

WALID ABDUL-KADER

**MODÉLISATION DU DÉPLOIEMENT DU STOCK-TAMPON DANS UNE  
LIGNE DE PRODUCTION**

Thèse  
présentée  
à la faculté des études supérieures  
de l'Université Laval  
pour l'obtention  
du grade de Philosophiae Doctor (Ph.D.)

**DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE  
FACULTÉ DES SCIENCES ET GÉNIE  
UNIVERSITÉ LAVAL  
QUÉBEC**

**SEPTEMBRE 1997**



National Library  
of Canada

Acquisitions and  
Bibliographic Services

395 Wellington Street  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

Bibliothèque nationale  
du Canada

Acquisitions et  
services bibliographiques

395, rue Wellington  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

*Your file Votre référence*

*Our file Notre référence*

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.

The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

0-612-31478-2

## RÉSUMÉ COURT

Cette thèse aborde le problème du dimensionnement des stocks tampons dans une ligne de production constituée de  $n$  processeurs ou postes de travail. En l'absence de ces stocks, toute défaillance d'un processeur entraîne l'arrêt de la ligne de production. Un stock tampon dont la taille est correctement choisie, permet de découpler les différents postes de travail et rend la ligne moins vulnérable à la défaillance de ses processeurs.

Le projet de recherche traité dans cette thèse est issu d'une problématique industrielle dont l'examen a permis de réaliser la complexité du problème et les limitations des modèles proposés dans la littérature. Ainsi, il a fallu rappeler les spécificités des différents systèmes de production et la pertinence du stock tampon. Une revue complète des différentes approches analytiques a été effectuée. Une attention particulière a été accordée aux approches quantitatives conduisant à l'optimisation de la taille du stock tampon et à l'évaluation de la performance d'une ligne de production.

Outre les extensions apportées aux divers modèles proposés dans la littérature, des contributions importantes ont été introduites au niveau de l'exploitation de la programmation linéaire comme modèle d'analyse d'une ligne de production conçue pour traiter des produits différents.

Plusieurs alternatives ont été développées pour prendre en compte la fiabilité et la maintenabilité de chaque processeur. Ces façons de faire exploitent la structure linéaire du modèle tout en le rendant plus proche de la réalité industrielle.

Pour tous les modèles analysés dans cette thèse, des outils informatiques robustes ont été mis au point. Des indications sont fournies sur le processus de modélisation et d'exploitation des outils développés pour traiter efficacement le problème de déploiement des stocks tampons dans les lignes de production.

Une extension du modèle de programmation linéaire a été développée pour traiter le problème de conception d'une ligne de production lorsqu'un temps de cycle est imposé. Le modèle génère la taille du stock tampon à prévoir pour atteindre le temps de cycle visé.

Plusieurs outils développés dans cette thèse pourront être utilisés efficacement pour la conception et l'exploitation d'une ligne de production traitant un ou plusieurs produits et utilisant des processeurs dont la durée de vie et de réparation, en cas de panne, sont aléatoires.

Un modèle de simulation utilisant un logiciel commercial a été développé. Ce modèle a permis de valider les extensions développées. Il a été conçu de manière à permettre à l'utilisateur de configurer l'unité à simuler et de choisir les paramètres caractéristiques des différents processeurs et produits traités.

# RÉSUMÉ

Cette thèse aborde le problème du dimensionnement des stocks tampons dans une ligne de production constituée de  $k$  processeurs ou postes de travail. En l'absence de ces stocks, toute défaillance d'un processeur entraîne l'arrêt de la ligne de production. Un stock tampon dont la taille est correctement choisie, permet de découpler les différents postes de travail et rend la ligne moins vulnérable à la défaillance de ses processeurs.

L'importance des coûts pouvant résulter d'un arrêt accidentel de la ligne de production, a donné un grand élan au développement de méthodes efficaces d'analyse des systèmes de production et à la contribution des stocks tampons. C'est ainsi que plusieurs travaux ont été publiés sur le sujet. Les approches utilisées se basent essentiellement sur l'analyse des différents états possibles de la ligne de production pour tenter de déduire une relation entre l'efficacité de la ligne, exprimée en termes de disponibilité ou du taux de production, et de la taille du stock tampon.

Compte tenu du nombre important d'états que peut occuper une ligne de production constituée de  $k$  postes de travail et  $(k-1)$  stocks tampons, les approches de modélisation et d'analyse exploitant les transitions entre les différents états possibles de la ligne de production pour évaluer sa performance, ont été limitées à des lignes constituées de deux à trois postes de travail et un à deux tampons. Plusieurs extensions de base ont été publiées dans la littérature. La simulation a été également mise à contribution dans plusieurs cas pour évaluer des configurations spécifiques de la ligne de production. Plusieurs auteurs ont utilisé les modèles de files d'attente pour le choix de la taille du stock tampon et le calcul de la performance de la ligne de production. Des modèles de programmation linéaire ont également été mis à contribution dans le cas où la ligne peut traiter plusieurs variétés de produits ayant des temps de cycle et de préparation différents sur chaque processeur.

Le projet de recherche traité dans cette thèse est issu d'une problématique industrielle dont l'examen a permis de réaliser la complexité du problème et les limitations des modèles proposés dans la littérature. Ce constat rend incontournable la reformulation du problème. C'est ainsi qu'il a fallu rappeler la spécificité des différents systèmes de production et la pertinence du stock tampon. Une revue complète des différentes approches analytiques a été effectuée. Une attention particulière a été accordée aux approches quantitatives conduisant à l'optimisation de la taille du stock tampon et à l'évaluation de la performance d'une ligne de production. Des programmes de simulation ont été mis au point pour vérifier la cohérence et les limites de certains modèles mathématiques. Des procédures informatiques ont été également développées pour exploiter certains algorithmes jugés performants dans la littérature. Le but étant d'assurer une couverture la plus complète possible du sujet.

Outre les extensions apportées aux divers modèles proposés dans la littérature, des contributions importantes ont été introduites au niveau de l'exploitation de la programmation linéaire comme modèle d'analyse d'une ligne de production conçue pour traiter des produits différents. Chaque produit est caractérisé par son temps de traitement et de préparation sur chaque processeur. Les variables de décision sont les durées  $d_{ij}$  de séjour de chaque produit  $j$  sur chaque processeur  $i$ . Une procédure d'analyse des durées optimales générées par le modèle a été mise au point. Cette procédure permet d'évaluer la performance de la ligne et les temps d'arrêt consécutifs à une panne tels que un blocage ou une rupture de stock pour chaque processeur de la ligne.

Plusieurs alternatives ont été développées pour prendre en compte la fiabilité et la maintenabilité de chaque processeur. Ces façons de faire exploitent la structure linéaire du modèle tout en le rendant plus proche de la réalité industrielle.

Une extension du modèle de programmation linéaire a été développée pour traiter le problème de conception d'une ligne de production lorsqu'un temps de cycle est imposé. Le modèle génère la taille du stock tampon à prévoir pour atteindre le temps de cycle visé.

Plusieurs outils développés dans cette thèse pourront être utilisés efficacement pour la conception et l'exploitation d'une ligne de production traitant un ou plusieurs produits et utilisant des processeurs dont la durée de vie et de réparation, en cas de panne, sont aléatoires.

Un modèle de simulation utilisant un logiciel commercial a été développé. Ce modèle a permis de valider les extensions développées. Il a été conçu de manière à permettre à l'utilisateur de configurer l'unité à simuler et de choisir les paramètres caractéristiques des différents processeurs et produits traités.

Pour tous les modèles analysés dans cette thèse, des outils informatiques robustes ont été mis au point. Des indications sont fournies sur le processus de modélisation et d'exploitation des outils développés pour traiter efficacement le problème de déploiement des stocks tampons dans les lignes de production.

Plusieurs extensions des travaux réalisés sont mentionnées dans les divers rubriques de la thèse.

## **AVANT-PROPOS**

Je tiens à remercier mon Créateur le tout Puissant Dieu (SWT) qui m'a donné force, santé et endurance.

Je tiens à remercier, du fond de mon coeur, ma femme et mes enfants pour leurs nombreux sacrifices et soutien durant toute la période de mes études.

J'adresse également mes sincères remerciements à mes frères et soeurs ainsi qu'aux membres de leurs familles pour leurs conseils et supports.

Je présente mes remerciements les plus sincères à mon directeur de recherche Mr. Daoud Ait-Kadi et mon codirecteur de recherche Mr. Benoît Montreuil pour leur travail d'encadrement, de supervision et leurs multiples suggestions. Mes remerciements et mon appréciation sont aussi adressés à Mme. Sophie D'Amours, à Mr. Abdelhakim Artiba et à Mr. Pierre Lefrançois pour le temps qu'ils ont mis lors de l'examen de ma thèse.

À mes chers amis qui, par leur présence, ont aidé à faire de cette période une des plus agréables. Je nomme en particulier, M. Bassam Masri, M. Jamil Nour, M. Carl Simard, M. Reda Khedry, M. Charles Vaillancourt, M. Farzan Gallichi, M. Mohammed Ouali et M. Reza Solemani.

**À la mémoire de mes chers parents**

# TABLE DES MATIÈRES

Résumé court	ii
Résumé	iv
Avant-propos	vii
Dédicace	viii
Table des matières	ix
Liste des figures	xii
Liste des tableaux	xiv
<b>CHAPITRE 1:</b>	
<b><u>INTRODUCTION</u></b>	1
1.1 Concepts de base	1
1.2 Structure de la thèse	16
<b>CHAPITRE 2:</b>	
<b><u>LES SYSTÈMES MANUFACTURIERS : ANALYSE, SYNTHÈSE ET PRODUCTIVITÉ</u></b>	18
2.1 Généralités	18
2.2 Les systèmes manufacturiers: vue d'ensemble	19
2.3 Choix de modes de production en fonction du volume	26
2.4 Définition et rôle du stock tampon	27
2.5 Le stock-tampon et l'accroissement de la productivité	35
2.6 Points à considérer lors de la conception et de l'exploitation d'une ligne de production	38
<b>CHAPITRE 3:</b>	
<b><u>MODÉLISATION D'UNE LIGNE DE PRODUCTION PAR L'APPROCHE DES CHAÎNES DE MARKOV.</u></b>	42
3.1 Généralités	42
3.2 Modèles d'analyse des lignes de production	44
3.2.1 L'approche stochastique	46
3.3 Modélisation d'une ligne de production ayant un cycle fixe et un tampon de capacité finie Z.	52
3.4 Analyse d'une ligne de production composée de 3 stations	67
3.5 Modèle de transfert en deux étapes	72

3.6 Impact du coefficient de variation du taux de réparation	79
--	----

## **CHAPITRE 4:**

### **CONFIGURATION RÉSEAU EN TANDEM DE k POSTES DE TRAVAIL**

4.1 GÉNÉRALITÉS	84
4.2 Méthodes de décomposition	86
4.3 Méthode de décomposition d'une ligne de production constituée de k machines avec un temps de traitement déterministe, Gershwin (1987).	88
4.6 Conclusion	108

## **CHAPITRE 5:**

### **MODÉLISATION PAR L'APPROCHE DES FILES D'ATTENTE**

5.1 Généralités	110
5.2 Calcul de la durée des perturbations dues aux pannes	112
5.3 Réseau de production	115
5.3.1 Réseaux de files d'attente ouverts (voir figure 5.1)	115
5.3.2 Étude d'un système de production sériel composé de deux postes de travail	116
5.4 Cas de M postes de travail	124
5.5 Réseaux fermés	135
5.5.1 Méthode de l'analyse de la valeur moyenne (MVA)	137
5.5.2 Autres procédures	140
5.5.3 Taux de rendement	141
5.5.4 Longueur de la file d'attente	141
5.5.5 Algorithme MVA	141
5.6 Conclusion	148

## **CHAPITRE 6:**

### **MODÉLISATION D'UNE LIGNE DE PRODUCTION PAR L'APPROCHE DE LA PROGRAMMATION LINÉAIRE**

6.1 Généralités	156
6.2 Estimation de la capacité d'une ligne de production	157
6.3 Hypothèses de travail	158
6.3.1. Notations pour les données d'entrées	159
6.4 Modèle linéaire	161
6.5 Exploitation du modèle en tenant compte des pannes	169
6.5.1 Traitement de la défaillance des processeurs	170
6.6 Modélisation d'une ligne constituée de M processeurs	176
6.6.1 Approche de la programmation	177
6.6.2 Méthodologie de recherche de la taille des tampons en fonction de T	180
6.6.3 Approche de modélisation par simulation	182
6.7 Application à un cas général	190
6.7.1 Génération des scénarios	191
6.7.2 Calcul de l'espérance mathématique du cycle de production	194

<b>CHAPITRE 7:</b>	207
<b><u>CONCLUSION</u></b>	207
<b>RÉFÉRENCES</b>	212
<b>ANNEXE 1 :DÉTERMINATION EXPÉRIMENTALE DE L'EXPRESSION DE LA FIABILITÉ.</b>	219
<b>ANNEXE 2 :MÉTHODE APPROXIMATIVE, LIGNE DE PRODUCTION CONSTITUÉE DE 3 STATIONS.</b>	224
<b>ANNEXE 3 :RÉSULTATS ANALYTIQUES VS SIMULATION, MODÈLE DE PROGRAMMATION LINÉAIRE.</b>	228

# LISTE DES FIGURES

Figure 1.1: Ligne de production composée de n postes de travail.	6
Figure 1.2: Ligne de production ayant des stocks-tampons intermédiaires	6
Figure 2.1: Procédés de fabrication.	21
Figure 2.2: Critères de choix d'un système de production.	26
Figure 2.3: Ligne de production séparées par de zones tampons.	28
Figure 2.4: Représentation graphique d'un en-cours.	30
Figure 2.5: Cadences de fabrication.	32
Figure 2.6: Formation et écoulement de l'en-cours.	32
Figure 2.7: Délais entre les opérations de fabrication.	33
Figure 2.8: Fabrication de grande série.	34
Figure 2.9: Temps pour les différents états d'une ligne de production sans tampon intermédiaire.	36
Figure 2.10: Pannes et arrêt forcé dans une ligne de production.	37
Figure 2.11: Ventilation du temps dans une usine de production automatisée .	38
Figure 2.12: Ventilation de la durée d'inactivité.	40
Figure 3.1: États possibles du système	47
Figure 3.2: Gain $G(Z)$ en fonction de la taille du tampon.	51
Figure 3.3: Ligne de production.	52
Figure 3.4: Paramètres de la ligne de production.	55
Figure 3.5: Probabilité de transition d'un état initial à un état final.	56
Figure 3.6: Diagramme de transition d'états correspondant à l'équation (3.14)	57
Figure 3.7: Diagramme de transition d'états correspondant à l'équation (3.15)	58
Figure 3.8: Efficacité de la ligne de production en fonction des taux de panne, $\lambda_1, \lambda_2, \mu_1=0.1, \mu_2=0.2$ , et $Z=15$ .	65
Figure 3.9: Efficacité de la ligne de production en fonction des taux de réparation des machines 1 et 2, $\lambda_1=0.005, \lambda_2=0.01, Z=15$ .	66
Figure 3.10: Ligne de production composée de 3 stations et de 2 tampons.	67
Figure 3.11: Procédure d'agrégation.	69
Figure 3.12: Efficacité en fonction des tailles des tampons.	72
Figure 4.1: Décomposition d'une ligne de production en lignes virtuelles.	90
Figure 5.1 Réseau de files d'attente ouvert	112
Figure 5.2: Réseau fermé	112

Figure 5.3: Convergence et division d'une distribution de Poisson.	116
Figure 5.4: Système série composé de deux postes de travail.	116
Figure 5.5: Diagramme de transition et états du système.	119
Figure 5.6: Système série constitué de m processeurs.	125
Figure 5.7: Étapes d'analyse des réseaux ouverts de files d'attente.	127
Figure 5.8: Séquence des opérations.	127
Figure 5.9: Atelier multigamme vu comme un réseau de files d'attente.	131
Figure 5.10: Produit réel et pannes dans une ligne de production.	135
Figure 5.11: Réseau fermé.	136
Figure 5.12: Niveau de l'en-cours N vs le taux de production.	137
Figure 5.13: Système manufacturier flexible.	143
Figure 6.1: Conditions fondamentales.	161
Figure 6.2: Durée minimum de production au poste de travail i sujet aux contraintes du côté de l'intrant du tampon, $k=2$ .	166
Figure 6.3 : Insertion de produits fictifs	171
Figure 6.4: Détermination de la zone de stabilité du modèle de simulation.	184
Figure 6.5: Image d'écran prise au temps de simulation 15454 heures.	186
Figure 6.6: Image d'écran prise au temps $t=49506$ heures et 36 minutes.	187
Figure 6.7: Temps de cycle vs tailles du tampon intermédiaire.	198
Figure 6.8: Courbe montrant la stabilité du modèle	199

# LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1.1: Comparaison des principaux modèles.	15
Tableau 2.1: Caractéristiques des systèmes de production.	24
Tableau 2.2: Éventail de modes de production.	25
Tableau 3.1: Matrice de transition d'états pour $M_i$ .	74
Tableau 3.2: Matrice de transition d'une ligne de production constituée de 2 stations et d'un tampon de capacité 1.	76
Tableau 3.3: Taux de production d'une ligne constituée de 3 stations de travail.	77
Tableau 3.4: Taux de production d'une ligne de 4 postes de travail.	78
Tableau 3.5: Effet du stock tampon sur l'efficacité du système.	79
Tableau 4.1: Efficacité en fonction de tailles de tampons.	106
Tableau 4.2: Efficacité d'une ligne de production constituée de 6 machines.	107
Tableau 4.3: Comparaison de résultats	107
Tableau 4.4: Principaux travaux de recherche traitant la performance d'une ligne de production constituée de k postes de travail.	109
Tableau 5.1: Résultats pour les files d'attente M/M/1, M/G/1 et M/M/C.	113
Tableau 5.2: Équations d'état d'un système série.	117
Tableau 5.3: Données du problème.	132
Tableau 5.4: Taux d'arrivées effectifs par famille de pièces.	133
Tableau 5.5: Résultats primaires.	134
Tableau 5.6: Nombre des visites aux postes de travail.	144
Tableau 5.7 : Tableau-synthèse, approche des chaînes de Markov	154
Tableau 6.1: Données du modèle.	167
Tableau 6.2: Données du modèle modifié..	174
Tableau 6.3: Nouvelles données du problème.	175
Tableau 6.4 : Ligne constituée de 3 postes et 2 tampons.	178
Tableau 6.5: Ligne de production constituée de 4 postes et 3 tampons.	179
Tableau 6.6: Ligne constituée de 3 stations et 2 tampons intermédiaires.	183
Tableau 6.7 : Paramètres d'entrée, modèle de simulation de 4 machines.	184
Tableau 6.8 : Comparaison des résultats obtenus par simulation et analytiquement, 3 processeurs.	188
Tableau 6.9 : autres résultats, 3 processeurs.	189

Tableau 6.10 : Comparaison des résultats obtenus par simulation et analytiquement, 4 processeurs	189
Tableau 6.11 : Autres statistiques relatives à la ligne de production de 4 processeurs.	190
Tableau 6.12 : Scénarios possibles, ligne de 2 machines et 2 produits.	194
Tableau 6.13 : Temps de cycle vs taille de tampon, b.	197
Tableau 6.14 : Résultats statistiques pour un tampon de taille $b=10$ .	198
Tableau 6.15 : Résultats relatifs à une ligne de 3 machines et 2 tampons.	205

# **Chapitre 1**

## **INTRODUCTION**

### **1.1 Concepts de base**

Le changement technologique constant et la concurrence féroce font en sorte que les entreprises doivent s'ajuster rapidement aux mutations et transformations imposées par des marchés de plus en plus restreints et difficiles à pénétrer. Nous assistons actuellement à une globalisation de l'économie où il est facile, par les moyens de communications abordables à tous, de trouver un fournisseur fiable et capable de livrer un produit de qualité peu importe le pays d'accueil de ce dernier. Pour demeurer compétitif, la préoccupation principale de chaque chef d'entreprise, est de rentabiliser ses activités en visant le plus haut taux de rendement de son système de production.

Par définition, un système est un ensemble d'éléments interdépendants orientés vers la réalisation d'un objectif. Tout système est conçu pour assurer une fonction dont la réalisation fait appel à des ressources (humaines, matérielles et financières) qui doivent être organisées de façon à former un ensemble cohérent.

Les éléments d'un système de production sont : la fonction, l'intrant, l'agent humain, l'agent physique, la séquence, l'environnement et l'extrant.

L'engagement efficace de ces éléments nous amène à définir la productivité ou l'efficacité d'un système de production. La mesure d'efficacité telle que définie par Buzacott et Hanifin (1978) est donnée par:

$$E = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{q(t)}{Q(t)} \quad (1.1)$$

où  $q(t)$  est la production réelle réalisée en unités durant le temps  $t$  et  $Q(t)$  est la production espérée ou maximale du système de production durant le même temps. Il est important de mentionner que la différence entre  $q(t)$  et  $Q(t)$  provient des pannes aléatoires des machines et d'autres sources de perturbation affectant le bon fonctionnement du système de production. L'idéal est donc d'avoir un  $E$  voisin de 1.

Pour une entreprise, il s'agit de mettre en oeuvre tous les moyens possibles afin d'améliorer sa productivité et ce en maximisant la valeur ajoutée par sa production réelle  $q(t)$ .

Pour les équipements sujets à des défaillances aléatoires et qui peuvent être remis en état d'opération, nous utilisons la disponibilité stationnaire  $D$ , comme mesure de l'efficacité.  $D$  n'est autre que la proportion du temps moyen de bon fonctionnement du système. En utilisant les concepts de la théorie de la fiabilité (voir Ait-Kadi (1992)):

$$D = \frac{MTBF}{MTBF + MTTR} \quad (1.2)$$

où MTBF est le temps moyen de bon fonctionnement et MTTR est la moyenne du temps de réparation.

À noter ici que pour l'horizon considéré, l'équipement ne peut occuper que l'un des deux états: en opération ou hors d'usage.

Si C désigne la cadence de production (considérée comme constante), il est facile de voir que:

$$q(t) = C * MTBF \quad (1.3)$$

et

$$Q(t) = C * (MTBF + MTTR). \quad (1.4)$$

où t dans q(t) et Q(t) est égal à :

$$t = MTBF + MTTR$$

L'utilisation de E ou D revient exactement au même dans ce cas. Cette définition découle des notions de la fiabilité et de la maintenabilité des équipements qui sont importantes dans le contexte de cette étude où il y a des équipements réparables et sujets à des défaillances aléatoires. Nous consacrerons les paragraphes qui suivent pour les définir.

La **fiabilité** est une caractéristique d'un système exprimée par la probabilité qu'il accomplisse la fonction pour laquelle il a été conçu, dans des conditions données et pendant une durée donnée (voir Ait-Kadi (1992)).

À cette notion de fiabilité, on associe une probabilité «de durée de bon fonctionnement» exprimée, en unités de temps par:

$$R(t) = P(t_{op} > t) \quad (1.5)$$

où  $t_{op}$  est la durée de vie du système ou le temps de fonctionnement durant lequel l'équipement est apte à produire. La durée de vie d'un système est donc une variable aléatoire non négative ( $\geq 0$ ) et ayant une fonction de densité de probabilité  $f(t)$ . La quantité  $f(t)dt$  représente la probabilité que la durée de vie soit comprise entre  $t$  et  $(t+dt)$ . La fonction de distribution  $F(t)$  représente la probabilité que la durée de vie soit inférieure ou égale à  $t$  ( $\leq t$ ).

$$F(t) = P\{\text{durée de vie} \leq t\}$$

$$F(t) = \int_0^t f(x)dx \Leftrightarrow f(t) = \frac{dF(t)}{dt}$$

La fiabilité est exprimée par:

$$R(t) = \int_t^{\infty} f(t)dt \quad (1.6)$$

$$= e^{-\int_0^t \lambda(t)dt}$$

(voir annexe 1 pour plus de détails concernant l'équation (1.6)).

où  $\lambda(t)$  est le taux de défaillance déterminé à partir de la relation:

$$\lambda(t) = f(t) / R(t).$$

Par hypothèse, on considère que le système ne peut occuper que l'un des deux cas: être en opération ou hors d'usage. Ceci nous permettra d'écrire:

$$R(t) + F(t) = 1.$$

La moyenne des temps de bon fonctionnement, MTBF, est définie par:

$$MTBF = \int_0^{+\infty} t \cdot f(t)dt \quad (1.7)$$

$$= \int_0^{+\infty} R(t)dt$$

La **maintenabilité** est la probabilité de rétablir un système dans des conditions de fonctionnement spécifiées, en des limites de temps désirées, lorsque la maintenance est accomplie dans des conditions données, avec des procédures et des moyens prescrits.

La durée de réparation ou d'intervention ( $t_R$ ) est une variable aléatoire ayant pour distribution :

$$M(t) = P(t_R \leq t) \quad (1.8)$$

Soit  $g(t)$  la densité de probabilité du temps de réparation. Par analogie à l'étude statistique de fiabilité, la maintenabilité est définie par la relation suivante:

$$\begin{aligned} M(t) &= \int_0^t g(x) dx \\ &= 1 - e^{-\int_0^t \mu(x) dx} \end{aligned} \quad (1.9)$$

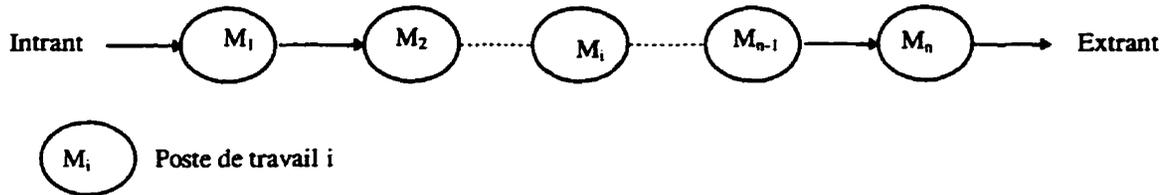
où  $\mu(t)$  est le taux de réparation. Il est donné par:

$$\mu(t) = g(t) / [1 - M(t)] \quad (1.10)$$

La moyenne des temps techniques de réparation est donnée par:

$$MTTR = \int_0^{+\infty} t \cdot g(t) dt \quad (1.11)$$

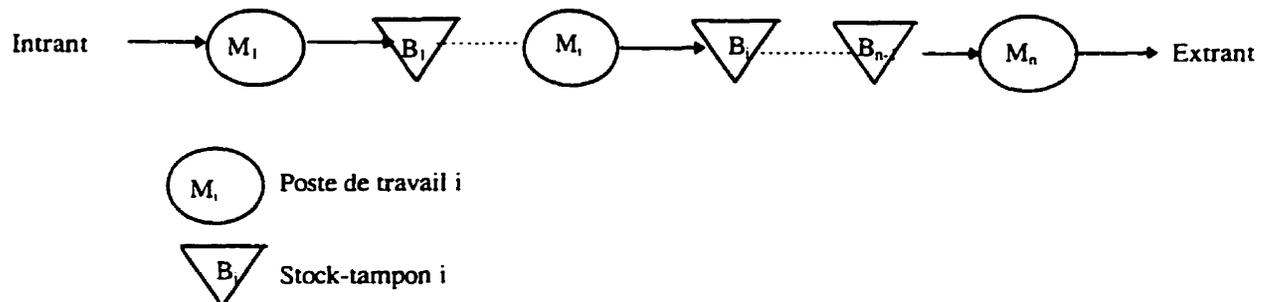
Considérons un système-série, appelé également ligne de production, constitué de  $n$  postes de travail sans tampon intermédiaire (voir Figure 1.1). Nous pouvons constater que l'extrant du poste de travail  $i$  constitue l'intrant du poste  $(i+1)$ . Tous ces postes  $M_i$  ;  $i=1, \dots, n$ , sont sujets à des défaillances aléatoires. La défaillance d'un poste entraîne l'arrêt complet de la ligne de production. Ceci affecte négativement la disponibilité du système qui ne sera pas en mesure de produire de nouvelles pièces jusqu'à ce que le poste en panne soit réparé. Il s'agit là d'une ligne de production dite rigide selon Zimmern (1955).



**Figure 1.1: Ligne de production composée de n postes de travail.**

L'un des moyens susceptibles d'éviter de tels arrêts aléatoires et d'améliorer la disponibilité de la ligne de production se fait en introduisant une zone tampon entre les postes de travail afin de les découpler les uns des autres. Par ce découplage, nous leur fournissons un certain degré de liberté dans leur fonctionnement.

La zone tampon est un espace intermédiaire entre deux postes de travail consécutifs où nous pourrions entreposer ou retirer une quantité donnée de produits semi-finis, appelés aussi en-cours de fabrication. Le but recherché par ce moyen est de réduire ou éliminer un arrêt généralisé de la ligne de production suite à la défaillance d'un poste de travail  $i$ . La Figure 1.2 illustre le cas d'une ligne de production ayant des zones tampons entre les postes de travail.



**Figure 1.2: Ligne de production ayant des stocks-tampons intermédiaires.**

Si les stocks-tampons sont judicieusement localisés et correctement dimensionnés, alors la défaillance d'un poste n'entraîne pas nécessairement l'arrêt de la ligne de production. Par conséquent, la disponibilité de cette dernière se trouve améliorée.

En se référant à la Figure 1.2, si une machine  $i$  tombe en panne, les machines  $(i-1)$ ,  $(i-2)$ , .. ,  $1$ , peuvent continuer à opérer en déchargeant leur production dans les zones tampons situées en aval de chacune d'elles. Pour les machines  $(i+1)$ ,  $(i+2)$ ,...,  $n$ ; celles-ci s'alimenteront de stocks-tampons situés en amont d'elles.

Si nous réussissons à réparer la machine  $i$  avant que la zone-tampon en amont de cette dernière ne se remplisse à pleine capacité ou que la zone tampon en aval d'elle ne se vide, la ligne n'arrêtera pas de produire. Il en résulte alors un gain en productivité ou en disponibilité de toute la ligne de production, d'où le but recherché.

Le problème que nous nous posons est celui de la détermination de la taille optimale de la zone-tampon afin de maximiser la performance du système. Nous cherchons précisément à mettre en évidence l'impact positif du déploiement de zones tampons sur la productivité de la ligne de production.

Le problème de l'évaluation de l'influence des zones tampons sur l'efficacité d'une ligne de production a été largement discuté dans la littérature, voir (Abdul-Kader et al.(1994)). Afin de trouver la taille de tels tampons, il serait important de posséder des résultats de nature analytique qui expriment la relation entre la productivité de la ligne de production et la taille des tampons. L'intérêt des chercheurs était axé sur la détermination de:(1) la taille du stock-tampon; (2) la fiabilité; et (3) le temps de traitement. Cheng (1996) considère que le problème de conception d'un système de production sériel est composé de trois volets importants qui sont l'introduction d'un tampon bien dimensionné, l'affectation des ressources matérielles et la charge de travail.

Nous pourrions également regrouper les travaux de recherche en deux classes, soit les modèles discrets et les modèles continus. Cette classification est inspirée du type de flot du matériel qui est considéré comme étant discret ou continu (Dubois et al. (1982)). Nous présentons chacune des classes des modèles comme suit:

1. La classe des modèles discrets se justifie si la production s'effectue à faible cadence et que les zones de stockage ne peuvent contenir que quelques unités de produits. Dans le modèle proposé par Soyster et Toof (1976), on suppose que les pannes de machines suivent un processus de Bernoulli (succès-échec) et que le temps de réparation est constant et égal à un cycle de production. Des hypothèses similaires sont faites par Sheskin (1976), Soyster, Schmidt et Rohrer (1979). Okamura et Yamashina (1977) trouvent qu'il est plus réaliste de supposer que les machines ont un taux de panne et un taux de réparation constants et que le comportement du système de production est de type Markovien discret. Au chapitre 3, nous présenterons en détails deux modèles discrets, soit le modèle de Buzacott (1967) et celui de Sheskin (1976).
2. La classe des modèles continus se justifie en pratique par l'effet que le débit des machines est suffisamment grand. L'analyse de lignes de production constituées de deux machines et d'une zone-tampon a été menée par Finch dans un modèle rapporté par Koenigsberg (1959). L'intérêt des modèles continus est de fournir des résultats analytiques simples dans le cas de deux machines en série. Sevastyanov (1962) a considéré également le cas d'un flot continu des matières. Dans son modèle, il a étudié le problème d'allocation optimale de l'espace d'entreposage. Il a analysé le cas de deux machines ayant des durées de vie et de réparation distribuées suivant une loi exponentielle. Dans son analyse, il a obtenu une solution analytique en supposant que toutes les machines ont le même taux de panne et le même taux de réparation. Cette solution fut, par la suite, généralisée pour une ligne constituée de plusieurs types de machines. Sevastyanov suppose entre autres que les pannes dépendent du temps et que deux pannes ne peuvent se produire simultanément. Vous trouverez au chapitre 3, un exemple détaillé de cette classe de modèles, soit le modèle de Finch (voir Koenigsberg, 1959).

Ho et al. (1979) ont travaillé sur l'optimisation de la performance d'une ligne de transfert en utilisant les techniques d'analyse des perturbations pour calculer des gradients par simulation. On doit à Ho et al. le développement de l'analyse des perturbations. Étant donné l'aspect économique important de ce problème, plusieurs

études de simulation ont été réalisées. On note le travail d'Anderson et Moodie (1969), de Kay (1972), de Hanifin (1975), de Conway et al. (1988) et de Baker et al. (1990).

Bien que les modèles de simulation fournissent une analyse plus exhaustive que d'autres méthodes, beaucoup d'efforts sont cependant requis pour construire ces modèles et le temps de calcul est plus que considérable. Cependant, il faut souligner que le manque de données réelles rend les résultats obtenus par simulation moins précis, selon Buzacott et Shanthikumar (1993). Au chapitre 6, nous introduirons l'étude de lignes de production par simulation et nous présenterons un modèle de simulation pour valider des extensions développées relativement à une ligne de production constituée de  $k$  machines et  $(k-1)$  tampons intermédiaires.

Les hypothèses les plus connues qui divisent les travaux de recherche en deux catégories sont: (1) la capacité de la zone-tampon supposée infinie, (2) la capacité de la zone-tampon supposée finie. L'hypothèse d'un stock-tampon à capacité finie est plus réaliste. Cependant, elle génère des problèmes de calcul de grande taille où nous pourrions obtenir une solution exacte uniquement dans le cas d'une ligne de production composée de deux stations de travail. Les techniques de modélisation appliquées sont celles de l'approche des chaînes de Markov.

La complexité engendrée par l'hypothèse (2) est générée par l'ajout de deux états à la matrice de transition. L'un de ces états représente le phénomène de blocage qui ne se produit pas dans le cas de l'hypothèse (1). Ce phénomène a pour effet de forcer la machine  $i$  de la ligne de production d'arrêter de fonctionner lorsque le tampon  $i$  en aval d'elle devient plein. Ce phénomène est communément désigné par le terme blocage. Si le tampon  $i$  est vide, la machine  $(i+1)$  en aval de ce dernier n'aura plus de pièces à traiter et par conséquent, elle arrêtera de produire. En l'occurrence d'un tel phénomène, on attribue à la machine en question, l'état de famine ou de rupture de stock.

Plusieurs travaux de recherche ont été consacrés à l'étude de systèmes de production sériels où le stock-tampon a une capacité finie. Certains travaux ont étudié la ligne de production dans ses états de fonctionnement en régimes transitoire et permanent. D'autres travaux n'ont traité que l'aspect de fonctionnement en régime permanent, i.e. indépendamment du temps.

L'analyse du système en régime transitoire est basée sur le fait que lorsque la ligne a complété la fabrication d'un lot de grande taille d'un produit, un nouveau réglage (set-up) est fait pour le prochain produit. Puisque le temps de réglage dans un système de production de type ligne de production est très petit par rapport au temps de traitement d'un lot de pièces, la plupart des chercheurs ont négligé ce temps et ils ont essayé d'analyser la performance du système en régime permanent.

Bien que la plupart des résultats de recherche ont été basés sur l'évaluation de la performance d'une ligne de production en régime permanent, quelques chercheurs (Anderson et Moodie, (1969), Wilhelm et Sastri (1979), Elsayed et Lin (1980), Gupta et Sharma (1983), Gershwin et Shick (1983) et Wilhelm (1986)) se sont préoccupés de l'analyse de la performance de la ligne de production en tenant compte de ses états en régimes transitoire et permanent.

Anderson et Moodie (1969) ont développé des procédures pour déterminer un espace tampon pour des lignes de production balancées ayant des machines fiables. Leur travail est basé sur un modèle de coût qui tient compte de l'effet des capacités d'entreposage intermédiaire et du nombre de stations de production. Leur modèle est obtenu à partir d'un modèle de simulation et d'une analyse de régression qui étaient utilisés pour développer: (a) une expression du délai moyen par unité de temps dans la ligne de production et (b) une expression de l'inventaire moyen en cours par unité de temps.

Wilhelm et Sastri (1979) et Wilhelm (1986) ont examiné la performance d'une ligne de production en régime transitoire. Wilhelm et Sastri (1979) ont étudié les

différentes étapes de la fabrication et les pannes d'équipements qui sont des facteurs influençant le comportement transitoire du système. Par la suite, ces facteurs ont été incorporés dans un modèle de simulation qui décrit le fonctionnement de la ligne de production en régime transitoire.

Les effets du régime transitoire sur la performance du système ont été présentés à partir de plusieurs mesures telles que le taux d'utilisation du système, le coefficient de gain, etc. Wilhelm (1986) a développé un modèle approximatif basé sur l'hypothèse que les instants de début et de fin des opérations suivent une distribution normale.

Gershwin et Shick (1983) ont proposé une méthode utilisant l'approche de chaînes de Markov pour analyser une ligne de production constituée de M machines de travail non fiables et des tampons à capacité finie. Ils ont appliqué leur méthode à une ligne comportant 3 machines. Dans leur méthode, ils ont supposé que toutes les machines ont des temps de service égaux et constants et qu'elles débutent leurs opérations en même temps. Les probabilités de panne et de réparation de machines étaient utilisées pour obtenir les probabilités de transition d'états du système. L'état de chaque machine dans la ligne de production de M stations, était alors défini comme étant soit en réparation soit en opération.

Les équations d'état en régime permanent ont été utilisées pour calculer plusieurs mesures de performance, notamment le taux de production, la taille de l'en-cours et la probabilité de blocage ou de rupture de stock. Les transitions s'effectuent entre les états du système. Ces états sont considérés comme étant internes ou externes aux conditions limites. Pour une ligne de production composée de M machines et des stocks tampons  $Z_i$ , le nombre d'états N possibles est donné par:

$$N=2^M(Z_2+1)(Z_3+1)...(Z_M+1) \quad (1.12)$$

où il y a deux états distincts pour chaque machine dans une ligne de production de M stations.

La complexité du problème augmente d'une manière exponentielle avec le nombre d'états. Ceci a pour résultat de limiter l'applicabilité de l'approche des chaînes de Markov à des lignes de production constituées de deux stations de travail. Gershwin (1984, 1987) propose une méthode de décomposition pour évaluer la performance d'un réseau ouvert de production. Ce réseau en tandem est composé de plusieurs stations de travail et des zones-tampons de capacité finie. Il a utilisé les mêmes conditions et hypothèses que celles utilisées lors du développement du modèle Markovien de Gershwin et Shick (1983).

Cette technique de décomposition initiée par Hillier et Boling (1966) consiste à diviser la ligne au complet en segments comportant chacun deux machines afin d'obtenir une solution approximative en résolvant les formules récursives pour les mesures en question. Au chapitre 4, nous présenterons en détail cette méthode de décomposition en mettant en évidence l'algorithme de résolution tel que développé par Dallery et al.(1988). Frein et al. (1996) ont proposé une méthode de décomposition similaire à celle de Gershwin (1987) mais applicable à un réseau de production fermé.

Buzacott et Hanifin (1978) dans leur revue de littérature ont introduit les concepts de (1) l'analyse d'une station, (2) panne totale de la ligne et (3) pannes dépendantes du temps et d'opération ou de l'usage de l'équipement. Ils ont fourni des formules simples pour calculer le taux de production d'une ligne de production sans tampon intermédiaire et sujette à des pannes dépendantes du temps ou de l'opération. Les modèles rapportés dans leur travail sont ceux de Vladziewskii (1953), Sevastyanov (1962), Finch (voir Koenigsberg (1959)) et Sheskin (1976). Ils ont trouvé qu'il est facile d'inclure les effets de la panne totale d'une ligne dans ces modèles.

L'approche de files d'attente pour l'analyse de ligne de production ayant un en-cours intermédiaire fut utilisée par plusieurs auteurs. D'après Koenigsberg (1959), le modèle typique de file d'attente pour une ligne de production considère les

hypothèses suivantes :

- 1) le temps de service ou temps de cycle de chaque station suit une distribution exponentielle,
- 2) l'arrivée des matières à la première station de travail est décrite par une distribution de Poisson,
- 3) les pannes ne sont pas considérées.

Un tel système fait que l'utilisation d'un stock-tampon ne sera justifiée que pour compenser la variation du temps de service dans les postes de travail et non pas par la panne d'un poste donné. D'autres investigations faites par Knott (1970) et Buxey et al. (1973) utilisent les mêmes hypothèses pour les modèles des files d'attente.

Le principe de base de cette approche est d'évaluer le nombre moyen de pièces en attente dans la file avant chaque poste de travail. Ce nombre est considéré comme étant la capacité de stockage intermédiaire entre deux postes de travail. D'autres considérations telles le blocage dans le cas d'une file d'attente à capacité finie furent étudiées (Perros, 1994). Buzacott et Shanthikumar (1992) présentent des techniques de modélisation de systèmes manufacturiers en employant plusieurs types de files d'attente tels que  $M/G/1$ ,  $GI/GI/1$ , etc. Nous réserverons le chapitre 5 de cette thèse à l'analyse et à l'utilisation de la théorie des files d'attente comme outil de modélisation des systèmes manufacturiers.

Un autre modèle (Johri (1987)) présente une technique de résolution basée sur la programmation linéaire pour calculer la capacité de production d'une ligne fabriquant plusieurs produits. Dans ce modèle, les temps de traitement d'une commande ainsi que le temps de réglage (set-up) de chaque machine sont considérés. Les pannes n'y sont pas explicitées.

Suite à l'étude de la revue de littérature, nous avons trouvé que peu de modèles traitent le cas d'une ligne de production fabriquant plus qu'un produit. Johri (1987) a

considéré ce cas sans toutefois présenter explicitement l'effet des pannes aléatoires dans son modèle. Nous avons analysé ce modèle et trouvé qu'il est possible d'y traiter les pannes en les considérant comme des produits fictifs. Une évaluation complète de cette approche nous a permis d'exploiter ce modèle sans apporter beaucoup de modifications à sa structure. Pour les détails relatifs à cette évaluation et aux extensions que nous avons faites, voir chapitre 6 de cette thèse.

Une autre approche se démarquant de toutes ces dernières approches fut celle présentée par Henock (1988). Dans son approche, Henock tente de calculer la taille du tampon séparant deux machines successives en estimant le nombre de pannes que ces machines peuvent avoir au cours d'une durée équivalant à un quart de travail. Dans son article, il présente aussi l'expression de la disponibilité de la ligne de production en se basant sur le temps moyen de bon fonctionnement, le temps moyen de réparation et le temps requis pour ajuster le niveau des tampons.

Nous avons exploité cette approche afin d'évaluer la valeur à ajouter au temps de service dans le cas d'une file d'attente (voir chapitre 5). En ayant le nouveau temps de service, nous pourrions évaluer la nouvelle longueur de la file d'attente. Cette longueur correspondra à l'espace à allouer au tampon.

Le tableau 1.1 présente la recherche traitant l'affectation des zones-tampons. Il s'agit d'un tableau-synthèse où plusieurs hypothèses et modèles sont montrés. Il est à noter que la majorité des méthodes présentées dans ce tableau sont basées sur l'analyse de l'état du système en régime permanent et l'hypothèse de traitement d'un seul type de pièces.

Dans la première colonne du tableau, nous trouvons des modèles considérant le flot comme étant continu ou discret. Les distributions de temps de bon fonctionnement ou de réparation sont également montrées pour chacun des modèles. Nous trouvons aussi l'hypothèse considérant des pannes dépendant de l'opération ou du temps.

Hypothèses	V l a d z ievskii 1953	F i n c h 1959	S v a s tyanov 1962	B u z a coll 1972	S h c skin 1976	S y s ter & Toof 1976	A r t a manov 1977	O k a mura et al. 1977	W i n gaard 1979	G e r shwin & Berman 1981	B u z a coll 1982	G e r shwin & Shick 1983	M a l a thronas et al. 1983	S h a n thikum. & Tien 1983	Y c ralan et al. 1986	M i r r a 1986
Flot: - continu. - discret	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Pannes- Distribution- Uptime	e <sup>2</sup>	e	e <sup>2</sup>	e <sup>2</sup>	e	e	e <sup>2</sup>	e <sup>2</sup>	e	e	e <sup>2</sup>	e <sup>2</sup>	e <sup>2</sup>	e <sup>2</sup>	e <sup>2</sup>	e
Types de pannes Dépend de l'état Dépend du temps	x	x	x	x	x <sup>3</sup>	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Pannes simultanées de stations: oui non	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Deux stations en panne: oui non	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Réparation Distribution-downtime	e	e	e	e	e	e	e	e	e	e	e	e	e	e	e	e
Suite à une panne: - on libère la pièce. - on retient la pièce - rebut possible.				x	x	x	x			x	x	x				
Réparation simultanée de stations: oui non	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Instant d'observation: avant transfert après transfert				x	x <sup>3</sup> x <sup>4</sup> x <sup>4</sup>	x <sup>4</sup> x <sup>4</sup> x <sup>4</sup>	x	x			x	x				
Machines identiques oui non	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Cycles égaux: oui non	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x

Tableau 1.1: Comparaison des principaux modèles, tableau adapté de De Koster (1989).

N.B: e pour distribution exponentielle, g pour distribution géométrique, <sup>2</sup>taux de panne constant durant le cycle où les 2 stations sont opérationnelles, <sup>3</sup>taux de panne+taux de réparation=1, <sup>4</sup>transfert se fait en deux étapes.

Une autre hypothèse suppose que deux machines peuvent (deux événements) tomber en panne en même temps.

## **1.2 Structure de la thèse**

Le chapitre suivant de cette thèse est consacré à la présentation de la ligne de production et les moyens à prendre pour améliorer sa productivité. Des tableaux de synthèse et de comparaison sont présentés afin de bien situer ce système de production par rapport à d'autres. Une section sera consacrée à l'étude de la formation de l'en-cours et une représentation graphique sera exposée.

Dans le chapitre 3, nous présentons des modèles traitant la modélisation de la performance de la ligne de production en fonction de la taille du tampon. Une méthode approximative mesurant la performance d'une ligne de production constituée de trois postes de travail et deux tampons intermédiaires est également présentée. À noter que nous avons développé une procédure informatique pour estimer l'efficacité d'une telle ligne de production. Cette procédure est également présentée et comparée à d'autres modèles.

Le chapitre 4 est consacré aux méthodes de décomposition et d'agrégation où on présente une méthode de décomposition d'une ligne de production constituée de  $k$  machines et  $(k-1)$  tampons. Nous avons développé une procédure informatique pour évaluer l'efficacité de telles lignes en se basant sur la méthode de décomposition de Gershwin (1987).

Le chapitre 5 a pour objet les techniques de modélisation basées sur la théorie des files d'attente. Nous y présentons des extensions pour calculer la durée totale de panne et comment réviser à la hausse le taux de service pour tenir compte de cette durée d'inactivité. Une autre extension est aussi présentée pour traiter les pannes comme étant des produits fictifs.

**Au chapitre 6, nous présentons le modèle de programmation linéaire de Johri (1987) et les extensions que nous avons dégagées suite à l'étude de ce modèle.**

**Au chapitre 7, nous présentons la conclusion relative à cette recherche.**

**Enfin, le texte comporte la liste des références utilisées ainsi que trois annexes relatifs aux chapitres 1, 3 et 6.**

## **Chapitre 2**

### **LES SYSTÈMES MANUFACTURIERS : ANALYSE, SYNTHÈSE ET PRODUCTIVITÉ**

#### **2.1 Généralités**

Dans ce chapitre, nous présentons les différents types de systèmes de production. Un aperçu détaillé de ces systèmes est montré sous forme de tableaux d'analyse et de synthèse, pour permettre de mieux saisir leurs différences et d'identifier les contraintes relatives à leur choix pour un type d'industrie donné. Nous nous attardons plus spécifiquement sur la notion de l'en-cours, sa constitution dans un système et les moyens à prendre pour le réduire au minimum. Il faut mentionner que la présence, d'une façon incontrôlable, de l'en-cours sur le plancher de production est

en partie responsable de la piètre performance des systèmes. Nous terminons le chapitre en mettant en évidence, les caractéristiques de la ligne de production ainsi que les moyens à engager pour la rendre plus productive.

## **2.2 Les systèmes manufacturiers: vue d'ensemble**

La fabrication d'un bien requiert l'engagement des éléments constituant le système de production afin de transformer les matières premières (intrants) en produits finis (extrants). Il est avantageux lors d'un processus de fabrication d'estimer d'avance le résultat d'un tel processus, autant la qualité que la quantité du produit à fabriquer et dans quelle mesure nous pouvons reproduire le même article. Il s'agit là de la notion de répétitivité des opérations afin de livrer des produits identiques et assurer une stabilité du processus.

Les activités de production peuvent prendre différentes formes i.e., la production peut :

1. être continue ou discontinue,
2. être unitaire, par lot (intermittent), ou de masse
3. concerner des fabrications à la commande, pour stockage ou mixtes.

Nous retrouvons également des opérations de production de type usinage, de type assemblage ou de type usinage-assemblage.

Dans le cas de production continue, les produits subissent une même séquence d'opérations avec des temps opératoires éventuellement différents. Ce cas concerne généralement des produits dont le processus de transformation des intrants ne doit pas s'interrompre entre deux postes de travail consécutifs, c'est-à-dire sans stockage intermédiaire entre les postes. Ces derniers sont souvent disposés en lignes de produits qui nécessitent un bon équilibre, à savoir:

1. une cadence régulière de transformation et de transfert,
2. un système d'approvisionnement efficace pour éviter toute rupture de stock.

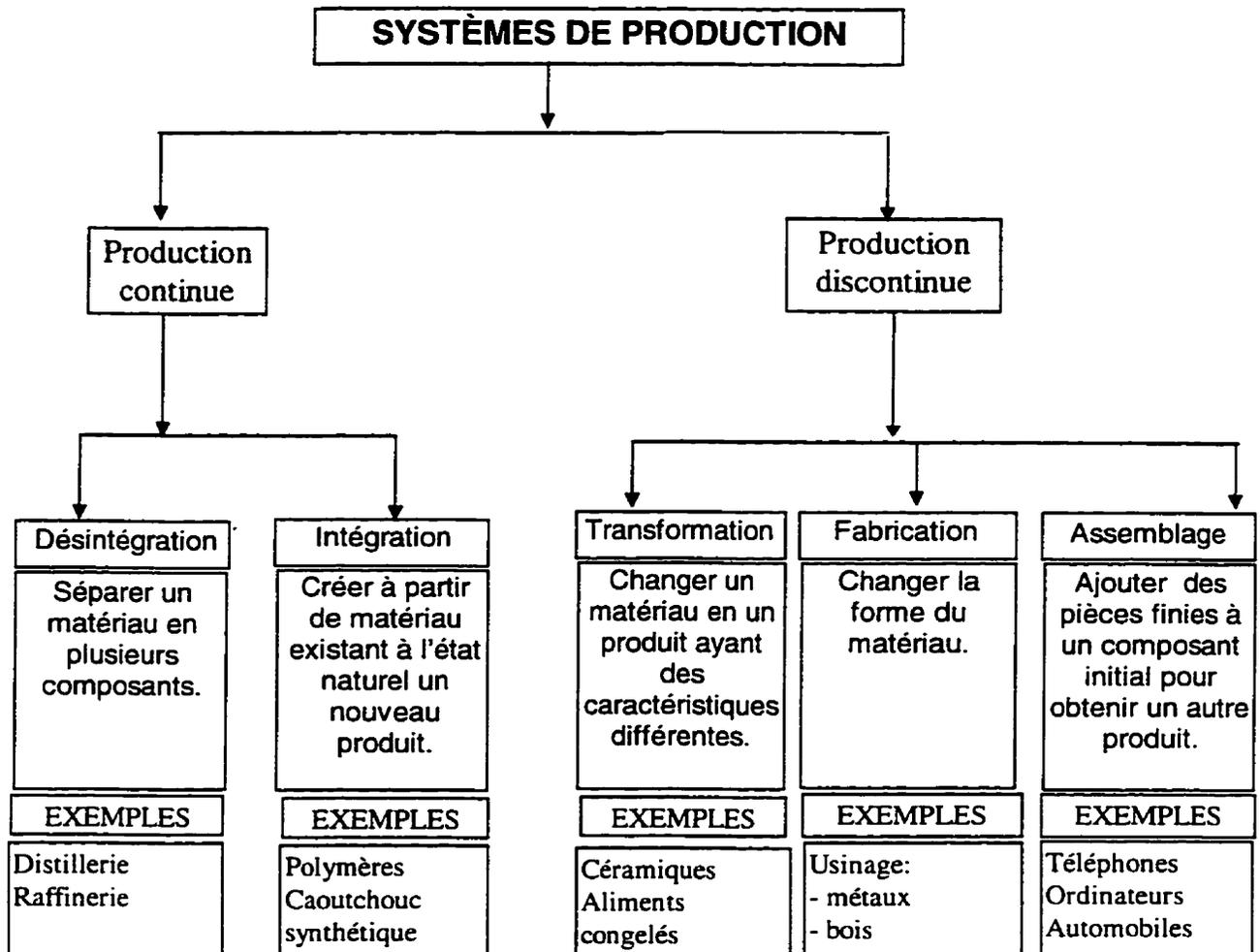
Dans le cas d'une production discontinue, nous retrouvons:

- a) **Production par lot:** Dans ce type de production, le même outil de production est utilisé pour fabriquer une grande variété de produits analogues mais non identiques. Le lot de fabrication peut généralement avoir une taille de quelques unités à quelques centaines d'unités. Chaque changement de lot nécessite potentiellement un nouveau réglage qui peut aller jusqu'à une reconfiguration complète du poste de travail. Ceci se traduit par une réduction du taux d'utilisation des postes de travail entraînant une baisse de la productivité.
- b) **Production unitaire:** C'est un cas particulier de la fabrication par lot. Dans ce type de production, le produit est fabriqué à l'unité, ou en très petite série pour répondre à un besoin spécifique. La réalisation de tels produits nécessite généralement beaucoup de main-d'oeuvre impliquant un cycle de production relativement long. Exemples: Bâtiments, construction navale.

La Figure 2.1 présente les caractéristiques-types de procédés et fournit quelques exemples d'applications industrielles.

Afin de mieux comprendre les différents systèmes de production, il faut présenter les différentes configurations spatiales qu'ils peuvent avoir. Montreuil et Lefrançois (1996) ont défini 5 implantations possibles complétant ainsi ce qui existait déjà, soit l'aménagement procédé, l'aménagement produit, l'aménagement cellulaire et l'aménagement par position fixe. Inspirés de l'avènement des nouvelles technologies de production et du contexte économique où la compétitivité est de mise, Montreuil et Lefrançois (1996) ont baptisé ces 5 nouvelles implantations comme il suit: l'aménagement fonctionnel, l'aménagement produit, l'aménagement groupé, l'aménagement fractal et finalement l'aménagement holographique. Nous décrivons ci-après chacune de ces implantations.

