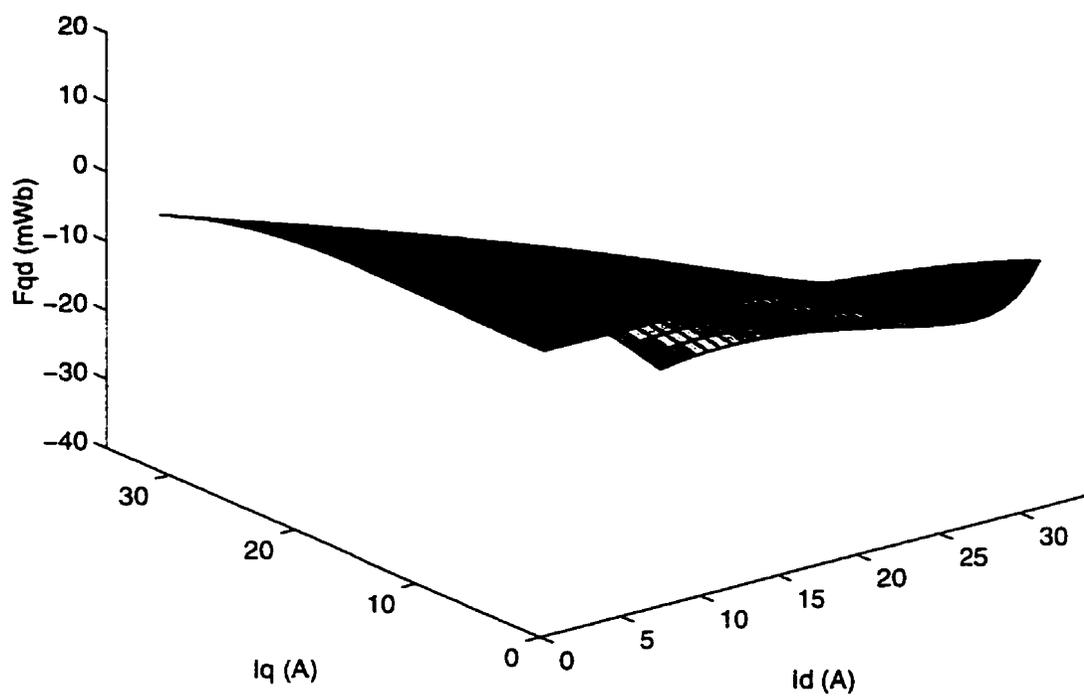


Figure A.I. 7 Fonction analytique du flux croisé  $\phi_{qd}$

# ANNEXE II

## ESSAIS EN LABORATOIRE SUR UNE MACHINE RÉELLE

L'annexe II présente une série d'expériences effectuées sur une machine de laboratoire (LEEPCI de l'Université Laval). Deux buts principaux justifient l'amorce de ces essais. Le premier est notre désir de mettre en évidence l'effet de la saturation croisée expérimentalement. Le deuxième but est, naturellement, la validation des modèles de saturation dans leur capacité de prédire le fonctionnement de la machine synchrone.

Bien que la première étape d'essais s'est déroulée avec succès, une erreur dans la mesure de l'angle interne nous a empêché d'exploiter la deuxième batterie d'essais. Ce qui nous a réduit à exploiter uniquement des essais dont l'information que nous pouvons tirer est fort limitée.

### A.II.1. Introduction

Un modèle théorique, aussi sophistiqué qu'il peut l'être, sera jugé toujours expérimentalement. Bien qu'une bonne partie des données utilisées dans la construction de nos modèles soient issues directement de résultats de simulations numériques par calcul de champ, et que plusieurs validations partielles prouvent l'exactitude de nos hypothèses, nous croyons qu'un modèle ne peut être suggéré pour usage industriel sans un ensemble complet de validations expérimentales.

Une machine de laboratoire (LEEPCI de l'université Laval) a été choisie pour effectuer une batterie complète d'essais afin de valider les deux modèles de saturation et surtout de mettre en évidence le phénomène de la saturation croisée expérimentalement.

Les caractéristiques de la machine sont données dans le tableau ci-dessous, et la figure ci-dessous montre le montage expérimental utilisé.

Tableau A.II.1: Paramètres nominaux de l'alternateur

$U_n$ L-L	208 V	<i>Pôles</i>	2
$P_n$	1600 W	$I_{fbase}$	0.8 A
$Q_n$	2 KVA	$x_d$	14.6 $\Omega$
$I_n$	5.5 A	$r_a$	0.71 $\Omega$
<i>RPM</i>	1800 tr/m		

Notre stratégie d'exploitation expérimentale, dans le but d'identifier tous les paramètres de la machine, reliés à la saturation (propre et croisée), fut simple; une fois quelques essais standards effectués (l'essai à vide, essai en court-circuit et essai à courant déwatté), nous avons procédé à expérimenter le fonctionnement de la machine accrochée sur un réseau infini.

L'avantage théorique de cette méthode est de pouvoir, en variant l'angle de calage de la machine, couvrir un large domaine de fonctionnement.



## A.II.2. Définition des valeurs réduites (p.u.)

Le système de valeurs réduites (p.u.) est directement associé à la notion de grandeurs nominales. Les avantages de l'utilisation d'un tel système sont multiples; l'élimination des coefficients numériques dans les équations, meilleure appréciation et interprétation des similitudes et des différences des machines appartenant à la même famille, conformité à la littérature technique, etc.

Dans notre cas, la puissance apparente nominale  $S_n$  est définie par,

$$S_n = U_n I_n \sqrt{3} = 1981 \text{ W}$$

et l'impédance nominale est définie par,

$$Z_n = \frac{U_n}{\sqrt{3} I_n} = 21.82 \Omega$$

De sorte que le système p.u. de la machine étudiée est:

$$i_{d,q} (\text{p.u.}) = \frac{i_{d,q} (\text{A})}{\sqrt{2} I_n} = \frac{i_{d,q} (\text{A})}{7.78}$$

$$v_{d,q} (\text{p.u.}) = \frac{v_{d,q} (\text{V})}{\sqrt{2} V_n} = \frac{v_{d,q} (\text{V})}{169.7}$$

$$P (\text{p.u.}) = \frac{P (\text{W})}{3 V_n I_n} = \frac{P (\text{V.A})}{1981}$$

$$Z (\text{p.u.}) = \frac{Z (\Omega)}{21.82}$$

Pour les valeurs réduites des grandeurs physiques de l'enroulement inducteur ( $f$ ), la valeur de  $I_{fbase}$  a été choisie comme celle qui correspond à 1 p.u. de tension statorique de l'essai à vide (voir figure essai à vide). Cette dernière est égale à,

$$i_f (\text{p.u.}) = \frac{i_f (\text{A})}{I_{fb}} = \frac{i_f (\text{A})}{0.8}$$

$$v_f (\text{p.u.}) = \frac{v_f (\text{V})}{V_{fb}} = \frac{v_f (\text{V})}{120}$$

### A.II.3. Essai à vide

Si on entraîne la machine à une vitesse synchrone, sans charge sur le stator et on enregistre les variations de la tension du stator (ou de la force magnétomotrice) en fonction du courant d'excitation de l'inducteur  $I_r$ , on obtient la caractéristique à vide  $E(I_r)$ . Cette dernière reflète, à une échelle près, la caractéristique  $B(H)$  du circuit magnétique de l'axe direct de la machine.

Tableau A.II.2: Essai à vide

Courant (A)	Tension $V_0$ (V)
0.0	3.9
0.1	19.3
0.2	33.5
0.3	49.7
0.4	65.5
0.5	80.5
0.6	93.7
0.7	107.4
0.8	118.8
0.9	129.4
1.0	138.9
1.1	146.3
1.2	153.5
1.3	160.2
1.4	164.0
1.5	168.1

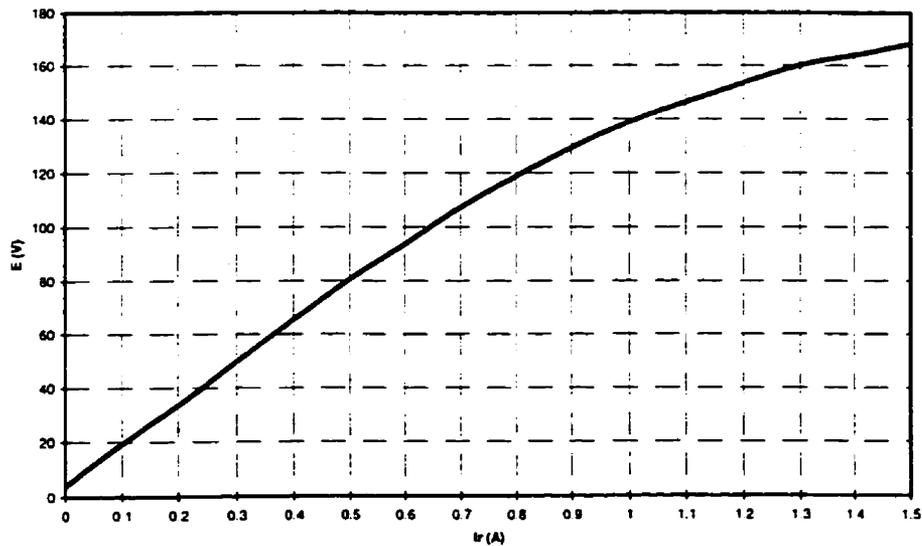


Figure A.II. 1 Courbe essai à vide

La figure précédente illustre l'essai en unités physiques tandis que la figure ci-dessous reflète le même essai, toutefois, avec le système p.u.

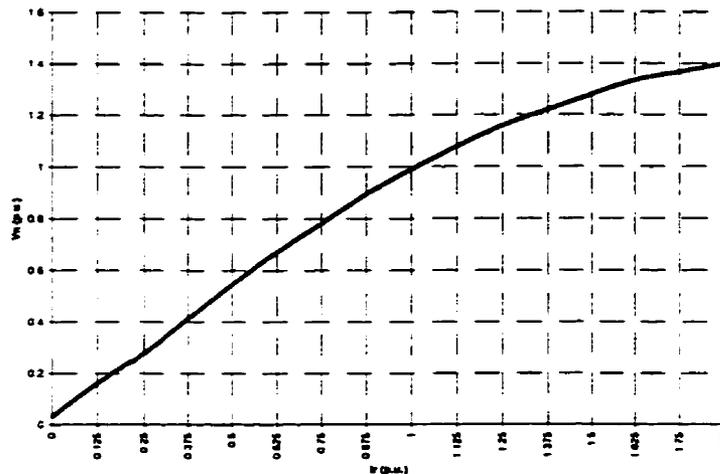


Figure A.II. 2 Courbe de l'essai à vide (p.u.)

L'essai à vide peut être exploité, également, pour illustrer la variation du facteur de saturation propre à l'axe  $-d$ . En effet, dans l'essai à vide nous avons  $i_d=i_q=0$ . Par substitution dans les équations de régime permanent, on obtient que:

$$v_d = 0$$

$$v_q = x_{md} \cdot i_f = e$$

Si on introduit un facteur de saturation  $K_d$  propre à l'axe  $-d$  et une réactance  $x_{md}^0$  non saturée (évaluée dans la partie linéaire) de la même manière utilisée dans les chapitres 3 et 4, on trouve:

$$e = K_d \cdot x_{md}^0 \cdot i_f \Rightarrow K_d = \frac{e}{x_{md}^0 \cdot i_f}$$

Ce dernier est illustré dans la figure ci-dessous.

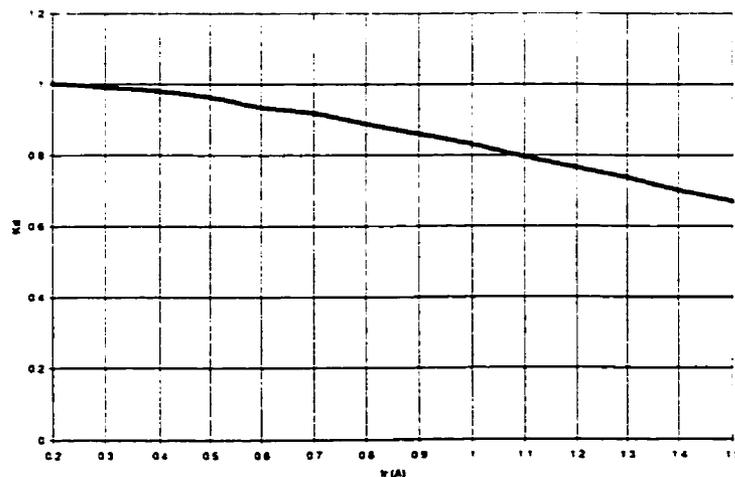


Figure A.II. 3 Facteur de saturation issu de l'essai à vide

## A.II.4. Essai en court-circuit (cc)

À l'arrêt de la machine, on court-circuite les bornes du stator et on entraîne la machine à la vitesse synchrone avec de faibles valeurs du courant inducteur  $I_f$ .

Ce cas de fonctionnement en court-circuit triphasé correspond à  $V_s=0$ , ce qui implique en unité physique:

$$E_{cc} = R_s I_{cc} + jX_s I_{cc} \Rightarrow X_s = \sqrt{(E_{cc}^2 / I_{cc}^2) - R_s^2}$$

La tension  $E_{cc}$  n'étant pas directement mesurable, elle est lue sur la caractéristique à vide réelle de la machine. La figure A.II.4 illustre la variation du courant  $I_{cc}$  en fonction du courant  $I_f$ .

Tableau A.II.3: Essai court-circuit

$I_f$ (A)	$V_0$ (V)	$I_{cc}$ (A)	$Z_s$ ( $\Omega$ )	$X_s$ ( $\Omega$ )
0.0	3.9	0.24	16.60	16.58
0.1	19.3	1.19	16.25	16.23
0.2	33.5	2.16	15.51	15.49
0.3	49.7	3.14	15.83	15.81
0.4	65.5	4.17	15.71	15.69
0.5	80.5	5.09	15.82	15.80
0.6	93.7	6.13	15.29	15.27
0.7	107.4	7.08	15.17	15.15
0.8	118.8	8.13	14.61	14.60

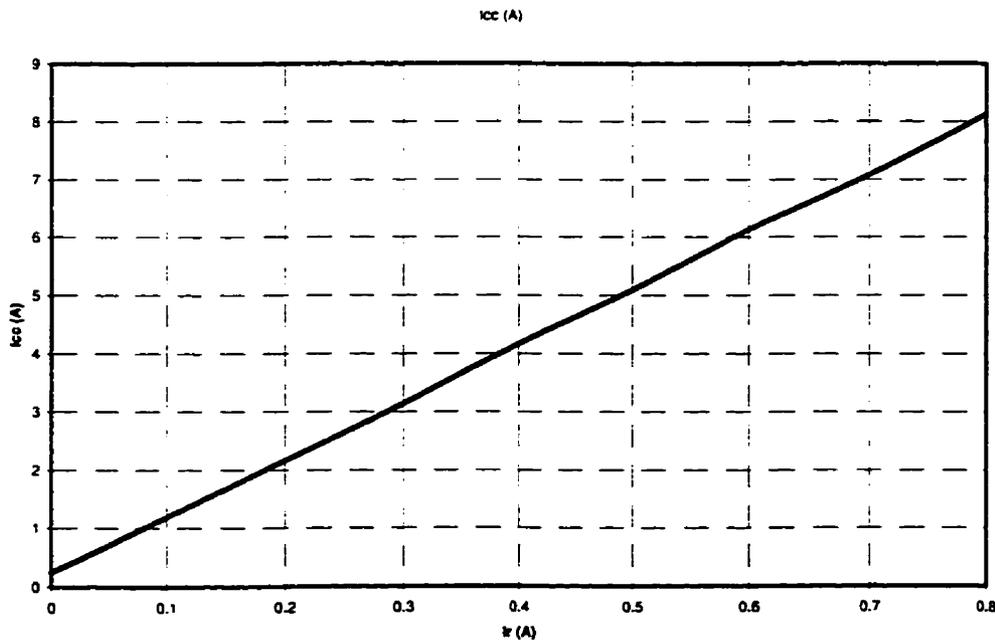


Figure A.II. 4 Essai court-circuit

## A.II.5. Essai à courant déwatté

L'essai dit à "courant déwatté" est utilisé pour déterminer les éléments du modèle de *Potier*, concrètement, pour évaluer les réactances de fuite d'une machine synchrone.

On effectue un ou plusieurs essais pour un courant égal au courant nominal mais avec une charge active presque nulle ( $\cos(\phi)\approx 0$ ).

Cet essai peut être réalisé pour diverses valeurs de la tension du stator en s'accrochant au réseau par l'intermédiaire d'un autotransformateur.