**aménagement fonctionnel:** L'usine est conçue d'une manière regroupant dans une même cellule, les processeurs ayant les mêmes fonctions d'où le nom configuration fonctionnelle. La façon la plus logique d'aménager une usine en cellules fonctionnelles est de regrouper les processeurs de chaque fonction en cellules physiques. Chaque cellule traite tous les produits requérant les opérations dans lesquelles elle est spécialisée.



**Figure 2.1 : Procédés de fabrication, (figure adaptée de Moore (1969)).**

Les avantages d'un tel aménagement sont: l'équipement est de type universel. L'usine a une grande flexibilité pour satisfaire la fabrication d'une grande variété de produits. Ce système se distingue par sa grande capacité de réagir aux changements du marché.

Dans ce système, la formation d'un en-cours considérable suite aux délais d'attentes et aux multiples manutentions ne fait qu'encombrer l'aire du travail et réduire l'efficacité de l'entreprise. Ce volume non souhaitable de l'en-cours est attribué en partie à la complexité de l'ordonnancement des tâches. La productivité de ce système est faible étant donné les multiples réglages, "set-up" et transports requis pour chaque pièce.

**Aménagement produit:** Dans cet aménagement, on regroupe dans une même cellule tous les processeurs nécessaires à la production d'un même produit, d'où l'appellation implantation ou organisation produit. Dans ce type d'aménagement, il est idéalement souhaitable que chaque cellule soit autonome et couvre toutes les opérations requises pour fabriquer le produit et ce de la réception jusqu'à l'expédition des produits finis. Les usines qui ne peuvent pas atteindre cet idéal font en sorte que les activités de réception, d'entreposage et d'expédition soient complétées dans une cellule fonctionnelle. On fait de même dans le cas des activités de fabrication requérant des processeurs très coûteux et disposant d'une grande capacité pour traiter plus qu'un produit. La production en série telle que la chaîne de montage, la ligne de production sont des exemples d'aménagement par produit. L'amélioration de la productivité de ce système fait l'objet de cette étude.

Les avantages d'une telle configuration sont: une ligne de flot de production simple, directe et logique. Le temps de production par unité ainsi que la durée de manutention sont courts. Un contrôle de la production simple est possible. Un équipement hautement spécialisé est utilisé. Le niveau de l'en-cours est très faible.

Les limites de cet aménagement sont: un investissement très onéreux est requis pour acquérir des équipements spécialisés. La machine la plus lente impose sa cadence à toute la ligne de production. L'arrêt d'une machine force la ligne toute entière à arrêter de produire pour la durée de sa réparation. La performance d'un tel système

se situe autour de 70 % (Buzacott & Hanifin (1978)). Ceci est dû aux multiples arrêts et bris de machines.

L'étude que nous entreprenons dans ce travail tient compte de la défaillance des machines et évalue l'impact des zones tampons afin de découpler les machines susceptibles de tomber en panne d'une façon aléatoire.

**Aménagement groupé** (Montreuil, Boctor et Martel (1995)): Dans une implantation produit, le degré d'agrégation des produits est un facteur essentiel. Il s'agit de décider s'il y aura une cellule pour les produits de déneigement, les pelles, ayant une manche en bois, les pelles ayant une manche en bois et une spatule en plastique très grande ou une autre marque particulière. Selon la gamme de produits et l'évolution anticipée du volume de vente de chaque produit, chacun des niveaux d'agrégation ci-haut cité peut convenir. Cependant, lorsque les cellules produit sont dédiées à des familles de produits agrégés plutôt qu'à des produits spécifiques, on parle d'aménagement groupé. La cellule groupée est un élément dominant de plusieurs usines japonaises, caractérisées par la forme en U des cellules. Sa forme automatisée, connue sous le nom d'atelier de fabrication flexible, allie des processeurs numériques à un système de manutention et de stockage d'en-cours automatisé, ainsi qu'à un système de contrôle informatisé des opérations permettant de fabriquer plusieurs produits d'une même famille.

**Aménagement fractal** : Dans le cas où il est possible de faire une partition de l'usine en micro-usines, l'implantation résultante est dite aménagement fractal. Cependant, chacune de ces micro-usines doit être en mesure de produire la plupart des produits de l'usine. Les micro-usines, appelées cellules fractales, peuvent à tout moment être dédiées à un produit particulier.

**Aménagement holographique** : Ce type d'aménagement tranche avec les précédents du fait qu'il ne crée pas de cellules physiques majeures. Il est conçu pour les usines ayant à oeuvrer dans un environnement fortement volatile, rendant

impossible l'implantation basée sur des gammes de produits stables et empêchant même de reconnaître les tracés de flux dominants. Contrairement aux quatre autres aménagements, l'implantation holographique permet de grouper quelques processeurs de même type dans une même station de traitement, puis d'effectuer l'aménagement holographique de l'ensemble de ces stations.

Le Tableau 2.1 et le Tableau 2.2 (voir Soumis (1992)) résument les caractéristiques de systèmes de production et présentent l'éventail de leurs modes ainsi que les problèmes typiques de gestion qui s'y rattachent.

	Transformation	Fabrication et assemblage
Description	procédé continu	procédé discret
Exemples	Pétrole, papier, matériaux de construction	atelier mécanique, imprimerie, aérospatial, ordinateur, électroménager
Nombre de produits	peu	beaucoup
Différenciation	standardisé	particulière
Nombre de clients	peu	beaucoup
Marketing	prix / disponibilité	caractéristiques des produits
Automatisation	très élevée, capital:200,000\$/employé	plus ou moins élevée, capital:40,000 \$/employé
Besoin en énergie	élevée	faible
Organisation de la production	rigide, 3 quarts par jour, 7 jours de production par semaine	Job-Shop ou ligne de production ou îlots de production
Limite de capacité	bien définie, équipement fortement utilisé	plus vague, équipement faiblement utilisé
Inventaires de produits semi-finis	faible	élevé, plus de capacité d'adaptation
Changement de production	long et coûteux	moins long et moins coûteux
Planification de la production	cheminement prédéterminé optimisation: programmation linéaire	Plus complexe, optimisation en nombres entiers pour les cheminements et les horaires

**Tableau 2.1 : Caractéristiques des systèmes de production (Soumis (1992)).**

Types de produits Modes de production	Sur mesure	Faible volume; plusieurs produits	Fort volume; quelques produits principaux	Très fort volume; produits standards	Exemples de Problèmes de gestion
Job-Shop	Ateliers d'usinage, aérospatial, imprimerie commerciale	Machinerie industrielle			Horaires manutention des matériaux
Par lots		Machines-outils, médicaments, produits chimiques spécialisés			Goulots d'étranglements mobiles
Ligne de production manuelle			Électronique électroménager		Motivation du personnel
Ligne de production mécanisée			Autos, pneus		Set-up, balancement des lignes
Processus continu automatisé				Papier, ciment, acier, pétrole, sucre	Approvisionnement immobilisation changements technologiques

Tableau 2.2 : Éventail des modes de production (Soumis (1992)).

## 2.3 Choix du mode de production en fonction du volume

Après avoir défini les différents modes de production, il est important de noter que le volume des pièces à produire ainsi que la diversité des produits constituent les paramètres de choix d'un système de production. La Figure 2.2 peut servir comme base pour le choix d'un système de production. L'axe des ordonnées représente la quantité ou le volume de produits. L'axe des abscisses est le nombre constituant la variété des produits à fabriquer. Pour plus de détails sur le choix d'un système de production, voir Montreuil, Boctor et Martel (1995).

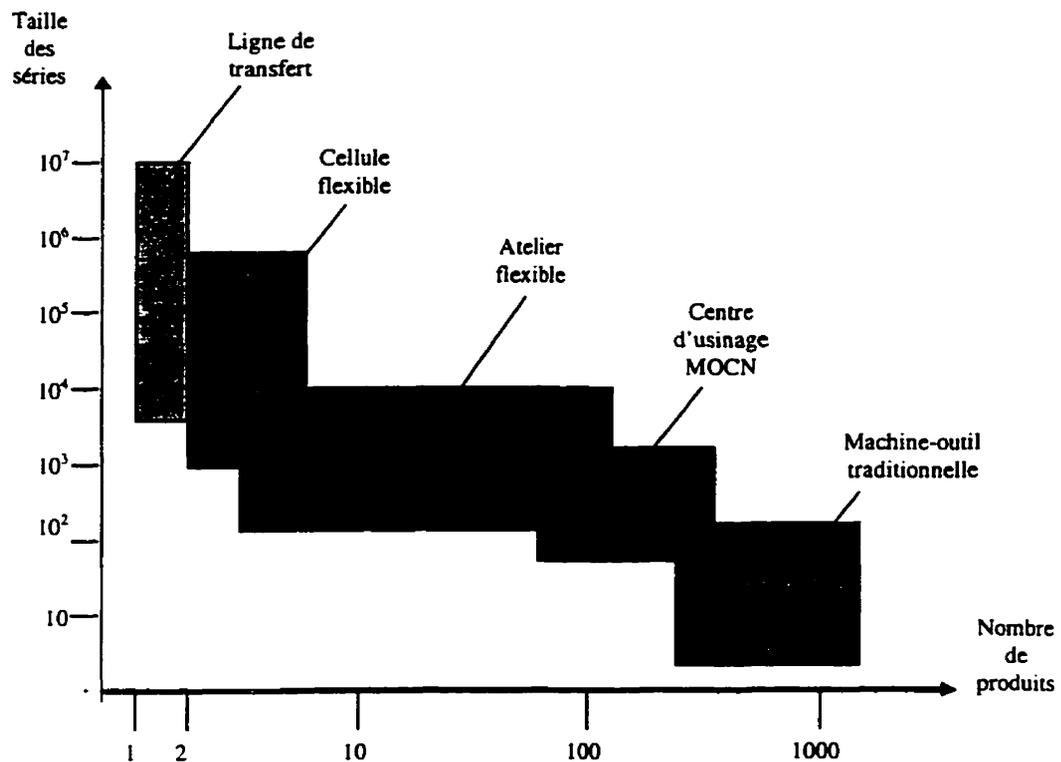


Figure 2.2: Critères de choix d'un système de production, Javel (1993).

## 2.4 Définition et rôle du stock tampon

Afin de mieux apprécier l'importance de la productivité dans le contexte qui nous préoccupe, considérons une ligne de production. Nous allons exposer, de façon détaillée, les outils possibles qui rendent son fonctionnement plus productif.

Examinons d'abord le rôle et l'impact de l'en-cours ainsi que sa constitution entre les différentes étapes du processus de fabrication. Il faut préciser que le stock tampon est un en-cours de production. Cependant, tout en-cours n'est pas nécessairement un stock tampon.

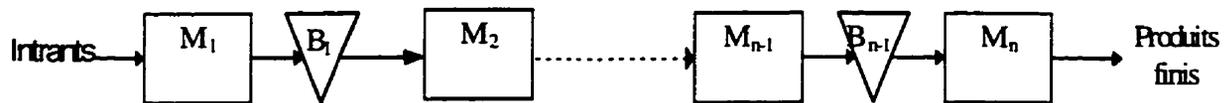
L'en-cours coûte cher à manipuler, à entreposer ou à rebuter. Sa valeur augmente en fonction de son avancement dans les étapes de fabrication. Sa présence d'une façon non contrôlée sur le plancher de production contribue à réduire la performance du système de production. Il faut bien distinguer la constitution de ce dernier d'une façon non contrôlée, de l'objectif qu'on essaie de réaliser en introduisant un stock tampon, d'une taille donnée, entre les postes de travail d'une ligne de production.

Le but recherché est d'atteindre une certaine flexibilité dans le fonctionnement de la ligne de production afin de permettre aux équipes de maintenance d'effectuer les réparations qui s'imposent suite à une panne accidentelle et en quelques sortes d'absorber la variabilité du temps de réparation. Dans des pareilles circonstances, Il nous paraît plus juste d'accorder à cet en-cours le nom de stock technologique puisqu'il fournit une sorte de redondance partielle aux machines situées en aval et en amont.

Généralement, tout procédé est une suite ordonnée d'opérations de transformation, de contrôle, de transport et d'attente. Les unités qui sont en attente ou en transport constituent les en-cours de fabrication. Ce matériel ne se trouve donc pas sur les machines et il n'est pas en traitement. Dans le cas d'une ligne de production, cet en-cours peut être évité ou réduit au minimum si les machines ne brisent pas ou si le

temps de réparation de ces dernières est minimisé. Dans le cas d'un atelier multigamme ou job-shop, il faut que la production soit synchronisée sinon, même si les machines sont fiables, il y aura des en-cours entre les différents postes de travail.

Tel qu'indiqué dans la Figure 2.3, la gamme d'opérations d'une ligne de production comporte généralement plusieurs opérations successives. Chacune d'elles est alimentée par les unités provenant de l'opération qui la précède immédiatement sur la gamme ou alimente l'opération qui la suit dans la séquence.



**Figure 2.3: Ligne de production séparées par des zones tampons.**

Ceci n'est que partiellement vrai pour la première et la dernière opération de la gamme, qui sont en liaison avec les magasins. La première opération est alimentée par le magasin des matières premières et la dernière opération envoie sa production au magasin des produits finis ou directement aux clients.

Entre deux opérations successives d'une fabrication, il peut donc exister une quantité d'unités qui constitue un en-cours de fabrication.

Nous allons donner un exemple traitant la formation de l'en-cours de fabrication entre les opérations successives de fabrication. Cet exemple est considéré dans le cas d'un flot des matières dit poussé. Mais d'abord, présentons les définitions, de ce qu'on appelle en contrôle des opérations de fabrication, du flot poussé et du flot tiré.

Actuellement, il est courant de diviser les systèmes de contrôle de la production en deux catégories : la production à flot poussé et celle à flot tiré. Le premier découle du fait que les activités de production sont cédulées. L'utilisation de ce système est répandue en planification des besoins en matières et en planification des ressources manufacturières connues respectivement sous les acronymes MRP et MRP II. Dans

ces systèmes et pour fins de planification, on se base sur le temps de cycle et le délai d'approvisionnement pour planifier les besoins en matière et les lancements de production. Le premier est aléatoire et le dernier est considéré comme une constante.

L'implantation du MRP et MRP II ont permis de réduire les en-cours en synchronisant la consommation et l'approvisionnement en matières. Pour plus de détails, voir Vollmann et al. (1984).

Dans le cas d'un système de contrôle à flot tiré, le début d'une activité ou d'une opération n'est pas cédulée mais une autorisation de production est donnée suite à la fin d'une activité. Le système à flot tiré le mieux connu est le KANBAN, mot japonais qui signifie carte, i.e. carte d'autorisation de production. Le nombre de cartes détermine le niveau de l'en-cours. Il est bon de noter que le KANBAN est un système de production utilisé dans le contexte de juste à temps ou en acronyme anglais JIT. Le JIT est une philosophie impliquant non seulement le système KANBAN mais aussi les concepts de la qualité totale, la réduction du temps de mise en course et la participation de l'employé. Beaucoup de travaux de recherche ont déjà traité ces systèmes. Parmi d'autres, citons Hall (1981) et Schonberger (1986).

Selon Spearman et al. (1990), le système MRP est généralement applicable dans beaucoup plus de cas que celui de KANBAN. L'exemple que nous introduisons dans le paragraphe suivant traite le cas d'un flot poussé.

Considérons un processus de fabrication constitué de deux opérations successives  $O_1$  et  $O_2$ . Soit  $q$  une quantité qu'on met en production. Le taux de production de  $O_1$  est  $C_1$  et celui de  $O_2$  est  $C_2$ . Par hypothèse, ces taux de production sont constants. L'opération  $O_1$  commence à l'instant 0, et produit régulièrement des pièces. À un instant donné  $t'$ , la quantité  $q'$  produite est:

$$q' = C_1 \cdot t' \quad (2.1)$$

Sur la Figure 2.4, l'axe des abscisses représente les temps; et les quantités fabriquées sont rapportées sur l'axe des ordonnées. La droite de l'opération  $O_1$  est OA.

La quantité  $q'$  produite par l'opération  $O_1$  constitue l'en-cours entre les opérations  $O_1$  et  $O_2$ . Au fur et à mesure de l'avancement du travail de l'opération  $O_1$ , cette quantité  $q'$  augmente. On suppose que le transfert se fait par lots de taille supérieure à 1.

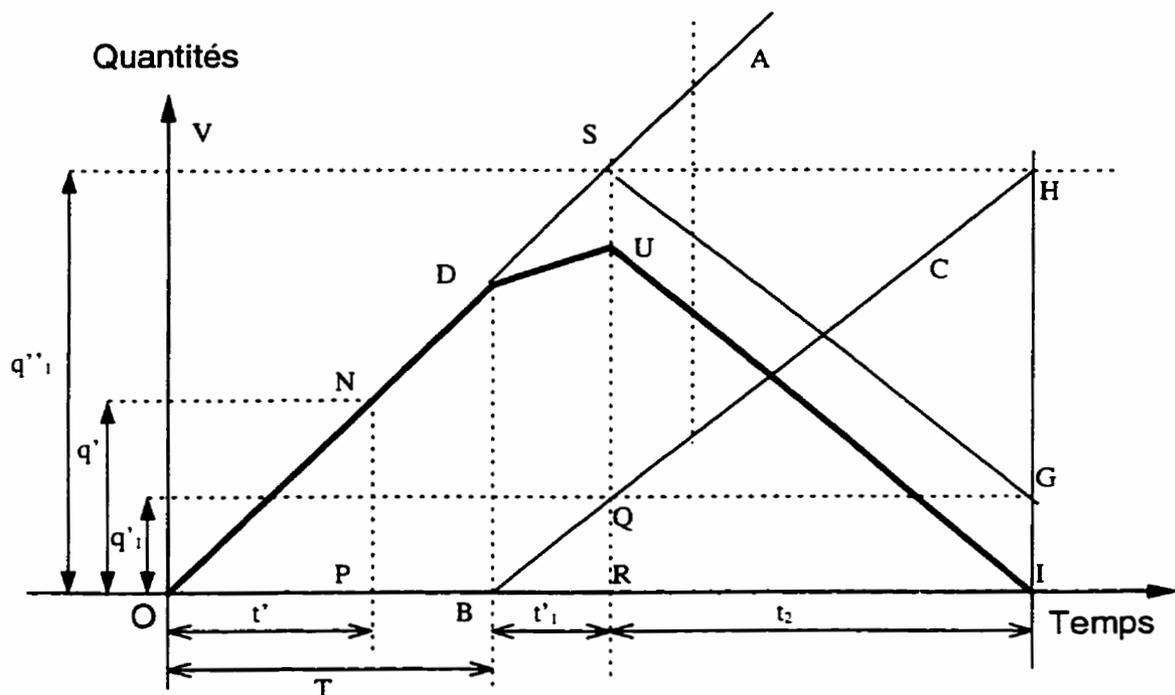


Figure 2.4 : Représentation graphique d'un en-cours (Delfosse (1971)).

À chaque instant, la valeur numérique de l'en-cours est représentée par l'ordonnée du point de la droite OA correspondant à cet instant. À l'instant T, l'opération  $O_2$  commence et sa production se traduit par la droite de production BC. Après une durée de fonctionnement de l'opération  $O_2$  égale à  $BR=t'_1$ , cette opération a produit  $RQ=q'_1$  pièces, qui constituent l'en-cours à la sortie de  $O_2$ .

Mais cette production  $q'_1$  est obligatoirement prélevée de la production de  $O_1$ . Or, à l'instant  $(T+t'_1)$ , cette production est représentée par le point S et égale à  $q''_1$ . Lorsque l'opération  $O_2$  produit une quantité RQ d'unités, elles viennent en déduction de SU où  $SU=RQ$ , RQ quantité produite par  $O_1$  (consommation de l'en-cours). À partir du point B et à condition que  $O_1$  et  $O_2$  fonctionnent régulièrement, l'en-cours est donc représenté par la droite DU.

Ainsi, à l'instant correspondant au point R:

l'opération  $O_1$  a produit  $RS=q''_1$  unités,

l'opération  $O_2$  a produit  $RQ=q'_1$  unités,

la quantité en-cours entre les opérations  $O_1$  et  $O_2$  est  $RU=q''_1-q'_1$ .

On voit en outre que  $RU=QS$ .

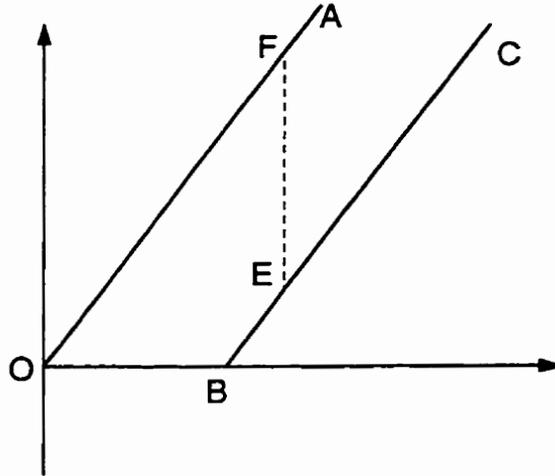
Quand deux postes fonctionnent simultanément, la différence des ordonnées des droites de production représente l'en-cours entre ces deux postes.

Au point B, quand l'opération  $O_2$  débute, l'en-cours est BD. Il est dit en-cours initial pour l'opération  $O_2$ . La durée  $OB=T$ , est le délai entre les démarrages des deux opérations. Si l'opération  $O_1$  s'arrête après un temps de fonctionnement  $(T+t'_1)$  (point R), l'en-cours entre  $O_1$  et  $O_2$  est représenté par QS ou RU. Cet en-cours QS est consommé par l'opération  $O_2$  en un temps  $t_2$  tel que :

$$\begin{aligned} QG = RI &= t_2 \\ &= \frac{q''_1 - q'_1}{C_2} \end{aligned} \quad (2.2)$$

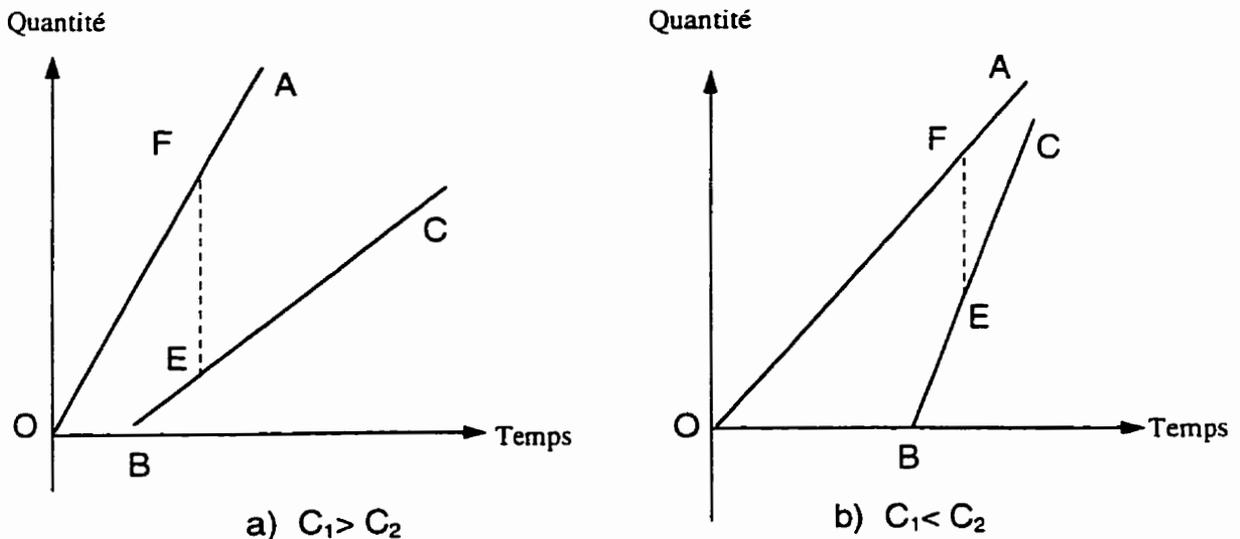
Pour une production donnée, si la quantité à produire par le système est  $q''_1$  et le lot de transfert est de taille  $Q=C_1T$ , le profil représentatif des valeurs successives de l'en-cours entre les opérations  $O_1$  et  $O_2$  est donné par ODUI.

Les cadences  $C_1$  et  $C_2$  peuvent être égales ou différentes. Lorsqu'elles sont égales, les deux droites OA et BC de la Figure 2.5 sont parallèles et l'en-cours EF entre les deux opérations reste constant. Les deux opérations sont dites balancées.



**Figure 2.5 : Cadences de fabrication (Delfosse (1971)).**

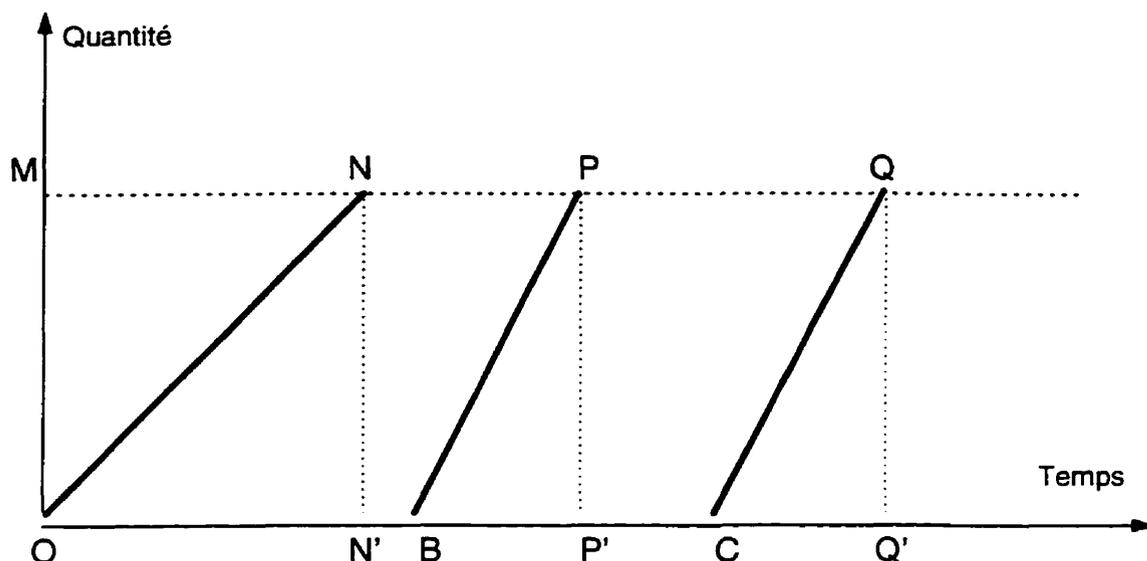
Tel qu'illustré sur la Figure 2.6, l'en-cours croît (resp. décroît) régulièrement lorsque la cadence  $C_1$  de production est supérieure (resp. inférieure) à celle de consommation  $C_2$ .



**Figure 2.6: Formation et écoulement de l'en-cours (Delfosse (1971)).**

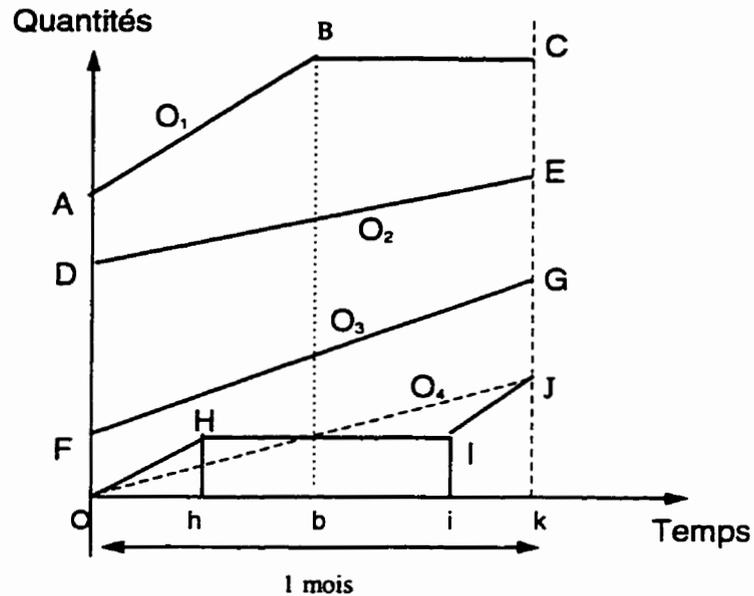
Aussi, en production de masse, il faut tenir compte de la taille de l'en-cours et de la capacité de production sur des périodes régulières. On envisagera soit un ralentissement ou un arrêt temporaire de l'opération la plus rapide, soit une accélération de l'opération la plus lente, soit une augmentation de l'horaire de travail ou de l'équipement.

La Figure 2.7 montre les délais entre les opérations de production. Ces délais sont les durées représentées par N'B, entre la première et la deuxième opération, et par P'C entre la deuxième et la troisième opération.



**Figure 2.7 : Délais entre les opérations de fabrication (Delfosse (1971)).**

Par exemple, la Figure 2.8 représente graphiquement la fabrication en grande série d'une pièce P, durant un mois donné (les programmes de fabrication sont mensuels). La pièce P subit quatre opérations successives  $O_1$ ,  $O_2$ ,  $O_3$  et  $O_4$ . Au temps 0, début du programme mensuel, on note les en-cours suivants:



**Figure 2.8 : Fabrication de grande série (Delfosse (1971)).**

- entre  $O_1$  et  $O_2$ , un en-cours égal à  $DA$ ; ces pièces ont subi l'opération  $O_1$ ,
- entre  $O_2$  et  $O_3$ , un en-cours égal à  $FD$ ; ces pièces ont subi les opérations  $O_1$  et  $O_2$ .
- entre  $O_3$  et  $O_4$ , un en-cours égal à  $OF$ ; ces pièces ont subi les opérations  $O_1$ ,  $O_2$  et  $O_3$ .

Au point,  $k$ , quand un mois s'est écoulé, on enregistre de nouveaux en-cours:

- $CE$ , entre  $O_1$  et  $O_2$ ,
- $EG$ , entre  $O_2$  et  $O_3$ ,
- $GJ$ , entre  $O_3$  et  $O_4$

Enfin,  $JK = q$  est la quantité produite par l'opération  $O_4$ , à la fin du mois (au temps  $t = OK$ ).

La quantité  $q$  correspond à une cadence de production théorique  $C = q/t$  représentée par la droite  $OJ$ . Mais l'opération  $O_4$  a une cadence de production  $C_4$  telle que  $C_4 > C$

de sorte que l'on doit arrêter  $O_4$  durant toute la durée  $h_i$  correspondant au palier  $H_i$ . Sinon, (1) on dépasse la quantité  $q$  requise, (2) on annule l'en-cours entre  $O_3$  et  $O_4$ .

Enfin, comme  $C_1$  est supérieure à  $C$ , on arrête l'opération  $O_1$  au temps  $b$ , correspondant au point B de la droite de production. Ainsi, l'en-cours reste raisonnable. On remarque suite à l'examen de la Figure 2.8 que l'en-cours est nul aux points A, D, F et O.

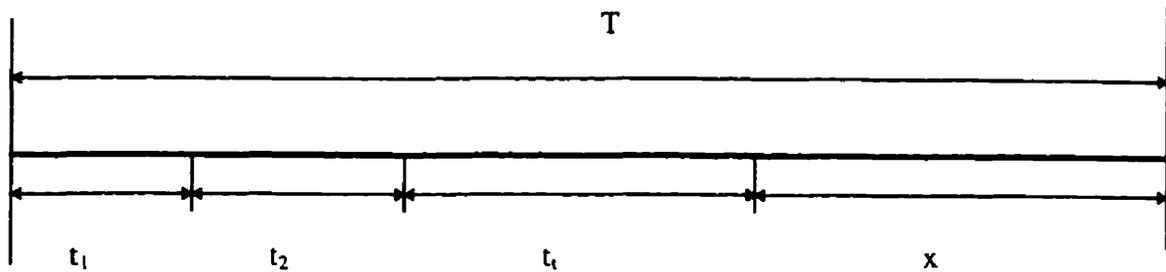
Dans le cas d'une ligne de production, les opérations sont synchronisées et en général, le transport se fait en lot d'une unité. Dans ce cas et en présence de machines fiables, aucun en-cours ne se forme entre deux postes consécutifs. Dans le cas contraire, c'est-à-dire un lot de transport de plus qu'une unité et des taux de production différents, on aura une situation semblable à celle que l'on vient d'exposer. Au chapitre 6, une ligne de production semblable à ce cas est présentée (voir Johri (1987)).

## 2.5 Le stock-tampon et l'accroissement de la productivité

Considérons comme mesure de la productivité, le nombre de pièces produites durant un quart de travail. Soit une ligne de production sans tampon constituée de deux postes de travail et une durée de temps disponible ( $T$ ). Ce temps est subdivisé en 4 tranches de temps ( $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_t$  et  $x$ ) tel que montré à la Figure 2.9. Chacune de ces 4 tranches représente :

- $t_1$ = temps où le poste 1 de la ligne de production est en panne et le poste 2 est forcé d'arrêter - état 1.
- $t_2$ = temps où le poste 2 est en panne et le poste 1 est forcé d'arrêter -état 2.
- $t_t$ = temps où la ligne toute entière est arrêtée - état 3.
- $x$ = temps où la ligne toute entière est en opération - état 4.

$$x = T - t_1 - t_2 - t_1 \quad (2.3)$$



**Figure 2.9: Temps pour les différents états d'une ligne de production sans tampon intermédiaire.**

En l'absence d'un tampon entre les 2 postes de travail, l'efficacité,  $E$ , de la ligne de production s'exprime par:

$$E = \frac{x}{T}, \quad (2.4)$$

ou encore

$$E = \frac{T - (t_1 + t_2 + t_1)}{T} = 1 - \frac{(t_1 + t_2 + t_1)}{T} \quad (2.5)$$

Si un tampon est ajouté à cette ligne, le temps où le poste 1 (ou 2) est forcé d'arrêter sera plus petit que  $t_2$  (ou  $t_1$ ). Donc, deux autres états du système peuvent émerger:

- 1) Le poste 1 est en panne et le poste 2 est en opération - état 5.
- 2) Le poste 2 est en panne et le poste 1 est en opération - état 6.

L'ajout du tampon nous permet d'obtenir une nouvelle expression de l'efficacité. Cette dernière est dite efficacité maximale et elle est exprimée par :

$$E_{\max} = 1 - \frac{t_i + \max(t_1, t_2)}{T} \quad (2.6)$$

ce qui donne:

$$E_{\max} > E;$$

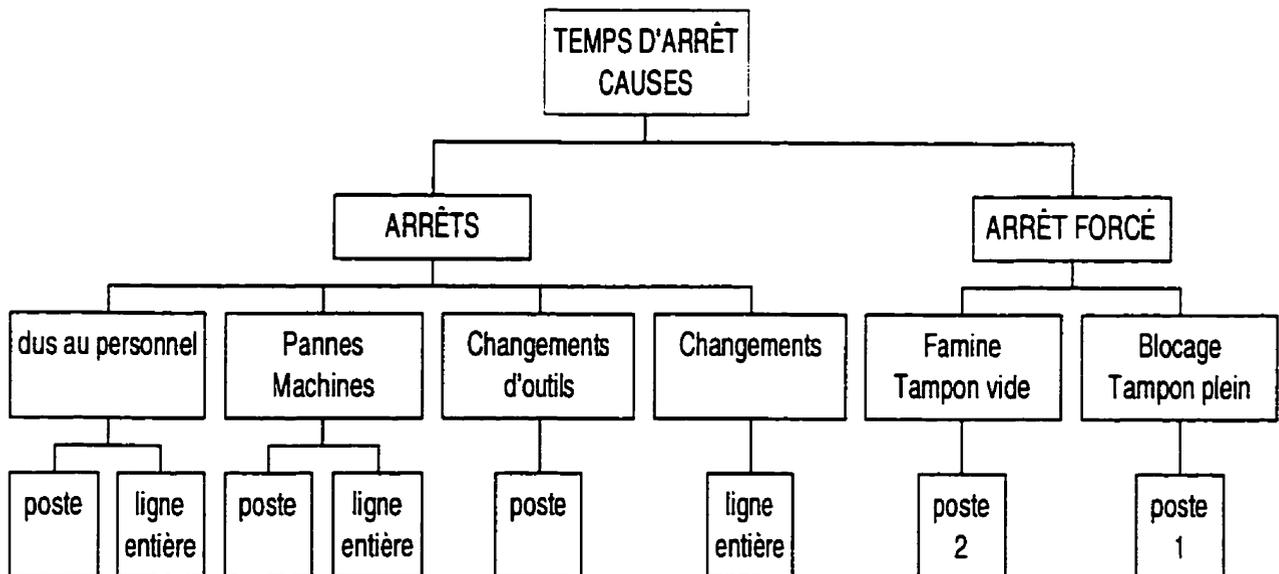
car

$$[\max(t_1, t_2) < (t_1 + t_2)].$$

En se basant sur l'aspect aléatoire d'occurrence des événements, la probabilité d'occurrence de l'état 3, (i.e., la ligne toute entière tombe en panne due à un événement), est souvent négligée dans les modèles analytiques et de simulation. Cependant, selon Hanifin (1975), il existe un nombre significatif de pannes de ce type. Parmi les événements qui peuvent entraîner un arrêt total de la ligne, mentionnons:

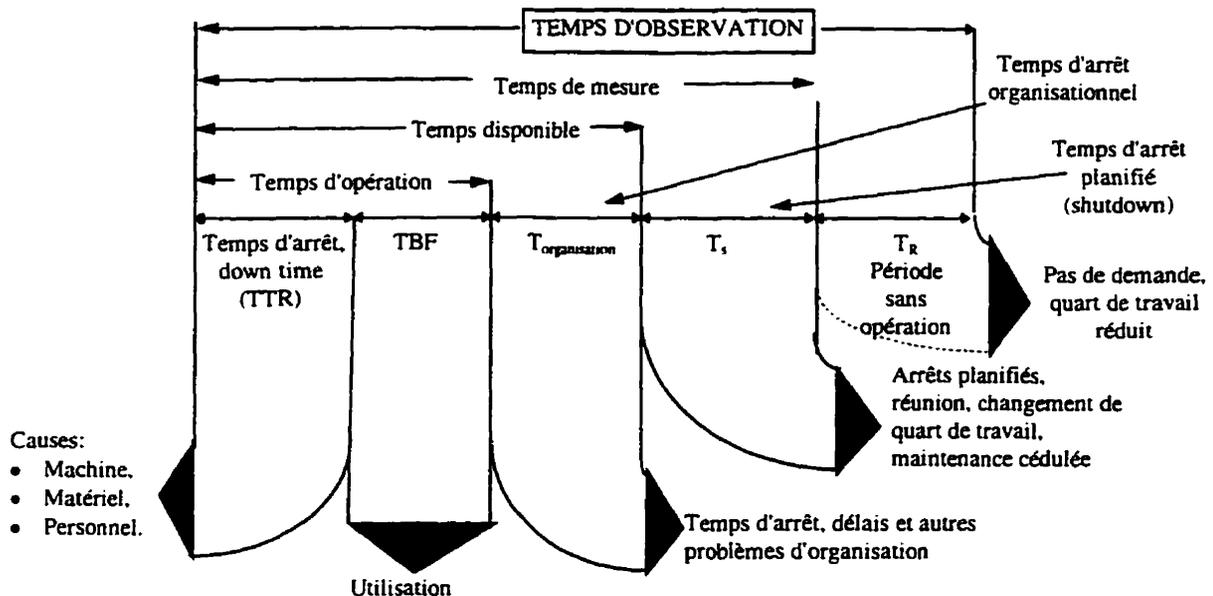
- l'absence d'équipe de travail,
- la panne électrique et de contrôle,
- les changements dans la production d'un type de produit.

La Figure 2.10 (Hanifin (1975)) classe les possibilités de panne selon leurs effets sur le système.



**Figure 2.10 :Pannes et arrêts forcés dans une ligne de production (Hanifin (1975)).**

La Figure 2.11 (Wienhake, 1988)) présente une ventilation du temps d'observation en segments de temps représentant les différentes activités qui peuvent affecter le bon fonctionnement d'une usine. Cette figure découle d'une enquête réalisée auprès d'un grand nombre d'entreprises allemandes.



**Figure 2.11: Ventilation du temps dans une usine de production automatisée (Wienhake, 1988)).**

À chaque segment est accordé un intervalle de temps et la ou les causes relatives à ce segment. À titre d'exemple, pour le temps d'arrêt nous attribuons comme causes les machines, le matériel à traiter et/ou le personnel. Le temps de bon fonctionnement, TBF, est consacré pour l'utilisation.

## 2.6 Points à considérer lors de la conception et de l'exploitation d'une ligne de production

Parmi les moyens possibles pour améliorer la productivité d'une ligne de production, mentionnons :

**La réduction du temps de cycle:** En effet, la réduction du temps de cycle améliore le taux de production brut de la ligne de production. Cette réduction peut être

accomplie en deux actions: soit l'augmentation de la vitesse de transfert ou de celle de fabrication. Cependant, ces deux actions peuvent avoir des effets négatifs sur la productivité en usant plus rapidement les équipements sollicités par ces actions.

L'effet négatif de l'accroissement de la vitesse de fabrication est de loin plus important. Pour une machine-outil, l'accélération de la vitesse de coupe entraîne une réduction exponentielle de la durée de vie des outils de coupe. Un faible accroissement de la vitesse d'usinage augmentera le nombre de changements d'outils entraînant ainsi des arrêts dans la production.

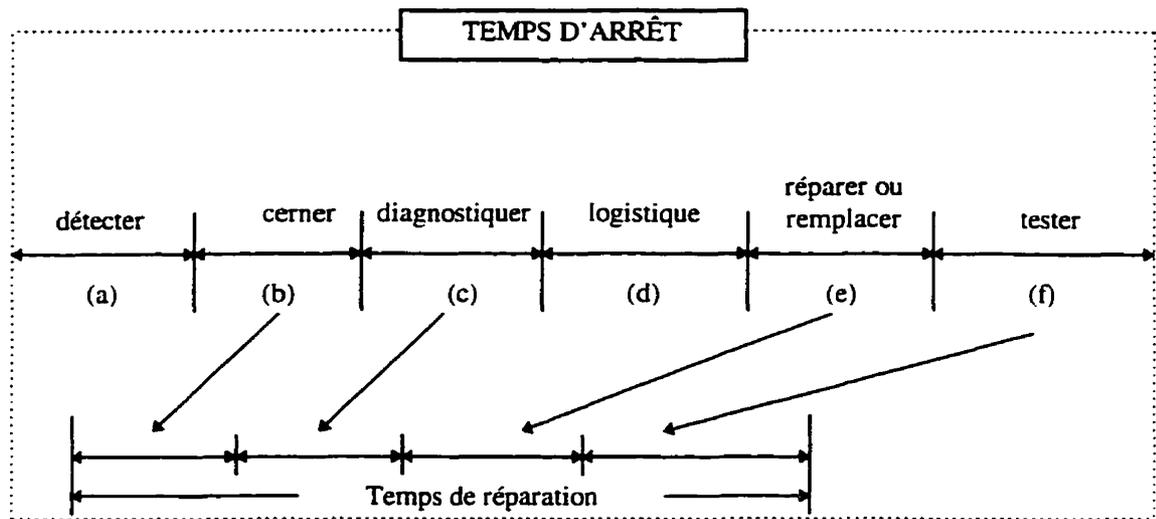
Alors, l'augmentation de la fréquence des changements d'outils couplée à l'augmentation de l'usure d'autres composantes peut surcharger les tâches du personnel responsable des changements et de la maintenance. Par conséquent, ce qui semblait, au début, être une réponse évidente pour améliorer la productivité peut devenir très complexe du point de vue implantation.

**La réduction de l'occurrence des temps d'arrêt:** La fréquence des défaillances dépend de la fiabilité de l'équipement. L'amélioration de la fiabilité a une incidence positive. Elle prolonge la durée de vie utile des outils et des équipements. Donc, les changements d'outils et les arrêts planifiés pour fins de maintenance seront moins fréquents. Cette approche requiert l'identification, à partir d'un diagnostic bien élaboré, des problèmes potentiels qui sont responsables de l'arrêt de la production.

**La réduction de la durée d'un arrêt:** La réduction de la durée des pannes est un fait qui doit être utilisé par une gestion appropriée du fonctionnement de la ligne de production. Il faut s'assurer que les actions de réparation et de maintenance soient planifiées à l'avance. La planification de ces actions de réparation est basée sur les composantes nécessaires pour chaque réparation soit (voir Figure 2.12):

- le temps requis pour détecter la panne,(a);
- le temps mis pour cerner l'étendue de la panne, (b);

- le temps de diagnostic, (c);
- le temps requis pour la logistique, (d);
- le temps requis pour la réparation ou le remplacement de la pièce,(e);
- le temps de test nécessaire pour s'assurer du bon fonctionnement de la machine après la réparation, (f).



**Figure 2.12 : Ventilation de la durée d'inactivité (Bentley (1993)).**

La Figure 2.12 montre les segments de temps d'arrêt dûs à une panne et les segments de temps de réparation. Les activités (b), (c), (e) et (f) sont appelés éléments actifs de réparation. (a) et (d) sont désignés comme éléments passifs de réparation. Le temps de réparation est la somme des temps des éléments actifs. Malgré cette ventilation de la durée d'inactivité, le temps de réparation varie d'une façon aléatoire d'où la nécessité d'utiliser une valeur moyenne de réparation que l'on désigne communément par (MTTR). Le temps total d'inactivité qui est la somme des temps de tous les éléments, de (a) à (f), est identifié par (MDT), comme étant le temps moyen d'arrêt.

L'implantation de la maintenance totale productive et l'utilisation de systèmes de diagnostic de pannes ont contribué à réduire le temps requis pour détecter une panne et à accélérer l'arrivée des équipes de maintenance.

**La réduction de l'impact des pannes:** Il est possible d'augmenter la productivité de la ligne en réduisant l'impact des pannes et ce à partir d'une variété de configurations du système et de stratégies de gestion:

- a) Avoir des stations redondantes. Lorsqu'une station de travail tombe en panne, le flot de production est simplement dirigé vers l'autre station.
  
- b) Diviser la ligne en deux ou plusieurs sections en les séparant par une zone-tampon. Ceci a pour effet de découpler les stations, du point de vue fiabilité, en permettant à une section d'opérer pendant que l'autre est en panne.

La première alternative requiert un investissement important pour acquérir une station identique. Ceci ne peut être justifié que dans des cas extrêmes car l'une des deux sections se trouve presque toujours non opérationnelle. Dans le cas de la redondance parallèle, les deux machines sont exploitées mais au plus, à 50% de leur capacité totale. C'est la notion de «Splitting» (voir Buzacott (1969)). Comme nous l'avons mentionné auparavant, un stock tampon déployé entre deux postes de travail consécutifs peut réduire l'impact de pannes et améliorer la productivité de la ligne de production. D'où notre intérêt d'évaluer le rôle du stock tampon comme étant un outil d'amélioration de la performance d'une ligne de production.

Suite à ce constat, plusieurs chercheurs se sont préoccupés de cet aspect et plusieurs méthodes et approches ont été présentées afin de maximiser la productivité d'une ligne de production. Le chapitre suivant présente l'approche stochastique de modélisation de la performance d'une ligne de production constituée de deux postes de travail. Cette technique de modélisation est basée sur l'approche des chaînes de Markov. Plusieurs modèles y sont exposés et commentés et nous mettons en évidence la contribution du stock tampon comme moyen d'amélioration de la productivité.

## **Chapitre 3**

### **MODÉLISATION D'UNE LIGNE DE PRODUCTION PAR L'APPROCHE DES CHAÎNES DE MARKOV.**

#### **3.1 Généralités**

Les premiers travaux de recherche, traitant l'utilisation du stock tampon comme un outil d'amélioration de la productivité d'une ligne de production, ont été publiés en Russie. Vladzievskii (1953) était le premier auteur à expliquer le comportement d'une ligne de transfert automatique en utilisant la théorie des probabilités. Dans sa publication, il a utilisé un modèle Markovien pour traiter le cas d'une ligne de production composée de deux postes de travail identiques séparés par un stock tampon de capacité finie. Il a supposé que les distributions de temps de réparation

sont identiques et exponentielles. Dans sa revue de littérature, Koenigsberg (1959) rapporte qu'il y a trois problèmes majeurs relatifs au design et au fonctionnement des lignes de production :

- a) le nombre de postes de travail dans la ligne,
- b) la localisation du stock tampon,
- c) la taille du stock tampon.

Buzacott et Hanifin (1978) introduisent les concepts de station unique pour décrire la ligne de production et la panne totale de ligne. Ils ont défini deux types de pannes :

- 1) la panne dépendant de l'opération, soit celle qui ne se produit que si la machine est en opération (Operation dependent).
- 2) la panne dépendant du temps (qui peut se produire alors que la machine est en marche ou à l'arrêt (Time dependent)).

Dans leur travail, ils ont commencé par présenter un modèle simple pour calculer le taux de production d'une ligne sans tampon et sujette à l'un ou l'autre type de panne mentionné ci-haut. Puis, ils ont décrit le travail de Vladzievskii, Sevastyanov et d'autres publications plus récentes. Ils ont constaté qu'il est plus facile d'inclure les effets des pannes de la ligne toute entière dans les modèles qu'ils ont présentés. Finalement, ils ont comparé les résultats d'un modèle développé par Buzacott (1972) avec un modèle de simulation basé sur des données réelles et ont conclu qu'il y a une différence significative dans la prédiction de la performance de la ligne. Ils ont attribué cette différence au comportement des durées de pannes et de réparations qui ne sont pas un processus sans mémoire. Dans un autre travail, Buzacott et Hanifin (1978) ont présenté l'état de l'art dans la conception et la modélisation d'une ligne de production. Ils ont décrit des aspects physiques du système: le mécanisme de transfert, la configuration du tampon, « shunt » versus série. C'est cette configuration qui détermine si l'en-cours dans le tampon va se déplacer selon les disciplines «LIFO» ou «FIFO».

D'autres aspects touchant le design de la ligne de production ont été abordés. On rapporte la réduction du temps de cycle, la fréquence et la durée des pannes. Sur l'aspect modélisation, ils ont discuté et critiqué la pratique d'utilisation de la simulation comme outil de design des lignes de production ainsi que les modèles analytiques existants.

Dans ce chapitre, nous présentons les principaux modèles analytiques traitant l'évaluation de la performance des lignes de production constituées de deux postes de travail séparés par un stock tampon. Parmi les modèles présentés, mentionnons les modèles rapportés par Koenigsberg (1959) suivis par le modèle de Buzacott (1969), un modèle parmi les plus cités, et d'autres modèles analytiques utilisant l'approche des chaînes de Markov. Plusieurs exemples et graphiques sont montrés pour mettre en évidence la contribution du stock tampon à l'amélioration de la disponibilité de la ligne de production. En se basant sur l'approche approximative de Buzacott (1967), nous avons développé une procédure informatique pour évaluer la performance d'une ligne de production constituée de trois machines et deux tampons. Une description de cette procédure sera donnée. Une étude comparative de la méthode de décomposition de Buzacott (1967) et du modèle de Sheskin (1976) sera également présentée. Nous terminons le chapitre par une évaluation de l'impact du coefficient de variation du temps de réparation sur le choix de la taille du tampon intermédiaire.

### **3.2 Modèles d'analyse des lignes de production**

La première revue de littérature portant sur les techniques analytiques de modélisation des lignes de production et de stock tampon a été élaborée par Koenigsberg (1959). Pour une ligne de production composée de deux stations de travail et un tampon, Koenigsberg a déterminé l'efficacité pour les cas limites, c'est-à-dire un tampon de capacité nulle et un tampon de capacité infinie.

Pour la limite inférieure, c'est-à-dire un tampon de taille nulle entre les deux stations, nous rappelons que lorsque la station 2 est en panne, la station 1 doit arrêter de produire car elle n'aura pas de place pour débiter sa production. De même, si la machine 1 est en panne, la machine 2 doit arrêter de produire car elle n'aura des pièces (intrants) à traiter. Soit  $P_1$  et  $P_2$  les fractions de temps d'arrêt (probabilité de défaillance) de la station 1 et de la station 2 respectivement. La probabilité de bon fonctionnement de la ligne ou l'efficacité  $E(0)$  est égale à:

$$E(0)=1-P_1-P_2+P_1P_2 \quad (3.1)$$

Si  $P_1=P_2=0.08$  (8% du temps inactif), alors:

$$E(0)=1-0.08-0.08+0.08*0.08=0.8464 \text{ ou } 84.64\%.$$

Puisque nous avons un système-série, on peut écrire:

$$E(0)=(1-P_1)(1-P_2)=0.92*0.92=0.8464$$

La limite supérieure ou l'efficacité maximale d'une ligne de production constituée de deux stations est atteinte lorsque le stock tampon a une capacité infinie. Cette limite est donnée par:

$$E(\infty)=1-P^* \quad (3.2)$$

où  $P^* = \max (P_1, P_2)$ , et  $E(\infty) \geq E(0) \forall P_1$  et  $\forall P_2$ .

$P^*$  est la fraction de temps d'arrêt (probabilité de défaillance) de la station la moins fiable. Nous supposons dans ce cas qu'il y a toujours des pièces semi-finies pour alimenter la station suivante et un espace disponible, pour recevoir la production de la station en amont du tampon.

À partir de la relation (3.2) et de l'exemple cité plus haut, on aura:

$$E(\infty)=1-0.08=0.92.$$

Donc, l'introduction d'un tampon de capacité infinie a contribué à améliorer la productivité de la ligne de 0.0736 ou de 8.7% par rapport au cas d'un tampon de capacité nulle. Cependant, un tampon de taille infinie ne nous fournit pas une idée précise sur l'espace qu'on doit allouer. Ceci a motivé les chercheurs à considérer d'autres modèles où le tampon est de taille finie. Les modèles qui suivent en sont des exemples.

### 3.2.1 L'approche stochastique:

Les modèles stochastiques sont basés sur l'évaluation de la disponibilité de la ligne de production. L'utilisation d'un stock tampon est dépendant du temps de réparation des pannes et de leur occurrence dans une station de travail spécifique. Koenigsberg (1959) a rapporté un tel modèle, attribué à Finch. Dans ce modèle et en se basant sur les différents états possibles du système, une relation représentant le gain réalisé par l'ajout d'un stock tampon est donnée. On présente dans les paragraphes qui suivent les hypothèses de travail, les états du système ainsi que les différentes relations du gain. Dans ce modèle, on suppose que le tampon a une capacité finie,  $z$ .

#### Hypothèses du modèle

1. source unique avec capacité infinie de pièces à l'entrée de la station de travail 1,
2. espace illimité pour les pièces finies après la dernière station de travail,
3. les distributions des temps de fonctionnement ( $t_{up}$ ) et d'arrêt ( $t_{down}$ ) suivent une loi exponentielle:

$$a- \quad P(t_{up} > t) = e^{-\lambda_i t}$$

où  $t_{up}$  est le temps de bon fonctionnement et  $\lambda_i$  est le taux de panne de la station  $i$ .

$$b- P(t_{\text{down}} > t) = e^{-\mu_i t}$$

où  $t_{\text{down}}$  est le temps d'arrêt et  $\mu_i$  est le taux de réparation de la station  $i$ .

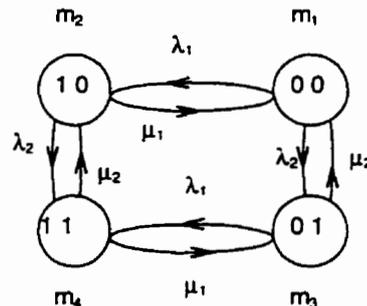
4. le temps de cycle  $(\frac{1}{h})$  est constant.

5.  $G(Z)$  = gain réalisé par l'introduction d'un tampon de capacité  $Z$ .

### États du système

Pour un système constitué de deux stations, Finch a considéré quatre états possibles:

- a) les deux postes de travail sont en bon état; état (0, 0);
- b) le premier poste est en panne et le second est en bon fonctionnement; état (1, 0);
- c) le premier poste est en opération et le deuxième est en panne; état (0, 1);
- d) les deux postes sont en panne; état (1, 1).



**Figure 3.1: États possibles du système**

Pour calculer le gain réalisé par l'introduction d'une zone tampon, considérons une ligne de production constituée de deux stations et un tampon intermédiaire. Soit  $P_j$  la production réalisée au  $j^{\text{ième}}$  événement correspondant à l'état (1, 0); c'est-à-dire à l'état où la première station est en réparation. Soit  $g_k$  la production réalisée au  $k^{\text{ième}}$  événement correspondant à l'état (0, 0); état où les deux stations de la ligne sont en opération. À noter qu'il n'y aura pas de production si la station 2 est en panne.

En comparant ces états dans le cas d'une ligne sans tampon, l'état (1, 0) correspond à un état où le système ne produit pas car la station 2 ne peut être alimentée.

Durant un intervalle de temps  $T$ , désignons par  $m_1$  le nombre de fois où le système a été à l'état (0,0) et  $m_2$  le nombre de fois où il a été à l'état (1, 0). À préciser que  $m = \sum_{i=1}^4 m_i$ .  $m_3$  et  $m_4$  correspondent aux états (0, 1) et (1, 1) où il n'y a pas de production car dans ces deux cas, la station 2 est en panne.

Le gain réalisé par l'introduction d'un tampon peut être donné par :

$$G(Z) = \lim_{m \rightarrow \infty} G(Z) = \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{P_1 + P_2 + \dots + P_{m_2}}{g_1 + g_2 + \dots + g_{m_1}} \quad (3.3)$$

À rappeler que le numérateur représente la production de la station 2 seulement (état (1, 0)) et le dénominateur représente la production dans le cas où les deux stations fonctionnent (état (0, 0)).

$G(Z)$  est mesurée en termes de la production totale divisée par la production réalisée sans un stock tampon entre les deux postes de travail. Aux conditions limites, on peut écrire :

$$\frac{g_1 + g_2 + \dots + g_{m_1}}{m_1} = E(g) \quad (3.4)$$

$$\frac{P_1 + P_2 + \dots + P_{m_2}}{m_2} = E(p) \quad (3.5)$$

$E(P)$  représente la production moyenne du poste de travail 2 lorsque le poste 1 est en réparation.  $E(g)$  est la production moyenne de la ligne lorsque les deux postes de travail fonctionnent.

$$\frac{E(g)}{E(P)} = \frac{\frac{\sum g_k}{m_1}}{\frac{\sum P_i}{m_2}} = \frac{m_2 \sum g_k}{m_1 \sum P_i} \quad (3.6)$$

À la limite, on aura:

$$\frac{m_2}{m_1} \rightarrow \frac{1/\mu_1 + 1/\lambda_2}{1/\lambda_1 + 1/\lambda_2} \quad (3.7)$$

Le numérateur du membre droit de cette équation représente le temps de réparation de la station 1 et le temps de bon fonctionnement de la station 2. Le dénominateur, quant à lui, représente le temps de bon fonctionnement de la station 1 et le temps de bon fonctionnement de la station 2.

Donc,

$$G(Z) = \frac{1/\mu_1 + 1/\lambda_2}{1/\lambda_1 + 1/\lambda_2} \frac{E(p)}{E(g)} \quad (3.8)$$

Après avoir calculé  $E(P)$  et  $E(g)$  et pour un même temps de cycle ( $1/h_1=1/h_2=1/h$ ), i.e. les deux postes de travail sont parfaitement balancés, le modèle de Finch conduit selon le cas, à l'une des trois équations du gain telles que rapportées par Koenigsberg (1959):

**Cas 1:**  $\frac{\lambda_1}{\mu_1} > \frac{\lambda_2}{\mu_2}$

$$G(Z) = \frac{\lambda_2}{\mu_2} \left[ 1 - \frac{\frac{\lambda_1}{\mu_1} - \frac{\lambda_2}{\mu_2}}{\frac{\lambda_1}{\mu_1} e^{\sigma z \left( \frac{\lambda_1}{\mu_1} - \frac{\lambda_2}{\mu_2} \right)} - \frac{\lambda_2}{\mu_2}} \right] \quad (3.9)$$

avec

$$\sigma = \frac{(\lambda_1 + \mu_2)(\lambda_2 + \mu_1)}{h \left[ \frac{\lambda_1}{\mu_1}(\lambda_2 + \mu_1) + \frac{\lambda_2}{\mu_2}(\lambda_1 + \mu_2) \right]} \quad (3.10)$$

où :

$\frac{1}{\lambda_i}$  est le temps moyen de bon fonctionnement de la station  $i$ ,  $i=1,2$ .

$\frac{1}{\mu_i}$  est le temps moyen de réparation de la station  $i$ ,  $i=1,2$ .

$\frac{\lambda_i}{\mu_i}$  reflète la perte de disponibilité due à un arrêt en cas de panne. C'est aussi le

temps moyen de réparation divisé par le temps moyen de bon fonctionnement

$\left( \frac{1/\mu_i}{1/\lambda_i} \right)$ .

**Cas 2 :**  $\frac{\lambda_1}{\mu_1} < \frac{\lambda_2}{\mu_2}$

En utilisant l'équation (3.9) et en interchangeant  $\frac{\lambda_1}{\mu_1}$  avec  $\frac{\lambda_2}{\mu_2}$ , on obtient :

$$G(Z) = \frac{\lambda_1}{\mu_1} \left[ 1 - \frac{\frac{\lambda_2}{\mu_2} - \frac{\lambda_1}{\mu_1}}{\frac{\lambda_2}{\mu_2} e^{\sigma Z \left( \frac{\lambda_2}{\mu_2} - \frac{\lambda_1}{\mu_1} \right)} - \frac{\lambda_1}{\mu_1}} \right] \quad (3.11)$$

Notons que si  $Z \rightarrow \infty$ ,  $G(Z)$  tend vers  $\frac{\lambda_2}{\mu_2}$  ou  $\frac{\lambda_1}{\mu_1}$  selon qu'on est respectivement dans le

cas 1 ou le cas 2.

**Cas 3 :**  $\frac{\lambda_1}{\mu_1} \equiv \frac{\lambda_2}{\mu_2} = U$

$$G(Z) = U \left[ 1 - \frac{(1+U)(\mu_1 + \mu_2)^n}{h(1+U)(\mu_1 + \mu_2) + Z(\mu_1 + U\mu_2)(\mu_2 + U\mu_1)} \right] \quad (3.12)$$

La Figure 3.2 présente le gain en fonction de la taille du tampon pour un temps de cycle  $1/h=1/10$ . Les taux de réparation et de panne sont respectivement:  $\mu_1=1/5$ ,  $\mu_2=1/7$ ,  $\lambda_1=1/245$  et  $\lambda_2=1/165$ .

En examinant la courbe de la Figure 3.2, nous avons trouvé qu'un tampon de 6 unités est requis pour atteindre un gain de 99 %. Un tampon de taille égale à 3 unités suffira pour assurer un gain de 89 %. Pour évaluer l'impact économique du tampon, ces résultats peuvent renseigner le preneur de décision sur le choix à faire entre un tampon 2 fois plus petit mais assurant un gain de 89 % ou celui de taille double et assurant 99% du gain possible. Ces résultats constituent également des données importantes lors d'une étude de faisabilité.

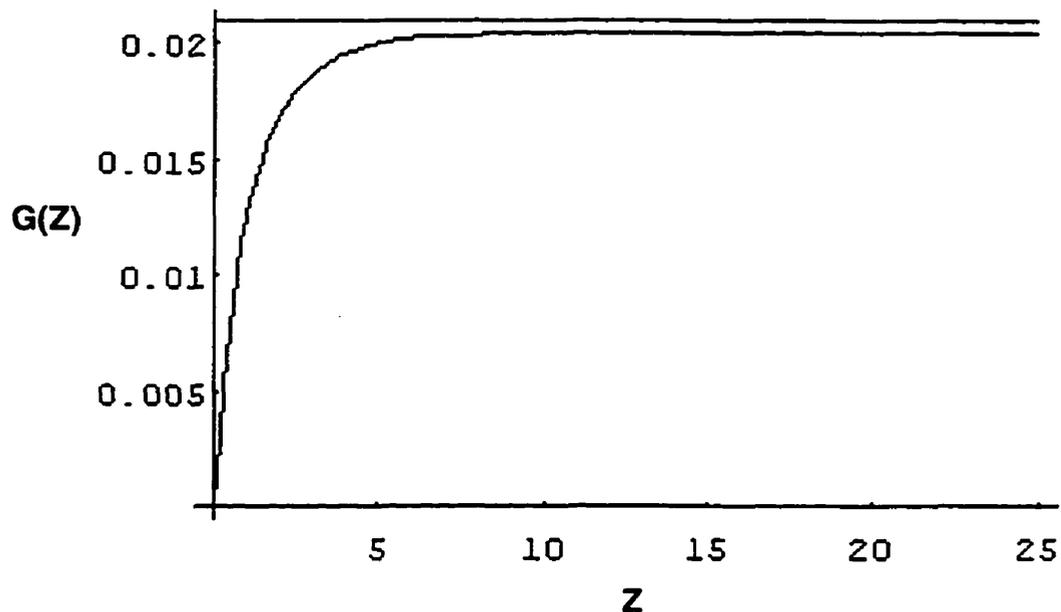


Figure 3.2 :Gain  $G(Z)$  en fonction de la taille du tampon.

Remarques:

- a) En se référant aux différents états définis pour le système, nous notons que l'effet de blocage n'est pas considéré dans les expressions du gain. Cette hypothèse reste acceptable comparée à celle d'un tampon de capacité infinie.

b) Le taux de panne d'une station forcée d'arrêter est égal au taux de panne d'une station en opération. Ceci est quasi improbable car la plupart des pannes relatives aux machines de production sont causées par l'usure qui ne se produit qu'après avoir opéré une machine un nombre de cycles donné. En réalité, le taux de panne d'une machine forcée d'arrêter tend vers zéro.

### 3.3 Modélisation d'une ligne de production ayant un cycle fixe et un tampon de capacité finie Z.

Le modèle proposé par Buzacott (1969) est basé sur l'approche des chaînes de Markov. Une méthode approximative (Buzacott (1967)) pour analyser une ligne de production composée de trois machines est aussi présentée.

Par rapport au modèle présenté dans la section précédente, le modèle de Buzacott (1969) tient d'un plus grand nombre d'états du système. Les états de blocage et de famine ainsi que le niveau du tampon sont considérés et une relation symbolique de l'efficacité du système étudié est développée. Une description du système étudié ainsi que l'objectif, les hypothèses et les équations d'états sont présentés et commentés. Des exemples et des graphiques sont fournis pour mieux comprendre l'utilité et les limites de ce modèle.

#### Description du système

Tel qu'illustré à la Figure 3.3, le système étudié est composé de deux machines séparées par un tampon B ayant une capacité finie Z.

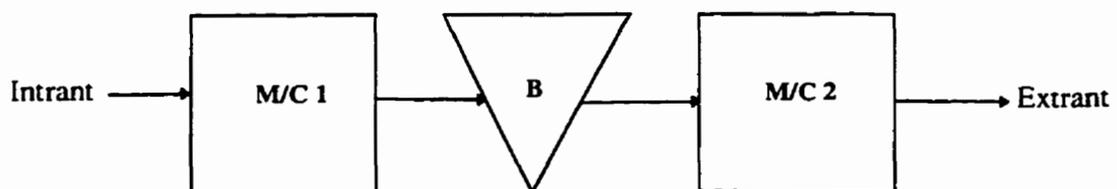


Figure 3.3 : Ligne de production.

Si la machine 1 est en réparation, la machine 2 peut continuer de fonctionner jusqu'à l'épuisement du stock tampon, ( $X=0$ ) ;  $X$  étant le contenu du stock tampon à un instant  $t$  donné et  $Z$  la capacité maximale du tampon. Si la machine 2 est en réparation, la machine 1 peut continuer de fonctionner jusqu'à ce que le niveau maximum du stock tampon soit atteint, ( $X=Z$ ), où elle sera forcée d'arrêter ou bloquée par manque d'espace dans le tampon.

### **Objectif du modèle:**

L'objectif à atteindre est celui de calculer l'efficacité du système étant donné un niveau  $X$  d'en-cours dans le tampon. Afin d'analyser ce système de production, un modèle basé sur l'approche des chaînes de Markov a été développé.

### **Hypothèses**

- 1) Le passage d'un état du système à un autre se fait avant ou après un transfert si la machine n'est pas en panne.
- 2) Les instants d'observation sont égaux et correspondent au temps d'un cycle.
- 3) Les réparations des machines sont indépendantes. À chaque observation, une machine ne peut être qu'en opération (état  $W$ ) ou en réparation (état  $R$ ).
- 4) Les distributions de nombres de cycles de bon fonctionnement et de réparation sont géométriques. Les taux de panne et de réparation de la machine  $i$  sont respectivement  $\lambda_i$  et  $\mu_i$ . On suppose également que la probabilité d'occurrence de 2 événements dans le même cycle est négligeable.
- 5) Les pannes sont dépendantes du fonctionnement des machines (Operation Dependent)

### **États du système**

Les états possibles du système peuvent être définis comme suit :

- ( $WW, 0$ ) : la machine 1 fonctionne, la machine 2 fonctionne et le niveau du stock tampon est nul. Donc, le système produit.
- ( $WW, X$ ) : la machine 1 et la machine 2 fonctionnent, le niveau du stock

- tampon est égal à  $0 \leq X \leq Z$  et le système produit.
- (WW, Z) : la machine 1 et la machine 2 fonctionnent, le niveau du stock tampon est égal à sa capacité maximale  $Z$  et le système produit.
- (RW, 0) : la machine 1 est en réparation, la machine 2 est inactive, le tampon ne contient aucune unité et le système ne peut pas produire.
- (RW, X) : la machine 1 est en réparation, la machine 2 fonctionne, le niveau du stock tampon est  $0 < X < Z$  et le système produit.
- (RW, Z) : la machine 1 est en réparation, la machine 2 fonctionne, le tampon est rempli à pleine capacité et le système produit.
- (WR, 0) : la machine 1 fonctionne, la machine 2 est en réparation et le tampon est vide. Alors, le système ne produit pas.
- (WR, X) : la machine 1 fonctionne, la machine 2 est en réparation et le tampon est au niveau  $X$ . Donc, aucune production possible du système.
- (WR, Z) : la machine 1 est bloquée, la machine 2 est en réparation et le tampon a atteint sa capacité maximale  $Z$ . Dans cet état, le système ne peut pas produire.
- (RR, 0) : les machines 1 et 2 sont en réparation et le niveau du tampon est nul. Aucune production possible du système. De même, pour les états (RR, X) et (RR, Z).

Nous reprenons ici, pour illustration, le développement du modèle tel que présenté par Buzacott. Cet exercice permet de bien comprendre la façon de modéliser et de traiter le problème. Il permet également de saisir la complexité de l'approche dans le cas où on tente de l'utiliser pour un système constitué de plus que deux machines.

À rappeler que Buzacott et Shanthikumar (1993) ont repris ce modèle pour le présenter dans un cadre plus général en intégrant les pannes dépendantes du temps et de l'opération. Du fait que les pannes dépendantes de l'opération ont un impact plus significatif et sont plus pertinentes pour notre étude, nous nous limitons à présenter cet aspect qui sera suffisant pour saisir l'objectif du modèle.

Désignons par :

$\lambda_1$  = le taux de panne de la machine 1.

$\lambda_2$  = le taux de panne de la machine 2.

$\mu_1$  = le taux de réparation de la machine 1.

$\mu_2$  = le taux de réparation de la machine 2.

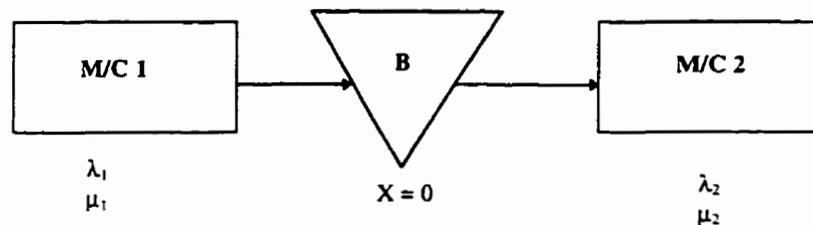
En régime permanent, les équations de transition de l'état du système sont :

$$P(WW,0) = [1 - (\lambda_1 + \lambda_2)]P(WW,0) + \mu_1 P(RW,0) + \mu_1 P(RW,1) \quad (3.13)$$

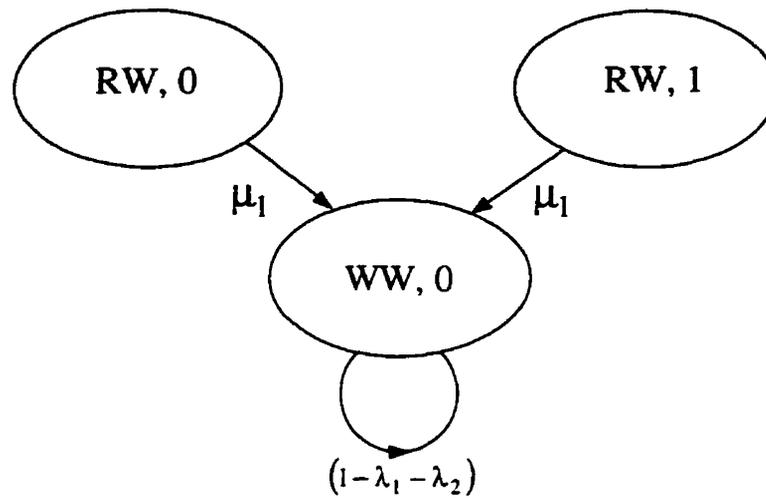
L'équation (3.13) peut être interprétée comme suit :

$P(WW, 0)$  est la probabilité que la machine 1 ne brise pas et la machine 2 ne brise pas + probabilité d'être à l'état  $(RW, 0)$  et d'avoir une réparation de la machine 1 + probabilité de réparer la machine 1 et que le stock soit à l'état 1 au début du cycle.

La Figure 3.4 représente les paramètres des deux machines ainsi que le niveau du stock dans le tampon. La Figure 3.5 est un diagramme illustrant les transitions des états du système correspondant à l'équation (3.13).



**Figure 3.4 : Paramètres de la ligne de production.**



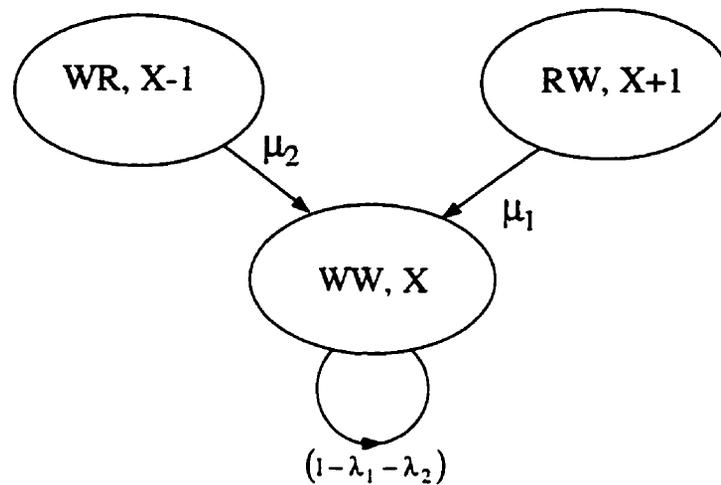
**Figure 3.5 : Probabilité de transition d'un état initial à un état final.**

$$P(WW, X) = (1 - \lambda_1 - \lambda_2)P(WW, X) + \mu_1 P(RW, X+1) + \mu_2 P(WR, X-1); \quad 0 < X < Z \quad (3.14)$$

L'équation (3.14) peut être interprétée comme suit :

$P(WW, X)$  est la probabilité d'être à l'état  $(WW, X)$  et d'y demeurer (Pas de panne) + probabilité d'être à l'état  $(RW, X+1)$ , de réparer la machine 1 et de conserver  $(X+1)$  unités dans le tampon + probabilité d'être à l'état  $(WR, X)$ , de réparer la machine 2 et d'avoir  $(X-1)$  unités dans le tampon.

La Figure 3.6 est un diagramme illustrant les transitions des états du système correspondant à l'équation (3.14).



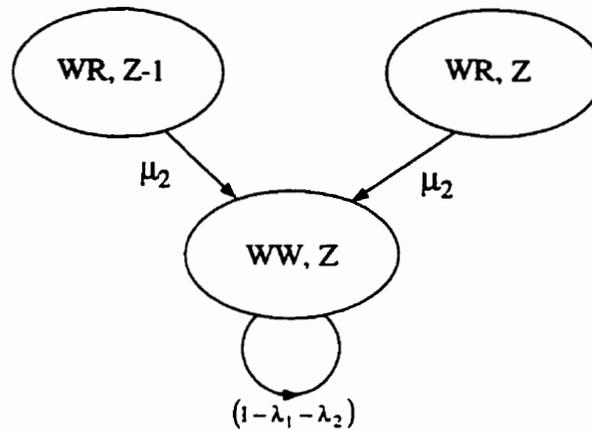
**Figure 3.6: Diagramme de transition d'états correspondant à l'équation (3.14).**

$$P(WW, Z) = (1-\lambda_1-\lambda_2)P(WW, Z) + \mu_2 P(WR, Z-1) + \mu_1 P(RW, Z) \quad (3.15)$$

L'équation (3.15) peut s'interpréter comme suit :

$P(WW, Z)$  est probabilité d'être à l'état  $(WW, Z)$  et d'y rester (pas de panne) et avoir  $Z$  unités dans le tampon + probabilité d'être à l'état  $(WR, Z)$ , de réparer la machine 2 et maintenir  $Z-1$  unités dans le tampon + probabilité d'être à l'état  $(RW, Z)$ , de réparer la machine 2 et de garder  $Z$  unités dans le tampon.

La Figure 3.7 est un diagramme illustrant les transitions des états du système correspondant à l'équation (3.15).



**Figure 3.7: Diagramme de transition d'états correspondant à l'équation (3.15).**

L'établissement des autres équations d'états est basé sur le même principe. Afin de ne pas alourdir le texte, nous les citerons sans élaborer leur diagramme de transition ni la signification de chacune des probabilités qui s'y rattachent.

**Équations des autres états du système :**

$$P(RW, 0) = \lambda_1 P(WW, 0) + (1 - \mu_1) P(RW, 0) + [1 - (\mu_1 + \lambda_2)] P(RW, 1) + \mu_2 P(RR, 0) \quad (3.16)$$

$$P(RW, X) = \lambda_1 P(WW, X) + (1 - \mu_1 - \lambda_2) P(RW, X+1) + \mu_2 P(RR, X) ; 0 < X < Z \quad (3.17)$$

$$P(RW, Z) = \lambda_1 P(WW, Z) + \mu_2 P(RR, Z) \quad (3.18)$$

$$P(WR, 0) = \lambda_1 P(WW, 0) + \mu_1 P(RR, 0) \quad (3.19)$$

$$P(WR, X) = \lambda_2 P(WW, X) + (1 - \lambda_1 - \mu_2) P(RW, X-1) + \mu_1 P(RR, X) ; 0 < X < Z \quad (3.20)$$

$$P(WR, Z) = \lambda_2 P(WW, Z) + (1 - \lambda_1 - \mu_2) P(WR, Z-1) + (1 - \mu_2) P(WR, Z) + \mu_1 P(RR, Z) \quad (3.21)$$

$$P(RR, 0) = \lambda_2 P(RW, 1) + (1 - \mu_1 - \mu_2) P(RR, 0) \quad (3.22)$$

$$P(RR, X) = \lambda_2 P(RW, X+1) + \lambda_1 P(RW, X-1) + (1 - \mu_1 - \mu_2) P(RR, X) ; 0 < X < Z \quad (3.23)$$

$$P(RR, Z) = \lambda_1 P(WR, Z-1) + (1 - \mu_1 - \mu_2) P(RR, Z) \quad (3.24)$$

Durant un cycle, une unité est produite lorsque les deux machines sont opérationnelles (WW), ou seule la machine 2 est opérationnelle et qu'il y a au moins

une unité dans le tampon. Pour obtenir les expressions des différents états, on doit résoudre le système d'équations linéaires (3.13) à (3.24) inclusivement.

Pour un tampon de capacité maximale  $Z$ , on conviendra de désigner l'efficacité du système par  $E_Z$ :

$$E_Z = \sum_{x=0}^Z P(WW, x) + \sum_{x=1}^Z P(RW, x) \quad (3.25)$$

$$E_Z = f(\lambda_1, \lambda_2, \mu_1, \mu_2, Z).$$

Afin d'obtenir une expression symbolique de l'efficacité, les notations suivantes sont utilisées:

$$x_i = \frac{\lambda_i}{\mu_i}; \quad s = \frac{x_2}{x_1}; \quad r = \frac{\lambda_2}{\lambda_1};$$

$$c = \frac{(\lambda_1 + \lambda_2)(\mu_1 - \mu_2) - \lambda_2 \mu_2 (\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_1 + \mu_2)}{(\lambda_1 + \lambda_2)(\mu_1 + \mu_2) - \lambda_2 \mu_1 (\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_1 + \mu_2)} \quad (3.26)$$

L'expression de l'efficacité  $E_Z$  devient:

$$E_Z = \begin{cases} \frac{1 - s \cdot c^Z}{1 + x_1 - (1 + x_2) \cdot s \cdot c^Z}; & \text{si } s \neq 1 \\ \frac{1 + r - \mu_2(1 + x) + Z \cdot \mu_2(1 + x)}{(1 + 2x)[1 + r - \mu_2(1 + x)] + Z \cdot \mu_2(1 + x)^2}; & \text{si } s = 1 \end{cases} \quad (3.27)$$

Nous pouvons évaluer l'efficiencé d'un tampon d'une capacité donnée  $Z$ , par la relation suivante:

$$E_{(\text{tampon})} = \frac{E_z - E_0}{E_\infty - E_0} \quad (3.28)$$

où  $E_0$  est l'efficacité de la ligne de production sans tampon et  $E_\infty$  est celle de la ligne ayant un tampon une capacité infinie telle que donnée par (3.29) et (3.30) respectivement.

$$E_0 = \frac{1}{1 + \sum_{i=1}^M x_i} ; \text{ où } i=1,2,\dots, M, \text{ désigne la station de travail.} \quad (3.29)$$

La valeur maximale de l'efficacité de la ligne de production est donnée par:

$$E_\infty = \frac{1}{1 + x^*} \quad (3.30)$$

Dans le cas d'une ligne constituée de deux stations de travail:

$$\begin{aligned} x^* &= \max(x_1, x_2) \\ &= \max\left(\frac{\lambda_1}{\mu_1}, \frac{\lambda_2}{\mu_2}\right) \end{aligned} \quad (3.31)$$

En d'autres termes, plus la capacité du tampon augmente plus l'efficacité ou la disponibilité de la ligne  $E$  tend vers la disponibilité de la machine la moins fiable.

Les relations (3.29) et (3.30) peuvent être vérifiées comme suit:

Soit  $T$  un intervalle de temps très grand durant lequel la ligne est opérationnelle (up) pour un temps total de  $S$  cycles.  $S$  représente le temps moyen de bon fonctionnement. Durant l'intervalle  $T$ , la ligne est arrêtée (down) pour un total de  $M$

fois:

$$n = n_1 + n_2 + \dots + n_{M-1} + n_M$$

où  $n_i$  ( $i=1, \dots, M$ ) est le nombre de panne de la station  $i$  durant l'intervalle  $T$ . Donc, le temps total où la ligne est inactive (down) durant  $T$  est:

$$\sum_{i=1}^M \frac{n_i}{\mu_i}$$

La valeur moyenne de  $n_i$  est égale à:

$$n_i = \frac{S}{\frac{1}{\lambda_i}} = \lambda_i \cdot S;$$

donc, le temps moyen où la ligne est inactive (down) durant  $T$  est égal à:

$$\sum_{i=1}^M \frac{\lambda_i}{\mu_i} \cdot S;$$

ceci nous permet de décomposer  $T$  en temps de bon fonctionnement et en temps d'arrêt ou de réparation:

$$T = S + \sum_{i=1}^M \frac{\lambda_i}{\mu_i} \cdot S$$

L'efficacité  $E_0$  est donc égale à:

$$E_0 = \frac{S}{T} = \frac{S}{S + \sum_{i=1}^M \frac{\lambda_i}{\mu_i} \cdot S}$$

$$E_0 = \frac{1}{1 + \sum_{i=1}^M \frac{\lambda_i}{\mu_i}} \quad (3.32)$$

Au niveau d'une station, nous pouvons établir d'une manière similaire la proportion du temps  $T$  où une station  $j$  est en réparation:

$$P_j = \frac{n_j}{T} = \frac{\frac{\lambda_j}{\mu_j} S}{S + S \cdot \sum \frac{\lambda_i}{\mu_i}};$$

$$P_j = \frac{\frac{\lambda_j}{\mu_j}}{1 + \sum_{i=1}^M \frac{\lambda_i}{\mu_i}} = \frac{x_j}{1 + \sum_{i=1}^M x_i} \quad (3.33)$$

Pour illustrer cette démarche, considérons une ligne de production composée de deux machines. Supposons qu'en moyenne les machines 1 et 2 tombent respectivement en panne à tous les 12 heures et 16 heures et que le temps moyen de réparation pour les machines 1 et 2 est de 3 cycles.

Pour déterminer l'efficacité de cette ligne, il faut d'abord calculer son efficacité dans le cas où le stock tampon est nul.

$$\lambda_1 = \frac{1}{12}; \quad \lambda_2 = \frac{1}{16} \quad \text{et} \quad \mu_1 = \mu_2 = \mu = \frac{1}{3}$$

Du fait que le taux de réparation des stations 1 et 2 ont la même valeur, la relation (3.29), devient:

$$\begin{aligned}
 E_0 &= \frac{1}{1 + (\lambda_1 + \lambda_2) \cdot \frac{1}{\mu}} \\
 &= \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{16}\right) \cdot 3} \\
 &= 0.696
 \end{aligned}$$

On peut maintenant déterminer l'efficacité de la ligne en présence d'un tampon de capacité  $Z=5$ . On sait que :

$$\begin{aligned}
 x_1 &= \frac{\lambda_1}{\mu_1} = 0.25 \\
 x_2 &= \frac{\lambda_2}{\mu_2} = 0.1875
 \end{aligned}$$

puisque  $x_2 < x_1$ , la machine 2 a une disponibilité plus grande que la machine 1.

$$s = \frac{x_2}{x_1} = 0.75$$

Puisque  $s \neq 1$ , l'expression (3.26) nous donne la valeur du paramètre  $c = 0.929$ . L'efficacité  $E_5$  est alors donnée par (voir relation (3.27)):

$$E_5 = \frac{1 - s \cdot c^5}{1 + x_1 - (1 + x_2) \cdot s \cdot c^5} \cong 0.76$$

Pour un tampon de capacité infinie, l'efficacité  $E_\infty$  est donnée par :

$$E_\infty = \frac{1}{1 + \max(x_1, x_2)} = 0.80$$

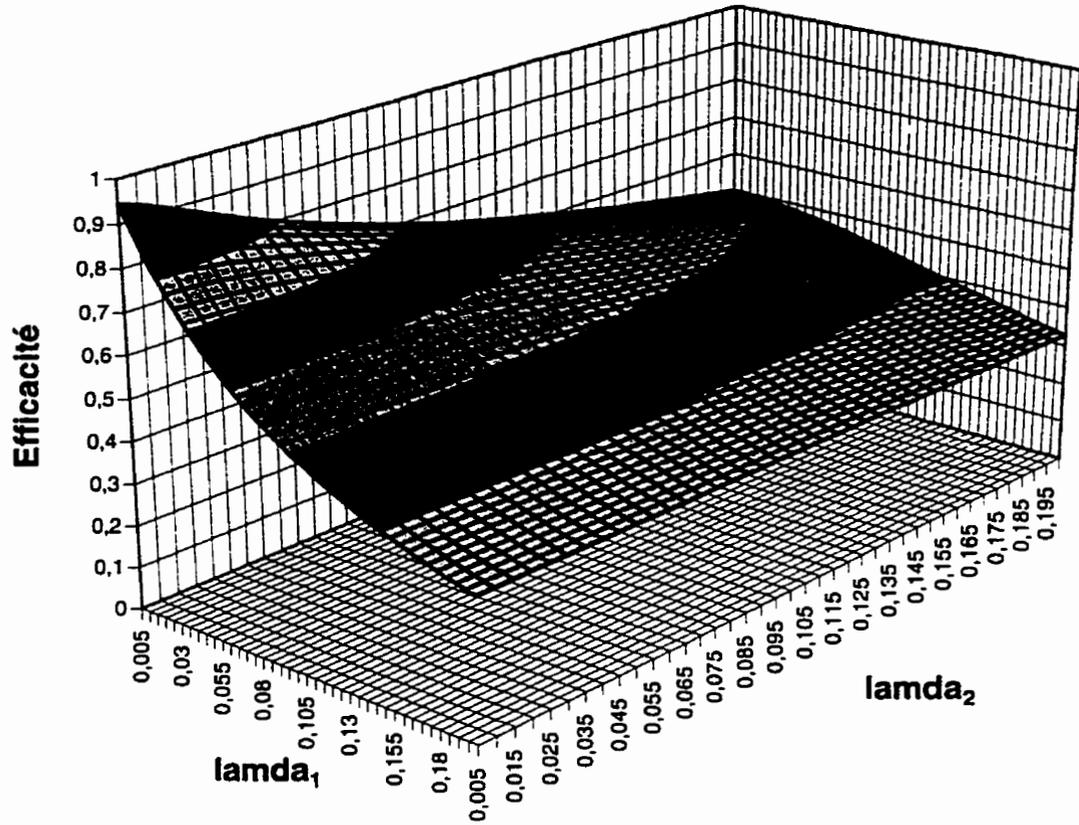
Il est bien établi qu'un stock tampon correctement dimensionné, contribue à l'amélioration de la productivité. Cet exemple confirme la contribution du stock tampon à la productivité de la ligne de production. En comparant l'efficacité dans les cas d'un stock tampon de capacité  $Z=0$  et  $Z=5$  unités, nous constatons une augmentation de  $(0.76 - 0.70) = 0.06$ . Ceci se traduit, pour une production de 100

cycles, par une production additionnelle de 6 unités en moyenne. Nous trouvons que l'efficacité de la ligne, pour un tampon de capacité infinie, est de 0.80.

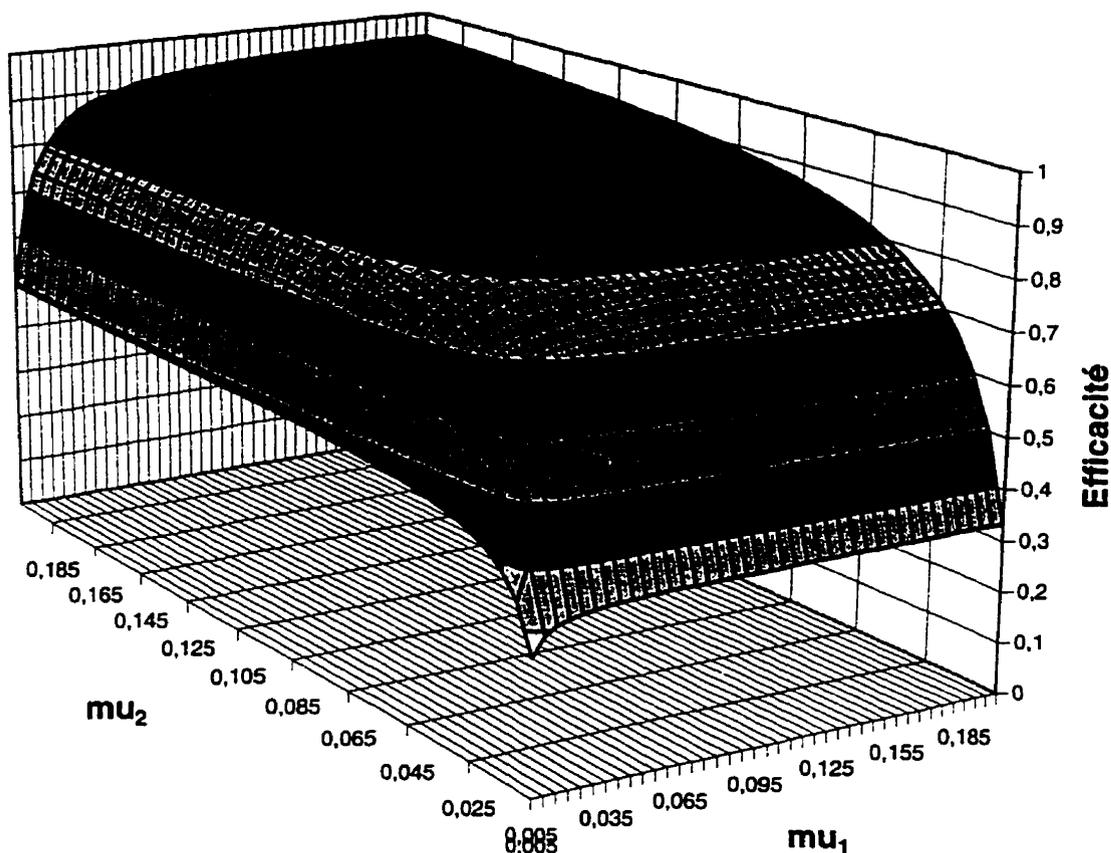
La Figure 3.8 est une courbe représentant les différentes combinaisons des taux de panne des deux machines de la ligne qui ont pour résultat la même mesure d'efficacité. Pour  $\lambda_1=\lambda_2=0.005$ , la valeur maximale de l'efficacité de la ligne est égale à 0.94. Cette dernière chutera à 0.50 environ lorsque  $\lambda_1$  est égal à 0.005 et  $\lambda_2$  est égal à 0.2. Les valeurs de taux de réparation des machines 1 et 2 sont respectivement  $\mu_1=0.1$  et  $\mu_2=0.2$ . La taille maximale du tampon séparant les deux machines est de 15 unités.

La Figure 3.9 quant à elle, montre les différents échanges du taux d'efficacité en fonction des taux de réparation des machines 1 et 2. On remarque sur cette courbe que plus le taux de réparation est élevé plus l'efficacité l'est aussi. Les valeurs de taux de panne des machines 1 et 2 sont respectivement  $\lambda_1=0.005$  et  $\lambda_2=0.01$ . La taille maximale du tampon est de 15 unités.

Ces courbes nous permettent de mieux visualiser les différents échanges qui existent entre les paramètres des machines composant le système de production. De plus, elles nous renseignent sur l'importance de réduire la variabilité de ces derniers afin d'assurer une efficacité stable à l'intérieur des limites raisonnables et ce pour une taille de tampon donnée.



**Figure 3.8: Efficacité de la ligne de production en fonction des taux de panne,  $\lambda_1, \lambda_2$ .  $\mu_1 = 0.1, \mu_2 = 0.2$ , et  $Z = 15$ .**



**Figure 3.9: Efficacité de la ligne de production en fonction des taux de réparation des machines 1 et 2,  $\lambda_1=0.005$ ,  $\lambda_2=0.01$ ,  $Z=15$ .**

L'utilisation de ce modèle montre bien qu'il est possible d'obtenir une solution exacte de l'efficacité d'une ligne de production constituée de 2 machines et un tampon intermédiaire. Cette solution est fonction de taux de panne de machines, de taux de réparation de machines et de la taille du tampon intermédiaire.

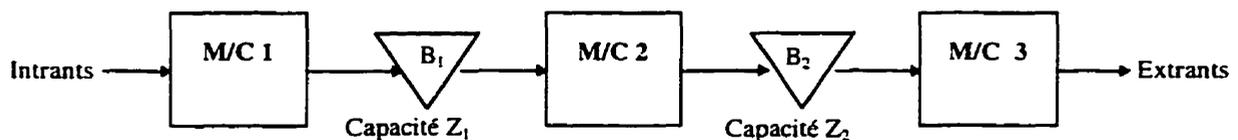
Du fait que la plupart des systèmes de production ont plus que deux machines, la recherche d'une solution pour de telles lignes a motivé plusieurs chercheurs à pousser plus loin leurs recherches. Nous présentons dans le paragraphe qui suit un modèle approximatif développé par Buzacott (1967) pour évaluer l'efficacité d'une ligne de production constituée de 3 machines. Il s'agit d'une solution approximative car l'espace d'états devient trop grand ce qui rendra impossible l'obtention d'une solution exacte par l'approche des chaînes de Markov.

### 3.4 Analyse d'une ligne de production composée de 3 stations

Théoriquement, ces systèmes de production peuvent être modélisés par l'approche des chaînes de Markov, peu importe le nombre de stations de production. En pratique, l'espace d'état du système est trop grand. Une ligne de production composée de  $M$  stations avec des tampons intermédiaires de capacité  $Z_i$  a  $2^M(Z_1+1)(Z_2+1)\dots(Z_M+1)$  états distincts. D'où la proposition de plusieurs approches pour l'évaluation des lignes constituées de plus que 2 stations de travail. La majorité de ces approches heuristiques sont basées sur l'utilisation d'une séquence de 2 stations où progressivement des estimés sont attribués ou trouvés pour toute la ligne. L'approche que nous présentons ci-après est applicable dans le cas d'une ligne de production composée de 3 stations et de 2 tampons (voir Buzacott (1967)). On suppose qu'au plus une station est en panne à la fois. La probabilité qu'une station  $j$  soit en panne est donnée par la relation (3.33).

L'équation de normalité :  $E_0 + \sum_{i=1}^M P_i = 1$  ; où  $E_0$  correspond à la somme des états de bon fonctionnement (c'est l'efficacité de la ligne sans tampon) et  $\sum P_i$  correspond à la somme des états où le système est hors d'usage.

Les hypothèses de travail sont identiques à celles présentées dans le cas du modèle d'une ligne constituée de 2 stations et un tampon intermédiaire (Buzacott (1969)) à l'exception du taux de panne qui est le même pour les 3 stations étudiées.



**Figure 3.10: Ligne de production composée de 3 stations et de 2 tampons.**

Une façon de déterminer l'efficacité est de supposer que la production, durant un horizon de temps très grand, doit être la même dans toutes les trois stations de

travail. Pour fins d'analyse, observons cette ligne de production à partir de la station 2 et considérons les états où cette dernière produit :

- a) toutes les stations sont opérationnelles y compris la station 2.
- b) la station 1 est en panne mais le tampon 1 fournit du stock à la station 2 qui peut continuer à alimenter le stock tampon  $B_2$ .
- c) la station 3 est en panne mais il y a un espace disponible dans le tampon 2.

Si on définit  $h_{ij}(Z_1, Z_2)$  comme étant la proportion du temps ( $T$  très grand) durant laquelle la station  $i$  est en réparation et la station  $j$  est en opération lorsque  $Z_1$  et  $Z_2$  sont les tailles des tampons spécifiées, l'expression de l'efficacité du système est donnée par (Buzacott (1967)):

$$E_{Z_1, Z_2} = E_{00} + P_1 h_{12}(Z_1, Z_2) + P_3 h_{32}(Z_1, Z_2) \quad (3.34)$$

où  $E_{00}$  est l'efficacité de la ligne de production ayant deux tampons,  $Z_1$  et  $Z_2$ , de tailles nulles.

La procédure de décomposition considère l'agrégation de la ligne de trois stations comme suit:

- a) Diviser la ligne originale en une ligne de deux stations à partir du tampon 1 (point de référence). Dans ce cas, la deuxième station est une station virtuelle composée des stations 2 et 3 et du tampon 2. Cette nouvelle station sera désignée par  $2'$ . La première station et le tampon 1 sont ceux de la ligne originale (voir Figure 3.11).
- b) Diviser la ligne originale au niveau du tampon 2 en combinant les deux premières stations et le tampon 1 en une nouvelle station virtuelle que l'on désigne par  $1'$ .

Dans le cas a), le taux de défaillance de la station virtuelle  $2'$  est donnée par (Buzacott (1967)):

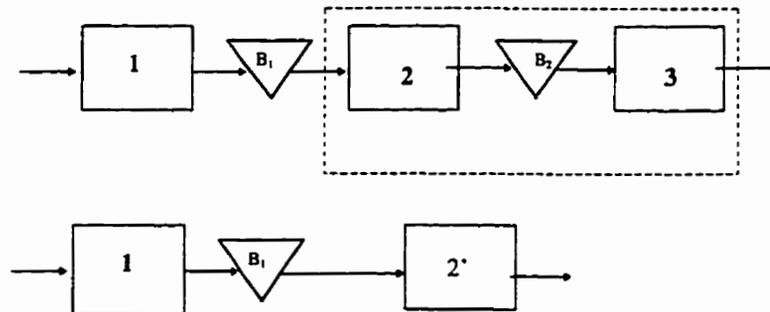
$$\lambda_{2'} = \lambda_2 + \lambda_3 [1 - h_{32}(Z_2)] \quad (3.35)$$

S'il s'agit du cas b), le taux de défaillance de la station virtuelle 1' est donné par:

$$\lambda_{1'} = \lambda_1 [1 - h_{12}(Z_1, Z_2)] + \lambda_2 \quad (3.36)$$

L'obtention de  $h_{ij}(\cdot)$  sera faite par approximation comme nous allons le voir dans la procédure de la solution. Cette méthode est limitée au cas où les distributions des temps de réparation des stations sont identiques et constantes.

L'obtention d'un estimé de  $h_{ij}(\cdot)$  est essentielle puisqu'il est requis, comme élément principal, dans la procédure d'agrégation.



**Figure 3.11: Procédure d'agrégation.**

Pour une ligne constituée de deux stations, on peut écrire (Buzacott (1967)):

$$\begin{aligned} E_z &= E_0 + P_1 \cdot h_1(Z) \\ &= E_0 + P_2 \cdot h_2(Z) \end{aligned} \quad (3.37)$$

$h_1$  est la proportion du temps  $T$  où la première station est en panne et la ligne est en opération (up).  $h_2$  est la proportion du temps  $T$  où la deuxième station est en panne et la première station est en opération.

Nous présentons dans ce qui suit la procédure de solution de cette méthode approximative telle que décrite dans Askin (1993):

1) Pour initialiser l'algorithme, attribuer à  $h_{12}(Z_1, Z_2)$  une valeur donnée. Dénoter les stations virtuelles 1 et 2 par 1' et 2' respectivement. Calculer l'efficacité  $E_{00}$  de la ligne sans tampon en appliquant la relation (3.32) dans le cas où les taux de réparation sont identiques. Donc, (3.32) aura la forme suivante:

$$E_{00} = \frac{1}{1 + \mu^{-1} \sum_{i=1}^3 \lambda_i}$$

2) Traiter la ligne de deux stations avec  $\lambda_1$ , obtenu de l'équation (3.36) et  $\lambda_2 = \lambda_3$ . Estimer  $h_{32}(Z_1, Z_2) = h_{2',1'}(Z)$  de l'équation (3.37). Traiter la ligne de deux stations

3) Traiter la ligne de deux stations avec  $\lambda_2$ , et  $\lambda_1 = \lambda_1$  de l'équation (3.35). Poser  $h_{12}(Z_1, Z_2) = h_{1',2'}(Z)$  et trouver sa valeur de l'équation (3.37). Si le critère d'arrêt de l'algorithme est satisfait, passer au point 4 sinon revenir au point 2. Ce critère d'arrêt est égal à la différence entre la valeur initiale de  $h_{ij}(\cdot)$  et celle obtenue à la dernière itération, soit  $|(h_{ij})_1 - (h_{ij})_2| \leq \varepsilon$ .  $\varepsilon$  peut être de l'ordre de 0.0001.

4) Estimer l'efficacité pour une ligne de trois stations par :

$$E_{Z_1, Z_2} = E_{00} + P_1 h_{12}(Z_1, Z_2) + P_3 h_{32}(Z_1, Z_2).$$

Soit une ligne de production constituée de 18 stations et de 2 tampons ayant chacun une taille maximale de 18 unités. Un plan suggère de placer le premier tampon après la station 8 et l'autre après la station 12. Les 8 premières stations ont un taux de panne cumulatif  $\lambda_1 = 0.0045$ . Les stations 9 à 12 ont un taux de panne cumulatif

$\lambda_2=0.01$ , et les stations 13 à 18 ensemble ont un taux de panne  $\lambda_3 = 0.0045$ . Les taux de réparation correspondant à ce groupement des stations sont  $\mu_1=\mu_2=\mu_3=0.12$ .

En ayant recours à l'algorithme de résolution ci-haut présenté, nous avons obtenu la valeur de l'efficacité de cette ligne de production. Elle est égale à :

$$E_{18,18} = E_{00} + P_1 h_{12}(18,18) + P_3 h_{32}(18,18) \cong \\ 0.863309 + \left( \frac{\frac{0.0045}{0.12}}{1 + \frac{0.0045 + 0.01 + 0.0045}{0.12}} (0.687838) \right)^2 = 0.907847$$

Les détails de calcul ainsi que les différentes étapes de l'algorithme qui a servi comme base de résolution à cet exemple sont fournis en annexe 3.

En se basant sur l'approximation ci-dessus, nous avons mis au point une procédure informatique afin de calculer l'efficacité d'une ligne de production constituée de trois machines et deux tampons. La figure 3.12 fut dessinée à partir des résultats obtenus par le programme informatique. Les données d'entrée du programme sont:  $\lambda_1=0.0045$ ,  $\lambda_2=0.01$ ,  $\lambda_3=0.0045$ ,  $\mu_1=0.12$ ,  $\mu_2=0.12$ ,  $\mu_3=0.12$ . Sur la courbe, nous trouvons les différentes combinaisons des tailles (0 à 20) des tampons  $Z_1$  et  $Z_2$  qui ont pour résultat la même mesure d'efficacité  $E_{z_1 z_2}$  de la ligne de production. Cette méthode de décomposition est basée sur l'hypothèse que les taux moyens de réparation sont les mêmes pour les trois machines. Cette hypothèse limite l'applicabilité de la méthode. La méthode de Gershwin (1987), voir chapitre 4, est plus générale et elle peut traiter le cas de lignes de production composées de plus que trois machines.

Nous réservons le chapitre 4 pour la modélisation des lignes constituées de M stations de travail. Nous y introduisons les méthodes de décomposition d'une ligne de production constituée de k machines.

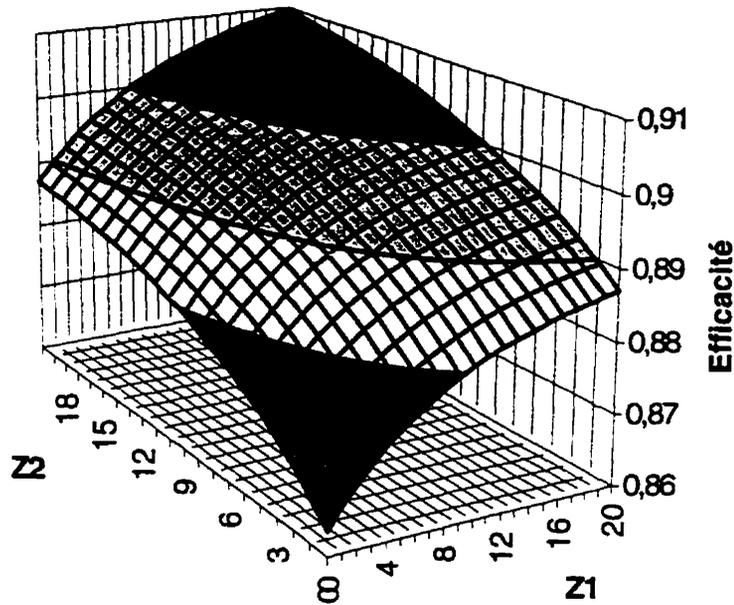


Figure 3.12: Efficacité en fonction de la taille des tampons.

### 3.5 Modèle de transfert en deux étapes

Le modèle proposé par Sheskin (1976) a pour objectif d'allouer un tampon de capacité finie entre les machines afin de maximiser le taux de production d'une ligne de production constituée de deux stations de travail et un tampon intermédiaire. Une solution exacte représentant le taux de production fut obtenu. Le système étudié est considéré comme étant en régime permanent. L'auteur a également obtenu une solution exacte dans le cas d'une ligne de production constituée de 3 ou 4 stations de travail. Cependant, Sheskin (1974) a dû supposer que la somme des taux de panne  $\lambda_i$ , et de réparation  $\mu_i$ , d'une machine  $M_i$ , est égale à 1. Son modèle se distingue de celui de Buzacott (1969) puisqu'il considère que plus qu'un événement peut se produire dans un cycle. L'occurrence des pannes est dépendante du temps et non pas de l'opération ou de l'utilisation des stations de travail. L'expression du taux de production qu'il a obtenu est fonction des taux de panne et de réparation des stations ainsi que le niveau du stock tampon. Nous présentons dans les sections qui suivent les hypothèses de travail de Sheskin (1976) et les équations de probabilité

d'états du système qu'il a utilisées dans le développement de l'expression du taux de production.

**Hypothèses du modèle:**

1. les pannes sont dépendantes du temps,
2. les distributions des temps de bon fonctionnement et des arrêts sont géométriques,
3. il y a un réparateur pour chaque station de production,
4. plus qu'un événement peut se produire dans un cycle,
5. pour toute station  $i$ , la probabilité de panne par cycle,  $\lambda_i$ , et la probabilité de réparation par cycle  $\mu_i$ , sont telles que:  $\mu_i + \lambda_i = 1$ ,
6. un point d'arrêt intermédiaire entre deux stations existe créant ainsi un tampon de capacité maximale égale à 1. Cette hypothèse veut dire que le transfert se fait en deux étapes. À la première étape, une pièce est transférée de la station de travail au tampon s'il n'est pas plein. À la deuxième étape, cette pièce est transférée du tampon à la station suivante dans la séquence des opérations,
7. Les pannes et les réparations sont détectées immédiatement après la réalisation de la première étape de transfert et avant le début de la deuxième étape de transfert.

La méthode utilisée pour l'obtention des résultats est basée sur l'approche des chaînes de Markov, en observant le système immédiatement après que la panne et la réparation soient produites, mais avant le début de la deuxième étape de transfert.

Un poste de travail  $M_i$  peut être en état d'opération (up ou U) ou en réparation (down ou D). Les taux de panne et de réparation sont définies comme suit:

$$\left. \begin{aligned}
 \lambda_i &= P(M_i \text{ en panne} | M_i = U) \\
 &= P(M_i = U \rightarrow M_i = D) \\
 \mu_i &= (M_i \text{ est réparée} | M_i = D) \\
 &= P(M_i = D \rightarrow M_i = U)
 \end{aligned} \right\} \quad (3.38)$$

La ligne est à l'état D (down), lorsque le tampon intermédiaire est vide ou la dernière machine de la ligne est en panne. Une machine de la ligne est dite inactive lorsqu'elle n'est pas en panne et que le tampon qui la précède dans la séquence est vide. Dans le cas général d'une ligne de production, une machine est dite bloquée, i.e., à l'état (B) si le tampon en aval est plein et la machine qui vient dans la séquence après ce tampon se trouve dans l'un des états suivants: (D), (U) ou (B).