Tableau A.II.4: Essai déwatté capacitif

<i>Tension (V)</i>	<i>Courant <math>I_r</math> (A)</i>
199	0.20
210	0.25
219	0.30
230	0.35
238	0.40
247	0.45
256	0.50
263	0.55
269	0.60
273	0.65
280	0.70
284	0.75
288	0.80
293	0.85
297	0.90
300	0.95
305	1.00
308	1.05
311	1.10
314	1.15
318	1.20
320	1.25
322	1.30
325	1.35
328	1.40

Tableau A.II.5: Essai déwatté inductif

<i>Tension (V)</i>	<i>Courant <math>I_r</math> (A)</i>
8	0.50
21	0.55
35	0.60
50	0.65
65	0.70
80	0.75
92	0.80
107	0.85
120	0.90
135	0.95
147	1.00
157	1.05
170	1.10
181	1.15
191	1.20
201	1.25
210	1.30
219	1.35
224	1.40
230	1.45

Les points obtenus forment la caractéristique à courant déwatté. On remarque que les écarts entre cette courbe et la courbe de la caractéristique à vide  $E(I_r)$  sont pratiquement constants.

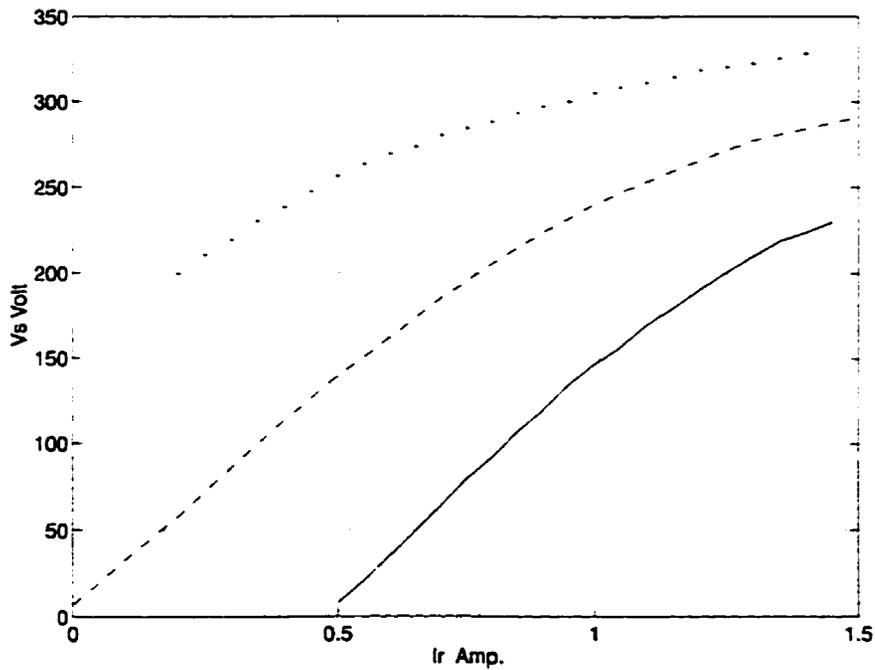


Figure A.II. 5 Essai à courant déwatté

## A.II.6. Fonctionnement sur un réseau infini

Un réseau infini est constitué d'un ensemble d'alternateurs de grande puissance intercommandés de manière à ce que la fréquence et la tension soient constantes et que les bilans de puissances active et réactive instantanés soient équilibrés.

Pour réaliser l'accrochage de l'alternateur du laboratoire sur le réseau, nous avons procédé comme suit:

- On démarre l'alternateur à l'aide d'un moteur à courant continu et on vérifie les séquences des phases et la fréquence des tensions qui doivent être identiques, dans la mesure du possible, à celles du réseau.
- À l'aide du courant de l'excitation  $I_f$ , on ramène les tensions de sortie de la machine au même niveau que celles du réseau.
- Juste avant l'accrochage, on s'arrange pour obtenir une petite différence entre les fréquences. Cette dernière crée un phénomène de battement permettant l'exécution de l'accrochage (quand les tensions sont en phase) avec une grande précision.

Une fois que la machine est en parallèle avec le réseau, on dispose de deux paramètres de réglage: le couple de la machine d'entraînement qui règle la puissance active fournie par l'alternateur au réseau et le courant d'excitation (de l'alternateur lui-même) qui règle pratiquement l'échange de puissance réactive puisque la tension est pratiquement constante.

Les tableaux A.II.6-A.II.9 contiennent les mesures expérimentales effectuées pour plusieurs niveaux de puissance active.

Tableau A.II.6: Essai accrochage sur réseau (P=0%)

$I_f$ (A)	$V_{ab}$ (V)	$V_{bc}$ (V)	$V_{ca}$ (V)	$V_m$ (V)	$I_a$ (A)	$I_b$ (A)	$I_c$ (A)	$I_e$ (A)	$S_t$ (VA)	$P_1$ (W)	$P_2$ (W)	$P_3$ (W)	$P_4$ (W)	$Q_t$ (VAR)	F.P.	$\delta^\circ$
0.2	208	209	208	208.3	5.63	5.72	5.72	5.69	2053.2	5.64	5.74	5.73	68.96	2052.0	0.034	1.66
0.25	208	208	207	207.7	5.1	5.29	5.19	5.19	1868.0	5.1	5.3	5.19	57.45	1867.1	0.031	1.66
0.3	209	209	208	208.7	4.7	4.91	4.78	4.8	1733.6	4.71	4.93	4.78	49.01	1732.9	0.028	1.66
0.35	208	209	207	208.0	4.14	4.46	4.3	4.3	1549.1	4.1	4.45	4.3	39.38	1548.6	0.025	1.66
0.4	209	209	207	208.3	3.65	3.99	3.82	3.82	1378.4	3.64	3.96	3.83	31.08	1378.1	0.023	1.76
0.45	209	209	208	208.7	3.25	3.53	3.32	3.37	1216.7	11	3	-11	24.14	1216.5	0.02	1.76
0.5	209	209	208	208.7	2.8	3	2.85	2.88	1042.1	-10	-1	16	17.71	1041.9	0.017	1.82
0.55	208	208	207	207.7	2.19	2.25	2.28	2.24	805.7	-26	-18	8	10.69	805.6	0.013	1.82
0.6	208	208	207	207.7	1.77	2.07	1.81	1.88	677.41	-33	-20	6	7.55	677.3	0.011	1.82
0.65	209	209	207	208.3	1.2	1.56	1.38	1.38	497.96	-17	-14	22.8	4.06	497.9	0.008	1.82
0.7	209	209	207	208.3	0.81	1.15	1.02	0.99	358.44	12.6	15.9	-21	2.1	358.4	0.006	1.82
0.75	209	210	208	209	0.36	0.65	0.58	0.53	191.86	5.1	-15.7	22.1	0.6	191.8	0.003	1.82
0.8	209	209	208	208.7	0.13	0.16	0.21	0.17	59.63	3	-3.3	-20	0.06	59.6	0.001	1.86
0.85	208	209	207	208	0.63	0.3	0.5	0.48	171.85	1.2	0.8	5.64	0.48	171.8	0.003	1.86
0.9	208	209	207	208	1.08	0.77	0.9	0.92	330.24	3.4	3.0	5.1	1.79	330.2	0.005	1.86
0.95	209	210	207	208.7	1.49	1.17	1.3	1.32	477.08	5.64	5.64	4.71	3.71	477.1	0.008	1.86
1	209	209	207	208.3	1.89	1.68	1.79	1.79	644.71	5.1	5.1	4.1	6.8	644.6	0.011	1.86
1.05	209	209	207	208.3	2.4	2.6	2.2	2.4	866.03	4.71	4.71	3.64	12.27	865.9	0.014	1.92
1.1	208	207	206	207	2.9	2.74	2.75	2.8	1002.7	4.1	4.1	11	16.66	1002.5	0.017	1.92
1.15	209	209	207	208.3	3.39	3.13	3.2	3.24	1169.1	3.64	6.64	10	22.36	1168.9	0.019	1.92
1.2	209	210	208	209	3.82	3.54	3.61	3.66	1323.7	11	-11	26.9	28.48	1323.4	0.022	1.92
1.25	209	209	207	208.3	4.25	4.03	4.13	4.14	1492.7	10	-10	36	36.45	1492.2	0.024	1.92
1.3	209	210	208	209	4.56	4.67	4.46	4.56	1651.9	7	26	17	44.36	1651.3	0.027	1.92
1.35	208	208	207	207.7	5.2	4.83	5.02	5.02	1804.4	12	33	19.6	53.61	1803.6	0.03	1.92
1.38	209	209	206	208	5.5	5.12	5.33	5.32	1915.4	10	17	26.6	60.21	1914.4	0.03	1.92

Tableau A.II.7: Essai accrochage sur réseau (P=50%)

$I_r$ (A)	$V_{ab}$ (V)	$V_{bc}$ (V)	$V_{ca}$ (V)	$V_m$ (V)	$I_a$ (A)	$I_b$ (A)	$I_c$ (A)	$I_e$ (A)	$S_1$ (VA)	$P_1$ (W)	$P_2$ (W)	$P_3$ (W)	$P_4$ (W)	$Q_1$ (VAR)	F.P.	$\delta^\circ$
1.40	209	210	208	209.0	5.66	5.42	5.62	5.57	2015.1	272	275	305	852	1826.1	0.423	2.33
1.35	209	210	208	209.0	5.27	4.97	5.20	5.15	1863.1	267	272	307	846	1659.9	0.454	2.32
1.30	209	209	208	208.7	4.99	4.75	4.98	4.91	1773.4	270	274	310	854	1554.2	0.482	2.31
1.25	209	209	208	208.7	4.57	4.23	4.53	4.44	1605.9	263	263	300	826	1377.2	0.514	2.29
1.20	208	209	207	208.0	4.24	3.95	4.23	4.14	1491.5	272	274	313	859	1219.3	0.576	2.28
1.15	208	209	208	208.3	3.83	3.64	3.82	3.76	1357.9	264	265	290	819	1083.2	0.603	2.28
1.10	209	209	207	208.3	3.47	3.18	3.53	3.39	1224.4	270	270	309	849	882.3	0.693	2.28
1.05	208	209	207	208.0	3.14	2.87	3.23	3.08	1109.6	267	266	308	841	723.9	0.758	2.26
1.00	208	209	207	208.0	2.85	2.62	2.97	2.81	1013.5	278	267	309	854	545.9	0.843	2.25
0.95	209	209	208	208.7	2.49	2.44	2.64	2.52	912.0	269	271	292	832	373.5	0.912	2.25
0.90	209	210	208	209.0	2.32	2.19	2.50	2.34	845.88	268	263	299	830	163.0	0.981	2.24
0.85	208	209	207	208.0	2.28	2.16	2.50	2.31	833.42	268	260	298	826	110.9	0.991	2.24
0.80	210	209	209	209.3	2.25	2.31	2.41	2.32	842.4	269	272	290	831	138.0	0.986	2.24
0.75	208	209	208	208.3	2.40	2.50	2.59	2.50	900.9	272	276	289	837	333.3	0.929	2.24
0.70	209	209	207	208.3	2.60	2.63	2.93	2.72	981.5	272	262	304	838	510.9	0.854	2.23
0.65	208	209	208	208.3	2.85	2.92	3.06	2.94	1062.1	267	260	286	813	683.4	0.765	2.21
0.60	209	210	208	209.0	3.18	3.39	3.51	3.36	1216.3	263	258	296	817	901.1	0.672	2.21
0.55	208	210	207	208.3	3.52	3.76	3.86	3.71	1339.9	265	259	295	819	1060.5	0.611	2.21
0.50	209	209	208	208.7	4.08	4.24	4.23	4.18	1511.9	267	270	285	822	1268.9	0.544	2.18
0.45	209	209	208	208.7	4.53	4.68	4.64	4.62	1668.6	263	266	276	805	1461.5	0.482	2.17
0.40	209	210	208	209.0	4.9	5.2	5.2	5.10	1846.2	263	260	290	813	1657.5	0.440	2.17
0.35	209	209	208	208.7	5.57	5.77	5.7	5.68	2052.9	262	265	282	809	1886.7	0.394	2.14
0.30	209	210	209	209.3	6	6.15	6.28	6.14	2227.4	263	252	274	789	2083.0	0.354	2.14
0.25	209	210	207	208.7	6.7	6.86	6.95	6.84	2470.9	274	263	282	819	2331.2	0.33	2.08
0.20	209	210	208	209.0	7.18	7.43	7.49	7.37	2666.7	262	253	280	795	2545.5	0.30	2.06

Tableau A.II.8: Essai accrochage sur réseau (P=100%)

$I_r$ (A)	$V_{ab}$ (V)	$V_{bc}$ (V)	$V_{ca}$ (V)	$V_m$ (V)	$I_a$ (A)	$I_b$ (A)	$I_c$ (A)	$I_e$ (A)	$S_1$ (VA)	$P_1$ (W)	$P_2$ (W)	$P_3$ (W)	$P_4$ (W)	$Q_1$ (VAR)	F.P.	$\delta^\circ$
1.40	208	209	207	208.0	6.23	6.18	6.40	6.27	2258.9	529	527	557	1613	1581.4	0.714	1.50
1.35	209	210	207	208.7	6.10	5.74	6.09	5.98	2160.1	521	513	562	1596	1455.6	0.739	1.49
1.30	208	209	207	208.0	5.90	5.58	5.94	5.81	2091.9	544	536	582	1662	1270.4	0.794	1.46
1.25	208	209	207	208.0	5.58	5.25	5.61	5.48	1974.2	536	527	574	1637	1103.6	0.829	1.40
1.20	208	209	207	208.0	5.30	5.10	5.44	5.28	1902.2	535	536	574	1645	955.2	0.865	1.38
1.15	209	210	207	208.7	5.03	4.82	5.20	5.02	1813.1	547	538	582	1667	713.1	0.919	1.33
1.10	208	209	207	208.0	4.70	4.62	4.85	4.72	1701.7	528	526	547	1601	576.6	0.941	1.29
1.05	208	209	207	208.0	4.56	4.52	4.69	4.59	1653.6	531	532	554	1617	346.1	0.978	1.26
1.00	209	210	208	209.0	4.50	4.33	4.68	4.50	1630.2	533	523	562	1618	199.1	0.993	1.26
0.95	208	209	207	208.0	4.44	4.31	4.60	4.45	1603.2	532	526	556	1614	0.0	1.007	1.16
0.90	209	209	208	208.7	4.38	4.45	4.56	4.46	1613.1	526	533	548	1607	140.6	0.996	1.16
0.85	209	210	208	209.0	4.60	4.55	4.87	4.67	1691.7	540	532	570	1642	407.2	0.971	1.09
0.80	209	210	208	209.0	4.73	4.80	4.90	4.81	1741.2	537	540	557	1634	601.5	0.938	1.06
0.75	208	209	208	208.3	4.86	5.00	5.09	4.98	1798.2	533	539	558	1630	759.4	0.906	1.05
0.70	208	209	207	208.0	5.06	5.18	5.46	5.23	1885.4	533	522	564	1619	966.21	0.859	1.06
0.65	209	209	208	208.7	5.48	5.59	5.68	5.58	2017.9	532	533	552	1617	1207.2	0.801	0.95
0.60	209	210	209	209.3	5.79	5.92	6.12	5.94	2154.9	526	516	554	1596	1447.9	0.741	0.95
0.55	207	209	207	207.7	6.28	6.39	6.68	6.45	2320.0	531	519	556	1606	1674.3	0.692	0.78
0.50	209	210	208	209.0	6.70	6.90	7.16	6.92	2505.0	527	512	554	1593	1933.3	0.636	0.73
0.45	209	209	208	208.7	7.43	7.60	7.70	7.58	2738.3	534	526	550	1610	2215.1	0.588	0.60
0.40	209	210	208	209.0	7.96	8.10	8.35	8.14	2945.4	527	508	556	1591	2478.8	0.540	0.50
0.35	209	209	208	208.7	8.80	9.00	9.10	8.97	3240.7	530	521	246	1297	2969.9	0.400	0.43
0.30	208	210	208	208.7	9.87	9.94	10.24	10.02	3620.2	534	509	541	1584	3255.3	0.438	0.24

Tableau A.II.9: Essai accrochage sur réseau (P=120%)