Les machines sont stochastiquement indépendantes. La matrice de transition pour  $M_i$  est présentée dans le Tableau 3.1:

		$E_{n+1}$	
		U	D
$E_n$	U	$1-\lambda_i$	$\lambda_i$
	D	$1-\lambda_i$	$\lambda_i$

**Tableau 3.1: Matrice de transition d'états pour  $M_i$ .**

Les probabilités en régime permanent pour  $M_i$  sont :

$$P(M_i=U)=1-\lambda_i$$

C'est la fiabilité de  $M_i$ .

$$P(M_i=D)=\lambda_i$$

La probabilité qu'une ligne produise est:

$$\left. \begin{aligned}
 P(\text{ligne} = U) &= P(M_n = U \cap M_n \neq I \text{ (Idle)}) \\
 &= P(M_n = U)P(B_{n-1} > 0) \\
 &= P(1 - \lambda_n)[1 - P(B_{n-1} = 0)]
 \end{aligned} \right\} \quad (3.39)$$

Du fait que les stocks tampons dans une ligne de production sont des éléments passifs, ils ne contribuent pas à l'état (U) ou (D) d'une station de travail. La probabilité de transition du système est entièrement déterminée par les changements d'états des machines entre (U) et (D).

Pour une ligne de production composée de deux stations, la probabilité de transition à un instant donné, est:

$$P[U_i D \rightarrow D(i+1)U] = P[UD \rightarrow DU] = P[U \rightarrow D]P[D \rightarrow U] = \lambda_1 \mu_2 = \lambda_1(1 - \lambda_2) \quad (3.40)$$

où  $U_i D$  représente l'état où la machine 1 est (up), la machine 2 est (D) et le tampon contient  $i$  unités. Puisque les changements d'état entre U et D sont indépendants, la probabilité de transition du système est le produit des probabilités des changements d'état de chacune des machines.

La matrice de transition, pour une ligne de deux stations de travail et d'un stock tampon de capacité 1, est donnée dans le tableau 3.2 (divisée en 4 sous-matrices).

$E_n \backslash E_{n+1}$	UU		UD		DU		DD	
	U0U	U1U	U0D	U1D	D0U	D1U	D0D	D1D
U0U	0	$(1-\lambda_1)(1-\lambda_2)$	0	$(1-\lambda_1)\lambda_2$	0	$\lambda_1(1-\lambda_2)$	0	$\lambda_1 \lambda_2$
U1U	0	$(1-\lambda_1)(1-\lambda_2)$	0	$(1-\lambda_1)\lambda_2$	0	$\lambda_1(1-\lambda_2)$	0	$\lambda_1 \lambda_2$
U0D	0	$(1-\lambda_1)(1-\lambda_2)$	0	$(1-\lambda_1)\lambda_2$	0	$\lambda_1(1-\lambda_2)$	0	$\lambda_1 \lambda_2$
U1D	0	$(1-\lambda_1)(1-\lambda_2)$	0	$(1-\lambda_1)\lambda_2$	0	$\lambda_1(1-\lambda_2)$	0	$\lambda_1 \lambda_2$
D0U	$(1-\lambda_1)(1-\lambda_2)$	0	$(1-\lambda_1)\lambda_2$	0	$\lambda_1(1-\lambda_2)$	0	$\lambda_1 \lambda_2$	0
D1U	$(1-\lambda_1)(1-\lambda_2)$	0	$(1-\lambda_1)\lambda_2$	0	$\lambda_1(1-\lambda_2)$	0	$\lambda_1 \lambda_2$	0
D0D	$(1-\lambda_1)(1-\lambda_2)$	0	$(1-\lambda_1)\lambda_2$	0	$\lambda_1(1-\lambda_2)$	0	$\lambda_1 \lambda_2$	0
D1D	0	$(1-\lambda_1)(1-\lambda_2)$	0	$(1-\lambda_1)\lambda_2$	0	$\lambda_1(1-\lambda_2)$	0	$\lambda_1 \lambda_2$

**Tableau 3.2: Matrice de transition d'une ligne de production constituée de 2 stations et d'un tampon de capacité 1.**

La probabilité stationnaire de tout état du système peut être représentée par un produit de facteurs des probabilités marginales de tous les états de machines et la probabilité correspondante des stocks tampons.

Ainsi,  $P(UiDj...kU) = (1-\lambda_1)\lambda_2 (1-\lambda_n)P(i,j,...,k)$ . La matrice de transition peut être comprimée en retenant les  $(Z_1+1) (Z_2+1)...(Z_{n-1}+1)$  états dans lesquels toutes les machines sont à l'état U. Les probabilités stationnaires peuvent être exprimées en termes de  $UiUj...kU$ .

Par exemple,  $Di Uj...kD = [\lambda_1/1-\lambda_1][\lambda_2/1-\lambda_2]... [\lambda_n/1-\lambda_n]UiUj...kU$ .

En régime permanent, les équations pour la matrice comprimée d'une ligne de deux stations sont résolues par récurrence (Sheskin (1974)) et le taux de production est donné par:

$$P(\text{ligne} = U) = (1-\lambda_2) - \frac{(1-\lambda_2)}{1 + \frac{1}{\lambda_2} \sum_{i=1}^{Z_1} \left\{ \frac{(1-\lambda_1)\lambda_2}{\lambda_1(1-\lambda_2)} \right\}^i} \quad (3.41)$$

Sheskin (1974) a trouvé les matrices comprimées pour des lignes de production constituées de 3 et 4 stations de travail.

Le taux de production d'une ligne constituée de n stations de travail est :

$$P(\text{ligne} = U) = (1 - \lambda_n) \left\{ \sum_{i=0}^{N_1} \sum_{j=0}^{N_2} \dots \sum_{k=0}^{N_{n-1}} U_i U_j \dots k U_0 U / [(1 - \lambda_1)(1 - \lambda_2) \dots (1 - \lambda_n)] \right\} \quad (3.42)$$

Des résultats numériques ont été obtenus pour les cas suivants :

- $\lambda_i = \lambda_j$  pour tout i (machines ayant une fiabilité équivalente)
- $\lambda_i < \lambda_j$  pour  $i < j$  (les machines les plus fiables placées au début)
- $\lambda_i > \lambda_j$  pour  $i < j$  (les machines les moins fiables placées au début)

Le Tableau 3.3 présente les résultats d'une ligne constituée de 3 stations de travail et deux stocks tampons intermédiaires,  $Z_1$  et  $Z_2$ . Les stocks tampons ont une capacité totale d'entreposage  $Z$  de 2, 3, 4 et 12 unités (voir 1<sup>ère</sup> colonne du tableau) et les probabilités de panne, i.e.  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  et  $\lambda_3$ , sont respectivement 0.05, 0.10 et 0.15 et 0.15, 0.10 et 0.05. Le cas où le taux de panne est le même pour toutes les stations, soit  $\lambda_i = 0.10$ , y est également rapporté (voir 2<sup>ème</sup> ligne du tableau).

	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$
	0.05	0.10	0.15	0.15	0.10	0.05	0.10	0.10	0.10
<b>Z</b>	<b>Z<sub>1</sub></b>	<b>Z<sub>2</sub></b>	<b>P(ligne=U)</b>	<b>Z<sub>1</sub></b>	<b>Z<sub>2</sub></b>	<b>Z<sub>1</sub></b>	<b>Z<sub>2</sub></b>	<b>P(ligne=U)</b>	
2	1	1	0.750381	1	1	1	1	0.755725	
3	1	2	0.798703	2	1	1	2	0.796311	
	2	1	0.772597	1	2	2	1		
4	1	3	0.816337	3	1	2	2	0.831887	
	2	2	0.816156	2	2	1	3	0.808804	
	3	1	0.775959	1	3	3	1		
12	3	9	0.849061	9	3	6	6	0.878358	
	2	10	0.848886	10	2	5	7	0.877627	
	4	8	0.848738	8	4	7	5		
	10	2	0.820076	2	10	1	11	0.818155	
	11	1	0.776650	1	11	11	1		

**Tableau 3.3 : Taux de production d'une ligne constituée de 3 stations de travail (Sheskin (1976)).**

Le Tableau 3.4 présente les résultats d'une ligne composée de 4 stations de travail et 3 stocks tampons intermédiaires. Les probabilités de panne sont 0.04, 0.08, 0.12 et 0.16. Le cas où le taux de panne est le même pour toutes les stations, soit  $\lambda_i = 0.10$ , y

est également rapporté (voir 2<sup>ème</sup> ligne du tableau). Les calculs sont faits pour un stock tampon de capacité 3, 4 et 12 (voir colonne 1 du tableau).

	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	$\lambda_4$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	$\lambda_4$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	$\lambda_4$
	0.04	0.08	0.12	0.16	0.16	0.12	0.08	0.04	0.10	0.10	0.10	0.10
Z	Z <sub>1</sub>	Z <sub>2</sub>	Z <sub>3</sub>	P(ligne=U)	Z <sub>1</sub>	Z <sub>2</sub>	Z <sub>3</sub>	Z <sub>1</sub>	Z <sub>2</sub>	Z <sub>3</sub>	P(ligne=U)	
3	1	1	1	0.700310	1	1	1	1	1	1	0.709813	
4	1	1	2	0.751121	2	1	1	1	2	1	0.758116	
	1	2	1	0.738311	1	2	1	1	1	2	0.743859	
	2	1	1	0.712698	1	1	2	2	1	1		
12	2	3	7	0.833381	7	3	2	4	4	4	0.860486	
	2	4	6	0.832919	6	4	2	3	5	4	0.859290	
	1	4	7	0.832361	7	4	1	4	5	3		
	1	5	6	0.831872	6	5	1	3	4	5	0.818155	
	3	3	6	0.831718	6	3	3	5	4	3		
	1	3	8	0.831029	8	3	1	3	6	3	0.857798	
	9	2	1	0.745163	1	2	9	1	1	10	0.755724	
	10	1	1	0.713862	1	1	10	10	1	1		

**Tableau 3.4 :Taux de production d'une ligne de 4 postes de travail (Sheskin (1976)).**

Dans les tableaux 3.3 et 3.4, nous remarquons qu'en inversant la taille des tampons et en passant du cas où  $\lambda_i < \lambda_j$  au cas où  $\lambda_i > \lambda_j$ , la disponibilité de la ligne de production demeure inchangée. Nous observons aussi que si  $\lambda_i < \lambda_j$ , il faut allouer plus d'espace au tampon situé vers la fin de la ligne. Dans l'autre cas, il faut allouer plus d'espace au tampon situé au début de la ligne de production.

### Remarques

Il est restrictif de supposer, à l'hypothèse 7, que les pannes et les réparations se produisent entre la première et la deuxième étape de transfert. En pratique, les

pannes et les réparations se produisent durant le cycle de travail. L'hypothèse 5 signifie que le fonctionnement d'une station est un processus de Bernoulli où l'état de cette dernière à un instant donné, est indépendant de son état à un instant d'observation précédent.

### 3.6 Impact du coefficient de variation du taux de réparation

Un point important à mentionner est la taille du stock tampon. Cette taille doit être suffisamment grande pour compenser en moyenne le temps de réparation. Suite à une étude par simulation et dans le cas d'une ligne de production constituée de machines ayant un taux de réparation identique  $\mu$ , Conway et al. (1988) ont trouvé que l'amélioration du taux de production  $\eta$ , est déterminée par le rapport:

$$\eta = \frac{Z \cdot \mu}{(1 + c \cdot v_R^2)},$$

où  $c \cdot v_R$  est le coefficient de variation de la distribution du temps de réparation et  $\mu^{-1}$  est le temps moyen de réparation mesuré en cycles de production. Le Tableau 3.5 présente cette relation approximative ainsi que l'efficacité du tampon.

$\frac{Z \cdot \mu}{(1 + c \cdot v_R^2)}$	$\frac{(E_z - E_0)}{(E_\infty - E_0)}$
0	0.00
0.25	0.25
0.50	0.35
1.00	0.50
2.00	0.70
4.00	0.80
8.00	0.90

**Tableau 3.5: Effet du stock tampon sur l'efficacité du système.**

Afin d'illustrer l'importance du tampon et du coefficient de variation du temps de réparation, considérons une ligne de production constituée de 6 stations de travail. On désire avoir une production journalière de 599 unités par jour (1 jour=16 heures de travail). Le temps de traitement est constant et égal à 1.5 minutes par cycle par

station. Les bris d'outils constituent la cause principale des arrêts des stations. Le taux de panne pour une station est égal à 0.0015, ou 1.5 bris par 1000 cycles. Le temps requis pour effectuer une réparation est égal à 11 minutes ( $\mu_1 = \dots = \mu_6 = \mu = 1/11$ ). Si on envisage d'introduire des tampons intermédiaires, quel espace doit-on accorder pour chacun d'eux?

L'efficacité de la ligne en présence d'un tampon de capacité infinie est donnée par l'équation (3.30):

$$E_{\infty} = \frac{1}{1 + x^*}$$

où

$$x^* = \frac{\lambda_i}{\mu_i} = \lambda \cdot \mu^{-1} = (0.0015)(11)$$

et

$$E_{\infty} = 0.9838.$$

Suite à un travail de 16 heures à une cadence de 1.5 minutes par unité, on aura une production de:

$$(16 \text{ heures} \cdot 60 \text{ minutes}) / 1.5 = 640 \text{ unités par jour.}$$

Ayant un tampon de capacité infinie, la production sera amenée à:

$$640 \cdot E_{\infty} = 640 \cdot (0.9838) = 629 \text{ unités par jour.}$$

Évaluons la disponibilité ou l'efficacité de la ligne en présence d'un tampon nul (voir équation (3.29):

$$E_0 = \frac{1}{1 + \sum_{i=1}^M x_i} .$$

$$E_0 = \frac{1}{1 + \sum_{i=1}^6 x_i} = \frac{1}{1 + 6(0.0015)11} = 0.9099 .$$

en l'absence d'un tampon et pour une disponibilité de 0.9099, on aura une production quotidienne de:

$$640 \cdot (0.9099) = 582 \text{ unités.}$$

L'efficience d'un tampon est donnée par (3.28):

$$E_{(\text{tampon})} = \frac{E_z - E_0}{E_{\infty} - E_0}$$

$$E_{(\text{tampon})} = \frac{599 - 582}{629 - 582} = 0.36$$

Sur le Tableau 3.5, on voit que pour une efficience  $E_{(\text{tampon})} = 0.35$  ou 35% (nous avons pris une valeur voisine à 0.36), la valeur de:

$$\frac{Z\mu}{(1 + cv_R^2)} = 0.5.$$

Nous pouvons déduire la valeur de la taille du tampon comme suit:

$$Z = 0.5(1 + cv_R^2) \cdot \mu^{-1} = 0.5(1 + 0)11 = 5.5 \text{ ou } 6 \text{ unités.}$$

Cette quantité correspond à la taille du tampon à introduire entre deux stations consécutives, (à rappeler que  $\mu^{-1}$  est considéré constant dans cet exemple, donc le coefficient de variation a une valeur nulle). Dans le cas d'une distribution

exponentielle de temps de réparation, le coefficient de variation étant égal 1, le tampon aura une taille:

$$Z=0.5(1+1)*11=11 \text{ unités.}$$

Donc, pour une distribution exponentielle des temps de réparation, le tampon doit avoir une capacité 2 fois plus grande par rapport à un temps de réparation constant.

Ces résultats mettent en évidence l'impact de la variabilité des temps de réparation sur l'efficacité de la ligne de production. Cette variabilité affecte directement l'efficacité du tampon. On peut conclure que plus la variabilité des temps de réparation est petite, un tampon moins grand sera nécessaire pour assurer un fonctionnement plus harmonieux et maintenir la performance souhaitée de la ligne de production.

Les différents modèles présentés dans ce chapitre peuvent être utilisés pour prédire l'impact résultant de l'introduction d'un stock tampon dans une ligne de production existante ou en conception. Puisque l'introduction d'une zone tampon est un investissement significatif, il est nécessaire de se demander si les résultats générés par ces modèles sont représentatifs. L'une des façons de juger de la pertinence desdits modèles Markoviens est de savoir si les états décrivant le système et les hypothèses de travail reflètent bien la réalité.

Dans son modèle, Finch (voir Koenigsberg (1959)) ne tient pas compte de l'état de blocage qui est un phénomène très probable et qui se produit dans une ligne de production ayant un tampon intermédiaire de capacité finie.

Dans le modèle de Sheskin (1976), l'hypothèse qui stipule que  $\mu_i=1-\lambda_i$ , est très peu réaliste. D'un autre côté, la plupart des pannes se produisent lorsque les machines sont en opération, il est moins approprié de supposer que les pannes des machines sont dépendantes du temps (voir hypothèse #1).

Dans son modèle approximatif qui prédit l'efficacité d'une ligne de production constituée de 3 machines, Buzacott (1967) suppose que toutes les machines ont le même taux de panne. Il s'agit d'une hypothèse restrictive. De ce fait, il est difficile de comparer les résultats obtenus par cette méthode à ceux obtenus par Sheskin (1976).

En utilisant l'approche des chaînes de Markov, deux points sont importants à noter. Le premier se rapporte aux techniques de modélisation et leurs limites et le second à l'importance du tampon sur l'efficacité du système étudié. Nous pouvons nous rendre compte que l'évaluation de la productivité d'une ligne de production en fonction de la dimension des tampons est un problème important et complexe du point de vue de l'optimisation. Le modèle Markovien présente un inconvénient majeur soit le grand nombre d'états auxquels il conduit. Ceci limite son application à des lignes de deux stations seulement du fait que le nombre d'états du système de  $M$  stations et  $(M-1)$  tampons est important.

Si on a 20 stations de production et 19 tampons de capacité finie à 10 unités chacun, le nombre d'états à considérer est donc  $6.41 \times 10^{25}$  (Gershwin (1987)). Cette difficulté a poussé les chercheurs vers des méthodes approximatives où on décompose la ligne en plusieurs segments ayant chacun deux machines et un tampon. Ces méthodes heuristiques seront présentées et commentées au chapitre 4.

## **Chapitre 4**

### **CONFIGURATION RÉSEAU EN TANDEM DE $k$ POSTES DE TRAVAIL**

#### **4.1 GÉNÉRALITÉS**

Le problème de modélisation d'une ligne de production composée de deux machines et un tampon de capacité finie a été résolu et une solution optimale a été obtenue. Une discussion de la démarche ainsi que certains modèles ont été présentés auparavant. Comme le nombre d'états pour décrire le système croît très vite avec le nombre de machines et la capacité du tampon, seulement des modèles de taille limitée sont traités analytiquement, voir (Sheskin, 1976). L'utilisation des heuristiques de calcul et de la simulation a aidé à traiter plusieurs configurations autres que celle

à 2 ou 3 machines. Dans le cas de simulation, Kay (1972) a présenté un modèle de simulation pour une ligne de production non balancée. Les convoyeurs ont servi comme espace tampon. Ho et al. (1979) ont étudié l'effet de l'ajout d'un espace additionnel à certains tampons de la ligne de production. Leur méthode de simulation prédit l'amélioration du taux de production lorsque la capacité d'un tampon donné est augmentée de 1. Bien que leur utilisation du concept du gradient est pratique, il requiert néanmoins de très longues durées de simulation pour trouver la meilleure affectation de la taille de tampons. Nous citons également les travaux Conway et al. (1988), Baker et al. (1991), et Vanderhenst et al. (1981). Dans cette dernière publication, on rapporte des données réelles justifiant l'hypothèse qui suppose un temps de bon fonctionnement distribué suivant la loi exponentielle. Hanifin et al. (1975) ont trouvé des résultats contredisant la validité d'une telle hypothèse. Bien qu'elle soit moins convoitée que les modèles analytiques, la simulation reste une technique utilisée dans ce domaine malgré qu'elle requiert beaucoup d'investissements en termes d'analyse de données et de temps de programmation pour construire le modèle. Un autre fait limitant l'utilisation de la simulation est le manque de données réelles (Buzacott et Shanthikumar(1993)).

Au chapitre 6, les techniques de simulation ont été mises à contribution pour valider des résultats analytiques que nous avons obtenus par l'approche de la programmation linéaire.

Sheskin (1976) et Soyster et al. (1979) ont étudié des modèles synchronisés. Pour chaque machine, ils ont supposé que  $\lambda_i + \mu_i = 1$ , où  $\lambda_i$  est la probabilité conditionnelle de défaillance et  $\mu_i$  est la probabilité conditionnelle de réparation. Avec cette restriction, la probabilité qu'une machine soit réparée à n'importe quel moment est  $\mu_i$  et ce indépendamment de l'état précédent. Cette hypothèse a permis de résoudre aisément les équations de transition dans le cas de systèmes ayant plus que deux machines et d'obtenir des valeurs limites pour le taux de production (Soyster et al (1979)). Buzacott (1967) a étendu son modèle de deux machines à un modèle de

trois machines en supposant toutefois une distribution géométrique pour le temps de bon fonctionnement. Il a réduit le nombre d'équations en supposant que deux machines ne peuvent pas tomber en panne en même temps. Du fait que le système, malgré ces approximations, reste trop grand à traiter, il a dû considérer son système comme ayant des temps de réparation identiques et déterministes. Les tailles des tampons sont des entiers, petits et multiples du temps de réparation.

Gershwin et Shick (1983) ont étendu leur solution analytique du modèle de Buzacott (1969) de deux machines à un modèle à trois machines, en présentant une analyse des états internes et une analyse des états limites. Ce modèle a servi comme base à la génération de données (input) nécessaires pour la méthode de décomposition (Gershwin (1987)) que nous présentons plus loin.

Ce chapitre est consacré à l'analyse des méthodes de décomposition pour traiter un réseau de production en tandem composé de  $k$  postes de travail et  $(k-1)$  tampons. Un tableau synthèse présentant les différentes techniques de modélisation d'une ligne de production constituée de  $k$  postes de travail termine le chapitre.

#### **4.2 Méthodes de décomposition**

Les méthodes approximatives sont basées sur la décomposition du système original en un ensemble de sous-systèmes qui sont plus faciles à étudier.

Chaque méthode de décomposition, consiste à:

- 1) Identifier les sous-systèmes,
- 2) Dériver un ensemble d'équations qui déterminent les paramètres inconnus de chaque sous-système,
- 3) Développer un algorithme pour résoudre ces équations.

À noter que les sous-systèmes peuvent être traités par une méthode garantissant une solution exacte. Il faut établir des relations entre les différents sous-systèmes afin que les paramètres de chacun d'eux puissent être déterminés à partir de l'ensemble des paramètres et des mesures de performance des autres sous-systèmes. Ces équations peuvent être décrites par l'expression (Dallery et Gershwin, (1992)):

$$x=F(x) \quad (4.1)$$

où  $x$  est le vecteur des paramètres inconnus.

En d'autres termes, le problème de trouver les paramètres inconnus se réduit à celui de trouver le vecteur  $x$  qui satisfait l'équation (4.1). Donc, l'étape 3) de la démarche de décomposition consiste normalement à dériver une procédure itérative de type:

$$x^{(j)}=F(x^{(j-1)}) \quad (4.2)$$

où  $x^{(j)}$  est l'estimé de  $x$  à la  $j^{\text{ième}}$  itération de la procédure de résolution.

À chacun des sous-systèmes, on associe un tampon de la ligne de production originale. Gershwin (1987), a décomposé une ligne de production originale constituée de  $k$  machine et  $(k-1)$  tampons en  $(k-1)$  lignes virtuelles composées chacune de deux machines et un tampon de taille égale à celle du tampon de la ligne originale.

Dans ces méthodes de décomposition, il y a un compromis à faire entre la complexité de la démarche et la précision. Une identification plus poussée des sous-systèmes amènera à une meilleure approximation du comportement de la ligne complète et permettra d'obtenir des résultats plus précis. Il demeure néanmoins que l'obtention d'une solution exacte des sous-systèmes est complexe car, chaque sous-système doit être résolu plusieurs fois comme dans le cas de Gershwin (1987). De ce fait, la complexité globale devient beaucoup plus grande.

De kok (1991) a présenté une méthode de décomposition pour une ligne de production balancée et constituée de machines identiques et de tampons intermédiaires ayant chacun la même capacité d'entreposage. Il a utilisé une approche hybride basée sur la théorie des files d'attente et une approximation empirique. Frein et al. (1996) ont présenté une méthode de décomposition similaire à celle de Gershwin (1987) mais applicable à un réseau de production fermé ayant un flot de matériel continu.

Les méthodes de décomposition ont été appliquées à des lignes de production ayant des machines fiables (Hillier et Boling (1966)) et à des lignes qui ont des machines sujettes à des pannes. Zimmer (1955) et Sevastyanov (1962) ont été les premiers à présenter ces méthodes pour une ligne de production ayant des machines non fiables. Bien que le principe des méthodes de décomposition soit le même dans les deux cas, il existe une certaine différence dans son application. Cette différence est due au fait que les méthodes de décomposition d'une ligne de production sujette à des bris sont conçues pour mettre en évidence l'effet des pannes des machines sur la productivité de la ligne de production. Par conséquent, elles sont basées sur l'hypothèse que le blocage et la rupture de stock dans une ligne de production sont dus aux pannes des machines et non pas aux variations du taux de production. C'est le cas où les machines sont supposées fiables.

Dans cette recherche, nous ne nous intéressons qu'aux méthodes de décomposition de lignes de production sujettes à des défaillances aléatoires. Dans la section suivante, nous présentons la méthode de décomposition de Gershwin (1987).

#### **4.3 Méthode de décomposition d'une ligne de production constituée de $k$ machines avec un temps de traitement déterministe, Gershwin (1987).**

Cette méthode est basée sur le principe de décomposition d'une ligne de production constituée de  $k$  machines et  $(k-1)$  tampons. Il s'agit de diviser la ligne de production originale en un ensemble de  $(k-1)$  lignes virtuelles dont chacune est composée de

deux machines et un tampon. Ces lignes virtuelles sont désignées par  $L(i)$ ,  $i=1, 2, \dots, k-1$  (voir Figure 4.1). Le tampon  $B(i)$  dans  $L(i)$  a par hypothèse, la même capacité que le tampon  $B_i$  de la ligne originale  $L$ . On conviendra d'utiliser  $B(i)$  pour désigner le tampon de la ligne virtuelle  $L(i)$ . De même, toutes les notations ayant une lettre suivie par des parenthèses font référence à une ligne de production virtuelle et à ses paramètres. Toutes les autres notations ayant un indice sont celles de la ligne de production originale.

### **Hypothèses de travail**

La plupart des hypothèses relatives à cette méthode sont semblables à celles présentées dans Koenigsberg (1959), soit :

1. source unique avec capacité infinie de pièces à l'entrée de la station de travail 1,
2. espace illimité pour les pièces finies après la dernière station de travail,
3. les distributions des temps de bon fonctionnement et de réparation sont supposées géométriques,
4. toutes les machines ont le même temps de service. Ce temps est constant,
5. Les machines tombent en panne lorsqu'elles sont en opération, (Operation Dependent),
6. plus qu'un événement peut se produire dans un cycle de production,
7. toutes les machines ont le même temps de cycle.

Également, il est supposé que les comportements aléatoires affectant les flots entrant et sortant du tampon  $B(i)$  sont caractérisés par quatre paramètres:

$\lambda_u(i)$  : probabilité de panne de la machine  $i$  se trouvant en amont du tampon  $B(i)$ ,

$\lambda_d(i)$  : probabilité de panne de la machine  $i$  se trouvant en aval du tampon  $B(i)$ ,

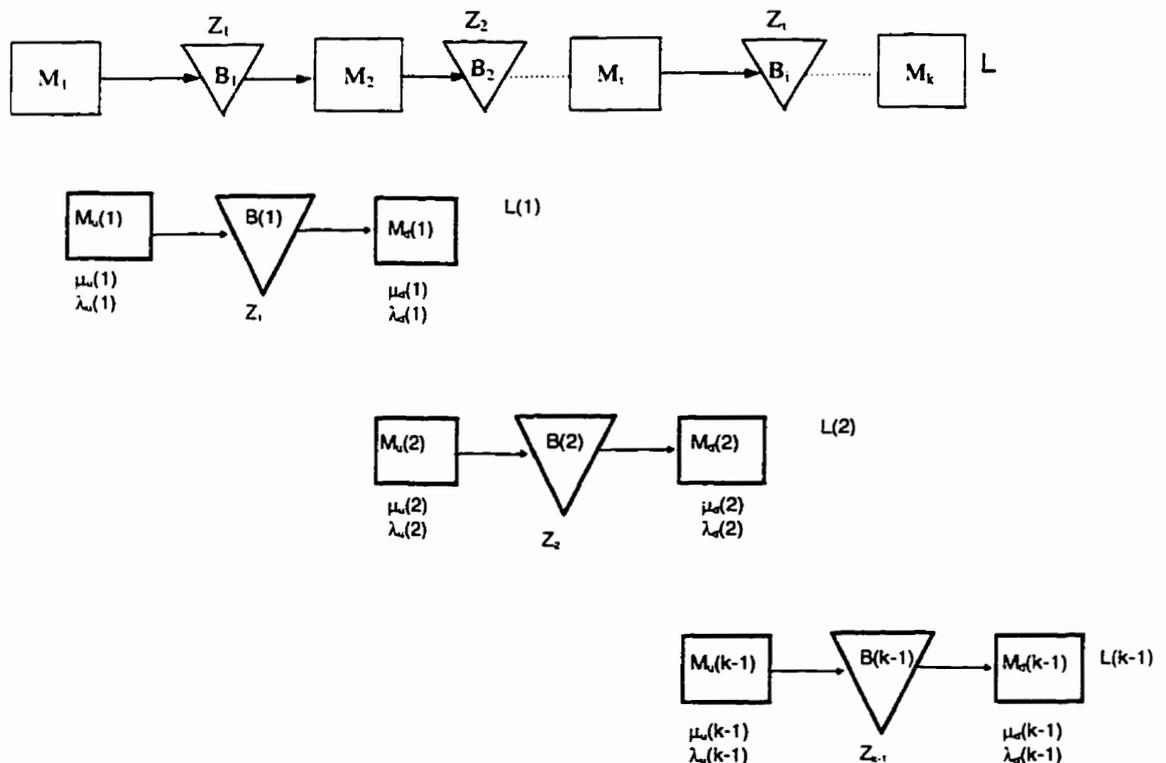
$\mu_u(i)$  : probabilité de réparation de la machine  $i$  se trouvant en amont du tampon  $B(i)$ ,

$\mu_d(i)$  : probabilité de réparation de la machine  $i$  se trouvant en aval du tampon  $B(i)$ .

L'élément clé de cette méthode de décomposition est de trouver ces paramètres de sorte que les flots entrant et sortant des tampons des lignes  $L(i)$  correspondent avec

ceux des tampons de la ligne de production originale. Du fait que nous avons 4 paramètres par ligne de production virtuelle, il faut effectivement 4 équations pour les déterminer d'où un total de  $4(k-1)$  paramètres à déterminer pour la ligne toute entière. L'objectif de la méthode est de trouver l'efficacité de la ligne de production en fonction des paramètres des machines et de tailles des tampons.

En se référant à la Figure 4.1, la machine  $M_u(i)$  modélise la portion de la ligne se trouvant en amont du tampon  $B(i)$ .  $M_d(i)$  modélise celle se trouvant en aval de ce dernier.



**Figure 4.1: Décomposition d'une ligne de production en lignes virtuelles.**

Désignons par  $\alpha_i$ , ( $i=1,2,\dots,k$ ) la variable d'état associée à la machine  $M_i$  où

$$\alpha_i(t) = \begin{cases} 1 & \text{si la machine } i \text{ est en opération (up) au temps } t \\ 0 & \text{si la machine } i \text{ est en réparation (down) au temps } t \end{cases}$$

Soit  $n_i$  le nombre d'unités dans le tampon  $B(i)$  après  $c$  cycles de production où  $0 \leq n_i^c \leq Z_i$ . La quantité  $Z_i$  est la capacité maximale du tampon  $B(i)$ . Une pièce traitée par la machine  $M_i$  est envoyée au tampon  $B_i$  si ce dernier n'est pas plein.

Soit  $\mu_i$  la probabilité conditionnelle de réparer la machine  $M_i$  durant un cycle de production.

$$\mu_i = P\{\alpha_i(t+1) = 1 \mid \alpha_i(t) = 0\} \quad (4.3)$$

Lorsque la machine  $M_i$  est opérationnelle, elle a une probabilité de panne  $\lambda_i$  donnée par:

$$\lambda_i = P\{\alpha_i(t+1) = 0 \mid n_{i-1}(t) > 0, \alpha_i(t) = 1, n_i(t) < Z_i\} \quad (4.4)$$

Les phénomènes de blocage et de famine étant écartés, la relation (4.4) traduit le fait que la machine  $M_i$  ne peut tomber en panne lorsqu'elle est à l'arrêt. Durant un cycle de production, l'état  $n_i(t)$  du tampon  $B_i$  est régi par l'équation:

$$n_i(t+1) = n_i(t) + \alpha_i(t+1) - \alpha_{i+1}(t+1) \quad (4.5)$$

ou (d'une autre façon)

$$n_i(t+1) = n_i(t) + l_{ui}(t+1) - l_{di}(t+1) \quad (4.6)$$

où

$$l_{ui}(t+1) = \begin{cases} 1 & \text{si } \alpha_i(t+1) = 1, n_{i-1}(t) > 0 \text{ et } n_i(t) < Z_i \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

$I_{ui}(t+1)$  est l'indicateur du flot qui arrive au tampon de l'amont. L'indicateur  $I_{di}(t+1)$  est déterminé d'une façon similaire et il indique le départ du flot du tampon  $B_i$ . L'état du système est représenté par :  $s = (n_1, \dots, n_{k-1}, \alpha_1, \dots, \alpha_k)$ .

### Mesures de performance

L'efficacité de la machine  $M_i$  est donnée par:

$$E_i = P[\alpha_i = 1, n_{i-1} > 0, n_i < Z_i] \quad (4.7)$$

$\alpha_i$ ,  $n_{i-1}$  et  $n_i$  dépendent du nombre de cycles. Le niveau moyen  $n_i$  du tampon  $B_i$  est:

$$\bar{n}_i = \sum_{k=0}^{Z_i} k.P(n_i = k) \quad (4.8)$$

Du fait que les lignes de production virtuelles  $L(i)$  sont constituées de 2 machines séparées par un tampon intermédiaire, il nous sera important de présenter ci-après, les probabilités, en régime permanent, ainsi que les mesures de performance pour une ligne de production composée de deux machines séparées par un tampon de capacité maximale  $Z$  telles que rapportées dans le modèle de Gershwin et Shick (1983). Ces résultats servent comme base de calcul pour la méthode de décomposition.

### Sommaire des résultats :

$P(n, \alpha_1, \alpha_2)$  représente la probabilité que la machine 1 soit à l'état  $\alpha_1$ , la machine 2 à l'état  $\alpha_2$  et le stock-tampon à l'état  $n$  (ou au niveau  $n$ ).

$P(0, 0, 0) = 0$ , à titre indicatif, cette expression s'interprète comme suit :

$P(0, 0, 0)$  est la probabilité d'avoir 0 unité dans le tampon, la machine 1 et la machine 2 sont en panne.

$$P(0,0,1) = C * X \frac{\mu_1 + \mu_2 - \mu_1 \mu_2 - \mu_1 \lambda_2}{\mu_1 \lambda_2}, \quad (4.9)$$

$$P(0, 1, 0)=0,$$

$$P(0, 1, 1)=0,$$

$$P(1, 0, 0)=C*X,$$

$$P(1, 0, 1)=C*XY_2,$$

$$P(1, 1, 0)=0,$$

$$P(1, 1, 1) = \frac{C * X \mu_1 + \mu_2 - \mu_1 \mu_2 - \mu_1 \lambda_2}{\lambda_2 \lambda_1 + \lambda_2 - \lambda_1 \lambda_2 - \mu_1 \lambda_2},$$

$$P(Z-1, 0, 0) = C * X^{Z-1},$$

$$P(Z-1, 0, 1)=0,$$

$$P(Z-1, 1, 0) = C * X^{Z-1} Y_1,$$

$$P(Z-1, 1, 1) = \frac{C * X^{Z-1} \mu_1 + \mu_2 - \mu_1 \mu_2 - \lambda_1 \mu_2}{\lambda_1 \lambda_1 + \lambda_2 - \lambda_1 \lambda_2 - \lambda_1 \mu_2},$$

$$P(Z, 0, 0)=0,$$

$$P(Z, 0, 1)=0,$$

$$P(Z, 1, 0) = C * X^{Z-1} \frac{\mu_1 + \mu_2 - \mu_1 \mu_2 - \lambda_1 \mu_2}{\lambda_1 \mu_2}, \quad (4.10)$$

$$P(Z, 1, 1)=0,$$

À noter que les états  $P(0, 0, 0)$ ,  $P(0, 1, 0)=0$ ,  $P(0, 1, 1)=0$ ,  $P(1, 1, 0)=0$ ,  $P(Z-1,0,1)=0$ ,  $P(Z, 0, 0)=0$ ,  $P(Z, 0, 1)=0$  et  $P(Z, 1, 1)=0$  ne peuvent jamais être atteints.

$$P(n, \alpha_1, \alpha_2) = C * X^n Y_1^{\alpha_1} Y_2^{\alpha_2}; \quad 2 \leq n \leq Z-2,$$

où

$$Y_1 = \frac{\mu_1 + \mu_2 - \mu_1 \mu_2 - \mu_1 \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2 - \lambda_1 \lambda_2 - \lambda_1 \mu_2},$$

$$Y_2 = \frac{\mu_1 + \mu_2 - \mu_1 \mu_2 - \mu_2 \lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2 - \lambda_1 \lambda_2 - \lambda_2 \mu_1},$$

$$X = \frac{Y_2}{Y_1}.$$

La quantité C est une constante de normalisation que nous pouvons déterminer en se servant de l'équation de normalité  $\sum P(n, \alpha_1, \alpha_2) = 1$ . L'expression de C est donnée

par:

$$C = \left[ X \left( \frac{\mu_1 + \mu_2 - \mu_1 \mu_2 - \mu_1 \lambda_2}{\mu_1 \lambda_2} + 1 + Y_2 + \frac{\mu_1 + \mu_2 - \mu_1 \mu_2 - \mu_1 \lambda_2}{\lambda_2 (\lambda_1 + \lambda_2 - \lambda_1 \lambda_2 - \mu_1 \lambda_2)} \right) + X^{N-1} (1 + Y_1 + \frac{\mu_1 + \mu_2 - \mu_1 \mu_2 - \lambda_1 \mu_2}{\lambda_1 (\lambda_1 + \lambda_2 - \lambda_1 \lambda_2 - \mu_2 \lambda_1)} + \frac{\mu_1 + \mu_2 - \mu_1 \mu_2 - \mu_2 \lambda_1}{\lambda_1 \mu_2}) + X^N (Y_1 + Y_2 + Y_1 Y_2 + 1) \right]^{-1}$$

Les mesures de performance de la ligne sont données par:

$$\sum_{\substack{n>0 \\ \alpha_2=1}} P(n, \alpha_1, \alpha_2) = \sum_{\substack{n<Z \\ \alpha_1=1}} P(n, \alpha_1, \alpha_2)$$

$P_s = P(0, 0, 1)$  est la probabilité de famine de la machine 2.  $P_b = P(Z, 1, 0)$  est la probabilité de blocage de la machine 1 et  $\bar{n} = \sum_{\text{tout } n, \alpha_1, \alpha_2} n P(n, \alpha_1, \alpha_2)$ .

où  $\bar{n}$  est le niveau moyen du tampon. L'expression de  $\bar{n}$  est donnée par:

$$\begin{aligned} \bar{n} = & CX \left( 1 + Y_2 + \frac{\mu_1 + \mu_2 - \mu_1 \mu_2 - \mu_1 \lambda_2}{\lambda_2 (\lambda_1 + \lambda_2 - \lambda_1 \lambda_2 - \mu_1 \lambda_2)} \right) \\ & + (Z-1) \cdot CX^{Z-1} \left( 1 + Y_1 + \frac{\mu_1 + \mu_2 - \mu_1 \mu_2 - \lambda_1 \mu_2}{\lambda_1 (\lambda_1 + \lambda_2 - \lambda_1 \lambda_2 - \lambda_1 \mu_2)} \right) \\ & + Z \cdot CX^{Z-1} \left( \frac{\mu_1 + \mu_2 - \mu_1 \mu_2 - \lambda_1 \mu_2}{\lambda_1 \mu_2} \right) + n \cdot CX^n (1 + Y_1 + Y_2 + Y_1 Y_2), \quad 2 \leq n \leq Z-2 \end{aligned}$$

À noter que :

$$E = e_1 (1 - P_b),$$

ou (d'une autre façon)

$$E = e_2 (1 - P_s),$$

où  $e_i$  ( $i=1, 2$ ) est l'efficacité ou la disponibilité stationnaire de la machine  $M_i$ . Cette machine n'est, par définition, sujette ni à la famine ni au blocage. L'expression de  $e_i$  est donnée par:

$$e_i = \frac{\mu_i}{\mu_i + \lambda_i} \quad (4.11)$$

### Techniques de décomposition

Soient  $E(i)$  l'efficacité de la ligne  $L(i)$  constituée de deux machines,  $P_s(i)$  la probabilité de famine de la machine  $M_u(i)$  et  $P_b(i)$  la probabilité de blocage de la machine  $M_d(i)$ .  $E(i)$ ,  $P_s(i)$  et  $P_b(i)$  sont fonction de 4 inconnues :  $\mu_u(i)$ ,  $\lambda_u(i)$ ,  $\mu_d(i)$  et  $\lambda_d(i)$ . Les valeurs  $P_s(i)$  et  $P_b(i)$  peuvent être déterminées à partir des équations de probabilités en régime permanent, en se servant des résultats du modèle de Gershwin et Schick (1983) tel que rapportés dans la section précédente.

Les démarches à suivre se résument par la décomposition de la ligne de  $k$  machines en  $(k-1)$  lignes virtuelles dont chacune est constituée de deux machines et un tampon intermédiaire. Ensuite, Les équations de conservation de flot, de reprise de flot après interruption et la relation entre le flot et le temps inactif seront établies et résolues. Ces équations sont considérées comme des conditions à respecter dans le processus de décomposition. Les paragraphes qui suivent présentent les méthodes de calcul pour établir ces équations.

### Conservation du flot :

L'un des principes de base de la décomposition d'une ligne de production est le comportement du matériel dans le tampon de la ligne  $L(i)$ . Ce comportement doit être proche de celui du tampon de la ligne originale  $L$ . En particulier, le taux moyen du flot de matériel sortant du tampon de la ligne  $L(i)$  est approximativement le même que celui sortant du tampon de la ligne originale  $L$ . Une relation fondamentale de lignes de production est la conservation de flot où on peut écrire :

$$p_1 = p_2 = \dots = p_i = p$$

où  $p_i$  est le taux moyen de production de la machine  $M_i$ . Cette relation traduit le fait que toutes les machines ont le même taux moyen de production. Un ensemble de conditions est attribué à la conservation de flot. Puisqu'il n'y a pas de mécanismes pour créer ou détruire le matériel, le flot doit donc être conservé. Étant donné que la ligne est balancée, si on admet que le taux moyen de production est le même pour toutes les machines alors, il devient logique d'écrire:

$$E(1)=\dots=E(i), i=2, 3,\dots, k-1. \quad (4.12)$$

Après avoir déterminé la relation (4.12), il faut trouver la relation montrant le taux du flot et le temps inactif. C'est l'objet du paragraphe suivant.

#### **Taux du flot vs temps inactif:**

L'efficacité ou la disponibilité stationnaire  $e_i$  de la machine  $M_i$  considérée seule ou isolée des autres machines a été donnée par (4.11). Dans ce cas, on suppose que les arrêts de la machine  $M_i$  ne sont pas attribuables au manque des matières (famine) à traiter ni au manque d'espace (blocage) pour entreposer le produit après traitement.

Soit  $E_i$  l'efficacité de la machine  $M_i$ . Elle est établie en fonction de l'état des tampons en amont et en aval. Étant liée aux tampons  $B_{i-1}$  et  $B_i$ , la machine  $M_i$  est sujette aux phénomènes de famine et de blocage. Par conséquent  $E_i < e_i$ . La relation suivante donne la valeur  $E_i$ :

$$E_i = e_i P[n_{i-1} > 0, \text{ et } n_i < Z_i]$$

Il s'agit d'événements indépendants. La défaillance d'une machine ne dépend que de l'opération peu importe le niveau du tampon. Le tampon  $B_{i-1}$  peut devenir vide et  $B_i$  peut devenir plein si et seulement si la machine  $M_i$  est en opération. Dans cette méthode seulement les pannes dépendant du fonctionnement (operation dependent) sont considérées. En pratique, la probabilité d'occurrence de l'événement  $n_{i-1} = 0$  et

$n_i=Z_i$  est négligeable. On peut considérer qu'ils sont deux événements mutuellement exclusifs. Ceci peut être traduit par:

$$P(n_{i-1}=0 \text{ et } n_i=Z_i) \approx 0 \quad (4.13)$$

Ceci se justifie par le fait que l'occurrence de cet événement est faible et de tels états ne peuvent être atteints que des états où  $n_{i-1}=1$  et  $n_i=Z_i-1$  au moyen de transitions dans lesquelles:

la machine  $M_{i-1}$  n'est ni affamée ni en réparation ;

$\alpha_i=1$  ;

la machine  $M_{i+1}$  n'est ni en réparation ni bloquée.

Par conséquent, l'efficacité peut être trouvée de façon approximative par :

$$E_i \approx e_i (1 - P(n_{i-1}=0) - P(n_i=Z_i)) \quad (4.14)$$

À partir de (4.14), un ensemble de conditions peut être établi par :

$$E(i) = e_i [1 - P_s(i-1) - P_b(i)], \quad i=2, 3, \dots, k-1 \quad (4.15)$$

Considérons maintenant deux lignes virtuelles  $L(i-1)$  et  $L(i)$ . Les relations correspondantes au taux du flot et du temps inactif sont représentées par:

1) cas de la ligne  $L(i)$ . La machine  $M_u(i)$  est la première machine de la ligne virtuelle. La deuxième machine étant celle identifiée par  $M_d(i)$ . Donc, le taux du flot est donné par:

$$E(i) = e_u(i) [1 - P_b(i)] \quad (4.16)$$

À noter que  $e_u$  est l'efficacité de la machine amont ( $i$ ) de la ligne virtuelle  $L(i)$  et  $P_b(i)$  est sa probabilité d'être bloquée.

2) cas de la ligne  $L(i-1)$ :

$$E(i-1) = e_d(i-1)[1 - P_s(i-1)]. \quad (4.17)$$

À noter que  $e_d$  est l'efficacité de la machine aval ( $i$ ) de la ligne virtuelle  $L(i)$  et  $P_s(i)$  est sa probabilité d'être en rupture de stock ou en état de famine (Starving).

À partir des équations (4.14) et (4.15), nous pouvons déduire:

$$\begin{cases} P_b(i) = 1 - \frac{E(i)}{e_u(i)} \\ P_s(i-1) = 1 - \frac{E(i-1)}{e_d(i-1)} \end{cases} \quad (4.18)$$

En substituant les valeurs de  $P_b(i)$  et  $P_s(i-1)$  dans l'équation (4.15), nous aurons:

$$E(i) = e_i \left( \frac{E(i-1)}{e_d(i-1)} + \frac{E(i)}{e_u(i)} - 1 \right), \quad i = 2, \dots, k-1 \quad (4.19)$$

En appliquant la condition de conservation du flot, voir équation (4.8), on peut remplacer  $E(i-1)$  par  $E(i)$  dans (4.19). En divisant les deux membres de l'équation (4.19) par  $E(i)$ , nous aurons:

$$1 = e_i \left( \frac{1}{e_d(i-1)} + \frac{1}{e_u(i)} - \frac{1}{E(i)} \right), \quad i = 2, 3, \dots, k-1 \quad (4.20)$$

Nous savons que :

$$\frac{1}{e_d(i-1)} = \frac{\lambda_d(i-1) + \mu_d(i-1)}{\mu_d(i-1)} \quad (4.21)$$

et

$$\frac{1}{e_u(i)} = \frac{\lambda_u(i) + \mu_u(i)}{\mu_u(i)}. \quad (4.22)$$

En effectuant les substitutions dans (4.20), nous obtiendrons :

$$\frac{\lambda_d(i-1)}{\mu_d(i-1)} + \frac{\lambda_u(i)}{\mu_u(i)} = \frac{1}{E(i)} + \frac{1}{e_i} - 2, \quad i=2,3,\dots,k-1 \quad (4.23)$$

Ayant déjà établi les équations de conservation du flot et suite à la détermination du taux du flot vs le temps inactif, il reste à énoncer la condition régissant la reprise du flot après interruption. Le paragraphe suivant présente la démarche telle que rapportée dans Gershwin (1987).

### Reprise du flot

La reprise du flot après interruption peut être décrite par un ensemble d'équations ayant la forme suivante :

$$\mu_u(i) = \mu_u(i-1) X(i) + \mu_i(1-X(i)), \quad i=2, \dots, k-1 \quad (4.24)$$

$$\mu_d(i-1) = \mu_d(i) Y(i) + \mu_i(1-Y(i)), \quad i=2, \dots, k-1 \quad (4.25)$$

Ces équations montrent les relations entre les probabilités de réparation dans le cas d'une ligne virtuelle de deux machines et dans le cas de la ligne originale. Pour caractériser les probabilités de réparation dans le cas des lignes virtuelles, on considère la signification de panne et de réparation dans ces systèmes. La pseudo-machine  $M_u(i)$  dans la ligne virtuelle  $L(i)$  représente au tampon  $B_i$ , tout ce qui est en amont de lui dans la ligne originale  $L$ . À un temps donné  $t$ , on peut écrire :

$$\left. \begin{aligned} \{\alpha_u(i) = 1\} & \text{ ssi } \{\alpha_i(t) = 1\} \text{ et } \{n_{i-1}(t-1) > 0\} \\ \{\alpha_u(i) = 0\} & \text{ ssi } \{\alpha_i(t) = 0\} \text{ ou } \{n_{i-1}(t-1) = 0\} \end{aligned} \right\} \quad (4.26)$$

Une panne de la machine  $M_u(i)$  correspond à une panne de la machine  $M_i$  ou à la vidange du tampon  $B_{i-1}$ . La vidange de  $B_{i-1}$  est due à la panne de  $M_{i-1}$  ou encore à la vidange de  $B_{i-2}$ . Ceci nous permet de dire que la vidange de  $B_{i-1}$  est due à une panne de la machine  $M_u(i-1)$ . La réparation de  $M_u(i)$  met fin à toute condition relative aux causes citées. Par conséquent, la probabilité de réparation de  $M_u(i)$  est  $\mu_i$  si la cause est la panne de  $M_i$ . Sinon, cette probabilité est égale à  $\mu_u(i-1)$ . Cette situation nous ramène à l'équation (4.24) dans laquelle  $X(i)$  est la probabilité conditionnelle que  $M_u(i-1)$  est en panne étant donnée que  $M_u(i)$  est en panne.

Afin de faire une analyse plus précise, supposons que  $\mu_u(i)$  est indépendante de  $t$ . La probabilité que  $M_i$  produise une pièce au temps  $(t+1)$  étant donné qu'elle n'a pas produit au temps  $t$  et qu'elle n'était pas bloquée au temps  $t$ , est donnée par :

$$\mu_u(i) = P \{n_{i-1}(t) > 0 \text{ et } \alpha_i(t+1) = 1 \mid \{n_{i-1}(t-1) = 0 \text{ ou } \alpha_i(t) = 0\} \text{ et } n_i(t-1) < Z_i\} \quad (4.27)$$

L'analyse de cette expression revient à analyser l'expression :  $P(UIV \text{ ou } W)$ . Les résultats de cette analyse (Gershwin (1994)) sont calculés par la relation suivante:

$$P(UIV \text{ ou } W) = P(UIV) P(VIV \text{ ou } W) + P(UIW) P(WIV \text{ ou } W) \quad (4.28)$$

où

$$U = [n_{i-1}(t) > 0 \text{ et } \alpha_i(t+1) = 1],$$

$$V = [n_{i-1}(t-1) = 0 \text{ et } n_i(t-1) < Z_i,$$

et

$$W = [\alpha_i(t) = 0] \text{ et } n_i(t-1) < Z_i]$$

En décomposant la relation (4.27) suivant (4.28), nous aurons:

$$\mu_u(i) = A(i-1)X(i) + B(i) X'(i) \quad (4.29)$$

où

$$A(i-1) = P[n_{i-1}(t) > 0 \text{ et } \alpha_i(t+1) = 1 \mid n_{i-1}(t-1) = 0 \text{ et } n_i(t-1) < Z_i] \quad (4.30)$$

$$X(i) = P[n_{i-1}(t-1) = 0 \text{ et } n_i(t-1) < Z_i \mid \{n_{i-1}(t-1) = 0 \text{ ou } \alpha_i(t) = 0\} \text{ et } n_i(t-1) < Z_i] \quad (4.31)$$

$$B(i) = P[n_{i-1}(t) > 0 \text{ et } \alpha_i(t+1) = 1 \mid \alpha_i(t) = 0 \text{ et } n_i(t-1) < Z_i] \quad (4.32)$$

$$X'(i) = P[\alpha_i(t) = 0 \text{ et } n_i(t-1) < Z_i \mid \{n_{i-1}(t-1) = 0 \text{ ou } \alpha_i(t) = 0\} \text{ et } n_i(t-1) < Z_i] \quad (4.33)$$

La transition dans (4.32), se produit lorsque la machine  $i$  passe de l'état en réparation (down) à celui en opération (up). Par conséquent (4.32) est équivalent à :

$$B(i) = P[\alpha_i(t+1) = 1 \mid \alpha_i(t) = 0],$$

$$B(i) = \mu_i$$

La quantité  $A(i-1)$  est la probabilité que le tampon  $B_{i-1}$  passe de l'état vide à l'état non vide. Ceci est équivalent à dire que  $M_u(i-1)$  est en panne. La seule façon où  $B_{i-1}$  peut devenir non vide immédiatement après avoir été vide est de rétablir la machine  $M_u(i-1)$ . Par définition, la probabilité de cet événement est  $\mu_u(i-1)$ , d'où :

$$A(i-1) = \mu_u(i-1)$$

Gershwin (1987) a montré que :

$$X(i) = \frac{P_s(i-1)\mu_u(i)}{\lambda_u(i)E(i)} \quad (4.34)$$

En posant  $l_u(i) = \frac{\lambda_u(i)}{\mu_u(i)}$  et en substituant cette valeur dans l'équation (4.34), nous

aurons :

$$X(i) = \frac{P_s(i-1)}{l_u(i)E(i)} \quad (4.35)$$

L'équation (4.31) peut être écrite de la façon suivante :

$$X(i) = \frac{\text{prob}[n_{i-1}(t-1) = 0 \text{ et } n_i(t-1) < Z_i]}{\text{prob}[\{n_{i-1}(t-1) = 0 \text{ ou } \alpha_i(t) = 0\} \text{ et } n_i(t-1) < Z_i]} \quad (4.36)$$

Une comparaison de (4.31) et (4.33) montre que ces événements sont complémentaires. Ceci nous permet d'écrire:

$$X'(i) = 1 - X(i) \quad (4.37)$$

Tous les termes donnés dans (4.29) ont été évalués ce qui nous permet de transformer l'équation (4.24) en y substituant la valeur de  $X(i)$  telle que donnée par (4.35). L'équation (4.24) aura donc la forme suivante:

$$\mu_u(i) = \left( \frac{P_s(i-1)\mu_u(i)}{\lambda_u(i).E(i)} \right) \mu_u(i-1) + \left( 1 - \frac{P_s(i-1)\mu_u(i)}{\lambda_u(i).E(i)} \right) \mu_i \quad (4.38)$$

En remplaçant  $E(i)$  par  $E(i-1)$ , (4.38) devient:

$$\mu_u(i) = \left( \frac{P_s(i-1)}{\lambda_u(i).E(i-1)} \right) \mu_u(i-1) + \left( 1 - \frac{P_s(i-1)}{\lambda_u(i).E(i-1)} \right) \mu_i, \quad i = 2, 3, \dots, k-1 \quad (4.39)$$

Une analyse similaire produit l'équation (4.25) pour la deuxième pseudo-machine dans la  $(i-1)^{\text{me}}$  ligne virtuelle où :

$$Y(i) = \frac{P_b(i)\mu_d(i-1)}{\lambda_d(i-1)E(i-1)} \quad (4.40)$$

En posant:

$$l_d(i) = \frac{\lambda_d}{\mu_d},$$

l'équation (4.40) aura la forme:

$$Y(i) = \frac{P_b(i)}{l_d(i) \cdot E(i-1)} \quad (4.41)$$

En remplaçant  $E(i-1)$  par  $E(i)$  dans (4.38) et en substituant  $Y(i)$  par sa valeur, l'équation (4.25) aura la forme:

$$\mu_d(i-1) = \mu_d(i) \cdot \left( \frac{P_b(i)}{l_d(i) \cdot E(i)} \right) + \mu_i \left( 1 - \frac{P_b(i)}{l_d(i) \cdot E(i)} \right), \quad i = 2, 3, \dots, k-1 \quad (4.42)$$

Les conditions limites sont données par :

$$\left. \begin{array}{l} \mu_u(1) = \mu_1 \\ \lambda_u(1) = \lambda_1 \\ \mu_d(k-1) = \mu_k \\ \lambda_d(k-1) = \lambda_k \end{array} \right\} \quad (4.43)$$

En tout, il y a  $4(k-1)$  équations et  $4(k-1)$  inconnues:  $\mu_u(i)$ ,  $\mu_d(i)$ ,  $\lambda_u(i)$  et  $\lambda_d(i)$ ;  $i=1, 2, \dots, k-1$ .