$I_r$ (A)	$V_{ab}$ (V)	$V_{bc}$ (V)	$V_{ca}$ (V)	$V_m$ (V)	$I_a$ (A)	$I_b$ (A)	$I_c$ (A)	$I_s$ (A)	$S_t$ (VA)	$P_1$ (W)	$P_2$ (W)	$P_3$ (W)	$P_t$ (W)	$Q_t$ (VAR)	F.P.	$\delta^\circ$
1.50	208	209	207	208	7.36	7.25	7.43	7.35	2646.7	645	645	678	1968	1769.8	0.744	1.42
1.45	209	209	207	208.3	7.16	6.89	7.31	7.12	2569.2	641.	652	676	1969.	1650.4	0.766	1.42
1.40	208	209	207	208	6.79	6.46	6.89	6.71	2418.6	641	639	688.	1968	1405.9	0.814	1.40
1.35	208	209	207	208	6.52	6.28	6.62	6.47	2332.1	648	648	692	1988	1219.3	0.852	1.34
1.30	208	209	207	208	6.18	6.00	6.30	6.16	2219.2	639	640	668	1947	1065.0	0.877	1.30
1.25	208	209	207	208	6.00	5.80	6.20	6.00	2161.6	638	644	684	1966	898.53	0.910	1.30
1.20	208	209	208	208.3	5.40	5.58	5.86	5.61	2025.5	636	634	666	1936	595.6	0.956	1.28
1.15	208	209	207	208	5.58	5.45	5.72	5.58	2011.5	636	633	663	1932	559.89	0.960	1.23
1.10	208	210	207	208.3	5.54	5.29	5.70	5.51	1988.2	654	637	685	1976	220.4	0.994	1.17
1.00	208	210	208	208.7	5.38	5.26	5.69	5.44	1967.3	645	638	681	1964	114.5	0.998	1.08
0.95	209	210	208	209	5.38	5.20	5.50	5.36	1940.3	635	622	660	1917	299.9	0.988	1.06
0.90	209	210	208	209.0	5.44	5.44	5.78	5.55	2010.3	636	634	675	1945	508.2	0.968	1.00
0.85	209	210	208	209.0	5.60	5.55	5.92	5.69	2059.7	643	626	668	1937	700.5	0.940	0.93
0.80	209	209	208	208.7	5.75	5.77	5.98	5.83	2108.3	639	630	661	1930	848.5	0.915	0.94
0.75	209	210	208	209.0	6.12	6.22	6.57	6.30	2281.8	646	637	683	1966	1158.2	0.862	0.84
0.70	208	210	208	208.7	6.42	6.47	6.80	6.56	2372.1	647	634	674	1955	1343.5	0.824	0.8
0.65	208	209	207	208.0	6.74	6.92	7.08	6.91	2490.6	634	632	665	1931	1573.1	0.775	0.72
0.60	208	209	208	208.3	7.25	7.33	7.62	7.40	2670.2	642	623	662	1927	1848.5	0.722	0.61
0.55	208	209	208	208.3	7.85	8.02	8.14	8.00	2887.9	640	636	665	1941	2138.4	0.672	0.53
0.40	208	210	208	208.7	8.4	8.45	8.74	8.53	3082.9	639	618	649	1906	2423.1	0.618	0.38
0.35	209	210	207	208.7	9.2	9.42	9.66	9.43	3407.0	641	620	665	1926	2810.4	0.565	0.32

La figure ci-dessous illustre l'ensemble des résultats.

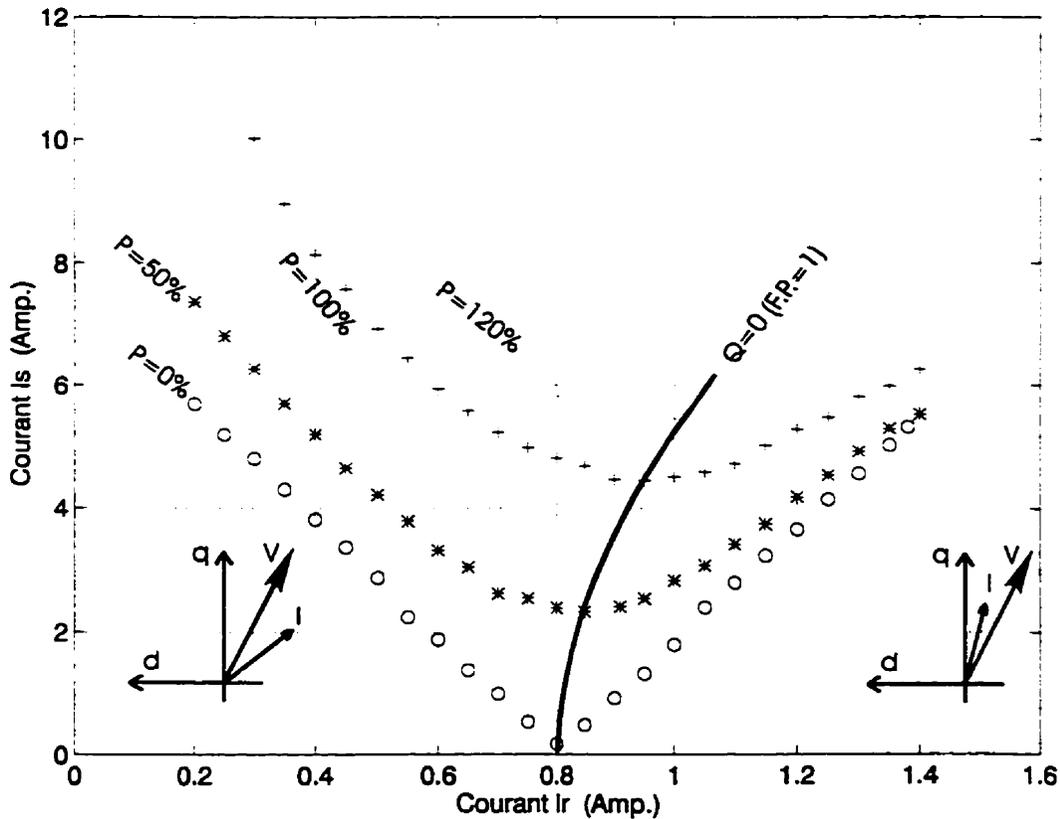


Figure A.II.6. Courbes du fonctionnement sur un réseau infini

Pour exploiter ces données, nous récrivons les équations électriques du régime permanent (p.u.):

$$v_d = -V_s \cdot \sin(\delta)$$

$$v_q = V_s \cdot \cos(\delta)$$

$$i_d = -I_s \cdot \sin(\delta + \varphi)$$

$$i_q = I_s \cdot \cos(\delta + \varphi)$$

où l'angle  $\varphi$  est calculé par,

$$\varphi = \arctan\left(\frac{Q}{P}\right)$$

Selon nos hypothèses du chapitre 4 (voir paragraphe 4.2), le flux dans chaque axe est divisé selon trois composantes: flux de fuite, flux magnétique propre et flux croisé.

$$\Psi_d = \phi_a + \phi_{dd} + \phi_{dq} = x_a \cdot i_d + x_{md}^0 \cdot K_d \cdot (i_d + i_f) + \phi_{dq}$$

$$\Psi_q = \phi_a + \phi_{qq} + \phi_{qd} = x_a \cdot i_q + x_{mq}^0 \cdot K_q \cdot i_q + \phi_{qd}$$

Sous l'hypothèse que l'axe  $-q$  est peu saturé et connaissant la réactance de fuite, le facteur de saturation de l'axe  $-d$ , les réactances linéaires et la résistance du stator ainsi que celle du rotor, nous pouvons substituer les relations,

$$v_d = -\Psi_q \cdot \omega - r_a \cdot i_d \qquad v_q = \Psi_d \cdot \omega - r_a \cdot i_q \qquad v_f = r_f \cdot i_f$$

dans les équations du flux pour isoler les termes croisés:  $\phi_{dq}$  et  $\phi_{qd}$ .

Malheureusement, pour des raisons que nous ignorons, une erreur a été introduite dans l'enregistrement ou dans l'acquisition des mesures de l'angle interne rendant les données complètement stériles pour toute exploitation ( $v_d$ ,  $v_q$ ,  $i_d$  et  $i_q$  n'étant plus identifiables).

Même si les données de l'angle interne avaient été justes, ceci ne serait pas nécessairement suffisant pour garantir l'identification de l'effet croisé. En effet, si on examine l'erreur expérimentale, nous constatons, par une simple estimation des incertitudes de mesure, qu'elle se situe entre 5% et 10% de la valeur nominale (les points expérimentaux de la dernière figure montrent bien le phénomène). Compte tenu de l'entrefer relativement grand de la machine utilisée, on s'attendait à rencontrer un phénomène croisé de l'ordre de 5% selon les conclusions de nos résultats précédents et des résultats de l'ensemble des chercheurs dans le domaine.

Bref, l'erreur de mesure est, au mieux, du même ordre de grandeur que la variation qu'on désire mesurer. N'importe quelle analyse de répétabilité et de reproductibilité aurait échoué dans ce cas, ce qui aurait eu pour effet de rendre les conclusions dénuées totalement de toute fiabilité.

C'est pour toutes ces raisons que nous avons préféré inclure ces essais en annexe et ne pas les présenter dans le chapitre 6.