### Algorithme de résolution

Après avoir établi les équations récursives et afin d'évaluer la puissance de cette méthode de décomposition, nous avons mis au point un outil informatique basé sur les démarches de Gershwin (1987) et Dallery et al. (1989). Nous avons procédé de la façon suivante:

1. entrer les valeurs  $\mu_i$  et  $\lambda_i$ ,  $i=1, 2, \dots, k$ ; de la ligne originale;

2. trouver la constante de normalisation C, pour la ligne virtuelle L(i),  $i=1, 2, \dots, k-1$  :

$$C = \left[ \begin{array}{l} X \left( \frac{\mu_1 + \mu_2 - \mu_1 \mu_2 - \mu_1 \lambda_2}{\mu_1 \lambda_2} + 1 + Y_2 + \frac{\mu_1 + \mu_2 - \mu_1 \mu_2 - \mu_1 \lambda_2}{\lambda_2 (\lambda_1 + \lambda_2 - \lambda_1 \lambda_2 - \mu_1 \lambda_2)} \right) + X^{N-1} (1 + Y_1 + \\ \frac{\mu_1 + \mu_2 - \mu_1 \mu_2 - \lambda_1 \mu_2}{\lambda_1 (\lambda_1 + \lambda_2 - \lambda_1 \lambda_2 - \mu_2 \lambda_1)} + \frac{\mu_1 + \mu_2 - \mu_1 \mu_2 - \mu_2 \lambda_1}{\lambda_1 \mu_2} \right) + X^n (Y_1 + Y_2 + Y_1 Y_2 + 1) \end{array} \right]^{-1} ;$$

3. par similarité à la relation ( $e_i = \frac{\mu_i}{\mu_i + \lambda_i}$ ), trouver la valeur  $e_u(i)$  qui est la

disponibilité stationnaire de la première machine de la ligne virtuelle L(i) ;

4. à partir des équations (4.9) et (4.10), calculer les probabilités de blocage et de famine,  $P_b(i)$  et  $P_s(i-1)$  respectivement. Ensuite, calculer l'efficacité  $E(i)$ , de la ligne virtuelle en se servant de (4.16) et/ou (4.17) ;

5. calculer la valeur de  $l_d(i)$  et la valeur de  $l_u(i)$  :

$$l_d(i) = \frac{\lambda_d(i)}{\mu_d(i)}, \quad i = 2, 3, \dots, k-1. \quad (4.44)$$

De l'équation (4.23), nous pouvons écrire:

$$l_u(i) = \frac{1}{E(i)} + \frac{1}{e_i} - l_d(i-1) - 2, \quad (4.45)$$

où

$$l_u(i) = \frac{\lambda_u(i)}{\mu_u(i)} \quad (4.46)$$

et

$$l_d(i-1) = \frac{\lambda_d(i-1)}{\mu_u(i-1)} \quad (4.47)$$

En remplaçant  $E(i)$  par  $E(i-1)$  dans (4.45), nous aurons:

$$l_u(i) = \frac{1}{E(i-1)} + \frac{1}{e_i} - l_d(i-1) - 2. \quad (4.48)$$

De la même façon, nous pouvons écrire :

$$l_d(i) = \frac{1}{E(i+1)} + \frac{1}{e_i} - l_u(i+1) - 2. \quad (4.49)$$

Le résumé de l'algorithme est décrit comme suit:

1) Initialisation

$$\lambda_d(i) = \lambda_{i+1} \quad \text{pour } i=1, \dots, k-1$$

$$\mu_d(i) = \mu_{i+1} \quad \text{pour } i=1, \dots, k-1$$

$$\lambda_u(1) = \lambda_1$$

$$\mu_u(1) = \mu_1$$

2) Pour  $i=2, 3, \dots, k-1$ ,

calculer  $l_u(i)$ ,  $\mu_u(i)$  et  $\lambda_u(i)$  en ayant recours aux équations (4.48), (4.39) et (4.46) respectivement.

3) Pour  $i=k-2, k-3, \dots, 2$ ,

calculer  $l_d(i)$ ,  $\mu_d(i)$  et  $\lambda_d(i)$  en ayant recours aux équations (4.49), (4.42) et (4.44) respectivement.

4) Arrêter l'algorithme lorsque  $E(i)$  obtenue à la dernière itération est égale à  $E(i)$  de l'itération précédente à un  $\epsilon$  près. Un autre critère d'arrêt peut être utilisé en comparant les valeurs de  $\mu_d(i)$  et  $\lambda_d(i)$ , voir Dallery et al. (1989).

### Résultats numériques

Le Tableau 4.1 présente les résultats obtenus par le programme informatique pour une ligne de production constituée de 5 machines identiques séparées par des tampons de tailles 5, 10 et 20. La contribution du tampon se traduit par une amélioration de l'efficacité de la ligne de production. Cette amélioration est de l'ordre de 5% si la taille du tampon est augmentée de 5 à 20 unités, voir les deux dernières colonnes du Tableau 4.1.

$\lambda_1$	$\mu_1$	$\lambda_2$	$\mu_2$	$\lambda_3$	$\mu_3$	$\lambda_4$	$\mu_4$	$\lambda_5$	$\mu_5$	Taille	E(%)
0.015	0.2	0.015	0.2	0.015	0.2	0.015	0.2	0.015	0.2	$Z_i=5$	79.0
0.015	0.2	0.015	0.2	0.015	0.2	0.015	0.2	0.015	0.2	$Z_i=10$	80.5
0.015	0.2	0.015	0.2	0.015	0.2	0.015	0.2	0.015	0.2	$Z_i=20$	84.0

**Tableau 4.1: Efficacité en fonction de tailles de tampons.**

Dans le cas d'une ligne constituée de 10 machines identiques où les  $\lambda_i=0.015$  et  $\mu_i=0.2$ , nous avons trouvé la valeur de l'efficacité de la ligne  $E=72.67\%$  pour un tampon de taille égale à 5 et  $E=82.71\%$  pour un tampon de taille égale à 20. Dans un autre cas d'une ligne constituée de 35 machines identiques où les  $\lambda_i=0.025$  et  $\mu_i=0.01$  et les tampons ont la même taille soit 10, nous avons trouvé l'efficacité de la ligne égale à 5.29%.

Le Tableau 4.2 présente le cas de lignes constituées de 6 machines séparées par des tampons de tailles identiques ou différentes. Ces résultats mettent en évidence la contribution du stock tampon à l'amélioration de la performance de lignes de production.

Deux types d'approches sont mises à contribution pour évaluer la performance d'une ligne de production. La première approche se résume par une analyse mathématique comme celle que nous avons présentée au chapitre 3. Dans les premières sections du présent chapitre, nous avons présenté les techniques de décomposition d'une ligne de production constituée de plusieurs postes de travail. La deuxième approche est l'étude par simulation qui se présente comme une autre alternative pour l'analyse des lignes de production composées de  $k$  postes de travail. Au chapitre 6, la simulation a été mise à contribution pour valider les résultats de l'approche de la programmation linéaire.

Les résultats obtenus à l'aide de l'algorithme que nous avons développé sont plus conservateurs que ceux obtenus par l'auteur (Gershwin (1987)). Au Tableau 4.3 ci-

après, nous présentons les résultats de Gershwin (1987) et ceux que nous avons obtenus. Ces derniers sont donnés dans les colonnes ayant comme titre « Étude ».

Cet écart peut provenir soit du critère de convergence, soit de la précision employée dans chacun des ces algorithmes.

Paramètres	Taille du tampon	Taille du tampon	Taille du tampon
$\lambda_1=0.005, \mu_1=0.3$			
$\lambda_2=0.005, \mu_2=0.3$	$Z_1=5$	$Z_1=6$	$Z_1=15$
$\lambda_3=0.005, \mu_3=0.3$	$Z_2=4$	$Z_2=6$	$Z_2=15$
$\lambda_4=0.005, \mu_4=0.4$	$Z_3=6$	$Z_3=6$	$Z_3=15$
$\lambda_5=0.005, \mu_5=0.3$	$Z_4=8$	$Z_4=6$	$Z_4=15$
$\lambda_6=0.005, \mu_6=0.35$	$Z_5=7$	$Z_5=6$	$Z_5=15$
	E=94.55%	E=94.89%	E=96.1%

**Tableau 4.2: Efficacité d'une ligne de production constituée de 6 machines.**

Cas #	$\mu_1$	$\lambda_1$	$Z_1$	$\mu_2$	$\lambda_2$	$Z_2$	$\mu_3$	$\lambda_3$	Auteur (E)	Étude (E)
1	0.1	0.05	5	0.1	0.05	5	0.1	0.05	0.4542	0.4462
2	0.05	0.002	5	0.05	0.002	5	0.05	0.002	0.8993	0.8980
3	0.1	0.1	5	0.1	0.1	5	0.1	0.1	0.3105	0.3028
4	0.1	0.1	10	0.1	0.1	10	0.1	0.1	0.3563	0.3250
5	0.07	0.01	10	0.1	0.013	10	0.05	0.007	0.7546	0.7356
6	$\mu_i=0.1, i=1, \dots, 4$ $\lambda_1=\lambda_3=\lambda_4=0.1, \lambda_2=10^{-6}$ $Z_1=Z_2=5, Z_3=10$ .					Auteur (E) 0.3537		Étude (E) 0.3305		
7	$\mu_i=0.1, i=1, \dots, 4$ $\lambda_1=\lambda_2=\lambda_3=0.1, \lambda_4=10^{-6}$ $Z_1=Z_2=Z_3=5$					Auteur (E) 0.3105		Étude (E) 0.2989		
8	$\mu_i=0.1, i=1, \dots, 4$ $\lambda_1=\lambda_2=\lambda_3=0.1, \lambda_4=10^{-6}$ $Z_1=Z_2=Z_3=10$ .					Auteur (E) 0.3563		Étude (E) 0.3115		

**Tableau 4.3 : comparaison des résultats**

#### **4.6 Conclusion**

Les méthodes de décomposition et d'agrégation sont une façon possible pour éviter les problèmes des calculs créés par l'explosion du nombre d'états lors d'une modélisation basée sur l'approche des chaînes de Markov. Ces méthodes fournissent une solution aux problèmes posés mais il est difficile d'évaluer la précision des résultats générés par ces dernières. De plus, une comparaison entre les résultats des différentes méthodes n'est guère efficace car chaque méthode est basée sur des hypothèses différentes des autres méthodes. Comparées aux modèles de simulation, ces dernières sont plus faciles à utiliser et donnent une réponse dans un délai de temps très raisonnable d'où l'intérêt de leur utilisation.

Le Tableau 4.4 qui suit, est un résumé des principaux travaux de recherche traitant le cas d'une ligne de production constituée de  $k$  postes de travail.

Auteurs	Configuration du système	Méthodes d'analyse du système	Méthodologie: Détermination de la taille du tampon	Objectifs	Nombre de postes de travail	État du système	Nombre de produits
Anderson et Moodie (1969)	ligne de production	simulation	méthode analytique modèle de stockage	coût min. de stockage	k	régimes: transitoire, permanent	1
Kay (1972)	ligne de transfert automatique	simulation	énumération de l'utilité vs taille des tampons	utilisation max. De la ligne	k	régime permanent	1
Soyster et Toof (1976)	ligne de production à cycle fixe	chaînes de Markov	optimisation non linéaire	taux de production min.	k	régime permanent	1
Sheskin (1976)	ligne de transfert automatique	chaînes de Markov décomposition	énumération du taux de production vs taille des tampons	taux de production max.	4 k	régime permanent	1
Ho, Eyley et Chien (1979)	ligne de production	simulation	méthode du gradient	productivité max.	k	régime permanent	1
Soyster, Schmidt et Rohrer (1979)	ligne de production à cycle fixe	chaînes de Markov	énumération du taux de production vs taille des tampons	taux de production max.	k	régime permanent	1
Ohmi (1981)	ligne de transfert	approximation	règle heuristique	efficacité de production max.	k	régime permanent	1
Altiok et Stidham (1983)	ligne de production	réseau de file d'attente coaxien	méthode de recherche de Hooke & Jeeves	profit moyen max.	k	régime permanent	1
Ho, Eyley et Chien (1983)	ligne de transfert	simulation - perturbation de paramètres	changement un à un de la taille des tampons	productivité maximale de la ligne	k	régime permanent	1
Kubat et al. (1985)	ligne de production	programmation dynamique	optimisation non linéaire		k	régime permanent	1
Azadivar et Lee (1986)	système FMS	simulation	SIMICOM	niveau de stock min.	k	régime permanent	1
Jafari et Shanthikumar (1987)	ligne de production à cycle fixe	programmation dynamique	optimisation non linéaire	taux de productivité maximum	k	régime permanent	1
Jafari et Shanthikumar (1989)	ligne de production à cycle fixe	programmation dynamique et heuristique	optimisation non linéaire	taux de productivité maximum	k	régime permanent	1
Seong (1993)	synchronisé et non synch.	heuristique	méthode du gradient	taux maximal de production	k	régime permanent	1

**Tableau 4.4: Principaux travaux de recherche traitant la performance d'une ligne de production constituée de k postes de travail.**

## **Chapitre 5**

### **MODÉLISATION PAR L'APPROCHE DES FILES D'ATTENTE**

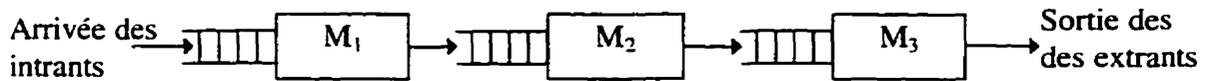
#### **5.1 Généralités**

Telle que présentée au chapitre 1, la théorie des files d'attente peut servir comme outil de modélisation de systèmes manufacturiers et notamment d'une ligne de production. Selon Koenigsberg (1959), le modèle typique de files d'attente se base sur les hypothèses suivantes : (1) le temps de service de chaque poste de travail suit une distribution exponentielle, (2) l'arrivée des matières au premier poste de travail est décrite par une distribution de Poisson et finalement les pannes ne sont pas considérées explicitement. Un tel système fait que l'utilisation d'un tampon ne sera justifiée que pour compenser la variation du temps de service dans les postes de

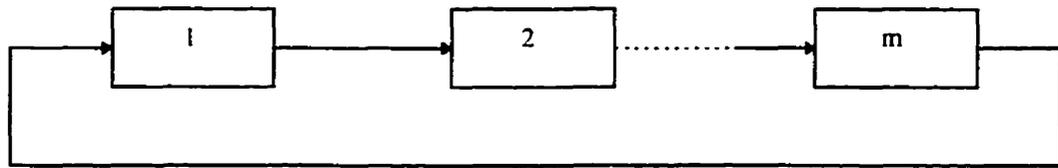
travail et non pas la panne d'un poste de travail donné. La taille du tampon est l'équivalent de la longueur de la file d'attente.

Le principe de base de cette approche est d'évaluer le nombre moyen de pièces en attente dans la file avant chaque poste de travail. Ce nombre est considéré comme étant la capacité de stockage intermédiaire entre deux postes de travail. D'autres considérations telles le blocage dans le cas d'une file d'attente à capacité finie furent étudiées (Perros et Altiok (1986), Perros (1995)). Buzacott et Shanthikumar (1992) ont proposé des techniques de modélisation de systèmes manufacturiers en employant plusieurs types de files d'attente tels que  $M/G/1$ ,  $GI/GI/1$ . D'autres travaux de recherche appliqués aux systèmes manufacturiers flexibles (FMS) considèrent les actions de maintenance préventive et corrective comme des produits virtuels (Widmer (1991)).

Dans ce chapitre, nous présentons des techniques de modélisation pour des réseaux de production de types ouvert et fermé (voir Figure 5.1 et Figure 5.11). Afin de tenir compte de l'impact d'une panne, nous avons élaboré une approche approximative pour évaluer la durée du temps représentant les perturbations dues aux pannes. Cette façon de faire peut nous permettre d'évaluer un nouveau temps de service et pour trouver une nouvelle longueur de file d'attente (taille du tampon). Dans le cas d'un réseau de production ouvert, nous présentons une extension où la panne d'une machine de la ligne de production peut être considérée comme étant un produit virtuel. L'étude de réseaux de production fermés nous a amené à étudier l'algorithme d'analyse des valeurs moyennes (MVA) pour évaluer la productivité d'un système de production du genre. Afin de mieux comprendre et exploiter cet algorithme, nous avons mis au point une procédure informatique.



**Figure 5.1: Réseau de files d'attente ouvert.**



**Figure 5.2 : Réseau fermé.**

Le Tableau 5.1 qui suit, présente d'une façon sommaire des résultats pour les files d'attente  $M/M/1$ ,  $M/G/1$  et  $M/M/C/\infty$ . Le symbole  $M/M/C/\infty$  est une convention qui stipule clairement que les arrivées s'effectuent selon un processus de Poisson, le temps de service est exponentiel, il y a  $C$  serveurs dans le poste de travail et la longueur de la file d'attente devant ce dernier est infinie. Dans le cas de la file d'attente de type  $M/G/1$ , la lettre  $G$  désigne un temps de service général et le chiffre 1 désigne la présence d'un seul serveur dans le poste de travail. En lisant les autres lignes du tableau, il y a la quantité  $p(0)$  qui exprime la probabilité d'avoir 0 pièce dans la file d'attente. Les valeurs  $L_q$  et  $L$  sont respectivement le nombre moyen de pièces dans la file d'attente et dans le système. Les deux dernières lignes du tableau représentent respectivement le temps moyen d'attente dans la file et le temps moyen passé dans le système.

## 5.2 Calcul de la durée des perturbations dues aux pannes

Tel que mentionné à la section précédente, le temps de service peut-être majoré pour compenser les variations du taux de production (ou taux de service). En présence des pannes, nous pouvons estimer le temps d'arrêt requis pour rétablir le serveur en panne. Par la suite, le temps de service sera révisé à la hausse pour tenir compte de la durée des perturbations où le serveur est inapte à produire. Cette façon de faire nous permet de trouver la taille du tampon (ou la longueur de la file d'attente)

résultant de ce nouveau temps de service. La démarche approximative que nous détaillons ci-après est inspirée du travail de Henock (1988).

Résultats	M/M/1, PAPS	M/G/1, PAPS	M/M/C/∞, PAPS
$p(0)$	$1 - \rho$	$1 - \rho$	$\left[ \frac{(C\rho)^C}{C! (1-\rho)} + \sum_{n=0}^{c-1} \frac{(C\rho)^n}{n!} \right]^{-1}$
$L_q$	$\frac{\rho^2}{1-\rho}$	$\frac{\rho^2(1+C_s^2)}{2(1-\rho)}$	$\frac{\rho(C\rho)^C P(0)}{C! (1-\rho)^2}$
$L$	$\frac{\rho}{1-\rho}$	$\rho + \rho^2(1+C_s^2)$	$L_q + \frac{\lambda}{\mu}$
$W_q$	$\frac{\rho}{\mu(1-\rho)}$	$\frac{\rho E(s)(1+C_s^2)}{2(1-\rho)}$	$\frac{(C\rho)^C P(0)}{C! C\mu(1-\rho)^2}$
$W$	$\frac{\rho^2}{1-\rho}$	$E(s) + W_q$	$\frac{1}{\mu} + W_q$

**Tableau 5.1: Résultats pour les files d'attente M/M/1, M/G/1 et M/M/C.**

### Hypothèses de travail

Dans le cas d'un réseau sériel de production (voir Figure 5.1), les hypothèses de travail sont :

- Les serveurs sont synchronisés. Le transfert se fait en même temps dans tous les postes de travail constituant le réseau sériel de production.

- Le temps de service est constant et égal à  $\frac{1}{\mu}$ . Ce temps est équivalent au temps de cycle de production du réseau.
- Les serveurs sont sujets à des bris aléatoires.
- Un programme d'entretien préventif est instauré. Toute panne d'usure est donc évitée. Afin de rendre cette hypothèse plus réaliste, nous prenons comme durée d'observation le temps d'un quart de travail  $T$ . Cette façon de faire peut nous amener à supposer que le taux de panne est constant et égal à  $\lambda$ .

Sous ces hypothèses et conditions, le nombre des pannes  $k$  pendant un quart de travail  $T$ , est distribué autour d'une moyenne  $(\lambda.T)$  suivant une distribution de loi de Poisson où il est possible d'écrire :

$$p(N=k) = \frac{(\lambda.T)^k}{k!} e^{-\lambda T}$$

L'étendue de la variation du nombre de pannes est proportionnelle à la racine carrée de la moyenne espérée  $(\lambda.T)$ . Avec une probabilité de 90%, le nombre de pannes durant le temps  $T$  est donné par :

$$k(90\%) = \lambda.T \pm 1.6\sqrt{\lambda.T}$$

La durée totale dues aux pannes peut-être trouvée comme suit :

$$(3.2\sqrt{\lambda.T}).MTTR \text{ (en heures)}$$

où MTTR est la moyenne des temps de réparation d'une panne. Cette durée des perturbations ou d'inactivité du serveur peut-être déduite du temps  $T$  d'un quart de travail et un nouveau taux de service sera établi.

## 5.3 Réseau de production

Dans cette section, les réseaux de files d'attente seront exploités comme étant un outil de modélisation d'un système de production composé de plus d'un poste de travail. Jackson (1957) a été le premier à s'intéresser à ce problème. Un réseau de files d'attentes est constitué d'un ensemble de files d'attente qui s'alimentent mutuellement. Nous pouvons distinguer deux types de réseaux, les réseaux ouverts et ceux dits fermés.

### 5.3.1 Réseaux de files d'attente ouverts (voir Figure 5.1)

Dans ce type de réseaux, les pièces arrivent de l'extérieur du système et repartent à l'extérieur de ce dernier après avoir été traitées. Une ligne de production peut être représentée par un réseau ouvert. Chaque machine peut avoir en amont d'elle des pièces en attente pour être traitées.

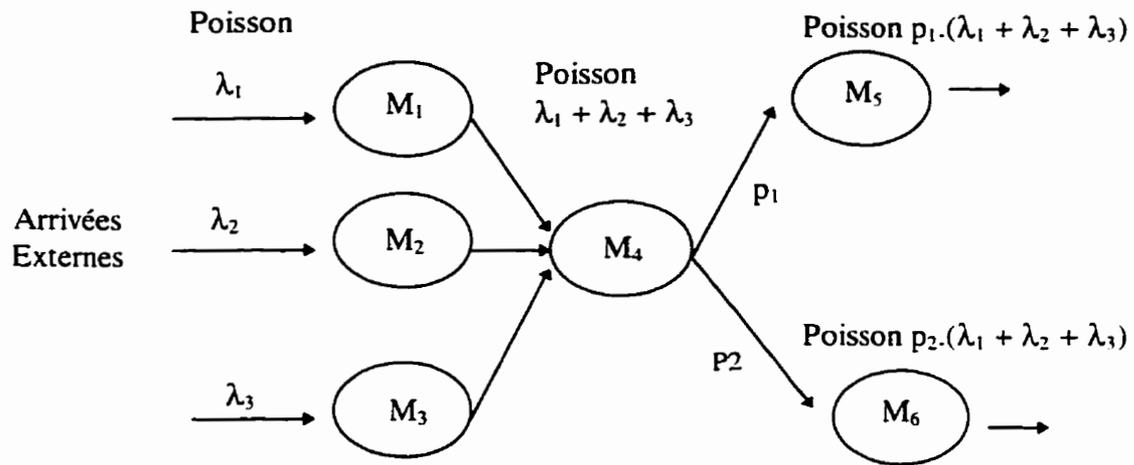
Avant de procéder à l'étude de réseaux de files d'attente, il est bon de rappeler les propriétés de la loi de Poisson qui est le plus souvent utilisée pour représenter le processus stochastique des arrivées à une file d'attente. Ces propriétés sont :

1. La somme de variables aléatoires indépendantes et distribuées selon une loi de Poisson est poissonnienne.
2. Les arrivées sont poissonniennes. Alors, le temps entre deux arrivées consécutives, suit une distribution exponentielle.

Ces propriétés mènent à un résultat général sur la convergence du processus de Poisson. À titre d'exemple, si un poste de travail est alimenté de plusieurs postes travail de type  $M/M/C/\infty$ , son processus d'arrivées est également poissonnien. Ceci est très important pour analyser un système de production ayant plusieurs postes de travail.

Si un processus de Poisson ayant un taux  $\lambda$  est divisé en un multiple de flots où chaque arrivée a une probabilité  $p_i$  d'être acheminée à un poste  $i$  et  $\sum p_i = 1$ , donc ces

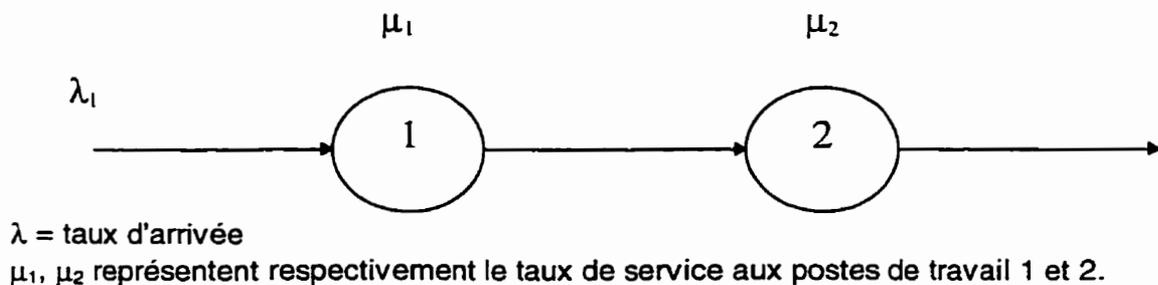
flots individuels sont poissonniens et ils ont comme taux d'arrivée  $p_i \lambda$ . La Figure 5.3 décrit ces différents processus.



**Figure 5.3 : Convergence et division d'une distribution de Poisson.**

### 5.3.2 Étude d'un système de production sériel composé de deux postes de travail

Soit un réseau de production (voir Figure 5.4) ayant des arrivées poissonniennes, des temps de service exponentiels et une discipline de service premier arrivé premier servi (PAPS).



**Figure 5.4 : Système série composé de deux postes de travail.**

Le nombre de pièces qui sont en file d'attente et en service aux postes de travail 1 et 2 sont respectivement  $n_1$  et  $n_2$ . Soit  $P(n_1, n_2)$  la probabilité d'avoir  $(n_1 + n_2)$  pièces dans le système. La Figure 5.5 illustre les transitions et les états possibles du système.

Les équations d'état en régime permanent sont présentées au Tableau 5.2:

État ( $n_1, n_2$ )	Taux de sortie = Taux d'entrée.
0,0	$\lambda p(0, 0) = \mu_2 p(0, 1)$
$n_1 > 0, 0$	$(\lambda + \mu_1) p(n_1, 0) = \mu_2 p(n_1, 1) + \lambda p(n_1 - 1, 0)$
$0, n_2 > 0$	$(\lambda + \mu_2) p(0, n_2) = \mu_2 p(0, n_2 + 1) + \mu_1 p(1, n_2 - 1)$
$n_1 > 0, n_2 > 0$	$(\lambda + \mu_1 + \mu_2) p(n_1, n_2) = \mu_2 p(n_1, n_2 + 1) + \mu_1 p(n_1 + 1, n_2 - 1) + \lambda p(n_1 - 1, n_2)$

**Tableau 5.2: Équations d'état d'un système série.**

La première équation peut être mieux interprétée en ayant recours à la Figure 5.5b où on peut voir à partir de l'état (0, 0) une transition avec une probabilité  $\lambda$ , vers l'état (1, 0) et une transition de l'état (0, 1) à l'état (0, 0) avec une probabilité  $\mu_2$ . Ce qui balance la première équation du Tableau 5.2, soit :

$$\lambda p(0, 0) = \mu_2 p(0, 1).$$

Dans le cas de la dernière équation du tableau, on peut se référer à la Figure 5.5a.

La probabilité d'être à l'état ( $n_1, n_2$ ) et d'y demeurer se traduit par une transition de cet état vers l'état ( $n_1 + 1, n_2$ ) avec une probabilité  $\lambda$ , par une transition de cet état vers l'état ( $n_1 - 1, n_2$ ) avec une probabilité  $\mu_1$  et par une transition vers l'état ( $n_1, n_2 - 1$ ) avec une probabilité  $\mu_2$  (voir flèches en pointillé du diagramme). Ceci se traduit par la valeur  $(\lambda + \mu_1 + \mu_2) p(n_1, n_2)$ . L'équivalent de cette valeur se traduit par la transition de

l'état  $(n_1, n_2+1)$  à l'état  $(n_1, n_2)$  avec une probabilité  $\mu_2$ , la transition de l'état  $(n_1+1, n_2-1)$  à l'état  $(n_1, n_2)$  avec une probabilité  $\mu_1$  et finalement, la transition de l'état  $(n_1-1, n_2)$  à l'état  $(n_1, n_2)$  avec une probabilité  $\lambda$ . D'où la quatrième équation du Tableau 5.2, soit :

$$(\lambda + \mu_1 + \mu_2)p(n_1, n_2) = \mu_2 p(n_1, n_2 + 1) + \mu_1 p(n_1 + 1, n_2 - 1) + \lambda p(n_1 - 1, n_2)$$

En se servant de l'équation de normalité  $\sum_{n_1} \sum_{n_2} p(n_1, n_2) = 1$ , nous aurons:

$$p(n_1, n_2) = (1 - \rho_1) \rho_1^{n_1} \cdot (1 - \rho_2) \rho_2^{n_2}$$

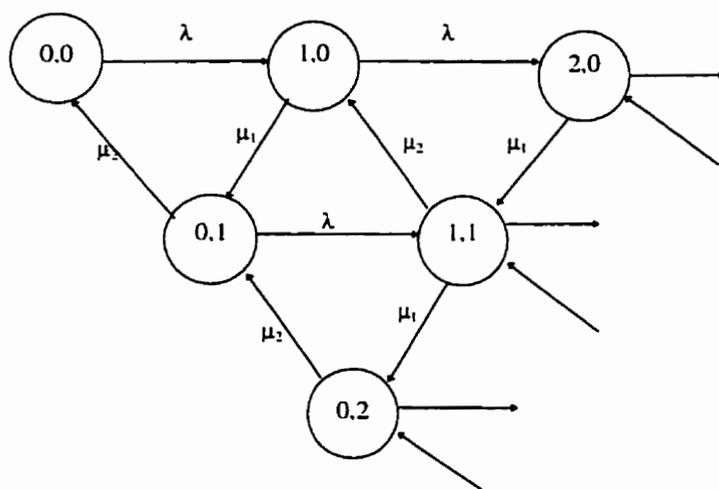
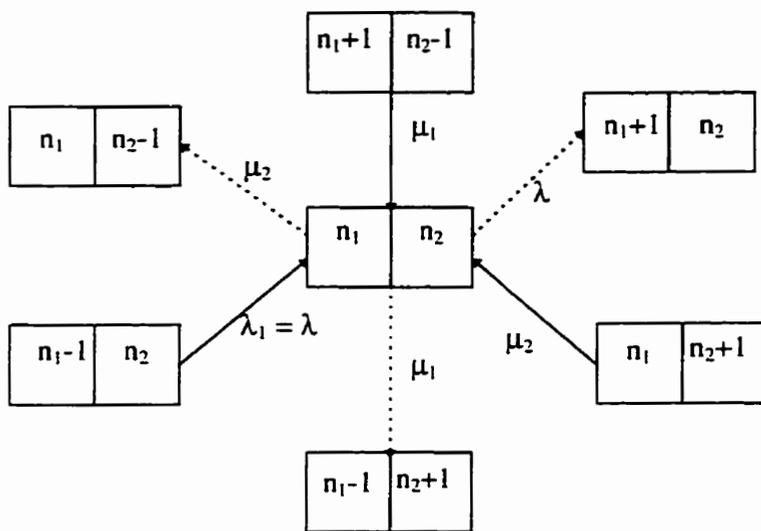
$$n_1, n_2 \geq 0$$

$$\rho_j = \frac{\lambda}{\mu_j} ; \quad j = 1, 2$$

En considérant les postes de travail d'une façon indépendante les uns des autres, nous aurons:

$$p(n_1) = (1 - \rho_1) \rho_1^{n_1}$$

$$p(n_2) = (1 - \rho_2) \rho_2^{n_2}$$



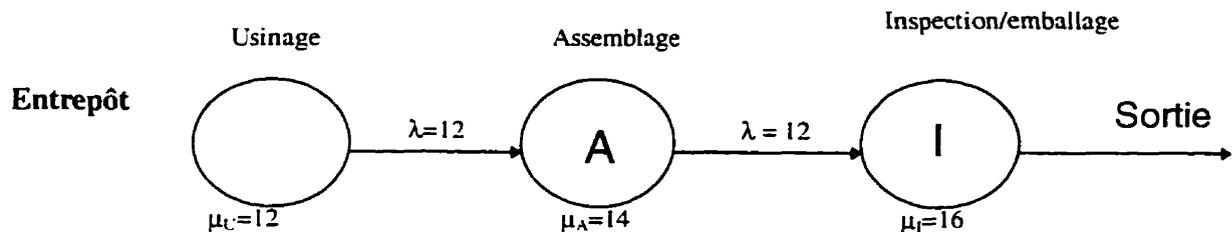
**Figure 5.5 : Diagramme de transition et états du système.**

donc,

$$p(n_1, n_2) = p(n_1) \cdot p(n_2) \quad (5.1)$$

Cette relation (de forme produit) nous permet d'analyser les postes de travail, un à la fois et de combiner par la suite les résultats. C'est un résultat important car il nous permet d'analyser un réseau de M postes de travail comme si nous analysons M systèmes ayant chacun un poste de travail.

Considérons le cas d'un système série constitué de 3 postes de travail tel que décrit dans le schéma suivant :



Les mesures de performance à trouver sont le nombre moyen de pièces dans chacun des trois postes de travail illustrés ci-haut et le temps passé dans le système. (Chaque poste de travail dispose d'un seul serveur,  $C=1$ ). Les taux d'arrivée aux postes A et I,  $\lambda=12$  pièces/heure. Les taux de service  $\mu_A=14$  pièces/heure (assemblage) et  $\mu_I=16$  pièces/heure (inspection et emballage). Cet exemple est adapté de Askin (1993).

Pour trouver ces mesures et à l'aide de l'équation (5.1), nous pouvons analyser chaque poste de travail à part.

En utilisant la théorie des files d'attente, nous pouvons respectivement trouver les taux d'utilisation des postes d'assemblage et d'inspection comme il suit:

$$\rho_A = \frac{\lambda}{\mu_A} = \frac{12}{14}$$

et

$$\rho_I = \frac{\lambda}{\mu_I} = \frac{12}{16}$$

Les temps moyens d'attente dans ces postes sont respectivement donnés par (voir Tableau 5.1):

$$W_A = \frac{1}{\mu_A(1-\rho_A)} = \frac{1}{2} \text{ heure}$$

et

$$W_I = \frac{1}{\mu_I(1-\rho_I)} = \frac{1}{5} \text{ heure}$$

En appliquant la relation de Little, les nombres moyens d'unités dans les postes de travail A et I sont respectivement:

$$L_A = \lambda_A W_A = 5 \text{ unités}$$

et

$$L_I = \lambda_I W_I = 2 \text{ unités}$$

L'étape suivante est de combiner les résultats des postes de travail. Le système est conçu de sorte qu'il y a toujours du travail pour 1 heure. Ceci se résume par des pièces entreposées devant le poste d'usinage. Ce dernier a une capacité moyenne de 12 unités par heure. Les mesures du système incluent les trois postes de travail: l'usinage, l'assemblage et l'inspection. Le nombre moyen des pièces dans le système est donné par :

$$L=L_{\text{Usinage}}+L_A+L_I,$$

$$L=(12+1)+5+2=20 \text{ pièces.}$$

Le temps total passé dans le système est donné par:

$$W=W_{q \text{ usinage}}+\lambda^{-1}+W_A+W_I$$

$$W=1+0.08+0.5+0.2=1.78 \text{ heures}$$

ou en appliquant la loi de Little :

$$L=\lambda.W$$

$$\Rightarrow W = \frac{L}{\lambda} = 1.78 \text{ heures}$$

Supposons que le plan actuel prévoit un espace tampon de taille égale à 10 unités en amont du poste d'assemblage. Est-ce que ceci est suffisant?

Dans le cas d'une file d'attente ayant des arrivées poissonniennes, un taux de service exponentiel et un serveur avec un taux d'utilisation  $\rho=(12/14)$ , il faut trouver la probabilité que la file d'attente ait plus de 10 pièces.

On sait que la probabilité d'avoir exactement  $j$  unités dans le poste de travail A est donnée par:

$$P_A(n = j) = (1 - \rho_A) \rho_A^j$$

or

$$\begin{aligned}
 P_A(n > 10) &= \sum_{j=11}^{\infty} (1-\rho_A) \sum_{i=11}^{\infty} \rho_A^i \\
 &= (1-\rho_A) \sum_{j=11}^{\infty} \rho_A^j
 \end{aligned}
 \tag{5.2}$$

Effectuons le changement de variable comme suit:

$$k=j-11 \Rightarrow j=k+11$$

La relation (5.2) devient:

$$\begin{aligned}
 P_A(n > 10) &= (1-\rho_A) \sum_{j=11}^{\infty} \rho_A^{k+11} \\
 &= (1-\rho_A) \rho_A^{11} \sum_{k=0}^{\infty} \rho_A^k \\
 &= (1-\rho_A) \rho_A^{11} \left[ \frac{1}{(1-\rho_A)} \right] \\
 &= \rho_A^{11}
 \end{aligned}
 \tag{5.3}$$

En utilisant la relation (5.3) et par complémentarité, nous pourrions écrire:

$$\begin{aligned}
 P_A(n > 10) &= 1 - P_A(n \leq 10) \\
 &= 1 - \sum_{n=0}^{10} (1-\rho_A) \rho_A^n \\
 &= 1 - (1-\rho_A) \sum_{n=0}^{10} \rho_A^n
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P_A(n > 10) &= 1 - (1-\rho_A) \left[ \frac{(1-\rho_A^{11})}{(1-\rho_A)} \right] \\
 &= \rho_A^{11} = \left( \frac{12}{14} \right)^{11} \\
 &= 0.1835
 \end{aligned}$$

Le stock tampon sera donc plein 18.35 % du temps. C'est-à-dire il faut entreposer ailleurs dans 18.35 % des fois ou bloquer le poste d'usinage pour manque d'espace. Ceci a pour effet de réduire le temps de bon fonctionnement du poste d'usinage et

d'affecter son rendement moyen. D'où l'importance de bien évaluer l'espace tampon à allouer entre les postes de travail.

#### 5.4 Cas de M postes de travail

Jackson (1957) a trouvé une méthode de généralisation pour un système constitué de M postes de travail opérant en série.

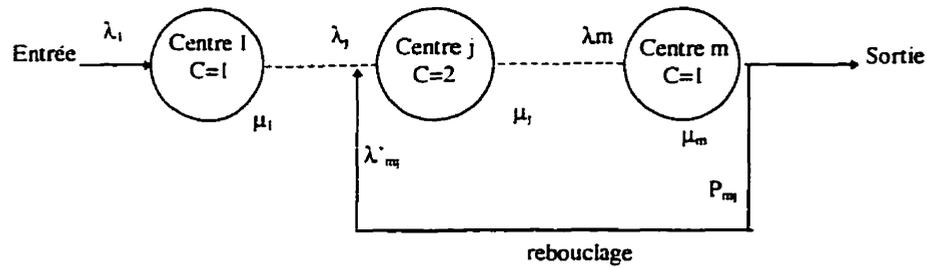
##### Notations :

$j$	indice du processeur, $j = 1, \dots, m$
$C_j$	nombre de processeurs au centre $j$
$\lambda_j$	nombre moyen de clients au poste $j$
$\mu_j$	capacité (nombre de clients/unité de temps) du centre $j$
$p_{jk}$	probabilité de passage du poste $j$ au poste $k$ en régime permanent

##### Hypothèses :

- discipline de service, premier arrivé, premier servi, (PAPS)
- arrivées selon un processus de Poisson
- temps de service suit une distribution exponentielle
- capacité de stockage illimitée
- demande totale  $\lambda_j \leq \mu_j C_j, \forall j$

Les pièces arrivent aux postes de travail de l'extérieur ou de l'intérieur du système. Une pièce arrivant de l'extérieur du système y recevra sa première opération. Si elle arrive à un poste de travail de l'intérieur du système c'est-à-dire d'un autre poste du réseau de production, cette pièce y subira une autre opération (voir Figure 5.6).



**Figure 5.6 : Système série constitué de m processeurs.**

Avec ce modèle, nous devons calculer le taux d'arrivée effectif  $\lambda'_j$ , au poste de travail  $j$ . Ce taux est composé d'arrivées internes et externes. Le taux d'arrivées externes est  $\lambda_j$  et celui d'arrivées internes est donné par la relation :

$$\sum_{k=1}^M p_{kj} \times \lambda'_k \quad 1 \leq j \leq M \quad (5.4)$$

Donc, le taux d'arrivées effectif est donné par l'expression suivante :

$$\lambda'_j = \lambda_j + \sum_{k=1}^M p_{kj} \times \lambda'_k \quad 1 \leq j \leq M \quad (5.5)$$

L'arrivée interne au poste de travail  $j$  dans l'équation (5.4) peut provenir de n'importe quel poste  $k$  et se produit avec une probabilité  $p_{kj}$  pour chaque pièce complétée dans le poste de travail  $k$ . Les facteurs d'utilisation  $\rho_j$  doivent être mesurés en termes de taux d'arrivée effectifs.

$$\rho_j = \frac{\lambda'_j}{C_j \mu_j}.$$

L'état du système est décrit par un vecteur contenant le nombre de pièces à chaque poste de travail  $(n_1, n_2, \dots, n_M)$ . En régime permanent, la probabilité que le poste de travail  $j$  soit à l'état  $n$  est donnée par (Jackson (1957)):

$$p_n^j = \begin{cases} p_0^j \cdot \frac{\left(\frac{\lambda'_j}{\mu_j}\right)^n}{n!} & n = 0, \dots, C_j \\ p_0^j \cdot \frac{\left(\frac{\lambda'_j}{\mu_j}\right)^n}{C_j! C_j^{n-C_j}} & n = C_j + 1, \dots \end{cases}$$

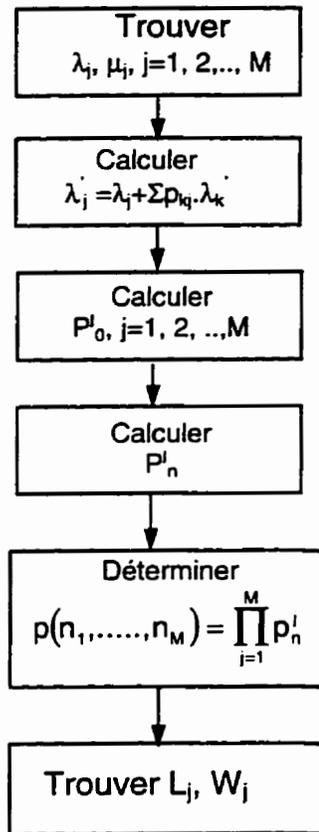
avec  $p_0^j$  tel que:

$$\sum_{n=0}^{\infty} p_n^j = 1 \quad \forall j.$$

Alors, si  $\lambda'_j \leq \mu_j C_j \quad \forall j$ , la probabilité d'avoir  $n_1$  unités au poste de travail 1,  $n_2$  unités au poste de travail 2 et  $n_M$  unités au poste de travail M est donnée par:

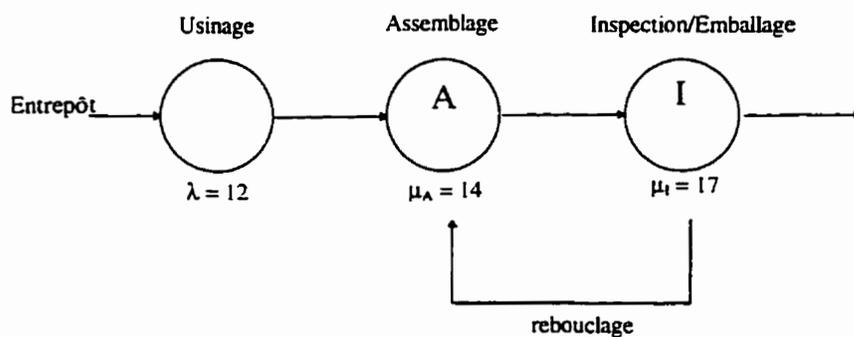
$$p(n_1, \dots, n_M) = \prod_{j=1}^M p_{n_j}^j$$

En résumé, la procédure d'analyse des réseaux ouverts de files d'attente est décrite à la Figure 5.7.



**Figure 5.7: Étapes d'analyse des réseaux ouverts de files d'attente.**

Afin d'illustrer la procédure de cette démarche, prenons le cas d'un réseau de production tel que donné dans la Figure 5.8. Les pièces inspectées qui ne passent pas le test sont retournées au poste de travail A. La probabilité de retour est  $p_{21}=0.1$ .



**Figure 5.8: Séquence des opérations.**

La durée de retouche est de 5 minutes en moyenne. Comment la performance exprimée en temps moyen d'attente dans le système ( $W$ ) sera affectée ?

Il faut calculer les taux effectifs d'arrivée. Le poste d'assemblage A reçoit ses pièces du poste d'usinage et du poste d'inspection I (les pièces rejetées), donc:

$$\lambda'_A = \lambda + p_{21} \lambda'_I \quad (5.6)$$

Les pièces qui quittent le poste d'assemblage se rendent directement au poste d'inspection/emballage. Aucune unité n'arrive au poste d'inspection/emballage de l'extérieur du système. Donc :

$$\lambda'_I = \lambda'_A$$

$$\lambda'_A = \lambda + p_{21} \cdot \lambda'_A$$

Ce système peut être résolu facilement en ayant recours à la relation suivante:

$$\lambda'_I = \lambda'_A = \frac{\lambda}{1 - p_{21}}$$

Les valeurs de  $p_{21}$  et  $\lambda$  sont respectivement:

$$p_{21} = 0.1$$

et

$$\lambda = 12$$

ce qui nous donne:

$$\lambda'_A = \lambda'_I = 13.333 \text{ pièces / unité de temps.}$$

Chaque poste de travail est analysé à part, donc:

$$\rho_A = \frac{\lambda'_A}{\mu_A} = \frac{13.333}{14} = 0.95921;$$

$$\rho_I = 0.7407;$$

$$W_A = \frac{1}{\mu_A(1-\rho_A)} = 1.4925 ;$$

$$L_A = \lambda'_A \cdot W_A = 19.89 \text{ unités;} ;$$

$$W_I = \frac{1}{\mu_I(1-\rho_I)} = 0.2725 ;$$

et

$$L_I = \lambda'_I \cdot W_I = 3.6324 \text{ unités.}$$

Les valeurs  $L_A$  et  $L_I$  nous permettent d'allouer un tampon de taille de 20 devant le poste de travail A et un tampon de taille 4 devant le poste de travail I.

Pour trouver le temps moyen dans le système, il faut combiner les résultats obtenus lors de l'analyse de chaque poste. Nous devons connaître le nombre de visites à chaque poste de travail.

Pour le poste d'usinage; il faut définir  $v_j$  comme étant le nombre espéré de visites au poste  $j$  par pièce produite. Nous obtenons la relation suivante :

$$v_j = \frac{\lambda_j}{\sum_{k=1}^M \lambda_k} + \sum_{K=1}^M p_{kj} v_k \quad (5.7)$$

Cette expression est identique en forme à l'équation (5.5) que nous reproduirons ci-après:

$$\lambda'_j = \lambda_j + \sum_{K=1}^M p_{kj} \lambda'_k \quad (5.8)$$

Si  $\lambda'_j$  peut résoudre cette équation, alors la relation:

$$v_j = \frac{\lambda_j}{\sum_{k=1}^M \lambda_k}$$

résout l'équation (5.8) et pour notre exemple, nous aurons:

$$v_A = v_I = \frac{\lambda_A}{\lambda} = \frac{13.333}{12} = 1.1108$$

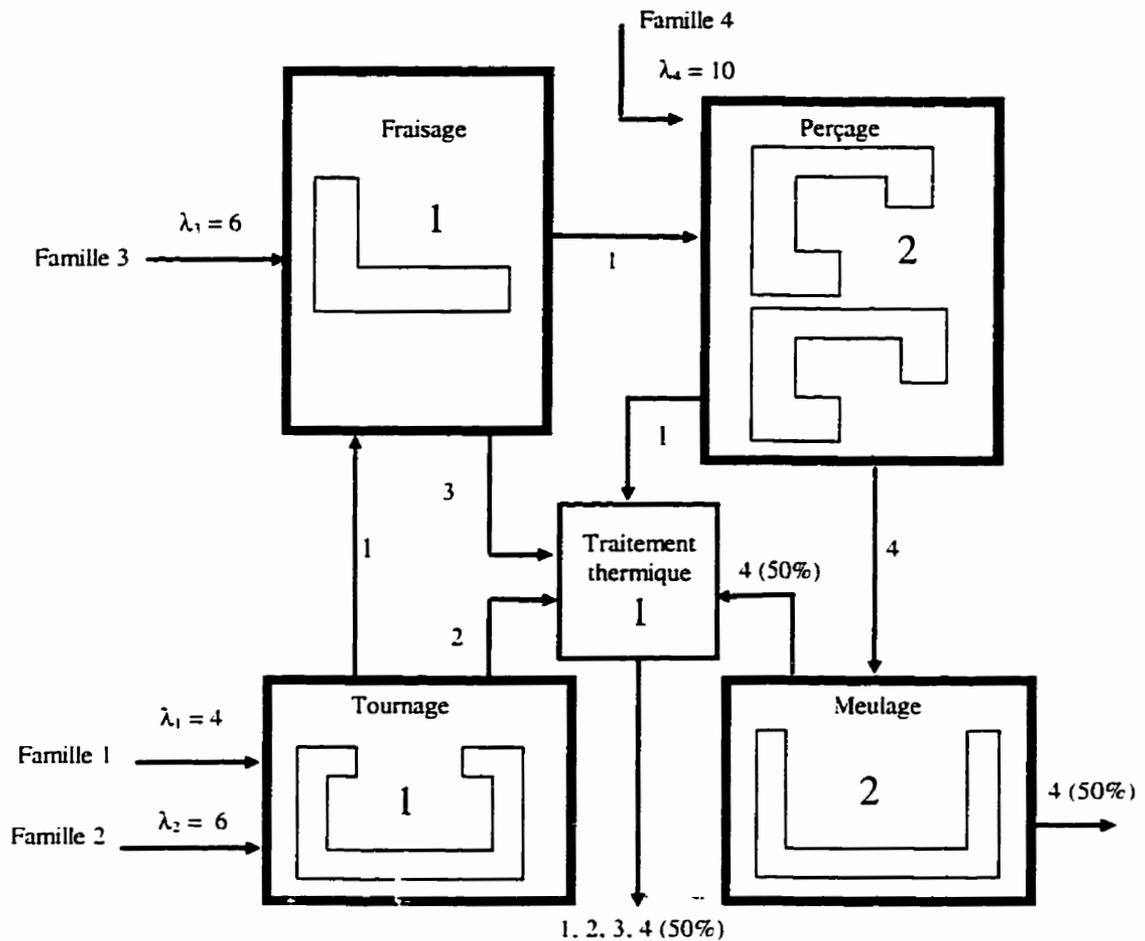
et le temps moyen passé dans le système est donné par :

$$W = \sum_{j=1}^M v_j W_j .$$

Chacune des  $v_i$  visites au poste de travail  $j$  prend  $W_j$  heures, alors :

$$W = 1 + 0.0833 (W_k) + 1.4925 * 1.1108 (W_A \cdot v_A) + 1.1108 * 0.2725 (W_i \cdot v_i) = 3.044 \text{ heures.}$$

Nous présenterons ci-après un exemple de modélisation pour un réseau de files d'attente composé de plusieurs postes de travail et dont les arrivées à un poste de travail donné peuvent avoir comme origine l'extérieur du réseau ou un autre poste de travail. Cet exemple reflète le cas d'un atelier multigamme tel qu'illustré à la Figure 5.9.



**Figure 5.9 : Atelier multigamme vu comme un réseau de files d'attente.**

Dans cette figure, les flèches indiquent les arrivées et le routage de chaque famille des pièces. Les départements de tournage (T), de fraisage (F), de perçage (P), de meulage (M) et de traitement thermique (TT) ont respectivement 1, 1, 2, 2 et 1 machines.

Les données de l'exemple sont présentées au Tableau 5.3. Le système est disponible 40 heures par semaine. Les temps de réglage sont par hypothèse nuls.

Nous allons évaluer la performance du système en appliquant les techniques de réseau de files d'attente.

Famille de pièces	Demande hebdomadaire	Route (m/c, heure/pièce)			
		1	2	3	4
1	$\lambda_1 = 4$	T, 2	F, 1	P, 3	TT, 2
2	$\lambda_2 = 6$	T, 2	TT, 2		
3	$\lambda_3 = 6$	F, 2	TT, 2		
4	$\lambda_4 = 10$	P, 4	M, 5	TT, 2(50%)	

**Tableau 5.3: Données du problème.**

Légende : T pour Tournage, F pour Fraisage, P pour Perçage, M pour Meulage et TT pour traitement thermique.

- Étape 1 : Calculer le taux effectif d'arrivées ou la demande totale:

$$\lambda'_j = \lambda_j + \sum_{k=1}^M \lambda'_k P_{kj} \quad 1 \leq j \leq M.$$

Donc nous avons pour la famille 1:

$$\lambda'_{T1} = 4 + 0$$

$$\lambda'_{F1} = 0 + \lambda'_{T1} = 0 + 4$$

$$\lambda'_{P1} = 0 + \lambda'_{T1} = 0 + 4$$

$$\lambda'_{M1} = 0 + 0$$

$$\lambda'_{TT1} = 0 + \lambda'_{P1} = 0 + 4$$

Nous procédons de la même façon pour trouver les taux effectifs d'arrivées des autres familles des produits. Le Tableau 5.4 présente les taux d'arrivées effectifs par famille.