# Références bibliographiques

- [1.] Anvari H.A., "Carctérisation des machines synchrones saturées et alimentées par convertisseurs statiques", Thèse, *Institut National Polytechnique de Toulouse*, Toulouse (France) 1989.
- [2.] Auckland D.W., Kabir S.M.L., Shuttleworth R., "Generator Model for Power System Studies," *IEE Proc. Pt C*, **137**(6), pp.333-390, November 1990.
- [3.] Barret P., "Régimes transitoires des machines tournantes électriques", Les cours de l'École Supérieure d'Électricité, édition *EYROLLES*, 1982.
- [4.] Biro K., Viorel I.A., "On the Synchronous Machine Dynamic Behavior Modeling,," *IEE Proc.-Gener. Transm Distrib.*, **87**(1), pp.134-138, January 1984.
- [5.] Boldea I., Nasar S.A., "A General Equivalent Circuit of Electric Machines Including Cross Coupling Saturation and Frequency Effects," *IEEE Tran. on Energy Conversion*, **EC-3**(3), pp.689-695, September, 1988.
- [6.] Boldea I., Nasar S.A., "Unified Treatment of Core Losses and Saturation in the Orthogonal-Axis Model of Electric Machines," *IEE Proc. B*, **134**(6), pp.355-364, November 1987.
- [7.] Brandwajn V., "Representation of Magnetic Saturation in the Synchronous Machine Model in an Electromagnetic Transients Program," *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, **PAS-99**(5), pp.1996-2001, 1980.
- [8.] Brandwajn V., "Synchronous Generator Models for the Simulation of Electromagnetic Transients," Ph. D. Thesis, *University of British Columbia (Canada)*, 1977.
- [9.] Brown J.E., Kovacs K.P., Vas, P., "A Method of Including the Effects of Main Flux Saturation in the Generalized Equation of A.C. Machines," *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, **PAS-102**(5), pp.96-103, 1983.
- [10.] Brown J.E., Vas P., "The Phenomenon of Inter-Saturation in Transient Operation of Induction Motors Arising from Saturation of the Main Flux Path," *International Conference on Electrical Machines-Design and Application*, *IEE*, **52**(5), March 1982.
- [11.] Canay I.M., "Modeling of Alternating-Machines Having Multiple Rotor Circuits," *IEEE Trans. on Energy Conversion*, **EC-8**(2), pp.280-298, June 1993.
- [12.] Chari M.V.K., D'Angel J., Palmo M.A., Sharma D.K., "Application of Three-Dimensional Electromagnetic Analysis Methods to Electrical Machinery and Devices," *IEEE Trans. on Energy Conversion*, **EC-1**(2), pp.145-151, June 1986.
- [13.] Chaudhry S.R., Ahmed-Zaid S., Demerdash N.A., "An Artificial Neural Network Method for the Identification of Saturated Turbogenerator Parameters Based on a Coupled Finite-Element/State Space Computational Algorithm", *IEEE Trans. on Power Systems*, **EC-10**(4), pp. 625-633, December 1995.

- [14.] Chedid R., Freris L.L., "Magnetic Field Analysis of Asymmetrical Machines by Finite Element Method," *IEEE Proc.-Gener. Transm. Distrib.*, 141(1), pp.53-59, January 1994.
- [15.] Chow M., Thomas R.J., "Neural Network Synchronous Machine Modeling", *IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, 1989.
- [16.] Chua L.O., Stromsmoe K.A., "Lumped-Circuit Models for Nonlinear Inductors Exhibiting Hysteresis Loops," *IEEE Trans. on Circuit Theory*, CT-17(4), pp.564-574, November 1970.
- [17.] Crappe M., Mpanada-Mabwe B., "Synchronous Machine Models Including Saturation Effects," *Proc. of the IMACS-TC1 International Conference on Computational Aspects of Electromechanical Energy Converters and Drives*, Nancy (France), pp. 171-177, September 1990.
- [18.] De Jaeger E., "Modeling of saturated synchronous machines," *Proceedings of the IERE Workshop on "New Issues in Power System Simulation"*, Caen (France), pp.89-96, March 1992.
- [19.] De Jaeger E., Garrido M.S., "A Model for the Saturated Salient-Pole Synchronous," *Proc. of the IMACS-TC1 International Conference on Computational Aspects of Electromechanical Energy Converters and Drives*, Nancy (France), pp. 165-169, September 1990.
- [20.] Deleroi W., "Shock Load of a Synchronous Motor Influence of Damper Winding," *IEE, EMDA*, pp.86-90, 1985.
- [21.] De Mello F.P., Hannet L.N., "Representation of Saturation in Synchronous Machines," *IEEE Trans. on Power Systems*, PWRS-1(4), pp.8-18, November 1986.
- [22.] Dunlop R.D., Parikh A.C., "Verification of Synchronous Machine Modeling in Stability Studies: Comparative Tests of Digital and Physical Scale Model Power System Simulations," *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, PAS-98(2), pp. 369-378, March/April 1979.
- [23.] Ebron S., Lubkeman D.L., White M., "A Neural Network Approach to the Detection of Incipient Fault on Power Distribution Feeders", *IEEE Trans. on Power Delivery*, 5(2), April 1990.
- [24.] EDF. "Modélisation électromagnétique des moteurs à grande vitesse." Direction des Études et Recherches, décembre 1990.
- [25.] EDF. "Électromagnétisme. cours et problèmes." Série Schaum, McGraw Hill, 1970.
- [26.] El-Serafi A.M., Abdallah A.S., "Saturated Synchronous Reactances of Synchronous Machines," *IEEE Trans. on Energy Conversion*, Vol. EC-7(3), pp.570-579, September 1992.
- [27.] El-Serafi A.M., Wu J., "Determination of the Parameters Representing the Cross-Magnetizing Effect in Saturated Synchronous Machines," *IEEE Trans. on Energy Conversion*, EC-8, 1993
- [28.] El-Serafi A.M., Abdallah A.S., El-Sherbiny, M.K., Badawy, E.H., "Experimental Study of the Saturation and the Cross-Magnetizing Phenomenon in Saturated Synchronous Machines," *IEEE Trans. on Energy Conversion*, EC-3(4), pp. 815-823, December 1988.
- [29.] El-Sherbiny M.K., El-Serafi A.M., "Analysis of Dynamic Performance of Saturated Machine and Analog Simulation," *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, PAS-101(7), pp. 1899-1906, July 1982.
- [30.] Esteves J., Santana J., "Application of a saturated induction machines dynamic model", *IMACS TCI-IEEE International Symposium*, Laval University, Québec (Canada), 1987.
- [31.] Flores J.C., Buckley G.W., McPherson G. Jr. "The Effects of Saturation on the Armature Leakage Reactance of Large Synchronous Machines," *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, PAS-103, pp.593-600, 1984.
- [32.] Galan N., "The Hysteresis Motor With Anisotropic Rotor," *IEEE Trans. on Energy Conversion*, EC-2(4), pp.605-614, December 1987.
- [33.] Garrido M.S., Janssens N., Conard J.Ph., De Jaeger E., Matagne E., "Rigorous Definition of the Transformation Ratio in the Presence of Magnetic Saturation and Leakages," *Computational Aspects of Electromechanical Energy Converters and Drives*, Montréal, IMACS-TC1, pp.609-612, 1993.