	Famille 1	Famille 2	Famille 3	Famille 4	Taux d'arrivées effectif ou demande totale	Temps total par semaine (heures)	Temps moyen par pièce (heure par pièce)
$\lambda'_T$	4	6	0	0	10	20	2
$\lambda'_F$	4	0	6	0	10	16	1.6
$\lambda'_P$	4	0	0	10	14	52	3.71
$\lambda'_M$	0	0	0	10	10	50	5
$\lambda'_{TT}$	4	6	6	5	21	42	5.71

**Tableau 5.4: Taux d'arrivées effectifs par famille de pièces.**

Les temps moyens de service peuvent être trouvés en utilisant la relation suivante:

$$\mu_j^{-1} = \sum_{k=1}^K r_{kj} \cdot \mu_{kj}^{-1},$$

où  $r_{kj}$  est la proportion des pièces de type  $k$ , proportion traitée dans le poste de travail  $j$ . La quantité  $\mu_{kj}$  est le taux de service pour le type de pièces  $k$  au poste de travail  $j$ .

Pour le poste de tournage, la valeur de  $\mu_T^{-1}$  est égale à:

$$\mu_T^{-1} = (4/10) \cdot (2/40) + (6/10) \cdot (2/40) = 0.05 \text{ semaine}$$

- **Étape 2 : Analyse des centres d'usinage**

Chaque poste de travail est considéré comme une file d'attente de type M/M/C. En ayant recours au Tableau 5.1, les résultats primaires de cette file d'attente sont présentés au Tableau 5.5 qui suit :

Poste	$\lambda'$	$\mu$	C	$\rho = \frac{\lambda'(C\mu)}$	$W = w_q + \frac{1}{\mu}$	$W_q$	$L = \lambda W = L_q + \frac{\lambda}{\mu}$	$L_q = \lambda W_q$	$p_0$
T	10	20	1	0.5	0.1	0.05	1	0.5	0.5
F	10	25	1	0.4	0.0667	0.0267	0.667	0.2667	0.6
P	14	10.78	2	0.65	0.1607	0.0679	2.25	0.951	0.2121
M	10	8.0	2	0.63	0.2073	0.0823	2.079	0.829	0.227
TT	21	20	2	0.53	0.0695	0.0195	1.464	0.414	0.3072

**Tableau 5.5: Résultats primaires.**

- Étape 3 : Agrégation et évaluation de la performance

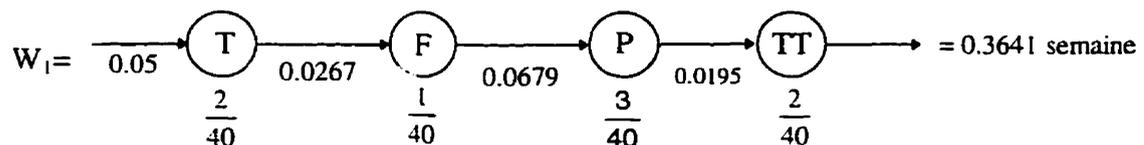
Le nombre moyen de pièces dans le système est égal à :

$$L = \sum_{j=M}^G L_j = 1 + 0.667 + 2.25 + 2.07 + 1.464 = 7.46 \text{ pièces}$$

Temps moyen de passage dans le système des pièces de la famille 1 est égal à :

$$W_1 = W_{qT} + \frac{2}{40} + W_{qF} + \frac{1}{40} + W_{qP} + \frac{3}{40} + W_{qTT} + \frac{2}{40} = 0.3641 \text{ semaine}$$

ou tel que décrit dans le schéma qui suit :

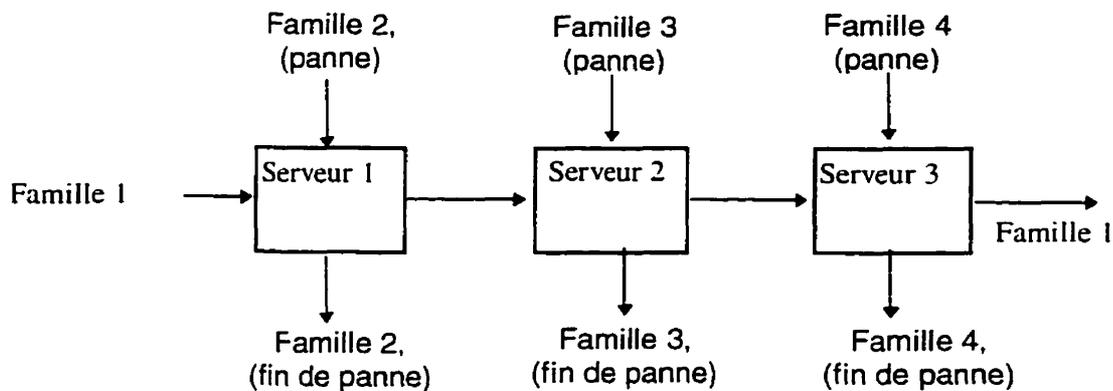


De même, pour les familles 2, 3 et 4 respectivement nous obtenons :

$$W_2 = 0.3895 \text{ semaine}, W_3 = 0.1462 \text{ semaine}, W_4 = 0.4197 \text{ semaine.}$$

Cet exemple est inspiré de Boctor (1994).

Bien que cet exemple ne reflète pas le cas d'une ligne de production, il nous est très utile pour faire des extensions. Nous pouvons considérer que la famille 1 est le produit réel de la ligne de production. Cette famille est traitée d'une façon sérielle, selon la séquence de traitement dans tous les postes de travail constituant la ligne de production. Les autres familles représentent les pannes correspondantes à chacun des postes de travail. À titre d'exemple, la famille 3 représente la panne du serveur 2 (poste de travail 2). Ce type de produit n'est traité que dans un seul poste de travail, soit le serveur 2 pour le cas considéré. L'arrivée de ce produit ou de cette panne est considérée comme étant externe (voir Figure 5.10).



**Figure 5.10 :Produit réel et pannes dans une ligne de production.**

Dans les sections précédentes, nous avons présenté des techniques de modélisation de réseaux ouverts et plusieurs exemples ont été montrés pour calculer la performance du système étudié. La longueur de la file d'attente était un substitut à l'espace tampon dont la taille dépend exactement de cette dernière. Dans la section suivante, nous présentons les techniques relatives à l'étude de réseaux de files d'attente fermés.

## 5.5 Réseaux fermés

Dans la section précédente, aucune limite n'était imposée sur la quantité de l'en-cours. Les pièces arrivaient et étaient ajoutées au système manufacturier.

Cependant, il faut maintenir un niveau d'en-cours assez haut pour satisfaire la demande sans congestionner ou remplir inutilement les allées de l'usine.

Dans un réseau fermé (voir Figure 5.11), le nombre de pièces en-cours est maintenu à un niveau fixe  $N$ . Lorsqu'une pièce reçoit toutes les opérations et quitte le système, une nouvelle pièce est introduite pour la remplacer. Dans ce cas, l'en-cours devient un paramètre de contrôle (et non un paramètre statistique comme dans le cas d'un réseau ouvert). C'est aussi le cas pour un système flexible dans lequel une ressource de transport (palette ou autre) est réutilisée aussitôt qu'elle est libérée.

Spearman et al. (1990) ont décrit un protocole appelé CONWIP (Constant Work In Progress) qui laisse entrer au système une nouvelle pièce aussitôt qu'une autre est complétée.

#### Hypothèses du protocole CONWIP :

- une quantité infinie de pièces (matières premières) est en attente à l'entrée du système,
- aucun problème d'entreposage, il y a une infinité de places de stockage pour les pièces finies à l'extérieur du système,
- le type de produits fabriqués ne change pas (le système est en régime permanent).

nombre de pièces dans le système  $N$  est constante,

Les conséquences relatives est l'état du système  $n$  où  $n = n_1, n_2, \dots, n_m$ . Mais

$\sum_{j=1}^m n_j = N$ , où  $n_j$  est le nombre de pièces au poste de travail  $j$ .

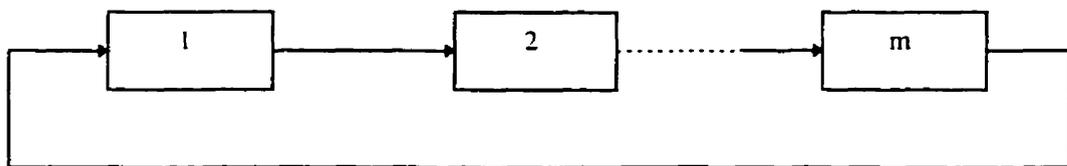
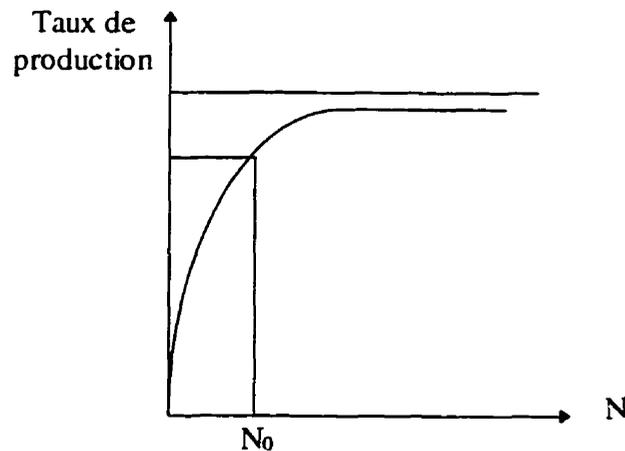


Figure 5.11 : Réseau fermé.

Lorsque le nombre  $N$  des pièces augmente, le taux de production augmente également. La Figure 5.12 illustre les différents échanges entre  $N$  et le taux de production. Cette façon de faire montre que la capacité de production atteint une valeur asymptotique. De plus, l'utilisation maximale d'un poste de travail ayant le taux de service le plus faible (poste goulot d'étranglement) définit la capacité du système.



**Figure 5.12 : Niveau de l'en-cours  $N$  vs le taux de production, Askin (1993).**

Afin d'évaluer la performance et de voir l'impact de l'en-cours dans un réseau fermé, plusieurs techniques de résolution existent dont celle de l'analyse de la valeur moyenne (Suri et Hildebrant (1985)).

### 5.5.1 Méthode de l'analyse de la valeur moyenne (MVA)

La MVA offre une alternative pour traiter le problème du stock tampon dans un réseau fermé et elle est pratique du point de vue calcul pour les grands systèmes. Nous décrivons dans les paragraphes qui suivent, une procédure approximative de résolution (Suri et Hildebrant (1985)).

#### Hypothèses de travail:

- L'atelier est représenté comme un système fermé dans lequel  $N_p$  pièces ( $N_p$ =nombre de pièces de type  $p$ ), s'y trouvent en tout temps,  $p=1,2,\dots P$ . L'indice  $p$  représente le type de pièces à traiter.

- La discipline de file d'attente est PAPS.
- Le taux de service de la pièce du type p au poste de travail j est donné par  $\mu_{jp}$ .
- Le temps moyen de service pour une pièce de type p au poste de travail j est donné par :

$$\sum_{p=1}^P N_p = N \cdot \mu_{jp}^{-1}$$

### Temps passé dans le système :

La MVA s'appuie sur 3 équations de base, 2 d'entre elles sont déduites de la loi de Little.

Premièrement, nous pouvons calculer le temps moyen dans le système par visite d'une pièce de type p au poste de travail j comme suit :

$$W_{jp} = \frac{1}{\mu_{jp}} + \frac{N_p - 1}{N_p} L_{jp} \times \frac{1}{\mu_{jp}} + \sum_{r \neq p} \frac{L_{jr}}{\mu_{jr}} \quad \forall j, p \quad (5.9)$$

Cette équation donne le temps espéré de la pièce p au poste de travail j. Ce temps est composé du :

- temps moyen de service ( $\mu_{jp}^{-1}$ ), de la pièce p dans le poste de travail j.
- temps d'attente dans la file pour d'autres pièces du type p:

$$\left( \frac{N_p - 1}{N_p} \right) L_{jp} \cdot \mu_{jp}^{-1}$$

- temps d'attente passé par d'autres types de pièces.

$$\sum_{r \neq p} L_{jr} \cdot \mu_{jr}^{-1}$$

où  $L_{jr}$  est le nombre moyen de pièces de type  $r \neq p$  en attente dans le poste de travail j.

Le terme de correction  $(N_p-1)/N_p$  explique approximativement le fait que lorsqu'une pièce  $p$  arrive au poste de travail  $j$ , il y aura seulement  $(N_p-1)$  autres pièces de son type en avant d'elle dans la file d'attente. Alors, la quantité  $[(N_p-1)/N_p] \cdot L_{jp}$  représente le nombre moyen de pièces du type  $p$  dans la file lorsqu'une nouvelle pièce  $p$  arrive.

Avec la discipline PAPS, la nouvelle pièce doit attendre en moyenne  $\mu_{jp}^{-1}$  pour les pièces devant être traitées avant elle. D'autres pièces de types différents pourraient également être dans la file d'attente.

En fait, on espère avoir  $L_{jr}$  pièces du type  $r \neq p$  dans le poste de travail. Nous devons également attendre que chacune de celles-ci soit traitée. Puisque nous avons supposé que le temps de service est distribué suivant une loi exponentielle, il n'est pas important de savoir quelle pièce est en traitement ou pour combien de temps elle le sera et ce à partir du moment où elle est arrivée au système.

Dans le cas des postes de travail à serveurs multiples, la MVA contourne le recours aux équations d'état en régime permanent et un modèle alternatif est requis. Les postes à serveurs multiples peuvent être modélisés selon une approche heuristique en divisant le deuxième et le troisième termes du côté droit de l'équation (5.9) par  $C_j$ . Ceci a comme interprétation que tous les serveurs seront toujours occupés à vider la file d'attente. Ce cas ne peut être vrai que si au moins  $C_j$  pièces sont au poste de travail  $j$ . La nouvelle pièce peut être servie au plus tôt comme si  $(C_j - 1)$  pièces sont en avant d'elle, et quitte un serveur disponible. L'erreur totale dans cette approximation est petite lorsque le nombre moyen de pièces  $\sum_{p=1}^P L_{jp}$  au poste de travail  $j$ , est très grand par rapport à  $C_j$ . L'équation modifiée de (5.9) est donnée par :

$$W_{jp} = \frac{\mu_{jp}^{-1}}{C_j} + \frac{N_p - 1}{N_p} L_{jp} \times \frac{\mu_{jp}^{-1}}{C_j} + \sum_{r \neq p} L_{jr} \frac{\mu_{jr}^{-1}}{C_j} \quad (5.10)$$

### 5.5.2 Autres procédures

Siedmann et al. (1987) ont trouvé des meilleures approximations, particulièrement pour le temps d'attente moyen ; ces estimés peuvent être obtenus si on modélise un poste de travail ayant plusieurs serveurs comme un poste de travail ayant un serveur rapide et un autre poste de travail ayant un serveur ample. Le temps de traitement est divisé entre les deux pseudo-postes de travail. Le temps de service réel,  $\mu_j^{-1}$ , est divisé de façon à ce que le serveur rapide travaille ( $\mu_{jp}^{-1}/C_j$ ) et le poste de travail à serveur ample dessert (ou retarde) la pièce de

$$\frac{[(C_j - 1)\mu_{jp}^{-1}]}{C_j}$$

Le modèle d'un seul serveur rapide est une approximation pour le temps en attente dans la file d'attente du poste à serveurs multiples plus  $\frac{1}{C_j}$  du temps de service. Le poste subséquent à serveur ample, modélise le reste du temps de service. Avec des serveurs amples, il n'y a pas de temps perdu en attente pour le service.

L'expression de remplacement de l'équation (5.9) lorsque le poste de travail j a des serveurs multiples est donné par (5.10) pour le poste original, et

$$W_{jp} = \frac{C_j - 1}{\mu_{jp} \cdot C_j} \quad (5.11)$$

pour le poste ayant le serveur ample.

### 5.5.3 Taux de rendement

La deuxième équation de base de MVA donne le taux de production du système global. Soit  $X_p$  le taux de production de la pièce de type  $p$ . Bien que le taux de production est essentiellement le taux d'arrivée effectif, on utilise  $X$  au lieu de  $\lambda$  pour mettre en évidence que nous traitons un modèle d'output plutôt qu'un modèle d'input. Alors :

$$X_p = \frac{N_p}{\sum_{j=1}^M v_{jp} W_{jp}} \quad p = 1, \dots, P \quad (5.12)$$

où  $v_{jp}$  = nombre de visites ; c'est le nombre moyen de visites d'une pièce de type  $p$  au poste de travail  $j$ .

Cette expression (5.12) est une forme de la loi de Little. Le taux de production est le rapport du nombre de pièces dans le système au temps de passage dans le système. La relation doit être bonne pour chaque type de pièces. Le dénominateur montre le temps total cumulé par la pièce  $p$  comme elle progresse à travers le système.

### 5.5.4 Longueur de la file d'attente

L'ensemble final des équations liant le taux de production de chaque poste de travail par la loi de Little est donné par:

$$L_{jp} = X_p (v_{jp} \cdot W_{jp}) \quad \forall j, p \quad (5.13)$$

où  $v_{jp}$  représente toutes les pièces de type  $p$  qui sont au poste de travail  $j$ .

### 5.5.5 Algorithme MVA

Les relations (5.9), (5.12) et (5.13) doivent être satisfaites par la solution en régime permanent. Du fait qu'il ne s'agit pas d'un système linéaire, une solution directe est difficile à obtenir. L'objectif est de trouver un ensemble de  $L_{jp}$ ,  $W_{jp}$  et  $X_p$  qui satisfait

les relations ci-haut mentionnées. Étant donné les paramètres du système,  $N_p$ ,  $C_j$ ,  $\mu_{jp}$  et  $v_{jp}$ , une démarche simple et itérative est employée.

En posant une valeur initiale pour la longueur de la file d'attente, on peut résoudre l'équation (5.9) pour  $W_{jp}$ . Ceci permet l'estimation du taux de production dans l'expression (5.12) laquelle, à son tour, permet de trouver les termes de droite de l'expression (5.13). Après, nous vérifions l'expression (5.13) pour savoir si notre premier essai est précis et le processus continue. Nous poursuivons ce mode itératif jusqu'à ce que les estimés convergent. L'arrêt du processus itératif se réalise lorsqu'un écart inférieur à  $\varepsilon$  (à titre d'exemple  $\varepsilon=0.1\%$ ) entre les deux dernières valeurs de la longueur de la file d'attente, est obtenu.

#### Description de l'algorithme:

- étape 1 : initialiser  $\tau$  à 0. Pour tout  $p$  prendre  $Z_p$  comme le nombre de postes de travail visités par le type de pièces  $p$ , i.e. la somme sur  $j$  du nombre positif de  $v_{jp}$ . Poser  $L_{jp} = N_p / Z_p$ .
- étape 2 : mettre à jour  $W$ .  $\tau = \tau + 1$ . Pour tout  $j$  et tout  $p$ , calculer  $W_{jp}^{(\tau)}$  de l'équation (5.9), (5.10) ou (5.11).
- étape 3 : mettre à jour le taux de passage. Pour tout  $p$ , calculer  $X_p^{(\tau)}$  de l'équation (5.12).
- étape 4 : mettre à jour  $L$ . Pour tout  $j$  et tout  $p$ , calculer  $L_{jp}^{(\tau)}$  de l'équation (5.13).  
Si la quantité  $\frac{L_{jp}^{(\tau)} - L_{jp}^{(\tau-1)}}{L_{jp}^{(\tau)}} > \varepsilon$ , retourner à l'étape 2, sinon arrêter.

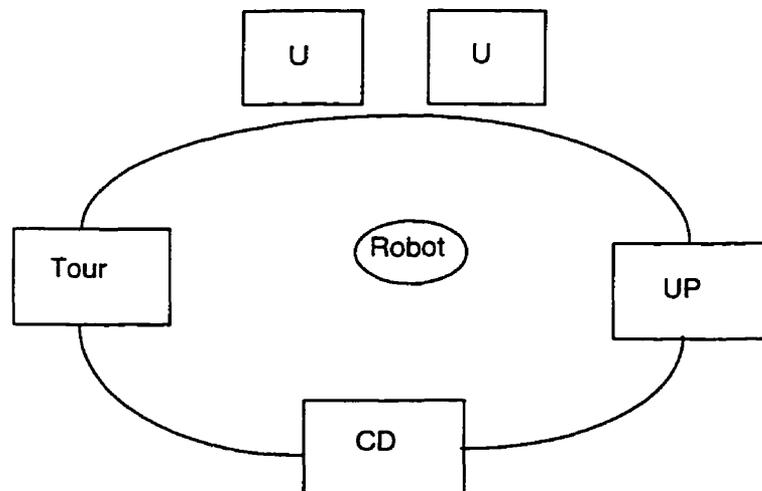
Afin de tester cet algorithme d'analyse de la valeur moyenne, considérons un système manufacturier flexible fabriquant deux types de pièces. Il est composé d'un tour à commande numérique, d'un poste d'usinage ayant deux machines identiques et interchangeable et d'un poste d'usinage polyvalent pouvant exécuter des tâches diverses. Pour assurer la manutention entre le poste de chargement/déchargement (CD) et les différents postes de travail, un robot est utilisé. En général, il prend 2

minutes pour transporter une pièce d'un point donné vers la destination requise. Le sommaire des opérations du robot est :

- atteindre la destination,
- charger la palette,
- se déplacer vers la destination, et
- décharger la palette.

La pièce du type 1 a le routage suivant : le centre de tournage (T), l'une de deux machines du poste d'usinage (U), le poste d'usinage polyvalent (UP) et finalement, le point de chargement/déchargement. La pièce du type 2 a la même séquence que l'autre pièce sauf qu'elle ne subit aucune opération dans (U). En moyenne, les opérations d'usinage requièrent 12 minutes. La Figure 5.13 est un schéma décrivant ce système manufacturier flexible.

Pour décharger une pièce du système et charger une nouvelle pièce sur la même palette, il faut environ 14 minutes. Le système dispose de 12 palettes dont 8 ( $N_1=8$ ) sont dédiées aux pièces de type 1 et 4 ( $N_2=4$ ) pour les pièces de type 2.



**Figure 5.13 : Système manufacturier flexible.**

Pour résoudre ce problème à l'aide de l'algorithme MVA ci-haut présenté, il faut déterminer le nombre des visites à chacun des postes constituant le système manufacturier en question. Le Tableau 5.6 fait état de ses visites.

Nombre des visites						
Poste de travail						
Pièce #	CD	T (2 m/c)	U	UP	Robot	
1	1	1	1	1	4	
2	1	1	0	1	3	

**Tableau 5.6 : Nombre des visites aux postes de travail.**

### Démarches de résolution

Nous avons mis au point un outil informatique pour traiter cet algorithme. Les valeurs présentées dans les étapes de résolution ont été générés à l'aide de ce programme.

Étape 1 : initialiser

En supposant que les pièces sont également distribuées entre les différents postes de travail, nous aurons :

$$L_{11}=L_{21}=L_{31}=L_{41}=L_{51}=\frac{N_1}{5}=\frac{8}{5}=1.6$$

$$L_{12}=L_{22}=L_{42}=L_{52}=\frac{N_2}{4}=\frac{4}{4}=1 \text{ et } L_{32}=0$$

Étape 2 : Calculer  $W_{jp}$

$$W_{jp}^{(1)} = \mu_{jp}^{-1} + \frac{N_p - 1}{N_p} \frac{L_{jp}}{\mu_{jp} \cdot C_j} + \sum_{r \neq p} \frac{L_{jr}}{\mu_{jr} \cdot C_j}$$

Pour le poste de chargement/déchargement ( $j=1$ ), nous aurons :

$$W_{11} = 14 + \frac{8-1}{8}(1.6)(14\text{min})(1) + 1.(14) = 47.6 \text{ minutes}$$

Pour le poste de tournage ( $j=2$ ), nous aurons :

$$W_{21} = 12 + \frac{8-1}{8}(1.6)\left(\frac{12\text{min}}{2}\right)(1) + 1.\left(\frac{12}{2}\right) = 26.4 \text{ minutes}$$

Pour le poste d'usinage qui est équipé de deux machines ou serveurs identiques et interchangeables, nous aurons :

$$W_{31} = 12 + \frac{8-1}{8}(1.6)(12\text{min})(1) + 1.(0) = 28.8 \text{ minutes}$$

Dans le cas du poste d'usinage polyvalent (UP), nous aurons:

$$W_{41} = 12 + \frac{8-1}{8}(1.6)(12\text{min})(1) + 1.(12) = 40.8 \text{ minutes}$$

Pour le robot qui fait la navette entre tous les postes de travail, nous aurons :

$$W_{51} = 2 + \frac{8-1}{8}(1.6)(2\text{min})(1) + 1.(2) = 6.80 \text{ minutes}$$

Pour la pièce du type 2, on procède de la même façon. Nous aurons les valeurs suivantes (en minutes):

$W_{12}=46.9$ ,  $W_{22}=26.1$ ,  $W_{32}=0$ ,  $W_{42}=40.2$  et  $W_{52}=6.7$ . La quantité  $W_{32}$  est égale à 0 car  $v_{32}$  est égal à 0 et aucun calcul n'est donc fait pour  $W_{32}$ .

Étape 3 : Calculer le taux de production :

$$X_p = \frac{N_p}{\sum_{j=1}^M v_{jp} W_{jp}} \quad p = 1, \dots, P$$

Pour la pièce du type 1 :

$$X_1^{(1)} = \frac{8}{1.(47.6) + 1.(26.4) + 1.(28.8) + 1.(40.8) + 4.(6.80)} = 0.0468 \text{ unité par minute}$$

Pour la pièce du type 2 :

$$X_2^{(1)} = \frac{4}{1.(46.9) + 1.(26.1) + 1.(0) + 1.(40.2) + 3.(6.70)} = 0.03 \text{ unité par minute}$$

Étape 4 : Calculer  $L_{jp}$  selon l'équation suivante :

$$L_{jp} = X_p (v_{jp} \cdot W_{jp}) \quad \forall j, p$$

$$L_{11}^{(1)} = (0.0468)(1)(47.6) = 2.2277 \text{ pièces}$$

$$L_{21}^{(1)} = (0.0468)(1)(26.4) = 1.2355 \text{ pièces}$$

$$L_{31}^{(1)} = (0.0468)(1)(28.8) = 1.3478 \text{ pièces}$$

$$L_{41}^{(1)} = (0.0468)(1)(40.8) = 1.9094 \text{ pièces}$$

$$L_{51}^{(1)} = (0.0468)(4)(6.8) = 1.273 \text{ pièces.}$$

Nous ferons de même pour l'autre type de pièces et les valeurs sont les suivantes :

$$L_{12}^{(1)} = (0.0302)(1)(46) = 1.3892 \text{ pièces ;}$$

$$L_{22}^{(1)} = (0.0302)(1)(26.1) = 0.7882 \text{ pièce ;}$$

$$L_{32}^{(1)} = 0 ;$$

$$L_{42}^{(1)} = (0.0302)(1)(40.2) = 1.214 \text{ pièce ; et}$$

$$L_{52}^{(1)} = (0.0302)(3)(6.7) = 0.607 \text{ pièce.}$$

Après 18 itérations, l'algorithme a convergé. Les valeurs de  $X_1$  et  $X_2$  générées par le programme informatique sont respectivement :

$$X_1 = 0.041852 \text{ pièce par minute}$$

$X_2=0.024284$  pièce par minute.

Le taux d'utilisation peut être calculé en appliquant la relation suivante:

$$U_j = \sum_{p=1}^2 \frac{X_p \cdot v_{jp}}{\mu_{jp} \cdot C_j}$$

Donc, le taux d'utilisation pour chacun des postes de travail est:

le poste de chargement/déchargement :

$$U_1 = (0.041852) \cdot (1) \cdot (14) + (0.024284) \cdot (1) \cdot (14) = 0.9259$$

le poste de tournage:

$$U_2 = (0.041852) \cdot (1) \cdot \left(\frac{12}{2}\right) + (0.024284) \cdot (1) \cdot \left(\frac{12}{2}\right) = 0.3968$$

le poste d'usinage:

$$U_3 = 0.5022$$

le poste d'usinage polyvalent:

$$U_4 = 0.7936$$

le robot de manutention :

$$U_5 = (0.041852) \cdot (4) \cdot (2) + (0.024284) \cdot (3) \cdot (2) = 0.4805$$

Une fois de plus, cette méthode nous a montré l'importance de bien dimensionner la taille des tampons qui est dans ce cas l'équivalent de la longueur de la file d'attente devant chaque poste de travail. Cette dernière est à son tour le critère d'arrêt de l'algorithme où on cherche à trouver le meilleur taux de production et établir le taux d'utilisation de chaque poste de travail. Toutes ces mesures sont des mesures de performance du système étudié.

Cependant et pour obtenir des résultats significatifs, l'efficacité de cette méthode repose sur l'évaluation des valeurs qui gravitent autour de la moyenne, d'où son nom.

## 5.6 Conclusion

Les files d'attente sont un outil d'évaluation et de mesure de la performance des systèmes et notamment les systèmes manufacturiers. Cependant, il y a un certain nombre de comportements qu'on rencontre dans la vie courante qui ne sont pas faciles à modéliser par la théorie des files d'attente. Les hypothèses d'arrivées Markoviennes et les temps de service qui obéissent à une densité de probabilité exponentielle négative sont contraignantes et parfois éloignées des caractéristiques du système étudié.

L'allocation d'un espace tampon peut se faire en se référant à la longueur de la file d'attente. L'efficacité de l'approche des files d'attente réside dans la rapidité d'évaluer le comportement d'un système de production discret.

Les modèles deviennent plus complexes lorsque les arrivées obéissent à des lois différentes et/ou les temps de service obéissent à des lois générales. Les bris de machines peuvent être considérés sous forme d'un produit fictif. Les temps de réglage des postes de travail ne peuvent pas être traités explicitement.

Avant d'introduire le chapitre 6, il est bon de faire un sommaire de tous les modèles présentés jusqu'ici en mettant l'accent sur les paramètres d'entrée et les extrants attendus. Les différents modèles présentés aux chapitres 3 et 4 sont basés sur l'approche des chaînes de Markov et modélisant une ligne de production constituée de deux postes de travail et un tampon intermédiaire sauf la méthode de décomposition (voir chapitre 4), qui modélise une ligne de production constituée de  $k$  postes de travail, sujets à de défaillances aléatoires, et  $(k-1)$  tampons intermédiaires de capacité finie. Dans ce chapitre, la théorie des files d'attente est mise à contribution pour modéliser une ligne de production constituée de  $k$  postes de travail et fabriquant plus qu'un produit.

## Modèles Markoviens

**Modèle de Finch** (voir Koenigsberg (1959)) :

Les paramètres d'entrée de ce modèle sont :

- a) le taux de panne de la machine  $i$ ,  $\lambda_i$ ,  $i=1, 2$ ,
- b) le taux de réparation de la machine  $i$ ,  $\mu_i$ ,  $i=1, 2$ ,
- c) le temps de cycle (1/h) en unités de temps pour chacune de 2 machines,
- d) la taille du tampon  $Z$ , en unités.

Ce modèle peut modéliser une ligne de production constituée de 2 machines parfaitement balancées (voir c)) dans les trois cas suivants :

$$a) \frac{\lambda_1}{\mu_1} > \frac{\lambda_2}{\mu_2},$$

$$b) \frac{\lambda_1}{\mu_1} < \frac{\lambda_2}{\mu_2},$$

$$c) \frac{\lambda_1}{\mu_1} \equiv \frac{\lambda_2}{\mu_2}.$$

En sortie, une expression du gain réalisé suite à l'introduction du tampon est donnée. Le lecteur peut se référer au chapitre 3, équations (3.9), (3.11) et (3.12).

Une courbe représentant le gain en fonction de la taille du tampon peut guider l'utilisateur sur le choix de l'espace du tampon à implanter, voir Figure 3.2.

### Modèle de Buzacott (1969)

Les paramètres d'entrée de ce modèle sont :

- a) le taux de panne de la machine  $i$ ,  $\lambda_i$ ,  $i=1, 2$ ,
- b) le taux de réparation de la machine  $i$ ,  $\mu_i$ ,  $i=1, 2$ ,
- c) la taille du tampon  $Z$ , en unités.

En sortie, le modèle permet l'obtention d'une expression symbolique de l'efficacité de la ligne de production en fonction de la taille du tampon  $Z$ , voir chapitre 3, équation (3.27). Une courbe représentant les échanges entre la taille du tampon et l'efficacité de la ligne de production, peut renseigner l'utilisateur sur le choix de la taille du tampon en fonction d'une valeur souhaitée de l'efficacité.

Comme dans le modèle de Finch, l'efficacité de la ligne de production tend vers une valeur asymptotique lorsque le niveau du tampon atteint sa valeur maximale.

### **Modèle de Sheskin (1976)**

Ce modèle permet l'obtention du taux de production d'une ligne constituée de 2, 3 ou 4 stations de travail.

Les paramètres d'entrée de ce modèle sont :

- a) le taux de panne de la machine  $i$ ,  $\lambda_i$ ,  $i=1, 2$ ,
- b) le taux de réparation de la machine  $i$ ,  $\mu_i$ ,  $i=1, 2$ ,
- c) la taille du tampon  $Z$ , en unités.

Il est bon de rappeler que Sheskin suppose que la somme des taux panne et de réparation d'une station de travail  $i$  est égale à 1. Cette hypothèse restreint l'applicabilité de ce modèle.

En sortie, le modèle fournit le taux de production en fonction de la taille du tampon, voir chapitre 3, équation (3.41).

## **Méthodes approximatives**

### **Méthode de Buzacott (1967)**

Cette méthode évalue l'efficacité d'une ligne de production constituée de 3 machines et 2 tampons intermédiaires. La procédure de décomposition telle que décrite au chapitre 3, a comme paramètres d'entrée :

- a) le taux de panne de la machine  $i$ ,  $\lambda_i$ ,  $i=1, 2, 3$
- b) le taux de réparation de la machine  $i$ ,  $\mu_i$ ,  $i=1, 2, 3$
- c) la taille du tampon  $Z_i$ , en unités,  $i=1,2$ .

Tel qu décrit au chapitre 3, l'algorithme de résolution fournit en sortie la valeur de l'efficacité de la ligne de production en fonction de la taille des tampons. Il est possible de visualiser graphiquement les échanges qui existent entre l'efficacité de la ligne et les différentes tailles des tampons (voir Figure 3.12).

L'applicabilité de cette méthode se trouve réduite du fait que le taux de réparation de toutes les machines est le même,  $\mu_i = \mu$ ,  $i=1, 2, 3$ .

### **Méthode de Gershwin (1987)**

Cette méthode permet la modélisation d'une ligne de production constituée de  $k$  stations de travail et  $(k-1)$  tampons intermédiaires.

Les paramètres d'entrée de cette méthode sont :

- a) le taux de panne de la machine  $i$ ,  $\lambda_i$ ,  $i=1, \dots, k$ ,
- b) le taux de réparation de la machine  $i$ ,  $\mu_i$ ,  $i=1, \dots, k$ ,
- c) la taille du tampon  $Z$ , en unités,  $i=1, \dots, (k-1)$ .

La procédure de décomposition ainsi que l'algorithme de résolution sont décrits au chapitre 4.

Cette méthode fournit en sortie, l'efficacité de la ligne de production en fonction de la taille des tampons.

Son implantation se limite à l'étude d'une ligne de production fabriquant un seul type de produit. C'est aussi le cas de tous les modèles Markoviens présentés dans cette thèse.

## **Théorie des files d'attente**

La théorie des files d'attente permet à l'utilisateur de trouver l'équilibre entre le temps de service et le temps d'attente pour recevoir ce service. Les modèles présentés modélisent les cas de réseaux ouverts et fermés.

### **Réseau ouvert**

Il s'agit d'un outil de modélisation d'un système sériel constitué de  $M$  postes de travail. Les paramètres d'entrée pour ce modèle ou réseau de Jackson sont :

- a) le taux d'arrivées aux postes de travail,  $\lambda_i, i=1, \dots, M$
- b) le taux de service dans chacun des postes de travail,  $\mu_i, i=1, \dots, M$ .

Les indicateurs ou les extrants générés par le modèle sont :

- a) le nombre moyen des pièces dans chacun des postes ou la taille du tampon,  $L_q$ ,
- b) le temps moyen passé dans le système,  $W$ ,
- c) le taux d'utilisation de chacun des postes de travail,  $\rho$ .

### **Réseau fermé**

La méthode utilisée pour modéliser un réseau fermé de production fut celle de l'analyse de la valeur moyenne. Il s'agit d'une méthode approximative qui fournit les mesures de performance pour un système manufacturier flexible constitué de  $M$  postes de travail et fabriquant  $p$  types de produits.

Les paramètres d'entrée relatifs à cette méthode sont :

- a) les types de pièces à fabriquer,
- b) le nombre de machines dans chacun des postes de travail,
- c) le routage de chacun des produits entre les différents postes de travail ou le nombre des visites de chaque type de produits à chacun des postes de travail,

- d) les temps de traitement de chaque produit dans chacun des postes de travail et le temps requis pour les opérations de manutention.

L'algorithme MVA, voir paragraphe 5.5.5, donne en sortie les valeurs suivantes :

- a) la longueur moyenne de la file d'attente pour chacun des produits devant chacun des postes de travail. Il s'agit de la taille du tampon intermédiaire,
- b) les taux de production pour chaque type de produits,
- c) le taux d'utilisation de chaque poste de travail.

L'implantation de l'une ou l'autre de ces méthodes est conditionnée par la taille de la ligne de production et par la variété des produits à fabriquer. S'il s'agit d'une ligne de production constituée de deux stations séparées par un tampon intermédiaire de capacité finie, la méthode de Buzacott (1969) est celle qui répond le mieux du fait qu'elle tient compte des phénomènes de blocage et de famine et de ces hypothèses qui sont plus réalistes que celles énoncées par Sheskin (1976) qui suppose que  $\mu_i + \lambda_i = 1$ . L'hypothèse de Buzacott (1969) qui suppose qu'un seul événement peut se produire dans un cycle est restrictif, mais reste plus valable que cette dernière. Le Tableau 5.7 présente les paramètres d'entrée et de sortie de principales méthodes présentées dans cette thèse et modélisant une ligne de production constituée de 2 stations et un tampon intermédiaire de capacité finie.

S'il s'agit d'une ligne de production constituée de  $k$  stations et  $(k-1)$  tampons intermédiaires et fabriquant un seul produit, l'utilisation de la méthode approximative de Gershwin (1987), est celle qui représente le mieux un tel cas du fait qu'elle considère les taux de panne et de réparation de chacune des stations et tient compte de la taille de chacun des tampons déployés.

Méthode	Paramètres d'entrée	Paramètres de sortie
Finch	le taux de panne de la machine $i$ , $\lambda_i$ , $i=1, 2$ ,	$1. \quad G(Z) = \frac{\lambda_2}{\mu_2} \left[ 1 - \frac{\frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\mu_1 - \mu_2}}{\frac{\lambda_1}{\mu_1} e^{\sigma \left( \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\mu_1 - \mu_2} \right)} - \frac{\lambda_2}{\mu_2}} \right]$
	le taux de réparation de la machine $i$ , $\mu_i$ , $i=1, 2$ ,	
	le temps de cycle (1/h) en unités de temps pour chacune de 2 machines,	
	la taille du tampon $Z$ , en unités	$2. \quad G(Z) = \frac{\lambda_1}{\mu_1} \left[ 1 - \frac{\frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\mu_2 - \mu_1}}{\frac{\lambda_2}{\mu_2} e^{\sigma \left( \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\mu_2 - \mu_1} \right)} - \frac{\lambda_1}{\mu_1}} \right]$
		$3. \quad G(Z) = U \left[ 1 - \frac{(1+U)(\mu_1 + \mu_2)^n}{n(1+U)(\mu_1 + \mu_2) + Z(\mu_1 + U\mu_2)(\mu_2 + U\mu_1)} \right]$
Buzacott	le taux de panne de la machine $i$ , $\lambda_i$ , $i=1, 2$ , le taux de réparation de la machine $i$ , $\mu_i$ , $i=1, 2$ , la taille du tampon $Z$ , en unités	$E_Z = \begin{cases} \frac{1 - s \cdot c^Z}{1 + x_1 - (1 + x_2) \cdot s \cdot c^Z} & \text{si } s \neq 1 \\ \frac{1 + r - \mu_2(1 + x) + Z \mu_2(1 + x)}{(1 + 2x)[1 + r - \mu_2(1 + x)] + Z \mu_2(1 + x)^2} & \text{si } s = 1 \end{cases}$
Reskin	le taux de panne de la machine $i$ , $\lambda_i$ , $i=1, 2$ , le taux de réparation de la machine $i$ , $\mu_i$ , $i=1, 2$ , la taille du tampon $Z$ , en unités.	$P(\text{ligne} = U) = (1 - \lambda_2) - \frac{(1 - \lambda_2)}{1 + \frac{1}{\lambda_2} \sum_{i=1}^Z \left\{ \frac{(1 - \lambda_1)\lambda_2}{\lambda_1(1 - \lambda_2)} \right\}^i}$

**Tableau 5.7 : Tableau-synthèse, approche des chaînes de Markov.**

Dans le cas où la ligne de production fabrique plus qu'un produit, l'emploi de la théorie des files d'attente peut répondre à ce type de modélisation.

Au chapitre 6, nous présentons une autre approche basée sur la programmation linéaire pour évaluer le temps de cycle d'une ligne de production fabriquant plusieurs produits et dont le temps de set-up des postes de travail est considéré. Dans ce modèle, nous traitons les pannes comme étant des produits fictifs.

De plus, un modèle de simulation est développé pour traiter une ligne similaire et dont les pannes et les réparations peuvent se produire d'une façon aléatoire. Les lignes traitées par simulation sont constituées de 3 processeurs et 2 tampons; et de 4 processeurs et 3 tampons.

## **Chapitre 6**

### **MODÉLISATION D'UNE LIGNE DE PRODUCTION PAR L'APPROCHE DE LA PROGRAMMATION LINÉAIRE**

#### **6.1 Généralités**

Face à la complexité du problème d'optimisation de la productivité d'une ligne de production, d'autres approches de modélisation ont été étudiées. Parmi ces approches qui ne s'inspirent pas de l'analyse des chaînes de Markov, de la théorie des files d'attente ou encore de la simulation, citons les travaux de Johri (1987) qui a présenté une approche utilisant la programmation linéaire pour estimer la capacité d'une ligne de production fabriquant plusieurs produits. Les objectifs de modélisation prennent en considération les aspects de conception et de fonctionnement d'une ligne de production tels que le nombre de machines de chaque type qui sont requises

pour produire la variété donnée de produits, la taille des tampons afin de maintenir un taux de production adéquat sans toutefois congestionner les aires de production, les quantités et la séquence selon lesquelles les produits seront fabriqués pour respecter la demande.

Des exemples mettant en évidence la contribution du stock-tampon à l'accroissement de la productivité de la ligne de production seront présentés. Nous avons exploité cette méthode en y intégrant d'une manière explicite, les pannes qui affectent la productivité de la ligne de production. Plusieurs extensions au modèle de Johri (1987) nous ont permis d'analyser l'impact des tampons comme moyen pour améliorer la performance de la ligne de production.

Ce chapitre est consacré à la présentation et à l'analyse de la méthode de Johri (1987). Nous montrons également les extensions que nous avons faites suite à l'étude de cette méthode. Nous terminons le chapitre en commentant et en comparant les principaux modèles présentés dans cette thèse.

## 6.2 Estimation de la capacité d'une ligne de production

Johri (1987) a formulé le problème de l'évaluation de la performance d'une ligne de production traitant une variété de produits à l'aide d'un modèle de programmation linéaire. Le programme optimal fournit pour chaque produit  $j$ , la durée  $d_{ij}$  de traitement d'un lot de taille  $n_j$  dans le poste de travail  $i$ . Il est bien entendu que :

$$d_{ij} \geq P_{ij}n_j + St_{ij}$$

où  $P_{ij}$  est le temps de traitement d'un produit  $j$  au poste de travail  $i$  et  $St_{ij}$  est le temps de réglage du poste  $i$  pour faire le produit  $j$ .

Le modèle mathématique suppose que la séquence de traitement des différents

produits est connue et que la taille  $b_i$  du stock tampon localisé entre les postes de travail  $i$  et  $(i+1)$  est connue. Le modèle suppose également que chaque poste de travail  $i$  possède une certaine disponibilité  $a_i$  qui traduit la proportion de temps où il est en mesure de réaliser sa fonction. Cette façon de faire ne tient pas compte de la fiabilité et de la maintenabilité de ces postes de travail.

Du fait que ces tampons sont de tailles relativement réduites, une attention particulière doit être prise lors de la conception et du fonctionnement de ces lignes de production. La taille du tampon et la variété des produits ainsi que la séquence dans laquelle ces produits sont fabriqués affectent significativement la productivité et peuvent causer une perte importante en capacité de production. Afin de mieux évaluer cette perte, le modèle de programmation linéaire permet l'estimation de la capacité de production et l'identification de la perte en capacité dans chaque poste de travail ainsi que la cause de cette perte, à savoir les phénomènes de blocage et de famine.

Dans la section suivante, nous présentons les hypothèses de travail, les notations ainsi que le modèle linéaire de Johri (1987).

### **6.3 Hypothèses de travail**

Johri (1987) a considéré les points qui suivent comme étant les conditions de fonctionnement de son approche:

- les machines ont un taux de production constant,
- les bris des machines ne sont pas considérés d'une façon explicite,
- dans chaque période de production, généralement une semaine, la ligne de production est requise pour fabriquer une variété de produits,
- les quantités varient de quelques dizaines à quelques milliers,
- le temps de traitement dépend de la vitesse des machines et du nombre des composants requis par produit. Ce nombre est très variable,

- temps de réglage. Chaque machine doit être réglée avant de produire un nouveau type de produit. Ce temps comprend la durée requise de programmation de la machine pour le nouveau produit ainsi que les changements des composants,
- unité de transfert: les produits sont transportés dans des contenants ayant une capacité fixe,
- les pannes causent un arrêt de production. Ceci se produit lorsqu'une machine brise et doit être réparée. Ces pannes sont aléatoires et peuvent affecter d'autres machines par le phénomène de blocage ou de famine si l'espace tampon n'est pas judicieusement dimensionné,
- les postes de travail requérant moins de temps que le temps de cycle vont devenir inactifs pour le reste du temps de cycle,
- chaque poste de production produira un produit à la fois, et toutes les machines de ce poste seront engagées pour le compléter. Il n'y a pas de restrictions à savoir que les différents postes doivent produire le même produit en même temps,
- les produits seront fabriqués selon la même séquence dans tous les postes de travail.

À noter que le temps de traitement d'un produit est majoré pour compenser les bris et les arrêts des machines. Les machines sont supposées produire à ce nouveau taux de production de façon constante. En général, la ligne de production ne s'arrête pas. Donc, pour évaluer le temps pour compléter une variété de produits, on supposera que la même variété est répétée sur une longue période de temps et ainsi le concept d'un «temps de cycle» sera développé.

### 6.3.1. Notations pour les données d'entrées (Johri (1987))

- $s$  = nombre des postes de travail ;
- $m_i$  = nombre de machines au poste de travail  $i$  ;  $i=1,2,\dots,s$  ;
- $a_i$  = disponibilité à long terme de chaque machine du poste de travail  $i$  ;
- $b_i$  = tampon (espace) entre les postes de travail  $i$  et  $i+1$ .  $i=1,2,\dots,s-1$  ;
- $c$  = nombre de produits à fabriquer ;
- $n_j$  = taille de lot cyclique du produit  $j$  ;

- $p_{ij}$  = temps de traitement du produit  $j$  sur une machine du poste de travail  $i$  ;
- $St_{ij}$  = le temps de réglage du poste de travail  $i$  pour le produit  $j$  ;
- $P_{ij} = \frac{p_{ij}}{a_i m_i}$  est le temps moyen de traitement du produit  $j$  au poste de travail  $i$ . Il s'agit d'un temps ajusté pour tenir compte de la disponibilité des équipements de production.

### Analyse du goulot d'étranglement

Sans considérer le tampon en ce moment, soit  $T_i$  le temps requis pour fabriquer tous les produits au poste de travail  $i$  dans un cycle de production. Ce temps est donné par :

$$T_i = \sum_{j=1}^c (n_j P_{ij} + St_{ij}) \quad (6.1)$$

Si

$$T_\alpha = \max_i \{T_i\} \quad (6.2)$$

Alors, le poste de travail  $\alpha$  est le goulot d'étranglement et  $T_\alpha$  est la durée du cycle de production.

### Rôle du tampon

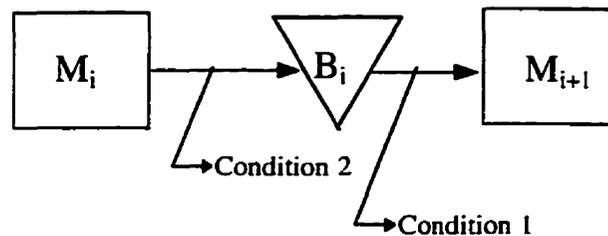
Si les tampons ne sont pas bien dimensionnés, les interdépendances entre les postes de travail seront importantes et mèneront au phénomène de blocage ou de famine qui résulte en une augmentation du temps requis pour fabriquer les produits. Si les tailles des tampons ne sont pas bien établies, les bris des machines peuvent amener d'autres postes de travail à être bloqués, inactifs ou en famine. Cet effet n'a pas été considéré dans l'étude de Johri (1987) d'où notre intérêt d'évaluer cet aspect en modifiant son modèle.

Le rôle que les tampons de capacité finie jouent dans le processus de production peut être vu dans deux conditions très fondamentales :

À un moment donné, la quantité totale produite dans n'importe quel poste de travail (production initiale au temps 0 est 0) ne peut :

1. excéder la quantité produite par le poste successif que par la quantité que peut contenir le tampon intermédiaire;
2. être plus petite de la quantité produite par le poste de travail précédent que par la quantité que le tampon peut contenir.

La condition 1 peut être identifiée comme celle du côté extrant du tampon. La condition 2 est celle du côté intrant du tampon (voir Figure 6.1).



**Figure 6.1 : Conditions fondamentales.**

Le fait que ces conditions tiennent en tout temps complique l'analyse. Johri (1987) utilise des contraintes linéaires pour saisir approximativement l'essence de ces conditions indépendamment du temps. Nous énonçons dans la section suivante, la fonction objectif ainsi que les contraintes relatives au modèle linéaire.

## 6.4 Modèle linéaire

**Fonction objectif :**

$$\text{Min } Z = T + \varepsilon \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^c d_{ij} \quad (6.3)$$

où  $T$  est une variable de décision désignant le temps de cycle et  $d_{ij}$  est une variable de décision représentant le temps que le poste de travail  $i$  prendra pour fabriquer le lot du produit  $j$  au complet. La quantité  $\varepsilon$  est un coefficient de pénalité dont la valeur se situe entre  $10^{-6}$  à  $10^{-10}$ . Johri (1987) a trouvé que souvent la solution optimale n'est pas unique. Alors, l'utilisation de  $\varepsilon$  est une action prudente afin de réduire le

nombre de solutions optimales sans toutefois affecter la valeur de T.

**Sujet aux contraintes :**

1) contraintes de production :

$$d_{ij} \geq P_{ij}n_j + St_{ij} \quad (6.4)$$

2) contraintes du côté de l'intrant :

$$\sum_{r=0}^k d_{i,j-r} \geq \sum_{r=0}^k d_{i-1,j-r} - W(i-1,j,k) + P_{ij} + St_{ij} \quad (6.5)$$

$i=2, 3, \dots, s$  ;  $j=1, 2, \dots, c$  ; et  $k=0, 1, \dots, c-1$  . Nous donnons plus loin la signification de W.

3) contraintes du côté de l'extrait :

$$\sum_{r=0}^k d_{i,j-r} \geq \sum_{r=0}^k d_{i+1,j-r} - Y(i+1,j,k) + P_{i,j-k} + St_{i+1,j-k} \quad (6.6)$$

$i=1, 2, \dots, s-1$  ;  $j=1, 2, \dots, c$  ; et  $k=0, 1, \dots, c-1$ . Nous donnons plus loin la signification de Y.

4) contraintes du cycle de production :

$$T \geq \sum_{j=1}^c d_{ij} ; \text{ pour } i=1, 2, \dots, s. \quad (6.7)$$

Quatre mesures de performance peuvent être déduites du programme optimal à savoir :

1. le taux moyen du flot R, selon lequel les produits se déplacent à travers les différents postes de travail de la ligne de production (exprimé en 1 produit à toutes les R unités de temps, R est l'inverse du taux de production):

$$R = \frac{T}{\sum_{j=1}^c n_j} \quad (6.8)$$

2. L'utilisation moyenne  $U_i$  du poste de travail  $i$  (en pourcentage):

$$U_i = \frac{\sum_{j=1}^c (n_j P_{ij} + St_{ij}) 100}{T} \quad (6.9)$$

Cette expression peut être scindée en deux comme il suit :

$\frac{\sum_{j=1}^c (n_j P_{ij}) 100}{T}$ , qui représente le pourcentage de l'utilisation effective du poste de travail  $i$  durant un cycle de production ; et  $\frac{\sum_{j=1}^c (St_{ij}) 100}{T}$  qui représente le pourcentage du temps où le poste de travail  $i$  est en réglage durant un cycle de production.

3. le temps où le poste de travail  $i$  est bloqué et/ou en famine durant la production d'un lot entier du produit  $j$ ,  $E_{ij}$  (en unités de temps) :

$$E_{ij} = d_{ij} - n_j P_{ij} - St_{ij} \quad (6.10)$$

4. le pourcentage de temps  $B_i$ , où le poste de travail  $i$  est bloqué et/ou en famine:

$$B_i = \frac{\sum_{j=1}^c E_{ij} * 100}{T} \quad (6.11)$$

Afin de pouvoir utiliser ce modèle linéaire, une interprétation des contraintes des côtés intrant et extrant du tampon est présentée dans le paragraphe qui suit.

#### **Contraintes du côté de l'intrant:**

Ces contraintes sont conformes à la deuxième condition fondamentale déjà énoncée. Tel que mentionné auparavant, la durée du temps  $d_{ij}$  qu'un poste de travail  $i$  prend pour fabriquer un produit  $j$  est composé du (temps de production+temps de blocage+temps de famine+temps de réglage).

Dans ce cas et sans considérer le temps de réglage, la production est considérée en régime permanent. Sous cette hypothèse, il est facile d'exprimer le temps requis pour remplir le tampon en fonction des variables  $d_{ij}$ . Du fait que le modèle permet la production de différentes tailles de lots, donc la possibilité existe à savoir que plusieurs produits seront requis pour remplir les tampons.

La quantité  $W(i, j, k)$  est définie comme étant une fonction qui exprime le temps requis pour remplir le tampon situé après le poste de travail  $i$  en sachant que ce dernier fabrique les produits  $j-k, j-k+1, \dots, j$  dans cet ordre.

Si les tailles des lots de ces produits ne sont pas suffisamment grandes pour remplir le tampon, c'est-à-dire :

$$\sum_{r=j-k}^j n_r < b_i. \quad (6.12)$$

Alors,

$$W(i, j, k) = \sum_{r=j-k}^j d_r \quad (6.13)$$

Sinon, soit  $\eta = \eta_{ijk}$  un entier tel que :

$$\sum_{r=j-k}^{j-k+\eta} n_r \geq b_i \quad (6.14)$$

et

$$\sum_{r=j-k}^{j-k+\eta-1} n_r < b_i \quad (6.15)$$

Les inégalités (6.14) et (6.15) impliquent qu'il faudra les produits  $j-k, \dots, j-k+\eta-1$  et une fraction du produit  $j-k+\eta$  pour remplir le tampon. Cette fraction identifiée par  $\gamma_{ij}$  est donnée par:

$$\gamma_{ijk} = \frac{(b_i - \sum_{r=j-k}^{j-k+\eta-1} n_r)}{n_{j-k+\eta}} \quad (6.16)$$

Donc, l'expression de  $W(i, j, k)$  peut-être exprimée par :

$$W(i, j, k) = \sum_{r=j-k}^{j-k+\eta-1} d_{ir} + \gamma_{ijk} (d_{i,j-k+\eta} - St_{i,j-k+\eta}) + St_{i,j-k+\eta} \quad (6.17)$$

Connaissant  $j$  et  $k$ , on peut écrire les expressions du temps requis pour produire les produits  $j-k, j-k+1, \dots, j$  au poste de travail  $i$  :

Si le poste  $(i-1)$  prend la durée du temps  $t$ , au temps  $t_2$  pour produire ces codes (voir Figure 6.2), alors le poste  $i$  ne peut finir le traitement des produits avant le temps  $(t_2 + p_{ij})$ . Ceci est dû au moyen de manutention par contenants. De plus, le plus long que le poste de travail  $i$  peut attendre pour commencer le traitement (i.e. il doit être déjà réglé pour la fabrication du produit  $j-k$ ) des produits, est lorsque le tampon intermédiaire est plein et ceci arrive au temps  $(t_1 + w(i, j, k))$ .

Donc, le temps que met le poste de travail  $i$  pour finir ces produits doit être plus grand ou égal à :  $t_2 + P_{ij} - t_1 - w(i-1, j, k) + st_{i,j-k}$

Alors, pour chaque  $i=2, 3, \dots, s$ ;  $j=1, 2, \dots, c$  et  $k=0, 1, \dots, c-1$ , les contraintes du côté de l'intrant du poste de travail  $i$  peuvent être données par :

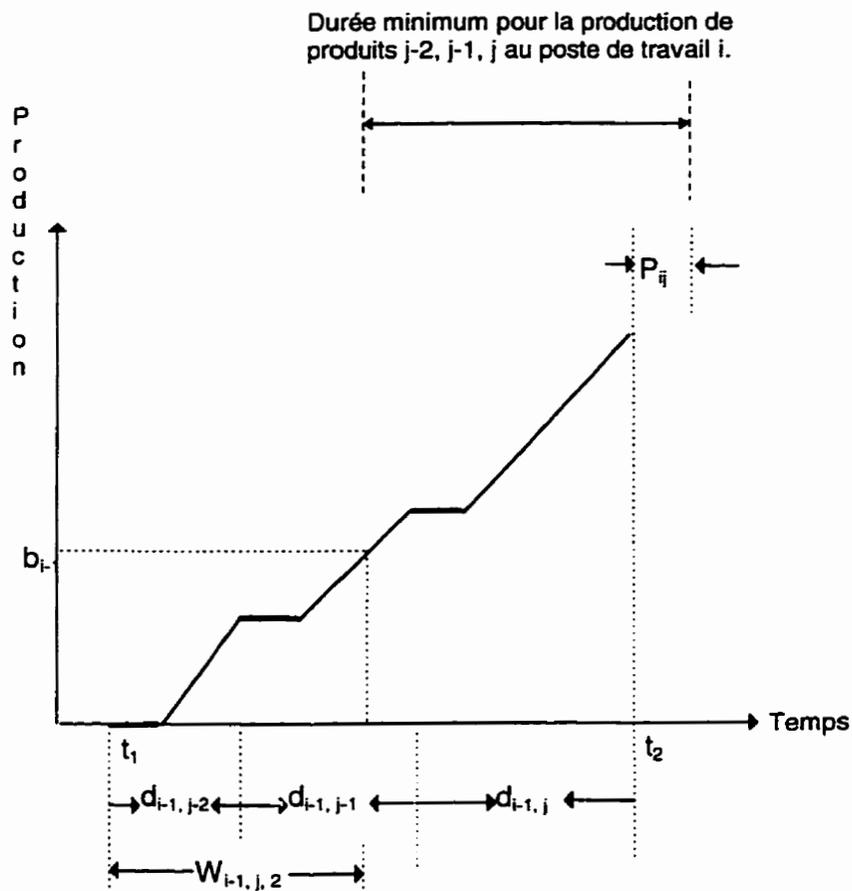
$$\sum_{r=0}^k d_{i,j-r} \geq \sum_{r=0}^k d_{i-1,j-r} - W(i-1, j, k) + P_{ij} + St_{ij} \quad (6.18)$$

### **Contraintes du côté de l'extrant du tampon (Output side):**

Ces contraintes sont similaires à celles du côté de l'intrant et tentent de consolider la première condition fondamentale qui stipule que la production dans n'importe quel

poste de travail ne peut être plus grande de celle du poste de travail subséquent par plus que la taille du tampon intermédiaire.

La fonction  $Y(i, j, k)$  est définie comme suit : Le poste de travail  $i$  fabrique ses produits dans l'ordre  $j-k, j-k+1, \dots, j$ . Soit  $t$  le temps lorsque le traitement de ces produits est complété. Alors,  $Y(i, j, k)$  est le temps avant  $t$  lorsqu'il reste exactement une quantité équivalente à la taille du tampon (ou un lot entier si sa taille est plus petite que celle du tampon) à traiter. Il s'agit dans ce cas du tampon  $b_{i-1}$  situé avant le poste de travail  $i$ .



**Figure 6.2 : Durée minimum de production au poste de travail  $i$  sujet aux contraintes du côté de l'intrant du tampon,  $k=2$  (Johri (1987)).**

$Y(i, j, k)$  peut être déterminée d'une façon similaire à  $W(i, j, k)$ . La seule différence est que pour  $W$ , le tampon est situé après le poste de travail tandis que pour  $Y$ , le

tampon est situé avant le poste de travail. De plus,  $W$  représente le temps requis pour remplir le tampon commençant par le produit  $j$ - $k$  alors que  $Y$  représente le temps requis pour la vidange du tampon en terminant par le traitement du produit  $j$ .

L'expression de  $Y(i, j, k)$  est donnée par :

$$Y(i, j, k) = \sum_{r=j-\eta+1}^j d_{ir} + \gamma_{ijk} (d_{i, j-\eta} - St_{i, j-\eta})$$

Pour chaque  $i=1, 2, \dots, s-1$ ;  $j=1, 2, \dots, c$ ;  $k=0, 1, \dots, c$ , les contraintes du côté de l'extrait pour le poste de travail  $i$  peuvent donc être établies :

$$\sum_{r=0}^k d_{i, j-r} \geq \sum_{r=0}^k d_{i+1, j-r} - Y(i+1, j, k) + P_{i, j-k} + St_{i+1, j-k} \quad (6.19)$$

Notons que si les tailles des tampons sont grandes, alors les contraintes d'intrant et d'extrait deviennent redondantes. D'un autre côté, si les tailles des tampons sont très petites, alors ces contraintes forcent tous les postes de travail à fonctionner au taux de production du poste le moins vite.

Afin d'apprécier et de tester l'utilisation de ce modèle, considérons le cas d'une ligne de production constituée de deux machines et un tampon intermédiaire et qui a comme données les paramètres présentés dans le Tableau 6.1.

$s=2.$	$m_1=1$ machine.	$m_2=1$ machine.	
$c=2$	$n_1=65$ unités.	$n_2=80$ unités.	$b_1=2$ unités.
$P_{11}=100$ unités de temps.	$P_{12}=55$ unités de temps.	$P_{21}=38$ unités de temps.	$P_{22}=110$ unités de temps.
$St_{11}=280$ unités de temps.	$St_{12}=280$ unités de temps.	$St_{21}=210$ unités de temps.	$St_{22}=210$ unités de temps.

**Tableau 6.1: Données du modèle.**

En appliquant les équations des contraintes relatives à cet exemple, nous aurons :

**1. Contraintes de production:**

$$d_{11} \geq 6780,$$

$$d_{12} \geq 4680,$$

$$d_{21} \geq 2680,$$

$$d_{22} \geq 9010.$$

**2. Contraintes du côté de l'intrant:**

$$d_{21} \geq (-1520 + 63 d_{11}) / 65,$$

$$d_{22} \geq 47 + (39/40) d_{12},$$

$$d_{21} + d_{22} \geq (632/13) + (63/65) d_{11} + d_{12},$$

**3. Contraintes du côté de l'extrant:**

$$d_{11} \geq (-6730 + 63 d_{21}) / 65,$$

$$d_{12} \geq (-5990 + 39 d_{22}) / 40,$$

$$d_{11} + d_{12} \geq -(419/4) + d_{21} + (39/40) d_{22}.$$

**4. Contraintes du cycle de production:**

$$T - d_{11} - d_{12} \geq 0,$$

$$T - d_{21} - d_{22} \geq 0.$$

Les résultats fournis par le modèle (La valeur minimale du temps de cycle ainsi que celle de  $d_{ij}$ ) sont :  $T=15558$ ,  $d_{11}=6780$ ,  $d_{12}=8778$ ,  $d_{21}=6548$  et  $d_{22}=9010$ . Les mesures de performance correspondantes sont :  $R=107.3$ ,  $E_{11}=0$ ,  $E_{12}=4098$ ,  $E_{21}=3868$ ,  $E_{22}=0$ ,  $B_1=26.34\%$ ,  $B_2=24.86\%$ ,  $U_1=70.06\%$  et  $U_2=772.44\%$ . Le pourcentage du temps de réglage par cycle de production est égal à 3.6% (pour le poste de travail 1) et à 2.7% (pour le poste de travail 2).

Si la taille du tampon est augmentée de 2 à 10 unités, nous aurons les résultats suivants :  $T=14758$ ,  $d_{11}=6780$ ,  $d_{12}=7978$ ,  $d_{21}=5748$  et  $d_{22}=9010$ . Alors, un tampon de taille  $b_1=10$  unités a permis une amélioration du temps de cycle de 800 unités. Les 4 mesures de performance correspondantes à ce nouveau cas sont :  $R=101.78$ ,  $E_{11}=0$ ,  $E_{12}=3298$ ,  $E_{21}=3068$ ,  $E_{22}=0$ ,  $B_1=22.35\%$ ,  $B_2=20.79\%$ ,  $U_1=73.86\%$  et  $U_2=76.37\%$ . Le

pourcentage du temps de réglage par cycle de production est égal à 3.79% (pour le poste de travail 1) et à 2.85% (pour le poste de travail 2). Il est bon de rappeler que les valeurs  $T$ ,  $d_{ij}$  et  $E_{ij}$  sont exprimées en unités de temps. La valeur  $R$  stipule que à toutes les 110.60 unités de temps, il y a un flot d'une unité de produit qui sort du système. Afin d'alléger le texte, ces unités ne seront pas explicitées dans les exemples subséquents.

En comparant les résultats obtenus de deux cas, nous trouvons qu'une amélioration est réalisée de l'ajout de 8 espaces additionnels au tampon intermédiaire. Le taux blocage du poste de travail 1 est passé de 26.34% à 22.35%, le taux de famine du poste de travail 2 est passé de 24.86% à 20.79%. Les taux d'utilisation des postes de travail 1 et 2 ont passé respectivement de 70.06% à 73.86% et de 72.44% à 76.37%.

Ces résultats obtenus en appliquant le modèle original de Johri (1987) montre bien la contribution du stock-tampon à l'accroissement de la productivité d'une ligne de production.

Du fait que les pannes ne sont pas considérées explicitement dans le modèle, nous avons tenté de voir le comportement du modèle face à une telle modification. Nous présentons cette approche dans le paragraphe qui suit.

## 6.5 Exploitation du modèle en tenant compte des pannes

Tel que mentionné auparavant, Johri (1987) a formulé le problème de l'évaluation de la performance d'une ligne de production traitant une variété de produits à l'aide d'un modèle de programmation linéaire. Le programme optimal fournit, pour chaque produit  $j$ , la durée  $d_{ij}$  de traitement d'un lot de taille  $n_j$  dans le poste de travail  $i$ . Il est bien entendu que :

$$d_{ij} \geq P_{ij}n_j + St_{ij}$$

Le modèle mathématique suppose que la séquence de traitement des différents produits est connue et que la taille  $b_i$  du stock tampon localisé entre les postes de

travail  $i$  et  $(i+1)$  est connue. Le modèle suppose également que chaque poste de travail  $i$  possède une certaine disponibilité  $a_i$ , qui traduit la proportion de temps où il est en mesure de réaliser sa fonction. Cette façon de faire ne tient pas compte de la fiabilité et de la maintenabilité de ces postes de travail.

Si  $h_i(t)$  désigne la fonction de densité de probabilité associée au temps de réparation du poste de travail  $i$ , alors le temps moyen de réparation ( $MTTR_i$ ) est donné par :

$$MTTR_i = \int_0^{\infty} th_i(t)dt \quad (6.20)$$

Dans la pratique,  $h(t)$  peut être soit une loi lognormale ou une loi exponentielle.

### 6.5.1 Traitement de la défaillance des processeurs

Le modèle mathématique de Johri (1987) permet le traitement de  $c$  produits, selon une séquence (S) donnée. Afin de tenir compte de la défaillance des processeurs dans le processus d'évaluation de la performance d'une ligne de production comprenant des stocks tampons de taille finie, nous considérons chaque défaillance comme un produit fictif  $c_{if}$ , ayant un temps de traitement  $p_{if}$  dans le processeur  $i$  et un temps de réglage  $St_{if}$ . Quelque soit le processeur considéré, la taille du lot  $n_f$  du produit fictif est égale à 1 unité. Pour introduire un produit fictif, nous avons considéré les trois points suivants :

- 1) la fiabilité et la maintenabilité du processeur  $i$ ,
- 2) la modification de la séquence de fabrication (S) pour permettre l'insertion du produit fictif  $c_{if}$ ,
- 3) l'exploitation du modèle de programmation en considérant la nouvelle séquence et les nouveaux paramètres correspondants au produit fictif  $c_{if}$ ,

#### La fiabilité et la maintenabilité du processeur $i$

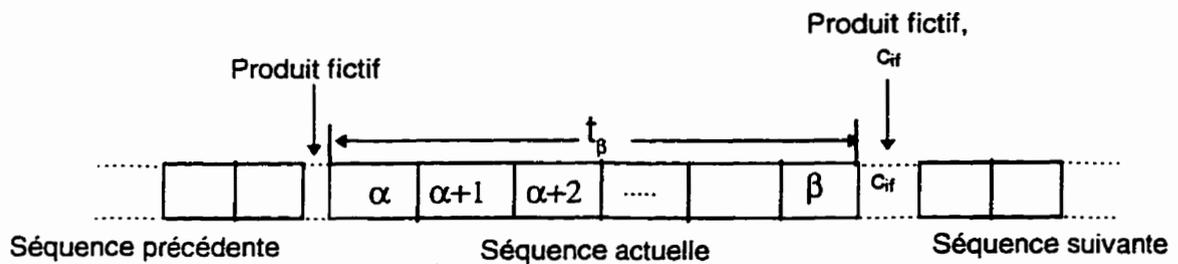
Tel que donné dans (6.20), la moyenne du temps de réparation  $MTTR_i$  du processeur  $i$  est défini. Dénotons par  $R_i(t)$  la fiabilité du processeur  $i$  pour une mission de durée  $t$  et par  $R_i^*$  le seuil limite acceptable en dessous duquel, ce processeur est

jugé hors d'usage.  $R_i^*$  est un seuil de fiabilité choisi arbitrairement. Ainsi, aussitôt que la fiabilité du processeur  $i$  tombe en dessous du seuil de 40% par exemple, le processeur est considéré hors d'usage. À noter que pour chaque processeur  $i$ , la distribution  $F_i(t)$  de durée de vie est supposée connue ( $R_i(t) = 1 - F_i(t)$ , voir annexe 1). Un produit fictif  $c_{if}$ , sera alors introduit après un produit  $\beta$  (voir Figure 6.3) lorsque :

$$R_i(t_\beta) < R_i^* \quad (6.21)$$

Si  $\alpha$  est le repère du premier produit réel traité par le processeur  $i$  juste après sa remise en état de fonctionnement ; et  $\beta$  est le plus petit entier tel que :

$$\sum_{j=\alpha}^{\beta} n_j p_{ij} \geq t_\beta \quad (6.22)$$



**Figure 6.3 : Insertion de produits fictifs.**

Si la probabilité de défaillance  $p_i$  du processeur  $i$  ne dépend que du nombre de produits fabriqués (voir (6.22)) alors, l'insertion d'un produit fictif se fera après le produit occupant le rang  $\beta$  dans la séquence et qui est tel que :

$$R_i^\beta(p_i) < R_i^*$$

où  $R_i^\beta(p_i)$  est la fiabilité du processeur  $i$  après avoir traité  $\beta$  produits. Dans le cas

d'une distribution géométrique, l'expression de  $R_i^\beta(p_i)$  s'écrit :

$$R_i^\beta(p_i) = 1 - (1 - p_i)^{\beta-1} p_i$$

La condition relative à l'insertion d'un produit fictif se traduit par :

$$(1 - p_i)^{\beta-1} p_i > 1 - R_i^* \quad (6.23)$$

### **Modification de la séquence de fabrication**

Selon le schéma précédent, la séquence (S) des produits réels est composée de produits  $\alpha$  jusqu'au produit  $\beta$ . En insérant après le produit  $\beta$  le produit fictif  $c_{if}$ , nous aurons une nouvelle séquence ( $\tilde{S}$ ) qui comprend tous les produits, réels et fictifs. En se référant à la Figure 6.3, il s'agit du produit  $\alpha$  jusqu'au produit  $\beta$  plus le produit  $c_{if}$ . Donc, la séquence ( $\tilde{S}$ ) est obtenue à partir de la séquence (S) en insérant à des positions appropriées les produits fictifs représentant les pannes du processeur  $i$ .

### **Exploitation du modèle de la programmation linéaire**

À ce niveau et après avoir identifié la séquence ( $\tilde{S}$ ), il faut attribuer au produit fictif les paramètres relatifs à son temps de traitement  $p_{if}$ , à son temps de set-up  $St_{if}$  et à la taille du lot  $n_f$  qui est égale à 1 unité.

En procédant de la sorte, il devient alors possible d'exploiter le modèle de programmation linéaire pour évaluer la performance d'une ligne de production où les processeurs peuvent tomber en panne selon une loi de probabilité donnée.

Trois extensions du modèle de Johri (1987) ont été développées. Elles seront illustrées à l'aide d'exemples numériques. Suite à la troisième extension, nous présentons une procédure informatique permettant la détermination de la taille des tampons pour un temps de cycle cible.

Les recherches effectuées sur les banques COMPENDEX n'ont révélé aucune publication traitant explicitement de l'approche de modélisation proposée.

### Extension 1

En considérant la défaillance comme un produit fictif  $c_{if}$ , nous attribuons à ce dernier les paramètres suivants : le temps de traitement  $p_{if}$  est égal au temps moyen de réparation ( $MTTR_i$ ) du processeur  $i$ , le temps de set-up  $St_{if}$  est égal à zéro et la taille du lot  $n_f$  est égale à 1 unité.

Selon cette démarche, le processeur  $i$  produit une unité relative au produit fictif. Alors, une correction systématique du stock tampon  $b_i$  en aval du processeur  $i$  doit être effectuée pour tenir compte du fait que le processeur  $i$  est inactif pendant la phase de réparation ou en d'autres termes pendant le traitement du produit fictif. De plus, la valeur  $R$  qui représente le flot de production, doit toujours être obtenue en divisant la valeur du temps de cycle  $T$  par la somme des tailles de lots réels,

$$(R = \frac{T}{\sum_{j=1}^c n_j}, \text{ voir équation (6.8)}).$$

### Exemple numérique

Reprenons le même exemple que nous avons présenté précédemment mais en considérant que la valeur de disponibilité attribuée dans ce cas, au poste de travail 1 est  $a_1=0.80$  et celle attribuée au poste de travail 2 est  $a_2=0.75$ . Supposons que le seuil limite acceptable en dessous duquel, le poste de travail 1 est jugé hors d'usage est atteint après la fin de la fabrication du produit 1. Donc, un produit fictif  $c_{12}$  est introduit dans la séquence de fabrication après le produit 1. Ce produit fictif a un temps de traitement  $p_{12}=(MTTR_1)=200$  unités de temps, le temps de réglage (set up)  $St_{12}=0$ , et la taille du lot correspondant est  $n_2=1$ .

Pour le poste de travail 2, supposons que le seuil limite acceptable en dessous duquel, le poste de travail 2 est jugé hors d'usage n'a pas été atteint pas après la fin de la fabrication du produit 2. Donc, aucun produit fictif n'est introduit dans la séquence de fabrication.

La nouvelle séquence de production est : produit 1 (réel), produit 2 (fictif), et produit 3 (réel).

Afin de simplifier la présentation de ces nouvelles données, nous les présentons dans le Tableau 6.2.

$s=2.$	$m_1=1$ machine.	$m_2=1$ machine.	$b_1=2$ unités.
$c=3.$	$n_1=65$ unités.	$n_2=1$ unités.	$n_3=80$ unités
$p_{11}=80$ unités de temps.	$p_{12}=200$ unités de temps.	$p_{13}=44$ unités de temps.	$p_{21}=28.5$ unités de temps.
$p_{22}=0$ unité de temps.	$P_{23}=82.5$ unités de temps.	$St_{11}=280$ unités de temps.	$St_{12}=0$ unité de temps.
$St_{13}=280$ unités de temps.	$St_{21}=210$ unités de temps.	$St_{22}=0$ unité de temps.	$St_{23}=210$ unités de temps.

**Tableau 6.2 : Données du modèle modifié.**

La solution obtenue du modèle modifié de programmation linéaire est la suivante :  $T=12325$ ,  $d_{11}=5480$ ,  $d_{12}=200$ ,  $d_{13}=6645$ ,  $d_{21}=5515$ ,  $d_{22}=0$  et  $d_{23}=6810$ . Les mesures de performance sont :  $R=85$ ,  $E_{11}=0$ ,  $E_{12}=0$ ,  $E_{13}=2845$ ,  $E_{21}=3452.5$ ,  $E_{22}=0$ ,  $E_{23}=0$ ,  $B_1=23.08\%$ ,  $B_2=28.01\%$ ,  $U_1=70.75\%$  et  $U_2=68.58\%$ . Le pourcentage du temps de réglage par cycle de production est égal à 4.54% (pour le poste de travail 1) et à 3.40% (pour le poste de travail 2). Le pourcentage du temps de panne par cycle, est égal à 1.62% pour le poste de travail 1 et à 0.0% pour le poste de travail 2.

En augmentant la taille du tampon de 2 à 10 unités, les résultats obtenus sont concluants quant à la contribution du tampon à l'amélioration de la capacité de la ligne de production. Ces résultats sont :  $T=11665$ ,  $d_{11}=5480$ ,  $d_{12}=200$ ,  $d_{13}=5985$ ,  $d_{21}=4855$ ,  $d_{22}=0$  et  $d_{23}=6810$ .

Les nouvelles mesures de performance sont:  $R=80.45$ ,  $E_{11}=0$ ,  $E_{12}=0$ ,  $E_{13}=2185$ ,  $E_{21}=2792.5$ ,  $E_{22}=0$ ,  $E_{23}=0$ ,  $B_1=18.73\%$ ,  $B_2=23.94\%$ ,  $U_1=74.75\%$  et  $U_2=72.46\%$ . Le pourcentage du temps de réglage par cycle de production est égal à 4.80% (pour le poste de travail 1) et à 3.60% (pour le poste de travail 2). Le pourcentage du temps

de panne est égal à 1.71% pour le poste de travail 1 et à 0.0% pour le poste de travail 2. Nous présentons ci-après la deuxième extension.

### Extension 2

Nous avons également utilisé le temps de réglage pour désigner la durée d'une panne qui s'ajoute comme étant un produit fictif à la séquence de fabrication. Donc, la durée de panne du poste de travail  $i$  est égale à  $St_{if}=MTTR_i$ . Dans ce cas, le temps de traitement du produit fictif est  $p_{if}=0$  et la taille du lot est  $n_{if}=1$ . L'avantage de cette extension par rapport à la précédente résulte du fait que le temps de traitement est nul et aucune pièce représentant le produit fictif n'est produite. Dans la pratique, ceci revient à dire que le processeur  $i$  a été réglé pour fabriquer le produit  $c_{if}$  mais à la fin du temps de réglage, on a décidé de ne plus lancer sa production. Ainsi, le flot de production n'est constitué que de produits réels.

### Exemple numérique

L'exemple qui suit montre cette façon de faire :

$s=2.$	$m_1=1$ machine.	$m_2=1$ machine.	$b_1=2$ unités.
$c=3$	$n_1=65$ unités.	$n_2=1$ unité.	$n_3=80.$
$p_{11}=100$ unités de temps.	<b><math>p_{12}=0</math> unités de temps.</b>	$p_{13}=55$ unité de temps.	$p_{21}=38$ unités de temps
<b><math>p_{22}=0</math> unités de temps.</b>	$P_{23}=110$ unité de temps.	$St_{11}=280$ unités de temps.	<b><math>St_{12}=200</math> unités de temps.</b>
$St_{13}=280$ unités de temps.	$St_{21}=210$ unités de temps.	$St_{22}=0$ unités de temps.	$St_{23}=210$ unité de temps.

**Tableau 6.3 : Nouvelles données du problème.**

Notons que les cases du tableau en caractères gras représentent les paramètres des produits fictifs introduits dans la séquence de production ( $\tilde{S}$ ).

En traitant ce problème, La solution obtenue du modèle modifié de programmation linéaire dans le cas où  $b_1=2$  est la suivante :  $T=15720$ ,  $d_{11}=6780$ ,  $d_{12}=200$ ,  $d_{13}=8740$ ,  $d_{21}=6560$ ,  $d_{22}=150$  et  $d_{23}=9010$ . Les mesures de performance sont :  $R=108.41$ ,

$E_{11}=0$ ,  $E_{12}=0$ ,  $E_{13}=4060$ ,  $E_{21}=3880$ ,  $E_{22}=150$ ,  $E_{23}=0$ ,  $B_1=25.83\%$ ,  $B_2=25.64\%$ ,  $U_1=69.34\%$  et  $U_2=71.69\%$ . Le pourcentage du temps de réglage par cycle de production est égal à 3.56% (pour le poste de travail 1) et à 2.67% (pour le poste de travail 2). Le pourcentage du temps de panne est égal à 1.27% pour le poste de travail 1 et à 0.0% pour le poste de travail 2.

Dans le cas d'un tampon de taille égale à 10 unités, les résultats obtenus sont concluants quant à la contribution du tampon à l'amélioration de la capacité de la ligne de production. Ces résultats sont :  $T=14920$ ,  $d_{11}=6780$ ,  $d_{12}=200$ ,  $d_{13}=7755$ ,  $d_{21}=5748$ ,  $d_{22}=162$  et  $d_{23}=9010$ . Les nouvelles mesures de performance sont:  $R=102.9$ ,  $E_{11}=0$ ,  $E_{12}=0$ ,  $E_{13}=3260$ ,  $E_{21}=3068$ ,  $E_{22}=162$ ,  $E_{23}=0$ ,  $B_1=21.85\%$ ,  $B_2=21.65\%$ ,  $U_1=73.05\%$  et  $U_2=75.54\%$ . Le pourcentage du temps de réglage par cycle de production est égal à 3.75% (pour le poste de travail 1) et à 2.81% (pour le poste de travail 2). Le pourcentage du temps de panne est égal à 1.34% pour le poste de travail 1 et à 0.0% pour le poste de travail 2.

Dans le cas d'un tampon de taille égale à 10, les résultats obtenus sont concluants quant à la contribution du tampon à l'amélioration de la capacité de production d'une ligne de production. L'amélioration en temps de cycle par rapport à un tampon de taille égale à 2 s'élève à 800 unités de temps.

## **6.6 Modélisation d'une ligne constituée de M processeurs**

Nous présentons dans cette section deux exemples traitant la modélisation de deux lignes de production constituée de 3 processeurs et 2 tampons et de 4 processeurs et 3 tampons intermédiaires. Deux approches de modélisation relatives à ces exemples sont présentées. En premier, nous procédons analytiquement en utilisant l'approche de la programmation linéaire. Ensuite, ces mêmes exemples sont traités par simulation et dont les processeurs sont sujets à de défaillances aléatoires.

### 6.6.1 Approche de la programmation linéaire,

#### Extension 3

Pour étendre l'utilisation de ce modèle à plus de 2 processeurs et ne pas alourdir la structure du modèle de programmation linéaire par l'introduction de produits fictifs dans la séquence de production où il faut désigner pour chacun d'eux un temps de traitement  $p_{if}$ , un temps de set-up  $St_{if}$  et une taille de lot  $n_i$ , il est possible de procéder selon une troisième extension que nous présentons comme il suit :

- 1) prise en compte de la fiabilité du processeur  $i$ ,  $i=1, \dots, s$
- 2) processeur  $i$  brise après avoir terminé la fabrication du produit  $j$ . Dans ce cas, ajouter au temps de set-up du prochain produit ( $j+1$ ) qui suit dans la séquence de production ( $S$ ) la durée de panne du processeur  $i$ , soit  $(St_{i(j+1)} + MTTR_i)$ . S'il s'agit du dernier produit de la séquence de fabrication, ce temps de panne  $MTTR_i$  peut être ajouté au temps de set-up du produit 1 de la nouvelle séquence de fabrication.
- 3) entrer ces nouveaux paramètres dans le programme linéaire pour calculer le temps de cycle de la ligne de production.

De cette façon, la séquence de fabrication ne contient que des produits réels mais le temps de set-up du produit venant tout de suite dans la séquence après l'occurrence de panne sera majoré par le temps moyen de réparation du processeur brisé,  $MTTR_i$ .

#### Exemples numériques

Selon cette nouvelle extension, nous présentons un exemple où la ligne de production est constituée de trois processeurs fabriquant deux produits réels. Dans cet exemple, on suppose que les trois processeurs tombent en panne après avoir terminé la fabrication du produit 2. Alors, les temps de réparation de chacun de ces postes sont respectivement  $MTTR_1$ ,  $MTTR_2$ , et  $MTTR_3$ . Ces temps seront ajoutés aux temps de set-up du produit 1 requis dans chacun des postes de travail, soit :

1. processeur 1:  $(MTTR_1 + St_{11})$  ;

2. processeur 2:( $MTTR_2+St_{21}$ ) ; et
3. processeur 3:( $MTTR_3+St_{31}$ ).

Le Tableau 6.4 présente tous les paramètres relatifs à cet exemple.

$s=3$ $c=3$	$b_1=2$ unités. $n_1=65$ unités.	$b_2=2$ unités. $n_2=80$ unités.	$m_1=1$ machine $p_{11}=70$ unités de temps.
$p_{12}=55$ unités de temps.	$p_{21}=38$ unités de temps	$p_{22}=60$ unités de temps.	$P_{31}=65$ unités de temps.
$p_{32}=85$ unités de temps.	$MTTR_1+St_{11}=600+$ 280 unités de temps.	$St_{12}=280$ unités de temps.	$MTTR_2+St_{21}=400+210$ unités de temps.
$St_{22}=0$ unités de temps.	$MTTR_3+St_{31}=480+$ 230 unités de temps.	$St_{32}=230$ unités de temps.	

**Tableau 6.4 :Ligne constituée de 3 postes et 2 tampons intermédiaires.**

En traitant ce problème, La solution obtenue dans le cas où  $b_1=2$  et  $b_2=2$ , est la suivante :  $T=12116.1$ ,  $d_{11}=5430$ ,  $d_{12}=6686.14$ ,  $d_{21}=5058$ ,  $d_{22}=6801.17$ ,  $d_{31}=5086.14$  et  $d_{32}=7030$ . Les autres mesures de performance sont :  $R=83.56$ ,  $E_{11}=0$ ,  $E_{12}=2006.14$ ,  $E_{21}=1978$ ,  $E_{22}=2001.17$ ,  $E_{31}=151.14$ ,  $E_{32}=0$ ,  $B_1=16.56\%$ ,  $B_2=34.96\%$ ,  $B_3=1.25\%$   $U_1=73.87\%$ ,  $U_2=60.00\%$  et  $U_3=90.99\%$ .

En augmentant la taille du deuxième tampon de 2 à 4 unités, les résultats sont :  $T=11979.3$ ,  $d_{11}=5430$ ,  $d_{12}=6549.28$ ,  $d_{21}=5058$ ,  $d_{22}=6660.8$ ,  $d_{31}=4949.28$  et  $d_{32}=7030$ . Les mesures de performance sont :  $R=82.62$ ,  $E_{11}=0$ ,  $E_{12}=1869.28$ ,  $E_{21}=1978$ ,  $E_{22}=1860.8$ ,  $E_{31}=14.28$ ,  $E_{32}=0$ ,  $B_1=15.60\%$ ,  $B_2=34.22\%$ ,  $B_3=0.12\%$   $U_1=74.71\%$ ,  $U_2=60.69\%$  et  $U_3=92.03\%$ .

Nous présentons également le cas d'une ligne de production constituée de 4 postes de travail et 3 tampons intermédiaires. Dans ce cas, les processeurs tombent en panne après avoir terminé la fabrication du produit 1. Le Tableau 6.5 présente les données relatives à cet exemple.

$s=4$	$b_1=2$ unités.	$b_2=2$ unités.	$b_3=2$ unités
$c=2$	$m_i=1$ machine	$n_1=65$ unités.	$n_2=80$ unités.
$p_{11}=70$ unités de temps.	$p_{12}=55$ unité de temps.	$p_{21}=38$ unités de temps	$p_{22}=60$ unités de temps.
$p_{31}=65$ unités de temps.	$p_{32}=85$ unités de temps.	$p_{41}=55$ unités de temps.	$p_{42}=70$ unités de temps.
$St_{11}=280$ unités de temps.	$MTTR_1+St_{12}=600+280$ unités de temps.	$St_{21}=210$ unités de temps.	$MTTR_2+St_{22}=400+210$ unités de temps.
$St_{31}=230$ unités de temps.	$MTTR_3+St_{32}=480+230$ unités de temps.	$St_{41}=300$ unités de temps.	$MTTR_4+St_{42}=500+300$ unités de temps.

**Tableau 6.5 :Ligne de production constituée de 4 postes et 3 tampons.**

Les résultats générés par le modèle pour des tailles de tampons,  $b_1=2$  unités,  $b_2=2$  et  $b_3=2$  unités, sont les suivants :  $T=12121.5$ ,  $d_{11}=4830$ ,  $d_{12}=7291.49$ ,  $d_{21}=4658$ ,  $d_{22}=7463.49$ ,  $d_{31}=4606.14$ ,  $d_{32}=7510$ ,  $d_{41}=4621.49$  et  $d_{42}=7500$ . Les mesures de performance sont :  $R=83.6$ ,  $E_{11}=0$ ,  $E_{12}=2011.49$ ,  $E_{21}=1978$ ,  $E_{22}=2053.49$ ,  $E_{31}=151.14$ ,  $E_{32}=0$ ,  $E_{41}=746.49$ ,  $E_{42}=1100$ ,  $B_1=16.59\%$ ,  $B_2=33.26\%$ ,  $B_3=1.25\%$ ,  $B_4=15.23$ ,  $U_1=73.84\%$ ,  $U_2=59.98\%$ ,  $U_3=90.95\%$  et  $U_4=75.69$ .

Pour les tailles des tampons  $b_1=2$ ,  $b_2=10$  et  $b_3=2$  unités, les résultats sont :  $T=11975$ ,  $d_{11}=4830$ ,  $d_{12}=7145$ ,  $d_{21}=5121.11$ ,  $d_{22}=6853.89$ ,  $d_{31}=4455$ ,  $d_{32}=7510$ ,  $d_{41}=4475$  et  $d_{42}=7500$ . Les mesures de performance sont :  $R=82.59$ ,  $E_{11}=0$ ,  $E_{12}=1865$ ,  $E_{21}=2441.11$ ,  $E_{22}=1443.89$ ,  $E_{31}=0$ ,  $E_{32}=0$ ,  $E_{41}=600$ ,  $E_{42}=1100$ ,  $B_1=15.57\%$ ,  $B_2=32.44\%$ ,  $B_3=0\%$ ,  $B_4=14.20$ ,  $U_1=74.74\%$ ,  $U_2=60.71\%$ ,  $U_3=92.07\%$  et  $U_4=76.62$ .

L'utilisation de l'une ou l'autre des extensions ci-haut présentées permet de modéliser une ligne de production en tenant compte des pannes qui affectent ses processeurs et les résultats obtenus par ces extensions sont comparables.

### 6.6.2 Méthodologie de recherche de la taille des tampons en fonction de T

Dans le cas d'une ligne de production constituée de deux stations, il est facile d'obtenir graphiquement la taille du tampon en fonction d'un temps de cycle situé entre la valeur maximale et la valeur minimale de temps de cycle (voir Figure 6.7).

Dans le cas d'une ligne constituée de plus de deux stations, si le stock tampon a la même taille, il est facile de la déterminer pour garantir un temps de cycle visé ou cible. Il est toutefois difficile de se référer à un graphique pour déterminer la taille de différents tampons qui correspondent à un temps de cycle T visé par le concepteur de la ligne. En effet,  $T = \psi(b_1, b_2, \dots, b_m)$ . On se trouve dans un espace à m dimensions. On ne peut alors garantir l'unicité de la solution. Afin de pallier à cette difficulté et permettre la détermination de la taille de tampons en fonction d'un temps de cycle visé ou cible, nous avons intégré au programme linéaire original une procédure informatique qui permet de générer, pour chaque combinaison des tailles de tampons, le temps de cycle correspondant.

Le programme affiche les valeurs maximale et minimale du temps de cycle. À partir de ces valeurs, l'utilisateur peut entrer la valeur du temps de cycle cible. Ce temps de cycle est saisi par le programme comme étant un temps de cycle initial et identifié par  $T_{initial}$ . À partir de ce moment, le programme procède en affichant le temps de cycle, les différentes valeurs  $d_{ij}$  et la taille de chacun des tampons intermédiaires.

Si le temps de cycle cible ne correspond pas à un stock tampon ayant une valeur entière, le programme fournit les valeurs des temps de cycle qui encadrent  $T_{initial}$  et qui correspondent à des tampons ayant des valeurs entières.

Reprenons l'exemple modélisant la ligne de 3 processeurs et 2 tampons intermédiaires que nous avons présenté ci-haut, les valeurs maximale et minimale du temps de cycle sont :

1.  $T_{max} = 12116$
2.  $T_{min} = 11965$ .

Si l'utilisateur désire avoir la taille des tampons correspondant à un temps de cycle cible, soit  $T_{initial}=11990$ . Si pour cette valeur  $T_{initial}$ , il n'y a pas une valeur entière de taille des tampons, le programme affichera le temps de cycle immédiatement plus petit (identifié par  $T_{moins}$ ) et immédiatement plus grand (identifié par  $T_{plus}$ ) que  $T_{initial}=11990$ . Le programme affichera également les valeurs  $d[i, j]$  et la taille des tampons relatives à chacune des valeurs comme il suit :

**$T_{moins}=11979.3$**

$d[1, 1]=5430$ ,  $d[1, 2]=6549.28$ ,  $d[2, 1]=5058$ ,  $d[2, 2]=6660.8$ ,  $d[3, 1]=4949.28$ ,  
 $d[3,2]=7030$ .)

**Taille des tampons**

$b[1]$  pour  $T_{moins}=2$ .

$b[2]$  pour  $T_{moins}=4$ .

**$T_{plus}=12116.1$**

$d[1, 1]=5430$ ,  $d[1, 2]=6686.14$ ,  $d[2, 1]=5058$ ,  $d[2, 2]=6801.17$ ,  $d[3, 1]=5086.14$ ,  
 $d[3,2]=7030$

**Taille des tampons :**

$b[1]$  pour  $T_{plus}=2$ .

$b[2]$  pour  $T_{plus}=2$ .

Dans l'exemple de modélisation de 4 processeurs et 3 tampons et pour un temps de cycle cible ( $T_{initial}=11990$ ), nous avons obtenu les valeurs suivantes :

**$T_{moins}=11975$**

$d[1, 1]=4830$ ,  $d[1, 2]=7145$ ,  $d[2, 1]=5121.11$ ,  $d[2, 2]=6853.89$ ,  $d[3, 1]=4455$ ,  
 $d[3,2]=7510$ ,  $d[4, 1]=4475$ ,  $d[4, 2]=7500$

**Taille des tampons :**

$b[1]$  pour  $T_{moins}=2$ .

$b[2]$  pour  $T_{moins}=10$ .

$b[3]$  pour  $T_{moins}=2$ .

**$T_{plus}=12116.1$**

$d[1, 1]=4830$ ,  $d[1, 2]=7286.14$ ,  $d[2, 1]=4658$ ,  $d[2, 2]=7458.14$ ,  $d[3, 1]=4606.14$ ,  
 $d[3,2]=7510$ ,  $d[4, 1]=5296.14$ ,  $d[4, 2]=6820$

**Taille des tampons :**

$b[1]$  pour  $T_{plus}=2$ .

$b[2]$  pour  $T_{plus}=2$ .

$b[3]$  pour  $T_{plus}=10$ .

Pour plus de détails concernant cette procédure voir annexe 3.

**6.6.3 Approche de modélisation par simulation**

Nous avons développé un modèle de simulation pour modéliser une ligne de production constituée de  $k$  stations et  $(k-1)$  tampons de capacité finie. Cette ligne peut traiter une variété de produits, soit  $c$  produits différents. Les machines sont sujettes à des défaillances aléatoires. Dans ce modèle, nous avons supposé que les taux de panne et de réparation suivent une distribution exponentielle.

Afin de simuler cette ligne, nous avons exploité un logiciel commercial « ProModel » qui est disponible au département de génie mécanique. Ce logiciel permet d'une façon graphique de créer la ligne de production à simuler. Nous présentons des images de cette ligne de production telle que dessinée dans ProModel, voir Figure 6.5 et Figure 6.6.

Les étapes relatives à la construction du modèle de simulation sont décrites ci-après :

- 1) Identifier les  $k$  stations et les  $(k-1)$  tampons intermédiaires de la ligne. À ce niveau, on identifie le nombre des machines par station et la capacité de chacun des tampons intermédiaires. Dans ce modèle, seulement une machine par station fut considérée ; et chaque machine  $i$  peut traiter une unité à la fois du produit  $j$ . Le temps de traitement du produit  $j$  dans la station  $i$  est  $P_{ij}$ . Chaque machine  $i$  requiert un temps de set-up pour fabriquer un produit  $j$ ,  $St_{ij}$ . Lorsqu'elles sont en opération, ces machines peuvent tomber en panne d'une façon aléatoire.
- 2) Identifier les entités ou produits à fabriquer dans cette ligne. Ces produits sont identifiés par différents icons et couleurs qui facilitent leur identification par animation.

- 3) spécifier la durée de traitement ainsi que la séquence de fabrication de chacun des produits dès l'entrée et jusqu'à la sortie du système. Des compteurs sont utilisés afin de calculer le temps de cycle de chacune des stations de travail.
- 4) Afin de réparer les machines, une ressource est identifiée pour effectuer cette tâche. Nous avons supposé que cette ressource ne tombe pas en panne et un réseau d'accès à chacune des stations fut déterminé pour cette ressource. Cette dernière qui est l'équipe de maintenance doit effectuer ses déplacements entre les différentes machines en suivant les chemins de ce réseau.
- 5) Afin de calculer le temps de cycle de chaque machine, des variables spécifiques ont été identifiées.

Ce modèle de simulation a été exploité pour simuler une ligne de production constituée de 3 machines et 2 tampons et dont les paramètres d'entrée sont présentés dans le Tableau 6.6.

$s=3$	$b_1=2$ unités	$b_2=2$ unités	$m_i=1$ machine
$c=2$	$n_1=65$ unités	$n_2=80$ unités	$p_{11}=70$ unités de temps
$p_{12}=55$ unités de temps	$p_{21}=38$ unités de temps	$p_{22}=60$ unités de temps	$p_{31}=65$ unités de temps
$p_{32}=85$ unités de temps	$St_{11}=280$ unités de temps	$St_{12}=280$ unités de temps	$St_{21}=210$ unités de temps
$St_{22}=0$ unités de temps	$St_{31}=230$ unités de temps	$St_{32}=230$ unités de temps	

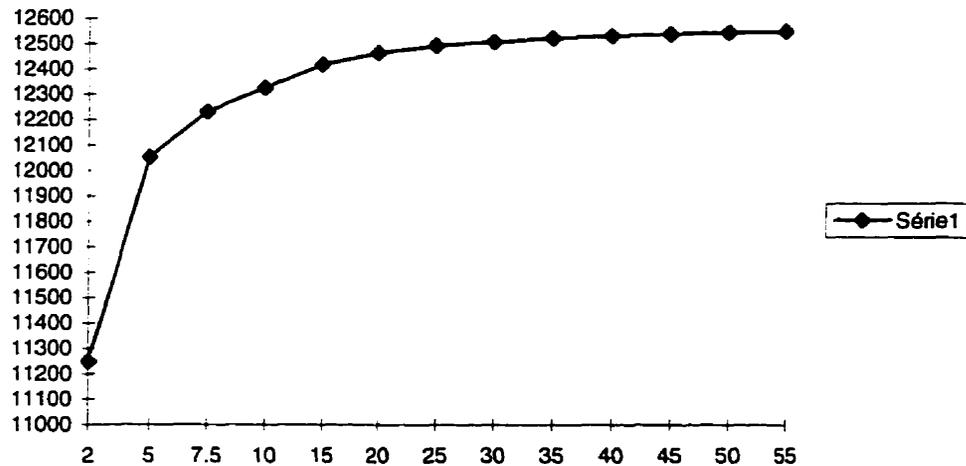
**Tableau 6.6 : Ligne constituée de 3 stations et 2 tampons intermédiaires.**

Ces paramètres ont été également simulé pour des tailles des tampons différentes, soit  $b_1=2$  unités et  $b_2=4$ . De plus, une ligne de production constituée de 4 stations et 3 tampons intermédiaires fut simulée. Nous donnons les paramètres de cette dernière dans le Tableau 6.7.

s=4machines	b <sub>1</sub> =2	b <sub>2</sub> =2	b <sub>3</sub> =2
c=2 produits	m <sub>i</sub> =1 machine	n <sub>1</sub> =65 unités	n <sub>2</sub> =80 unités
p <sub>11</sub> =70 unités de temps	p <sub>12</sub> =55 unités de temps	p <sub>21</sub> =38 unités de temps	p <sub>22</sub> =60 unités de temps
p <sub>31</sub> =65 unités de temps	p <sub>32</sub> =85 unités de temps	p <sub>41</sub> =55 unités de temps	p <sub>42</sub> =70 unités de temps
St <sub>11</sub> =280 unités de temps	St <sub>12</sub> =280 unités de temps	St <sub>21</sub> =210 unités de temps	St <sub>22</sub> =210 unités de temps
St <sub>31</sub> =230 unités de temps	St <sub>32</sub> =230 unités de temps	St <sub>41</sub> =300 unités de temps	St <sub>42</sub> =300 unités de temps

**Tableau 6.7 : Paramètres d'entrée, modèle de simulation de 4 machines.**

La durée de simulation est de 20000 heures et une période de réchauffement (WARMUP) de 50 cycles de production fut considérée. Nous donnons plus de détails concernant la détermination de cette période en se référant à la Figure 6.4.



**Figure 6.4 : Détermination de la zone de stabilité du modèle de simulation de 4 processeurs.**

Sur cette figure, l'axe des abscisses représente la durée de différents « runs » en milliers d'heures. Sur l'axe des ordonnées, c'est le temps de cycle (en minutes) de la ligne de production qui est rapporté pour chacune des simulations réalisées. La zone de stabilité du modèle se situe à 12,500 heures. Cette durée est équivalente à 50

cycles de production environ. Nous avons également utilisé la méthode « Batch Means » pour déterminer la longueur de la période de réchauffement. Selon cette méthode, on obtient une durée de 12,500 heures. Le temps simulé est de 250,000 heures et le nombre total d'échantillons est égal à 20. Donc, chaque échantillon a une durée de 12,500 heures, et la stabilité du modèle est constaté après la durée du premier échantillon.

Le programme génère plusieurs rapports indiquant entre autres les pourcentages du temps d'opération, de set-up, d'inactivité, de blocage et de bris. Grâce aux possibilités d'animation, on peut valider le comportement du modèle. Il est également possible de faire, à n'importe quel moment, de « SNAPSHOTS » qui nous renseignent sur l'état de chaque composante de la ligne de production, à savoir l'état des machines, le nombre des produits ou la quantité fabriquée de chacun des produits (voir Figure 6.5 et Figure 6.6). Pour plus de détails concernant les résultats, voir annexe 3.

Les paramètres présentés au Tableau 6.6 et au Tableau 6.7 sont ceux relatifs aux exemples traités par l'approche de la programmation linéaire. La différence que nous pouvons remarquer est l'absence des produits fictifs car les pannes et les réparations se présentent, dans ce cas, d'une façon aléatoire. Donc, aucun temps de réparation ( $MTTR_i$ ) n'est ajouté au temps de set-up comme dans l'approche de la programmation linéaire (voir Tableau 6.4 et Tableau 6.5). Les taux de panne et de réparation des processeurs suivent une distribution exponentielle et ont les valeurs  $\lambda_i=0.05$  et  $\mu_i=20$  respectivement.

Pour fins de comparaison entre les deux approches de modélisation, soit la programmation linéaire et la simulation, nous donnons dans les paragraphes qui suivent les principaux résultats relatifs à chacun de ces exemples.



Figure 6.5 : Image d'écran prise au temps de simulation 15454 heures.



**Figure 6.6 : Image d'écran de simulation prise au temps  $t=49506$  heures et 36 minutes**

Sur ces images, on voit l'aménagement de cette ligne de production. À l'entrée, on trouve la zone de stockage ou le magasin qui a une capacité infinie. Suit dans la séquence, le premier processeur qui le sépare du deuxième processeur un tampon que nous avons choisi de le mettre invisible à l'écran. Ensuite, on trouve les processeurs 3 et 4 qui sont séparés également par des tampons invisibles. La Figure 6.5 montre que chaque processeur a une unité à traiter à l'exception du processeur 4 qui n'a aucune unité à traiter en ce moment. Le personnage n'est autre que la ressource affectée à la réparation des processeurs.

Les tableaux qui suivent présentent les principaux résultats relatifs à chacun de ces exemples.

Les résultats obtenus par simulation et par l'approche de la programmation linéaire pour l'exemple de la ligne de production de 3 processeurs et 2 tampons sont présentés au Tableau 6.8.

$b_1=2$ $b_2=2$	T (minute)	$U_1(\%)$	$U_2(\%)$	$U_3(\%)$	$B_1(\%)$	$B_2(\%)$	$B_3(\%)$
Simulation	11985.3	72.87	59.31	89.86	19.51	25.08 + 11.77	3.29
Prog. linéaire	12116.1	73.87	60.00	90.99	16.56	34.96	1.25
$b_1=2$ $b_2=4$	T (minute)	$U_1(\%)$	$U_2(\%)$	$U_3(\%)$	$B_1(\%)$	$B_2(\%)$	$B_3(\%)$
Simulation	11814.3	74.27	60.38	91.49	17.95	24.16 + 11.53	1.53
Prog. linéaire	11979.3	74.71	60.69	92.03	15.60	34.22	0.12

**Tableau 6.8 : Comparaison des résultats obtenus par simulation et analytiquement, 3 processeurs.**

Dans la première colonne du tableau, la taille des tampons est montrée, la deuxième colonne présente le temps de cycle obtenu par simulation et par l'approche de la programmation linéaire, les colonnes  $U_i(\%)$  présentent les taux d'opération des processeurs 1 à 3 et les colonnes  $B_i(\%)$  montrent les pourcentages du temps de blocage et/ou de famine des processeurs 1 à 3. À noter que dans la colonne  $B_2(\%)$ , le modèle de simulation peut séparer le pourcentage du temps de blocage de celui du temps de famine (voir la somme 25.08+11.77). Le modèle de programmation présente la somme de ces deux pourcentages.

D'autres résultats relatifs au temps d'arrêt (Down time) pour réparation et au temps de set-up sont également présentés au Tableau 6.9.

$b_1=b_2=2$	T (minute)	D <sub>1</sub> (%) proc1	D <sub>2</sub> (%) proc2	D <sub>3</sub> (%) proc3	St(%) proc1	St(%) proc2	St(%) proc3
Simulation	11985.3	3.04	2.14	3.09	4.57	1.70	3.76
Prog. linéaire	12116.1	4.95	3.31	3.96	4.62	1.73	3.80
$b_1=2, b_2=4$	T (minute)	D <sub>1</sub> (%) proc1	D <sub>2</sub> (%) proc2	D <sub>3</sub> (%) proc3	St(%) proc1	St(%) proc2	St(%) proc3
Simulation	11814.3	3.11	2.19	3.14	4.67	1.74	3.84
Prog. linéaire	11979.3	5.00	3.34	4.01	4.67	1.75	3.84

**Tableau 6.9 : Autres résultats, 3 processeurs.**

Les résultats obtenus par simulation et par l'approche de la programmation linéaire pour l'exemple de la ligne de production de 4 processeurs et 3 tampons sont présentés au Tableau 6.10.

$b_1=b_2=b_3=2$	T (minutes)	U <sub>1</sub> (%) proc1	U <sub>2</sub> (%) proc2	U <sub>3</sub> (%) proc3	U <sub>4</sub> (%) proc4	B <sub>1</sub> (%) proc1	B <sub>2</sub> (%) proc2	B <sub>3</sub> (%) proc3	B <sub>4</sub> (%) proc4
Simulation	12457.2	70.15	57.10	86.52	71.99	22.40	26.85+ 10.58	2.09+ 4.71	20.45
Prog. linéaire	12121.5	73.84	59.98	90.95	75.69	16.59	33.26	1.25	15.23
$b_1=b_3=2, b_2=10$	T (minutes)	U <sub>1</sub> (%) proc1	U <sub>2</sub> (%) proc2	U <sub>3</sub> (%) proc3	U <sub>4</sub> (%) proc4	B <sub>1</sub> (%) proc1	B <sub>2</sub> (%) proc2	B <sub>3</sub> (%) proc3	B <sub>4</sub> (%) proc4
Simulation	11912.2	73.68	59.89	90.80	75.56	18.50	25.05+ 9.34	2.18	16.53
Prog. linéaire	11975.	74.74	60.71	92.07	76.62	15.57	32.44	0	14.20

**Tableau 6.10 : Comparaison des résultats obtenus par simulation et analytiquement, 4 processeurs.**

Les autres mesures relatives au temps d'arrêt (Down time) et au temps de set-up de chacun des 4 processeurs sont présentées au Tableau 6.11.

$b_1=b_2=b_3=2$	T	D <sub>1</sub> (%)	D <sub>2</sub> (%)	D <sub>3</sub> (%)	D <sub>4</sub> (%)	St(%)	St(%)	St(%)	St(%)
	(minutes)	proc1	proc2	proc3	proc4	proc1	proc2	proc3	proc4
Simulation	12457.2	3.03	2.16	3.06	2.82	4.42	3.31	3.63	4.73
Prog. linéaire	12121.5	4.95	3.30	3.96	4.12	4.62	3.46	3.79	4.95
$b_1=b_3=2, b_2=10$	T	D <sub>1</sub> (%)	D <sub>2</sub> (%)	D <sub>3</sub> (%)	D <sub>4</sub> (%)	St(%)	St(%)	St(%)	St(%)
	(minutes)	proc1	proc2	proc3	proc4	proc1	proc2	proc3	proc4
Simulation	11912.2	3.20	2.75	3.23	2.97	4.62	3.46	3.79	4.94
Prog. linéaire	11975.	5.01	3.34	4.00	4.18	4.68	3.51	3.84	5.01

**Tableau 6.11 :Autres statistiques relatives à la ligne de production de 4 processeurs.**

Les détails des résultats obtenus par l'approche de la programmation linéaire et par simulation sont mis en annexe 3. Nous pouvons constater que l'approche de la programmation linéaire peut fournir des résultats très significatifs. La validation par simulation était à la fois fructueuse pour tester l'approche de la programmation linéaire et pour apprécier l'apport que peut donner la simulation. Il importe de noter que le temps de simulation est très long par rapport au temps de calcul (presque instantané) que prend le modèle de programmation linéaire.