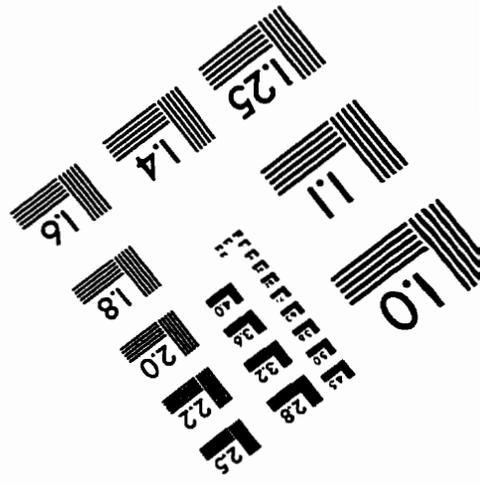
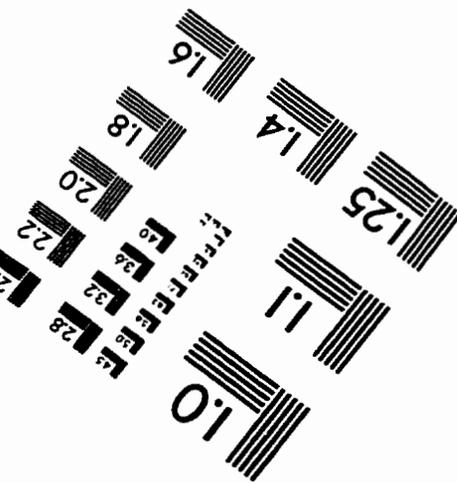
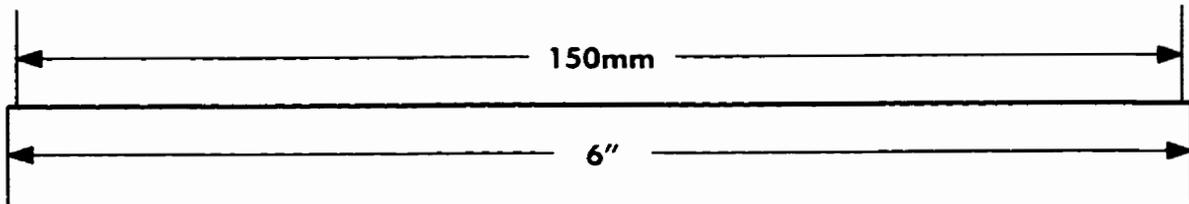
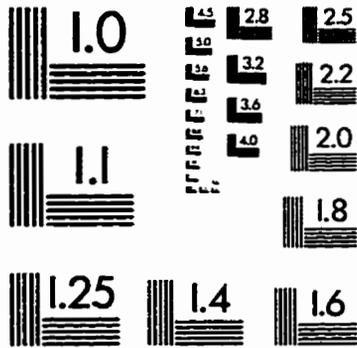
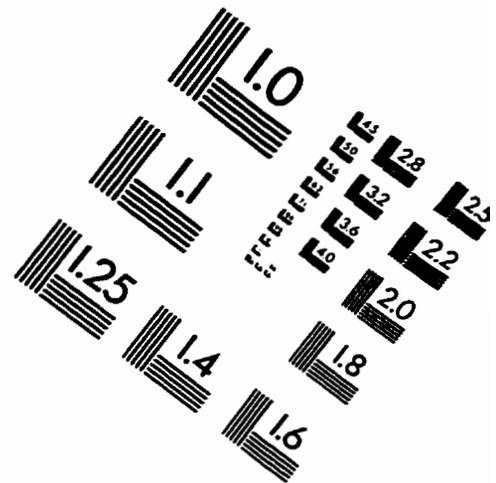
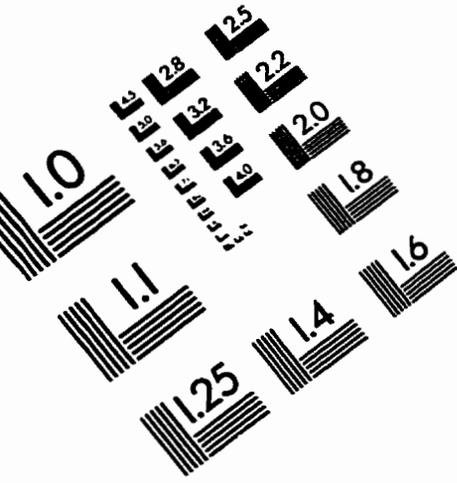
- [34.] Garrido M.S., Matagne E., "Modeling of the Flux Linkages in Saturated Electrical Machines," *Electrical and Power Systems Modeling and Simulation*, Baltzer, IMACS, pp.121-124, 1989.
- [35.] Garrido M.S., Pierrat L., De Jaeger E., "The Matrix Analysis of Saturated Electrical Machines." *Modeling and Simulation of Electrical Machines and Power Systems* (J. Robert, D.K. Tran, eds.), North-Holland, Amsterdam, pp.137-144, 1988.
- [36.] Gordon C., Barton T.H., "Reluctance Distribution Modelling of Saturated Salient Pole Synchronous Machine," *IEEE Tran. on Energy Conversion*, EC-9(2), pp.323-329, June, 1994.
- [37.] Guesbaoui H., Touhami O., Lung C., "Determination of Synchronous Machine Parameters from Tests Using Reduced Models," *IEEE Trans. on Power Systems*, EC-10(2), pp. 633-638, 1994.
- [38.] Harley Limebeer, "Comparative Study of Saturation Methods in Synchronous Machine Models," *IEE Proc. B*, 127(1), January, 1980.
- [39.] IEEE Std 1110 "Guide for Synchronous Generator Modeling Practices in Stability Analyses," November 1991.
- [40.] IEEE Symposium on Synchronous Machine Modeling for Power System Studies, *IEEE Power Engineering Society*, Winter Meeting, February 1983.
- [41.] IEEE Std 115 "Test Procedures for Synchronous Machines," September 1983.
- [42.] Jackson W.B., Winchester R.L., "Direct and quadrature-axis equivalent circuits for solid-rotor turbine generators," *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, PAS-88, pp.1121-1136, July 1969.
- [43.] Kamper M.J., Volschenk A.F., "Effect of Rotor Dimensions and Cross Magnetisation on  $L_d$  and  $L_q$  Inductances of Reluctance Synchronous Machine with Cageless Flux Barrier Rotor," *IEE Proc.-Elect. Power Appl.*, 141(4), pp.213-220, July 1994.
- [44.] Kamwa I., Viarouge P., "On Equivalent Circuit Structures for Empirical Modeling of Turbine-Generators," *IEEE Trans. on Power Systems*, March 1994.
- [45.] Kamwa I., Viarouge P., Mahfoudi R., "Phenomenological Models of Large Synchronous Machines from Short-Circuit Tests During Commissioning -A Classical/Modern Approach," *IEEE Trans. on Energy Conversion*, EC-9(1), March 1994.
- [46.] Kamwa I., Viarouge P., Le-Huy H., Dickinson J., "A Frequency-Domain Maximum Likelihood Estimation of Synchronous Machine High-Order Models Using SSFR Test Data," *IEEE Trans. on Energy Conversion*, EC-7(3), November 1992.
- [47.] Kamwa I., Viarouge P., Dickinson J., "Identification of Generalised Models of Synchronous Machines from Time-Domain Tests," *IEE Proc. -Elect. Power Appl.*, 138(6), pp.485-498, November 1991.
- [48.] Kamwa I., "Contribution à la modélisation des machines synchrones et à leur identification optimale par des techniques de traitement de signal", Thèse de PhD, *Université Laval*, Québec (Canada) 1988.
- [49.] Kang G., Bates D.M., "Approximate Interference in Multiresponse Regression Analysis", *Biometrika*, 77(2), pp.321-331, Feb., 1990.
- [50.] Keyhani A., Tsai H., Decko J.A., Selin D.A., "Development of a Neural Network Based Saturation Model for Synchronous Generator Analysis", *IEEE Trans. on Power Systems*, EC-10(4), pp. 617-625, 1995.
- [51.] Keyhani A., Hao S., Schultz R.P., "Maximum Likelihood Estimation of Generator Stability Constants Using SSFR Test Data", *IEEE Trans. on Power Systems*, EC-6(1), pp. 140-154, 1991.
- [52.] Kovács, K.P., "On the Theory of Cylindrical Rotor A.C. Machines, Including Main Flux Saturation," *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, PAS-103(4), pp. 754-761, April 1984.
- [53.] Krause, P.C., "Analysis of Electric Machinery", *McGraw-Hill*, 1986.
- [54.] Kundur, P., "Power System Stability an Control", *McGraw-Hill*, 1994.

- [55.] Lau H.K. Meyer W.S., "Universal Machine Modeling for the Representation of Rotating Electric Machinery in an Electromagnetic Transients Program," *IEEE Summer Meeting and International Symposium on High Power Testing*, Portland, Ore., pp.1342-1352.
- [56.] Lee E.-U., Ooi B. T., "Subsynchronous Resonance Phenomena Considering Skin Effects in Solid Iron Rotor Turbo-Generators," *IEEE Trans. on Energy Conversion*, EC-3(1), pp.140-148, March 1988.
- [57.] Lemay J., Barton T.H., "Small Perturbation Linearization of the Saturated Synchronous Machine Equations," *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, PAS-91, pp. 233-240, 1972.
- [58.] Lesne J., Notelet F., Seguiet G., "Introduction à l'électrotechnique approfondie," *Édition Technique & Documentation*, 1981.
- [59.] Ljung L., "Identification of Linear System", in CAD for Control System, Marcel Dekker, New York. 1993.
- [60.] Lutful Kabir S.M., Mujibur Rahman M., "Incorporation of Leakage Path Saturation in Synchronous Generator Model," *Electric Machines and Power Systems*, 21, pp.343-354, 1993.
- [61.] Macdonald, D.C., Reece, A.B.J., Turner, P.J., "Turbine-Generator Steady-State Reactances," *IEE Proc. C*, 132(3) pp.101-107, May 1985.
- [62.] Malò Machado V.M., "Eddy Current and Impedance Evaluation Using a Two Dimensional Finite Element Methode," *IEEE Trans. on Energy Conversion*, EC-8(3), pp.362-368, September 1993.
- [63.] Melkebeek J.A., "Magnetising-field Saturation and Dynamic Behaviour of Induction Machines, Part 1: Improved Calculation Method for Induction-machine Dynamics," *IEE Proc. B*, 130(1), pp.1-9, 1983.
- [64.] Melkebeek J.A., "Magnetising-field Saturation and Dynamic Behaviour of Induction Machines, Part 2: Stability Limits of a Voltage-fed Induction Motor and of a Self-Excited Induction Generator," *IEE Proc. B*, 130(1), pp.10-17, 1983.
- [65.] Melkebeek J.A., Willems J.L., "Reciprocity Relations for Mutual Inductances Between Orthogonal Axis Windings in Saturated Salient-Pole Machines," *IEEE Trans. on Industry Applications*, 26(1), pp.107-114, Jan./Feb. 1990.
- [66.] Minnich S.H., "Small Signals, Large Signals, and Saturation in Generator Modeling," *IEEE Trans. on Energy Conversion*, EC-1(1), pp.94-102, March 1986.
- [67.] Minnich S.H., Schulz R.P., Baker D.H., Sharma D.K., Farmer R.G., J.H. Fish, "Saturation Functions for Synchronous Generators from Finite Elements," *IEEE Trans. on Energy Conversion*, EC-2(4), pp.680-692, December 1987.
- [68.] Moreria J.C., Lipo T.A., "Modeling of Saturated ac Machines Including Air Gap Flux Harmonic Components," *IEEE Trans. on Industry Applications*, 28(2), pp.343-349, March/April 1992.
- [69.] Nasar S.A., Boldea I., "Electric Machines, Dynamic and Control," *CRC Press*. 1993.
- [70.] Ojo J.O., Lipo T.A., "An Improved Model for Saturated Salient Pole Synchronous Motors," *IEEE Trans. on Energy Conversion*, EC-4(1), pp.135-142, March 1989.
- [71.] Oliveria S.E.M., "Starting Transients of Saturated Induction Motors with Series Capacitors on the Supply," *IEEE Trans. on Energy Conversion*, EC-1(3), pp.205-210, September 1986.
- [72.] Ontario Hydro, "Improvement in Accuracy of Prediction of Electrical Machine Constants," *EPRI. Final Report No. EL-3359*, 1983.
- [73.] Osana M., Sakkoury K., Lipo T.A., "Transient Behavior Comparison of Saturated Induction Machine Models," *Proc. of the IMACS-TCI 4th International Conference on Computational Aspects of Electromechanical Energy Converters and Drives*, Montréal, Canada, pp. 577-580, July 1993.
- [74.] Padiyar K.R., Ramshaw R.S., "Dynamic Analysis of Multi-Machine Power Systems," *IEEE Summer Meeting and International Symposium on High Power Testing*, Portland, Ore., pp.526-535.
- [75.] Paiement B. "Centrale LG3: Identification des paramètres et des fonctions de transfert du système d'excitation", Rapport SEET-93065, Service Essais et Études Techniques, Sep., 1993.

- [76.] Ramshaw R.S., Padiyar K.R., "Generalized System Model for Slipping Machines," *IEE Proc.*, 120(6), June 1973.
- [77.] Ramshaw R.S., Xie G., "Nonlinear Model of Non-Salient Synchronous Machines", *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, PAS-103, pp. 1809-1815, 1984.
- [78.] Reddy I.G., Jones C.V., "Computer-Aided Analysis of Saturated Systems", *IEE Proc.*, 118(12), December 1971.
- [79.] Robert J., Vlemincq M., "Modeling of Saturation in Salient Pole A-C Machine," *Computational Aspects of Electromechanical Energy Converters and Drives*, Montréal, IMACS-TC1, pp.581-584, 1993.
- [80.] Robert J., Dumont A., "Saturated machine with smooth rotor. Theoretical investigations and experimental study", *Institut d'Électricité Montefiore*, Sart Tilman, B 4000 Liège (Belgique).
- [81.] Rogers G.J., Smith J.R., "Synchronous-Machine Model Including Eddy Currents", *IEE Proc.*, 120(4), April 1973.
- [82.] Sauer P.W., "Constraints on Saturation Modeling in AC Machines," *IEEE Trans. on Energy Conversion*, EC-7(1), pp.161-167, March 1992.
- [83.] Schulz R.P., Jones R.G., Ewart D.N., "Dynamic Models of Turbine Generators Derived from Solid Rotor Equivalent Circuits," *IEEE Trans. on Power App. Systems*, PAS-99, pp.933-936, May/June 1973.
- [84.] Schulz R.P., Farmer R.G., Goering C.J., Bennet S.M., Selin D.A., Sharma D.K., "Benefit Assessment of Finite-Element Based Generator Saturation Model," *IEEE Trans. on Power Systems*, PWRS-2(4), pp.1121-1136, November 1987.
- [85.] Seber G.A.F., "Nonlinear Regression", *Wiley, New York*, 1989.
- [86.] Semlyen A., De León F., "Eddy Current Add-On for Frequency Dependent Representation of Winding Losses in Transformer Models Used in Computing Electromagnetic Transients," *IEE Proc.-Gener. Transm. Distrib.*, 141(3), pp.209-225, May 1994.
- [87.] Shackshaft, G., "General-purpose turbo-alternator model", *IEE Proc.*, 110(4), April 1963.
- [88.] Shackshaft, G., "Model of Generator Saturation for Use in Power System Studies", *IEE Proc.*, 126, pp.759-763 1979.
- [89.] Shackshaft, G., Henser, P.B., "Model of Generator Saturation for Use in Power System Studies," *IEE Proc. C*, 126(8), pp.759-763, 1979.
- [90.] Slemon, G.R., "Equivalent Circuits for Single-Phase Motors," *AIEE Trans.* 74, pp.1335-1343, 1956.
- [91.] Smith I.R., Snider L.A., "Prediction of Transient Performance of Isolated Saturated Synchronous Generator", *IEE Proc.*, 119(9), September 1972.
- [92.] Sobajic D.J., Pao Y.H., "Artificial Neural Net Based Dynamic Security Assessment for Electric Power Systems", *IEEE Trans. on Power Systems*, EC-4(1), pp. 220-228, 1989.
- [93.] Sobczyk T.J., Wegiel T., "The Modeling of Permanent Synchronous Machines," *IEE Proc.*, 119(9), pp.420-424, September 1972.
- [94.] Tahan S.A., "Modélisation des machines synchrones saturées", rapport interne, Décembre 1992.
- [95.] Tahan S.-A., Kamwa I., Viarouge P., Ferfra M., "A Generalized Model of Saturated Synchronous Machines", to appear in *Transactions of IMACS*, North-Holland Ed., 1994.
- [96.] Tahan S.-A., Kamwa I., "A Two-Factor Saturation Model for Synchronous Machine with Multiple Rotor Circuits," *IEEE Trans. on Power Systems*, WM 056-2 EC 1995.
- [97.] Tamura J., akeda I., "A New Model of Saturated Synchronous Machines for Power System Transient Stability Simulations," *IEEE Tran. on Energy Conversion*, EC-10(2), pp.218-224, June, 1995.
- [98.] Tsai H., Keyhani A., Demcko J., Farmer R.G., "One-Line Synchronous Machine Parameter Estimation from Small Disturbance Operating Data," *IEEE Trans. on Energy Conversion*, EC-1(1), pp.103-112, March 1986.

- [99.] Tsukerman I., Lavers J.D., Konrad A., Weeber K., Karmaker H., "Finite Element Analysis of Static and Time-Dependent Fields and Forces in a synchronous Motor," *IEEE Trans. on Energy Conversion*, EC-3(2), pp.27-32, March 1993.
- [100.] Vas P., "Generalized Analysis of Saturated A.C. Machines," *Archive fur Electrotechnik*, pp.57-62, 1981.
- [101.] Vas P., Hallenius K.E., Brown J.E., "Cross-saturation in smooth-air-gap electrical machines," *IEEE Trans. on Energy Conversion*, EC-1(1), pp.103-112, March 1986.
- [102.] Von der Embse U.A., "A new theory of non-linear commutator machines", IEEE-PAS, p. 1804, 1968.
- [103.] Xie G., Ramshaw R.S., "Nonlinear Model of Synchronous Machines with Saliency," *IEEE Trans. on Energy Conversion*, Vol. EC-1(3), pp. 198-203, September 1986.
- [104.] Levi E., "Impact of Cross-Saturation on Accuracy of Saturated Induction Machine Models," *IEEE Trans. on Energy Conversion*, Vol. EC-12(3), pp. 211-216, September 1997.
- [105.] Levi E., "Modelling of Magnetic Saturation in Smooth Air-Gap Synchronous Machines," *IEEE Trans. on Energy Conversion*, Vol. EC-12(2), pp. 151-156, June 1997.

# IMAGE EVALUATION TEST TARGET (QA-3)



**APPLIED IMAGE, Inc**  
 1653 East Main Street  
 Rochester, NY 14609 USA  
 Phone: 716/482-0300  
 Fax: 716/288-5989

© 1993, Applied Image, Inc., All Rights Reserved