## 6.7 Application à un cas général

Afin de généraliser le processus d'insertion de produits fictifs dans la séquence de fabrication en tenant compte de l'état de l'équipement de production, considérons une ligne de production constituée de  $k$  machines et  $(k-1)$  tampons intermédiaires de capacité finie et fabriquant  $c$  produits réels.

Dans un horizon de temps très grand, il s'agit d'énumérer tous les états possibles où la machine  $i$ ,  $i=1, 2, \dots, k$ , brise après avoir fabriqué le produit  $j$ ,  $j=1, 2, \dots, c$ . Lorsque ces états sont générés et une probabilité d'occurrence de chacun d'événements est attribuée, il sera possible de trouver la moyenne et l'espérance mathématique du temps de cycle de la ligne de production.

À titre d'exemple, si la machine  $i$  brise après avoir terminé la fabrication du produit  $j$ , un produit fictif  $c_{i, j+1}$  est introduit dans la séquence de fabrication. La probabilité

d'occurrence ( $P_i$ ) de cet événement peut être calculée ou extraite d'une distribution de probabilité donnée. De ce fait, plusieurs événements ou scénarios peuvent se produire. Nous présentons dans les paragraphes qui suivent la méthodologie de génération des scénarios relative à une ligne de production constituée de  $k$  processeurs et  $(k-1)$  tampons et fabriquant  $c$  produits.

### 6.7.1 Génération des scénarios

Soit une ligne de production composée de  $k$  machines  $M_i=1, \dots, k$  et de  $(k-1)$  tampons  $B_i, i=1, \dots, (k-1)$  et fabriquant  $c$  produits  $p_j, j=1, \dots, c$ . On désigne par  $\lambda_i$  et  $\mu_i$ , respectivement le taux de panne et le taux de réparation de la machine  $M_i$ . Soit  $p_{ij}$  le temps de traitement du produit  $p_j$  sur la machine  $M_i$ . Un produit  $p_j$  est traité avant un produit  $p_{j+1}$  sur toutes les machines  $M_i$ .

#### Hypothèses :

1. Si  $M_i$  ne tombe pas en panne pendant le traitement d'un produit  $p_j$ , ce produit est noté par  $x_i^j$ .
2. Si  $M_i$  tombe en panne pendant le traitement d'un produit  $p_j$ , ce produit est noté par  $\bar{x}_i^j$ .
3. Si  $M_i$  tombe en panne pendant le traitement d'un produit  $p_{j-1}$ , elle est réparée pour traiter le produit  $p_j$  tant que  $j < c$ .
4. Si  $M_i$  tombe en panne pendant le traitement du produit  $p_c$ ,  $M_i$  n'est plus réparée.

#### Calcul du nombre de scénarios possibles :

Le nombre de scénarios possibles est donné par  $S = (2^c - 1)^k$ , où le chiffre "2" représente le nombre d'états possible d'une machine  $M_i$  traitant un produit  $p_j$  (soit  $x_i^j$  ou  $\bar{x}_i^j$ ),  $2^c$  représente le nombre de combinaisons de  $c$  produits sur une machine ayant 2 états possibles,  $(-1)$  représente le cas où la machine tombe en panne pendant qu'elle traite le dernier produit  $p_c$ ,  $k$  et  $c$  représentent respectivement le nombre des machines et le nombre des produits.

### Calcul des probabilités d'occurrence :

Pour une machine  $M_i$  et deux produits  $p_1$  et  $p_2$ , on peut distinguer trois cas possibles qui correspondent à  $S = (2^2 - 1)^1 = 3$ .

**cas 1** : la machine  $M_i$  ne tombe pas en panne pendant de traitement de  $p_1$  et  $p_2$ . Ce cas correspond à la configuration  $x_i^1 \cdot x_i^2$ .

**cas 2** : la machine  $M_i$  tombe en panne pendant de traitement de  $p_1$  et ne tombe pas en panne pendant le traitement de  $p_2$ . Ce cas correspond à la configuration  $\bar{x}_i^1 x_i^2$ .

**cas 3** : la machine  $M_i$  ne tombe pas en panne pendant de traitement de  $p_1$  et tombe en panne pendant le traitement de  $p_2$ . Ce cas correspond à la configuration  $x_i^1 \bar{x}_i^2$ .

**Remarque** : le cas où la machine  $M_i$  tombe en panne pendant le traitement de  $p_1$  et tombe en panne pendant le traitement de  $p_2$  (configuration  $\bar{x}_i^1 \bar{x}_i^2$ ) est exclu car on suppose que cet événement possède une probabilité d'occurrence infime.

Pour le calcul des probabilités relatif aux cas 1, 2 et 3, on suppose que les lois de défaillance et de réparation d'une machine  $M_i$  sont de type exponentiel.  $MTTR_i$  correspond à la durée moyenne de réparation de la machine  $M_i$ .

Cas	Représentation	Probabilité d'occurrence
1	$x_i^1 x_i^2$	$\Pr(x_i^1 x_i^2) = e^{-\lambda_i(p_{i1} + p_{i2})}$
2	$\bar{x}_i^1 x_i^2$	$\Pr(\bar{x}_i^1 x_i^2) = (1 - e^{-\lambda_i p_{i1}}) \cdot (1 - e^{-\mu_i MTTR_i}) \cdot e^{-\lambda_i p_{i2}}$
3	$x_i^1 \bar{x}_i^2$	$\Pr(x_i^1 \bar{x}_i^2) = e^{-\lambda_i p_{i1}} (1 - e^{-\lambda_i p_{i2}})$

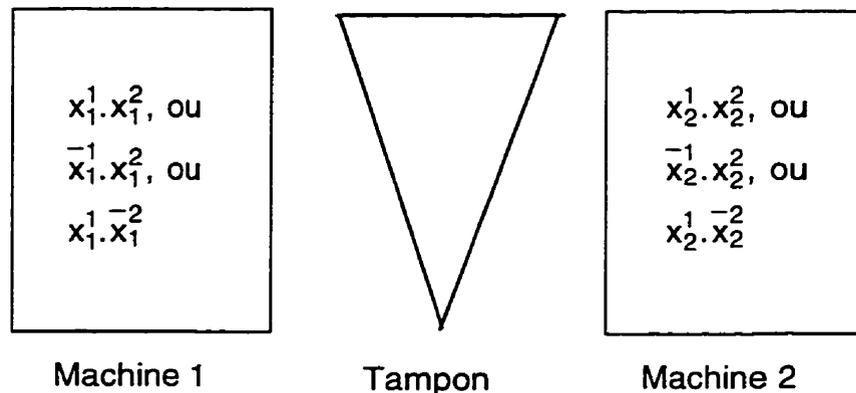
### Formule de calcul des probabilités d'un scénario

Soit  $S_q$  un scénario possible,  $q = 1, \dots, 3^k$ .

$$\Pr(S_q) = \prod_{i=1}^{i=k} [\Pr(x_i^1 x_i^2) \wedge \Pr(\bar{x}_i^1 x_i^2) \wedge \Pr(x_i^1 \bar{x}_i^2)]$$

Pr dénote la « probabilité », le caractère  $\wedge$  dénote le « ou exclusif ».

**Exemple de calcul: Application à une ligne constituée de 2 machines et fabriquant 2 produits.**



Dans ce cas,  $k=2$  et  $c=2$  alors  $S=9$ .

### Données numériques

$\lambda_1 = 10^{-3}$  panne / unité de temps,  $\lambda_2 = 1.5 \cdot 10^{-3}$  panne / unité de temps,

$\mu_1 = 10^{-2}$  réparation / unité de temps,  $\mu_2 = 1.2 \cdot 10^{-2}$  réparation / unité de temps,

$$MTTR_1 = \frac{1}{\mu_1} \text{ et } MTTR_2 = \frac{1}{\mu_2},$$

$p_{11} = p_{12} = p_{21} = p_{22} = 1$  unité de temps.

Les équations de probabilité relatives à chacun des scénarios sont présentées au Tableau 6.12. Nous notons que la somme des probabilités de l'ensemble des 9 scénarios est égale à 0.999079047, valeur voisine de 1. Cette différence est due au fait que certains scénarios ont été considérés comme ayant une probabilité infime. De plus, et suite à l'examen du Tableau 6.12, les scénarios ayant une probabilité faible, soit de l'ordre de  $10^{-7}$  peuvent être négligés.

Sq	Formule	Probabilité correspondante	Valeur
1	$\Pr(S_1) = \Pr(x_1^1 x_1^2) \cdot \Pr(x_2^1 x_2^2)$	$e^{-\lambda_1(p_{11}+p_{12})} \cdot e^{-\lambda_2(p_{21}+p_{22})}$	0.995012479
2	$\Pr(S_2) = \Pr(\bar{x}_1^1 x_1^2) \cdot \Pr(x_2^1 x_2^2)$	$(1 - e^{-\lambda_1 p_{11}}) \cdot (1 - e^{-\mu_1 MTTR1}) \cdot e^{-\lambda_1 p_{12}} \cdot e^{-\lambda_2(p_{21}+p_{22})}$	0.000629282
3	$\Pr(S_3) = \Pr(x_1^1 \bar{x}_1^2) \cdot \Pr(x_2^1 x_2^2)$	$e^{-\lambda_1 p_{11}} (1 - e^{-\lambda_1 p_{12}}) \cdot e^{-\lambda_2(p_{21}+p_{22})}$	0.000995510
4	$\Pr(S_4) = \Pr(x_1^1 x_1^2) \cdot \Pr(\bar{x}_2^1 x_2^2)$	$e^{-\lambda_1(p_{11}+p_{12})} \cdot (1 - e^{-\lambda_2 p_{21}}) \cdot (1 - e^{-\mu_2 MTTR2}) \cdot e^{-\lambda_2 p_{22}}$	0.000944159
5	$\Pr(S_5) = \Pr(x_1^1 x_1^2) \cdot \Pr(x_2^1 \bar{x}_2^2)$	$e^{-\lambda_1(p_{11}+p_{12})} \cdot e^{-\lambda_2 p_{21}} (1 - e^{-\lambda_2 p_{22}})$	0.001493638
6	$\Pr(S_6) = \Pr(\bar{x}_1^1 x_1^2) \cdot \Pr(\bar{x}_2^1 x_2^2)$	$(1 - e^{-\lambda_1 p_{11}}) \cdot (1 - e^{-\mu_1 MTTR1}) \cdot e^{-\lambda_1 p_{12}} \cdot (1 - e^{-\lambda_2 p_{21}}) \cdot (1 - e^{-\mu_2 MTTR2}) \cdot e^{-\lambda_2 p_{22}}$	0.000000597
7	$\Pr(S_7) = \Pr(\bar{x}_1^1 x_1^2) \cdot \Pr(x_2^1 \bar{x}_2^2)$	$(1 - e^{-\lambda_1 p_{11}}) \cdot (1 - e^{-\mu_1 MTTR1}) \cdot e^{-\lambda_1 p_{12}} \cdot e^{-\lambda_2 p_{21}} \cdot (1 - e^{-\lambda_2 p_{22}})$	0.000000944
8	$\Pr(S_8) = \Pr(x_1^1 \bar{x}_1^2) \cdot \Pr(\bar{x}_2^1 x_2^2)$	$e^{-\lambda_1 p_{11}} \cdot (1 - e^{-\lambda_1 p_{12}}) \cdot (1 - e^{-\lambda_2 p_{21}}) \cdot (1 - e^{-\mu_2 MTTR2}) \cdot e^{-\lambda_2 p_{22}}$	0.000000944
9	$\Pr(S_9) = \Pr(x_1^1 \bar{x}_1^2) \cdot \Pr(x_2^1 \bar{x}_2^2)$	$e^{-\lambda_1 p_{11}} \cdot (1 - e^{-\lambda_1 p_{12}}) \cdot e^{-\lambda_2 p_{21}} \cdot (1 - e^{-\lambda_2 p_{22}})$	0.000001494

**Tableau 6.12 : Scénarios possibles, ligne de 2 machines et 2 produits.**

### 6.7.2 Calcul de l'espérance mathématique du cycle de production

Afin de mieux visualiser cette démarche d'énumération d'événements, considérons une ligne de production constituée de deux stations et d'un tampon intermédiaire et fabriquant deux produits réels. Les paramètres relatifs à cette ligne de production

sont les mêmes que ceux présentés au Tableau 6.3. Ces paramètres sont, en partie, tirés de l'étude d'un cas réel de conception d'une usine pilote fabriquant des panneaux destinés à des maisons préfabriquées (voir Abdul-Kader et Ait-Kadi (1994)). Le poste 1 est consacré au découpage du matériel. Le poste 2 est consacré à l'assemblage et à l'injection sous pression, de résine d'isolation entre les parois des panneaux. Il s'agit de deux types de panneaux.

Afin de tester les limites et la sensibilité de ce modèle de programmation linéaire et mesurer la contribution du tampon à l'amélioration de la performance d'une ligne de production, nous avons résolu chacun des 9 scénarios,  $[S = (2^2 - 1)^2 = 9]$ , pour des tailles de tampon intermédiaire allant de 2 à 50 unités.

Les probabilités relatives à chacun des scénarios sont calculées et présentées ci-après, selon une procédure informatique.

### Modèle générique (2 machines, 2 produits)

(\*Temps de traitement\*)

$p[1,1]=100.0;p[1,2]=55.0;$   
 $p[2,1]=38.0;p[2,2]=110.0;$

(\*MTTRi\*)

$MTTR[1]=200.0;MTTR[2]=260.0;(*MTTR[3]=230.0;*)$

(\*Taux de réparation\*)

$\mu[1]=1/200;\mu[2]=1/260;$

(\*Taux de panne  $\lambda[i]$ \*)

$\lambda[1]=0.0000001;\lambda[2]=0.00000012;$

(\*Taille du lot  $n[i]$ \*)

$n[1]=65; n[2]=80;(*n[3]=1.0;n[4]=1.0;*)$

$S[1]=Exp[-l[1]*(n[1]*p[1,1]+n[2]*p[1,2])]*$   
 $Exp[-l[2]*(n[1]*p[2,1]+n[2]*p[2,2])];$   
 Print["S[1]=",S[1]];

$S[2]=(1-Exp[-l[1]*n[1]p[1,1]])*(1-Exp[-m[1]*MTTR[1]])*$

```
(Exp[-l[1]*(n[2]p[1,2]))*
(Exp[-l[2]*(n[1]p[2,1]+n[2]p[2,2])]);
Print["S[2]=",S[2]];
```

```
S[3]=Exp[-l[1]*n[1]*p[1,1]]*(1-Exp[-l[1]n[2]p[1,2]])*
Exp[-l[2]*(n[1]p[2,1]+n[2]p[2,2])];
Print["S[3]=",S[3]];
```

```
S[4]=Exp[-l[1]*(n[1]*p[1,1]+n[2]*p[1,2])*
(1-Exp[-l[2]n[1]*p[2,1]])*(1-Exp[-m[2]*MTTR[2]])*
Exp[-l[2]*n[2]*p[2,2]];
Print["S[4]=",S[4]];
```

```
S[5]=Exp[-l[1]*(n[1]p[1,1]+n[2]p[1,2])*
Exp[-l[2]n[1]p[2,1]]*(1-Exp[-l[2]n[2]p[2,2]])];
Print["S[5]=",S[5]];
```

```
S[6]=(1-Exp[-l[1]*n[1]p[1,1]])*(1-Exp[-m[1]*MTTR[1]])*
(Exp[-l[1]*(n[2]*p[1,2])]*(1-Exp[-l[2]n[1]p[2,1]])*
(1-Exp[-m[2]*MTTR[2]])*(Exp[-l[2]n[2]p[2,2]]);
Print["S[6]=",S[6]];
```

```
S[7]=(1-Exp[-l[1]*n[1]p[1,1]])*(1-Exp[-m[1]*MTTR[1]])*
(Exp[-l[1]*(n[2]*p[1,2])]*(Exp[-l[2]n[1]*p[2,1]])*
(1-Exp[-l[2]n[2]*p[2,2]]);
Print["S[7]=",S[7]];
```

```
S[8]=(Exp[-l[1]n[1]p[1,1]])*(1-Exp[-l[1]n[2]p[1,2]])*
(1-Exp[-l[2]n[1]*p[2,1]])*
(1-Exp[-m[2]*MTTR[2]])*(Exp[-l[2]n[2]p[2,2]]);
Print["S[8]=",S[8]];
```

```
S[9]=(Exp[-l[1]n[1]p[1,1]])*(1-Exp[-l[1]n[2]p[1,2]])*
(1-Exp[-l[2]n[2]*p[2,2]])*
Exp[-l[2]n[1]p[2,1]];
Print["S[9]=",S[9]];
```

```
Somme[1]=S[1]+S[2]+S[3]+S[4]+S[5]+S[6]+S[7]+S[8]+S[9];
Print["Somme[1]=",Somme[1]];
```

(Probabilités d'occurrence des scénarios)

S[1]=0.997561

S[2]=0.000410009

S[3]=0.000439023

S[4]=0.000186931

S[5]=0.00105398

S[6]=7.68309 10<sup>-8</sup>

$$S[7]=4.33199 \cdot 10^{-7}$$

$$S[8]=8.22678 \cdot 10^{-8}$$

$$S[9]=4.63853 \cdot 10^{-7}$$

$$\text{Somme}[1]=0.999652$$

Les résultats obtenus par l'approche de la programmation linéaire pour les scénarios ayant une probabilité d'occurrence supérieure à  $10^{-7}$  sont considérés. À rappeler que dans les cas 3 et 5, aucun produit fictif n'a été inséré. Donc on conserve les mêmes valeurs que celles présentées dans le cas 1. Ces résultats sont présentés au Tableau 6.13. La première colonne de tableau représente les différentes tailles du tampon. Dans les autres colonnes, nous trouvons le temps de cycle de chacun des cas en fonction de la taille du tampon.

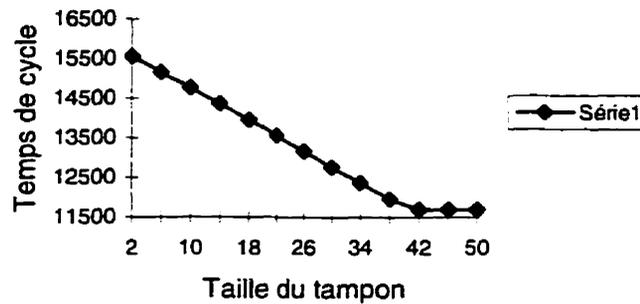
b	Scénario1	Scénario 2	Scénario 3	Scénario 4	Scénario 5
2	15558	15720	15558	15818	15558
6	15158	15320	15158	15418	15158
10	14758	14920	14758	15018	14758
14	14358	14520	14358	14618	14358
18	13958	14120	13958	14218	13958
22	13558	13720	13558	13818	13558
26	13158	13320	13158	13418	13158
30	12758	12920	12758	13018	12758
34	12358	12520	12358	12618	12358
38	11958	12120	11958	12218	11958
42	11690	11720	11690	11950	11690
46	11690	11690	11690	11950	11690
50	11690	11690	11690	11950	11690

**Tableau 6.13 : Temps de cycle vs taille de tampon, b.**

Les détails de ces résultats sont mis en annexe 3. Suite à l'analyse de ces résultats, nous constatons que la contribution du tampon se limite à une taille avoisinant la taille  $b=38$ . Au delà de cette taille, la contribution du tampon est minime voire même nulle. Ceci s'explique par des contraintes redondantes du côté de l'intrant et/ou du côté de l'extrait du tampon (voir équations (6.5) et (6.6)).

Pour mieux voir la contribution du tampon à l'amélioration de la performance de la ligne de production, nous montrons à la Figure 6.7 les différents résultats relatifs au cas 2. Pour un tampon de taille  $b=2$ , le temps de cycle  $T$  est égal à 15720. Pour un

$b=42$ , le temps de cycle  $T$  se réduit à 11720 unités de temps. Cependant, pour un  $b=46$  et un  $b=50$ , l'amélioration est nulle.



**Figure 6.7 : Temps de cycle vs tailles du tampon intermédiaire.**

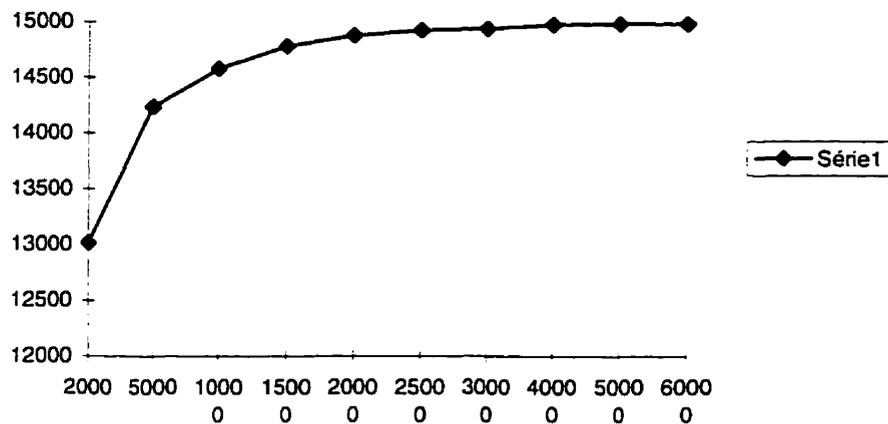
Pour un tampon égal à 10, considérons les temps de cycle des 5 cas présentés au Tableau 6.13. Attribuons la valeur de probabilité d'occurrence que nous venons de présenter ci-haut à chacun des cas ou scénarios. En procédant ainsi, il devient possible de déterminer la moyenne, la valeur minimale, la valeur maximale ainsi que l'espérance mathématique du temps de cycle  $T$ , voir Tableau 6.14.

		Scénario				
$b=10$		1	2	3	4	5
$T$		14758	14920	14758	15018	14758
Probabilité d'occurrence (P)		*0.997561/ 0.999652	*0.00041/ 0.999652	*0.000439/ 0.999652	*0.00018693/ 0.999652	*0.00105398/ 0.999652
$T \cdot P$		14727	6.12	6.5	2.8	15.6
Moyenne du temps de cycle, les 5 scénarios considérés : 14842.4 unités de temps.						
Valeur minimum du temps de cycle, les 5 scénarios considérés : 14758 unités de temps.						
Valeur maximum du temps de cycle, les 5 scénarios considérés : 15018 unités de temps.						
<b>Espérance mathématique, du temps de cycle : <math>\sum(T \cdot P) = 14758.16</math> unités de temps.</b>						
* Il s'agit d'une valeur de probabilité normalisée du fait que la somme de probabilité est égale à 0.999652 et non pas 1. Certains événements ont été considérés comme ayant une probabilité d'occurrence infime.						

**Tableau 6.14 : Résultats statistiques pour un tampon de taille  $b=10$ .**

Afin de valider notre approche ainsi que les résultats présentés au Tableau 6.13, nous avons simulé ce même modèle en considérant que les pannes des stations 1 et 2 se produisent d'une façon aléatoire. Les paramètres relatifs aux temps de traitement de chacun de produits dans chacune des stations sont les mêmes que

ceux considérés dans le programme linéaire. Le temps moyen de réparation et le temps moyen de bon fonctionnement sont respectivement 200 unités de temps et 10900 unités de temps pour la station 1 ; et 260 unités de temps et 11270 unités de temps pour la station 2. Les pannes et les réparations sont générées d'une façon aléatoire suivant une distribution exponentielle. Le temps de simulation est égal à 50,000 heures. Une période de (WARMUP) d'une durée de 14,750 heures est considérée pour éliminer l'effet dû aux conditions de démarrage et s'assurer que l'étude de cette ligne de production se réalise en régime permanent. La Figure 6.8 présente la façon que nous avons utilisée pour déterminer la durée de la période de (WARMUP).



**Figure 6.8 : Courbe montrant la stabilité du modèle.**

L'axe des abscisses représente la durée des différentes simulations et l'axe des ordonnées représente le temps de cycle correspondant à chacune des durées de simulations réalisées. Le temps de cycle obtenu par simulation pour cette ligne de production ayant un tampon de capacité égale à  $b=10$  unités, est égal à 15079.5 unités de temps. Les résultats obtenus par simulation sont concluants quant à la robustesse de l'approche de la programmation linéaire. Si on se réfère au Tableau 6.14, on trouve que l'espérance mathématique du temps de cycle de cette ligne de production est égale à 14758.16 unités de temps, soit une différence de 2.18% par rapport au résultat obtenu par simulation.

Nous avons également traité le cas d'une ligne de production constituée de 3 machines et fabriquant 2 produits réels. Dans ce cas, le nombre des scénarios est égal à 27, [ $S = (2^2 - 1)^3 = 27$ ]. Comme dans le cas précédent et en ayant recours à la procédure de calcul de probabilités des scénarios, nous présentons ci-après les résultats relatifs à cet exemple. À noter que les données ou les paramètres d'entrée de cet exemple sont les mêmes que ceux présentés au Tableau 6.6.

### Résultats, exemple 3 machines et 2 produits

(\*Modèle générique (3 machines, 2 produits)\*)

(\*Temps de traitement\*)

p[1,1]=70.0;p[1,2]=55.0;

p[2,1]=38.0;p[2,2]=60.0;

p[3,1]=65.0;p[3,2]=85.0;

(\*MTTRi\*)

MTTR[1]=600.0;MTTR[2]=400.0;MTTR[3]=480.0;

(\*Taux de réparation\*)

$\mu[1]=1/600$ ; $\mu[2]=1/400$ ; $\mu[3]=1/480$ ;

(\*Taux de panne  $\lambda[i]$ \*)

$\lambda[1]=0.0000001$ ; $\lambda[2]=0.00000012$ ; $\lambda[3]=0.00000013$ ;

(\*Taille du lot  $n[i]$ \*)

$n[1]=65$ ;  $n[2]=80$ ;

$S[1]=\text{Exp}[-l[1]*(n[1]*p[1,1]+n[2]*p[1,2])]*$

$\text{Exp}[-l[2]*(n[1]*p[2,1]+n[2]*p[2,2])]*$

$\text{Exp}[-l[3]*(n[1]*p[3,1]+n[2]*p[3,2])];$

Print("S[1]=" ,S[1]);

$S[2]=(1-\text{Exp}[-l[1]*n[1]p[1,1] ])*(1-\text{Exp}[-m[1]*\text{MTTR}[1]])*$

$(\text{Exp}[-l[1]*(n[2]p[1,2])])*$

$(\text{Exp}[-l[2]*(n[1]p[2,1]+n[2]p[2,2])])*$

$\text{Exp}[-l[3]*(n[1]*p[3,1]+n[2]*p[3,2])];;$

Print("S[2]=" ,S[2]);

$S[3]=\text{Exp}[-l[1]*n[1]*p[1,1] ]*(1-\text{Exp}[-l[1]n[2]p[1,2] ])*$

$\text{Exp}[-l[2]*(n[1]p[2,1]+n[2]p[2,2])]*$

$\text{Exp}[-l[3]*(n[1]*p[3,1]+n[2]*p[3,2])];$

```
Print["S[3]=",S[3]];
```

```
S[4]=Exp[-l[1]*(n[1]*p[1,1]+n[2]*p[1,2])*
(1-Exp[-l[2]n[1]*p[2,1]])*(1-Exp[-m[2]*MTTR[2]])*
Exp[-l[2]*n[2]*p[2,2]]*Exp[-l[3]*(n[1]*p[3,1]+n[2]*p[3,2])];;
Print["S[4]=",S[4]];
```

```
S[5]=Exp[-l[1]*(n[1]p[1,1]+n[2]p[1,2])*
Exp[-l[2]n[1]p[2,1]]*(1-Exp[-l[2]n[2]p[2,2]])*
Exp[-l[3]*(n[1]*p[3,1]+n[2]*p[3,2])];
Print["S[5]=",S[5]];
```

```
S[6]=(1-Exp[-l[1]*n[1]p[1,1]])*(1-Exp[-m[1]*MTTR[1]])*
(Exp[-l[1]*(n[2]*p[1,2])]*(1-Exp[-l[2]n[1]p[2,1]])*
(1-Exp[-m[2]*MTTR[2]])*(Exp[-l[2]n[2]p[2,2]])*
Exp[-l[3]*(n[1]*p[3,1]+n[2]*p[3,2])];
Print["S[6]=",S[6]];
```

```
S[7]=(1-Exp[-l[1]*n[1]p[1,1]])*(1-Exp[-m[1]*MTTR[1]])*
(Exp[-l[1]*(n[2]*p[1,2])]*(Exp[-l[2]n[1]*p[2,1]])*
(1-Exp[-l[2]n[2]*p[2,2]])*
Exp[-l[3]*(n[1]*p[3,1]+n[2]*p[3,2])];
Print["S[7]=",S[7]];
```

```
S[8]=(Exp[-l[1]n[1]p[1,1]])*(1-Exp[-l[1]n[2]p[1,2]])*
(1-Exp[-l[2]n[1]*p[2,1]])*
(1-Exp[-m[2]*MTTR[2]])*(Exp[-l[2]n[2]p[2,2]])*
Exp[-l[3]*(n[1]*p[3,1]+n[2]*p[3,2])];
Print["S[8]=",S[8]];
```

```
S[9]=(Exp[-l[1]n[1]p[1,1]])*(1-Exp[-l[1]n[2]p[1,2]])*
(1-Exp[-l[2]n[2]*p[2,2]])*
Exp[-l[2]n[1]p[2,1]]*Exp[-l[3]*(n[1]*p[3,1]+n[2]*p[3,2])];
Print["S[9]=",S[9]];
```

```
S[10]=Exp[-l[1]*(n[1]*p[1,1]+n[2]*p[1,2])*
Exp[-l[2]*(n[1]*p[2,1]+n[2]*p[2,2])*
(1-Exp[-l[3]*n[1]p[3,1]])*(1-Exp[-m[3]*MTTR[3]])*
(Exp[-l[3]*(n[2]p[3,2])]);
Print["S[10]=",S[10]];
```

```
S[11]=(1-Exp[-l[1]*n[1]p[1,1]])*(1-Exp[-m[1]*MTTR[1]])*
(Exp[-l[1]*(n[2]p[1,2])]*
(Exp[-l[2]*(n[1]p[2,1]+n[2]p[2,2])])*
(1-Exp[-l[3]*n[1]p[3,1]])*(1-Exp[-m[3]*MTTR[3]])*
(Exp[-l[3]*(n[2]p[3,2])]);
Print["S[11]=",S[11]];
```

```

S[12]=Exp[-l[1]*n[1]*p[1,1]]*(1-Exp[-l[1]n[2]p[1,2]])*
Exp[-l[2]*(n[1]p[2,1]+n[2]p[2,2])]
(1-Exp[-l[3]*n[1]p[3,1]])*(1-Exp[-m[3]*MTTR[3]])*
(Exp[-l[3]*(n[2]p[3,2])]);
Print["S[12]=",S[12]];

```

```

S[13]=Exp[-l[1]*(n[1]*p[1,1]+n[2]*p[1,2])]
(1-Exp[-l[2]n[1]p[2,1]])*(1-Exp[-m[2]*MTTR[2]])*
Exp[-l[2]*n[2]*p[2,2]]
(1-Exp[-l[3]*n[1]p[3,1]])*(1-Exp[-m[3]*MTTR[3]])*
(Exp[-l[3]*(n[2]p[3,2])]);
Print["S[13]=",S[13]];

```

```

S[14]=Exp[-l[1]*(n[1]p[1,1]+n[2]p[1,2])]
Exp[-l[2]n[1]p[2,1]]*(1-Exp[-l[2]n[2]p[2,2]])*
(1-Exp[-l[3]*n[1]p[3,1]])*(1-Exp[-m[3]*MTTR[3]])*
(Exp[-l[3]*(n[2]p[3,2])]);
Print["S[14]=",S[14]];

```

```

S[15]=(1-Exp[-l[1]*n[1]p[1,1]])*(1-Exp[-m[1]*MTTR[1]])*
(Exp[-l[1]*(n[2]*p[1,2])])*(1-Exp[-l[2]n[1]p[2,1]])*
(1-Exp[-m[2]*MTTR[2]])*(Exp[-l[2]n[2]p[2,2]])*
(1-Exp[-l[3]*n[1]p[3,1]])*(1-Exp[-m[3]*MTTR[3]])*
(Exp[-l[3]*(n[2]p[3,2])]);
Print["S[15]=",S[15]];

```

```

S[16]=(1-Exp[-l[1]*n[1]p[1,1]])*(1-Exp[-m[1]*MTTR[1]])*
(Exp[-l[1]*(n[2]*p[1,2])])*(Exp[-l[2]n[1]p[2,1]])*
(1-Exp[-l[2]n[2]*p[2,2]])*
(1-Exp[-l[3]*n[1]p[3,1]])*(1-Exp[-m[3]*MTTR[3]])*
(Exp[-l[3]*(n[2]p[3,2])]);
Print["S[16]=",S[16]];

```

```

S[17]=(Exp[-l[1]n[1]p[1,1]])*(1-Exp[-l[1]n[2]p[1,2]])*
(1-Exp[-l[2]n[1]*p[2,1]])*
(1-Exp[-m[2]*MTTR[2]])*(Exp[-l[2]n[2]p[2,2]])*
(1-Exp[-l[3]*n[1]p[3,1]])*(1-Exp[-m[3]*MTTR[3]])*
(Exp[-l[3]*(n[2]p[3,2])]);
Print["S[17]=",S[17]];

```

```

S[18]=(Exp[-l[1]n[1]p[1,1]])*(1-Exp[-l[1]n[2]p[1,2]])*
(1-Exp[-l[2]n[2]*p[2,2]])*
Exp[-l[2]n[1]p[2,1]]
(1-Exp[-l[3]*n[1]p[3,1]])*(1-Exp[-m[3]*MTTR[3]])*
(Exp[-l[3]*(n[2]p[3,2])]);
Print["S[18]=",S[18]];

```

```

S[19]=Exp[-l[1]*(n[1]*p[1,1]+n[2]*p[1,2])*
Exp[-l[2]*(n[1]*p[2,1]+n[2]*p[2,2])*
Exp[-l[3]*n[1]*p[3,1]]*(1-Exp[-l[3]n[2]p[3,2]]);
Print["S[19]=",S[19]];

```

```

S[20]=(1-Exp[-l[1]*n[1]p[1,1]]*(1-Exp[-m[1]*MTTR[1]])*
(Exp[-l[1]*(n[2]p[1,2])])*
(Exp[-l[2]*(n[1]p[2,1]+n[2]p[2,2])])*
Exp[-l[3]*n[1]*p[3,1]]*(1-Exp[-l[3]n[2]p[3,2]]);
Print["S[20]=",S[20]];

```

```

S[21]=Exp[-l[1]*n[1]*p[1,1]]*(1-Exp[-l[1]n[2]p[1,2]])*
Exp[-l[2]*(n[1]p[2,1]+n[2]p[2,2])]
Exp[-l[3]*n[1]*p[3,1]]*(1-Exp[-l[3]n[2]p[3,2]]);
Print["S[21]=",S[21]];

```

```

S[22]=Exp[-l[1]*(n[1]*p[1,1]+n[2]*p[1,2])*
(1-Exp[-l[2]n[1]*p[2,1]]*(1-Exp[-m[2]*MTTR[2]])*
Exp[-l[2]*n[2]*p[2,2]]*
Exp[-l[3]*n[1]*p[3,1]]*(1-Exp[-l[3]n[2]p[3,2]]);
Print["S[22]=",S[22]];

```

```

S[23]=Exp[-l[1]*(n[1]p[1,1]+n[2]p[1,2])*
Exp[-l[2]n[1]p[2,1]]*(1-Exp[-l[2]n[2]p[2,2]])*
Exp[-l[3]*n[1]*p[3,1]]*(1-Exp[-l[3]n[2]p[3,2]]);
Print["S[23]=",S[23]];

```

```

S[24]=(1-Exp[-l[1]*n[1]p[1,1]]*(1-Exp[-m[1]*MTTR[1]])*
(Exp[-l[1]*(n[2]*p[1,2])])*(1-Exp[-l[2]n[1]p[2,1]])*
(1-Exp[-m[2]*MTTR[2]])*(Exp[-l[2]n[2]p[2,2]])*
Exp[-l[3]*n[1]*p[3,1]]*(1-Exp[-l[3]n[2]p[3,2]]);
Print["S[24]=",S[24]];

```

```

S[25]=(1-Exp[-l[1]*n[1]p[1,1]]*(1-Exp[-m[1]*MTTR[1]])*
(Exp[-l[1]*(n[2]*p[1,2])])*(Exp[-l[2]n[1]*p[2,1]])*
(1-Exp[-l[2]n[2]*p[2,2]])*
Exp[-l[3]*n[1]*p[3,1]]*(1-Exp[-l[3]n[2]p[3,2]]);
Print["S[25]=",S[25]];

```

```

S[26]=(Exp[-l[1]n[1]p[1,1]]*(1-Exp[-l[1]n[2]p[1,2]])*
(1-Exp[-l[2]n[1]*p[2,1]])*
(1-Exp[-m[2]*MTTR[2]])*(Exp[-l[2]n[2]p[2,2]])*
Exp[-l[3]*n[1]*p[3,1]]*(1-Exp[-l[3]n[2]p[3,2]]);
Print["S[26]=",S[26]];

```

```

S[27]=(Exp[-l[1]n[1]p[1,1]]*(1-Exp[-l[1]n[2]p[1,2]])*

```

```
(1-Exp[-l[2]n[2]*p[2,2]])*
Exp[-l[2]n[1]p[2,1]]*
Exp[-l[3]*n[1]*p[3,1]]*(1-Exp[-l[3]n[2]p[3,2]]);
Print["S[27]=",S[27]];
```

```
Somme[1]=S[1]+S[2]+S[3]+S[4]+S[5]+S[6]+S[7]+S[8]+S[9]+
S[10]+S[11]+S[12]+S[13]+S[14]+S[15]+S[16]+S[17]+S[18]+
S[19]+S[20]+S[21]+S[22]+S[23]+S[24]+S[25]+S[26]+S[27];
Print["Somme[1]=",Somme[1]];
```

```
S[1]=0.996804
S[2]=0.000286761
S[3]=0.00043869
S[4]=0.000186789
S[5]=0.000574325
S[6]=5.37357 10-8
S[7]=1.65222 10-7
S[8]=8.22055 10-8
S[9]=2.52758 10-7
S[10]=0.000346178
S[11]=9.95885 10-8
S[12]=1.52352 10-7
S[13]=6.48697 10-8
S[14]=1.99456 10-7
S[15]=1.86617 10-11
S[16]=5.73795 10-11
S[17]=2.85489 10-11
S[18]=8.77799 10-11
S[19]=0.000881565
S[20]=2.53609 10-7
S[21]=3.87974 10-7
S[22]=1.65195 10-7
S[23]=5.07928 10-7
S[24]=4.75233 10-11
S[25]=1.46121 10-11
S[26]=7.27018 10-11
S[27]=2.23537 10-10
Somme[1]=0.999521
```

En considérant les probabilités d'occurrence des scénarios ci-haut présentées et en appliquant le modèle de la programmation linéaire pour chacun des scénarios où la probabilité d'occurrence est plus grande que  $10^{-7}$ , nous avons obtenus les résultats relatifs à l'espérance mathématique du temps de cycle. Ces résultats sont présentés au Tableau 6.15.

b <sub>1</sub> =b <sub>2</sub> =2	Scénario						
	1	2	3	4	5	10	19
T	11636	12119	11636	11971	11636	12116	11636
Probabilité d'occurrence (P)	*0.99680/ 0.999521	*2.87x10 <sup>-5</sup> / 0.999521	*4.39x10 <sup>-5</sup> / 0.99952	*1.87.10 <sup>-5</sup> / 0.999521	*5.74.10 <sup>-5</sup> / 0.999521	*3.46x10 <sup>-5</sup> / 0.999521	8.82x10 <sup>-5</sup> / 0.999521
T*P	11604.32	3.48	5.11	2.24	6.68	4.19	10.26

Moyenné du temps de cycle, les 7scénarios considérés : 11821.4 unités de temps.  
Valeur minimum du temps de cycle: 11636 unités de temps.  
Valeur maximum du temps de cycle: 12116 unités de temps.  
**Espérance mathématique du temps de cycle :  $\sum(T*P)=11636.28$  unités de temps.**  
• Il s'agit d'une valeur de probabilité normalisée du fait que la somme de probabilité est égale à 0.999521 et non pas 1. Certains événements ont été considérés comme ayant une probabilité d'occurrence infime.

**Tableau 6.15 : Résultats relatifs à une ligne de 3 machines et 2 tampons.**

En comparant ces résultats à ceux obtenus par simulation (voir Tableau 6.8), la différence entre le temps de cycle espéré et le temps de cycle obtenu par simulation est égale à 349.02 (11636.28-11985.3) ou 2.99%.

Un autre fait relatif à la problématique de cette thèse est la contribution du tampon à l'amélioration de la productivité de la ligne de production que nous avons pu constater tant par l'approche de la programmation linéaire que par simulation. Il est toutefois bon de mentionner que selon la première approche, il est facile de converger vers la solution la plus appropriée en trouvant la taille des tampons qui contribuent le plus à l'accroissement de la productivité. Nous avons établi une méthodologie de recherche de solution de taille de tampons en fonction d'un temps de cycle cible. D'autres avantages de l'approche de la programmation linéaire par rapport à tous les autres modèles présentés dans cette thèse, sont la possibilité de traiter plusieurs produits ayant des temps de traitement et de set-up différents. Les autres méthodes y compris celle de Gershwin (1987) qui modélisent une ligne de k processeurs et (k-1) tampons n'offrent pas toute cette flexibilité. Tous les modèles Markoviens se limitent au traitement d'un seul produit et considèrent le temps de set-up comme étant négligeable. Les modèles basés sur la théorie des files d'attente ne tiennent pas compte d'une façon explicite, du temps de set-up.

Dans ce chapitre, La flexibilité de l'approche de programmation linéaire nous a permis d'étudier le cas d'une ligne de production constituée de plusieurs postes de

travail non fiables séparés par des tampons intermédiaires et fabriquant plusieurs produits. Les pannes sont traitées comme des produits fictifs. En tenant compte de tous ces facteurs y compris les temps de set-up requis par chaque poste de travail pour produire les différents lots des produits, le programme linéaire nous fournit un estimé de la capacité de production en générant le temps de cycle pour une séquence de production donnée et en fournissant des statistiques relatives au blocage, à la famine ainsi qu'aux taux d'utilisation de chacun des postes de travail.

Une étude par simulation a été réalisée afin de valider les hypothèses de l'approche. Les résultats obtenus par simulation sont très concluants quant à la robustesse de l'approche.

Les modifications et les extensions relatives au modèle de programmation linéaire nous ont permis de faire trois communications scientifiques (voir Abdul-Kader et Ait-Kadi (1996, 1997a, 1997b)).

## **Chapitre 7**

### **CONCLUSION**

Dans cette thèse, le problème du déploiement du stock tampon a été étudié dans le cas de lignes de production constituées de plusieurs processeurs dont l'état se dégrade avec l'usage et qui peuvent tomber en panne d'une manière aléatoire. En l'absence du stock tampon, toute défaillance d'un processeur entraîne l'arrêt de la ligne de production. Un stock tampon dont la taille est correctement choisie, permet de découpler les différents postes de travail et rend la ligne de production moins vulnérable à la défaillance de ses processeurs.

Le projet de recherche est issu d'une problématique industrielle dont l'examen a permis de réaliser la complexité du problème et les limitations des modèles proposés dans la littérature. Ce constat rend incontournable la reformulation du problème. C'est ainsi qu'il a fallu rappeler les spécificités des différents systèmes de production et la pertinence du stock tampon. Une revue complète des différentes approches

analytiques a été effectuée. Une attention particulière a été accordée aux approches quantitatives conduisant à l'optimisation de la taille du stock tampon et à l'évaluation de la performance d'une ligne de production. Des programmes de simulation ont été mis au point pour vérifier la cohérence et les limites de certains modèles mathématiques. Des procédures informatiques ont été également développées pour exploiter certains algorithmes jugés performants dans la littérature. Le but étant d'assurer une couverture la plus complète possible du sujet.

D'une façon générale, les approches utilisées sont basées essentiellement sur les différents états possibles de la ligne de production afin d'établir une relation entre la taille du tampon et l'efficacité de la ligne de production. L'efficacité de cette dernière peut être exprimée en termes de disponibilité, du taux de production ou du temps de cycle.

Nous avons montré que la disponibilité de la ligne de production croît en fonction de l'augmentation de la taille du tampon. Elle atteint une valeur asymptotique correspondant à la disponibilité maximale de cette ligne de production, d'où la nécessité de bien dimensionner la taille du tampon entre les postes de travail.

Compte tenu du nombre important d'états que peut occuper une ligne de production constituée de  $k$  postes de travail et  $(k-1)$  stocks tampons, les approches de modélisation et d'analyse exploitant les transitions entre les différents états possibles de la ligne de production pour évaluer sa performance, ont été limitées à des lignes constituées de deux à trois postes de travail et un à deux tampons. L'emploi des méthodes approximatives, de l'approche des files d'attente, des techniques de simulation et de la programmation linéaire ont été mises à contribution pour étudier des lignes de production constituées de plusieurs processeurs.

Les travaux de recherche traitant le cas d'une ligne de production constituée de  $k$  processeurs et  $(k-1)$  tampons ont été basés sur les modèles considérant des lignes de production constituées de deux processeurs et un tampon intermédiaire.

L'algorithme proposé par Gershwin (1987), a été repris dans les détails. Un programme informatique a été mis au point pour évaluer la performance de la ligne pour une configuration donnée des stocks tampons entre les différents processeurs. Il est désormais possible de traiter à l'aide de l'outil développé, la performance d'une ligne de production constituée de  $k$  processeurs et  $(k-1)$  tampons. Il s'agit d'entrer les taux de panne et de réparation relatifs aux processeurs et la taille de chacun des stocks tampons pour obtenir l'efficacité de la ligne de production. Les essais effectués et les résultats obtenus concordent dans l'ensemble avec ceux publiés dans la littérature.

Des extensions ont été effectuées pour les modèles de files d'attente où les commandes arrivent selon un processus aléatoire et où les durées de traitement sont également aléatoires. Une façon de faire pour tenir compte du temps d'interruption de service consécutif à une panne, était de majorer le temps de service d'une durée égale au temps de réparation et de déduire directement la taille du stock tampon qui est ni moins ni plus que la longueur moyenne de la file d'attente résultant de l'analyse du processus modifié.

D'autres artifices ont été exploités pour tenir compte des pannes et des réparations des différents processeurs. C'est ainsi que le modèle de Jackson (1957) a été exploité en considérant chaque défaillance comme un produit fictif dont la durée de traitement par le processeur est égale au temps de réparation de ce dernier.

Comme mentionné ci-dessus, la complexité des approches basées sur l'analyse des transitions entre les états du système et de ses processeurs augmente avec la taille de la ligne, c'est ainsi qu'un modèle de programmation linéaire proposé dans la littérature a servi de base pour développer plusieurs extensions permettant de prendre en compte le caractère aléatoire des temps de bon fonctionnement et de réparation de chaque processeur.

Dans cette approche, il est possible d'évaluer la capacité d'une ligne de production constituée de  $k$  processeurs et  $(k-1)$  tampons intermédiaires de capacité finie. Chaque produit est caractérisé par son temps de traitement et de réglage sur chaque processeur. Les variables de décision sont les durées  $d_{ij}$  de séjour de chaque produit  $j$  sur chaque processeur  $i$ . Une procédure d'analyse des durées optimales générées par le modèle a été mise au point. Cette procédure permet d'évaluer la performance de la ligne et les temps d'arrêt consécutifs à une panne tels qu'un blocage ou une famine pour chaque processeur de la ligne. Les pannes sont traitées comme étant des produits fictifs.

Nous avons résolu plusieurs cas où la ligne de production est constituée de plusieurs processeurs et plusieurs produits y compris les produits fictifs. Les résultats obtenus sont concluants quant à la robustesse de cette approche et une validation par simulation a été réalisée. Un décodage systématique par cycle de production est donné pour le flot du matériel, le taux d'utilisation effectif de chaque, le temps de réglage, le temps de panne, le temps de blocage et/ou de famine de chacun des processeurs constituant la ligne de production.

En se référant à cette thèse, le lecteur peut choisir à sa guise la méthode ou le modèle qui correspond le mieux à la situation qui l'intéresse et peut trouver d'une façon détaillée les démarches nécessaires à son application.

En s'inspirant de cette expérience de recherche, des extensions et des perspectives de recherches futures peuvent être soulignées ci-après.

Les outils développés pour une ligne de production peuvent être appliqués au cas des systèmes de production opérant selon une structure complexe. Par exemple, le cheminement d'un produit pourrait être modifié en fonction du taux d'occupation et de la disponibilité de chacun des processeurs.

Les processeurs ont des lois de dégradation partiellement connues ou qui ne sont pas nécessairement des exponentielles. On se place dans le cas où les processeurs ne sont pas très bien entretenus.

Finalement, il serait fort intéressant de mieux saisir l'impact d'une maintenance opportuniste sur les processeurs suite à l'arrêt de la ligne ou de quelques processeurs.

## RÉFÉRENCES

Abdul-Kader, Walid & D. Ait-Kadi,(1997b)-"On Capacity Estimation of a Multiproduct Production Line using Unreliable Workstations", proceedings of the 16<sup>th</sup> Canadian Congress of Applied Mechanics CANCAM 97, Laval University, 1-6 June 1997.

Abdul-Kader, Walid & D. Ait-Kadi, (1997a)-"Buffer Allocation in a Production Line Processing many products", 8<sup>th</sup> International Conference on Production and Operations Management-POM 97, Florida, USA, 12-15 April 1997.

Abdul-Kader, Walid & D. Ait-Kadi, (1996)-"Buffer Allocation in Transfer Line:An Alternative Approach", proceedings (supplement) of the 12<sup>th</sup> International Conference on CAD/CAM Robotics and Factories of the Future, 14-16 August 1996, London, England.

Abdul-Kader, W. & D. Ait-Kadi, 1(996)- Capacity Evaluation of a Production Line Prone to Failure: An Alternative Approach. Technical Report, Department of Mech. Eng., Laval University.

Abdul-Kader, Walid; D. Ait-Kadi; B. Montreuil & P. Lefrançois, (1994)-"Deployment Strategy of Buffers in Manufacturing Systems", 10<sup>th</sup> ISPE/IFAC International Conference on CAD/CAM, Robotics and Factory of the Future (CARs & FOF), pp.772-780, 21-24 August 1994, Ottawa, Canada.

Abdul-Kader, W. & D. Ait-Kadi, 1(994)- Conception d'une usine-pilote spécialisée dans la fabrication des panneaux destinés à des maisons préfabriquées, cas réel.

D. Ait-Kadi, (1997)- Notes de cours de La Gestion de la Maintenance, Département de génie mécanique, Université Laval.

D. Ait-Kadi, (1992)- Notes de cours de Fiabilité des systèmes, Département de génie mécanique, Université Laval.

- T. Altiok & S. Stidham, Jr, (1983)- The allocation of interstage buffer capacities in production lines- IIE Trans., vol. 15, no. 4, 292-299.
- D.R. Anderson & C.L. Moodie, (1969)- Optimal buffer storage capacity in production line systems- Int. J. of Prod. Res., vol. 7, no. 3, 233-240.
- G.T. Artamanov, (1977)- Productivity of a two-instrument discrete processing line in the presence of failures, Version anglaise dans Cybernetics 12, 464-468.
- R.G. Askin & C.R. Standridge, (1993)- Modeling and analysis of manufacturing systems, John Wiley & Sons, Inc.
- F. Azadivar & H. Lee, (1986)- Optimum number of buffer spaces in flexible manufacturing system, Proceedings of the 2nd ORSA/Tims conference on FMS, 181-190.
- K.R. Baker, S.G Powell & D.F. Pyke, (1990)- Buffered and Unbuffered Assembly Systems with Variables Processing Times, J. Mfg. Oper. Mgt., 3, 200-223.
- John p. Bentley, (1993)- An introduction to Reliability and Quality Engineering, Longman Scientific & Technical, co-published in the united states with John Wiley & Sons, Inc. New York.
- F. Boctor, (1994)- Systèmes manufacturiers, cours de troisième cycle, Faculté des sciences de l'administration, Université Laval.
- J.A. Buzacott, (1982)- Optimal operating rules for automated manufacturing systems, IEEE transactions on automatic control, vol. 27, 80-86.
- J.A. Buzacott, (1972)- The effects of station breakdowns and random processing times on the capacity of flow-lines with in-process storage, AIIE transactions 4, 308-312.
- J.A. Buzacott, (1971)- The role of inventory banks in flow lines production systems- Int. J. of Prod. Res., vol. 9, no.4, 425-436.
- J.A. Buzacott, (1969)- Methods of Reliability Analysis of Production Systems Subject to Breakdowns, Operations Research Proceedings of a NATO conference, Turin, Italy, June 24- July 4 1969, Editor D. Grouchko, Gordon and Breach Science Publishers.
- J.A. Buzacott, (1967)- Automatic Transfer Lines with Buffer Stocks, Int. J. Prod. Res., 5, 182-200.
- J.A. Buzacott & L.E. Hanifin, (1978)- Models of automatic transfer lines with inventory banks- a review and comparison, IIE Trans. vol.10, 197-207.

J.A. Buzacott & L.E. Hanifin, (1978)- transfer line design and analysis- an overview, in: IIE Conference.

J.A. Buzacott & J.G. Shanthikumar, (1992)- Design of manufacturing systems using queueing models, Queueing Systems, 12, 135-214.

J.A. Buzacott & J.G. Shanthikumar, (1993)- Stochastic Models of Manufacturing Systems, Prentice-Hall, New Jersey 07632.

G.M. Buxey, N.D. Slack & R. Wild, (1973)- Production Flow line system design - a review, AIIE Transactions 5, 37-48.

Cheng, D.W., (1996)- On the Design of Capacitated serial Production Systems : Some Systems are Strictly Better, Department of Statistics/Operations Research, New York University, NY.

R. Conway, W. Maxwell, J.O. McClain & J.Thomas, (1988)- The role of Work-in-process Inventory in serial Production Lines, Operations Research, vol. 36, No.2.

Y. Dallery, R. David & X-L. Xie, (1988)- An Efficient Algorithm for Analysis of Transfer Lines with Unreliable Machines and Finite Buffers, IIE Transactions, vol. 20, 3, 280-283.

Y. Dallery & S.B. Gershwin, (1992) - Manufacturing flow lines systems: a review of models and analytical results- Queueing Systems, 12, 3-94.

A.G. De Kok, (1990)- Computationally efficient approximations for balanced flowlines with finite intermediate buffers Int. J. Prod. Res., vol. 28, No. 2, 410-419.

M.B.M. De Koster, (1989)- Capacity Oriented Analysis and Design of Production Systems, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Springer-Verlag.

M. Delfosse, (1971)- Organisation Industrielle, volume IV, 3<sup>e</sup> édition, Entreprise Moderne d'Édition.

D. Dubois & J.P Forestier, (1982) - Productivité et en-cours moyens d'un ensemble de deux machines séparées par une zone de stockage- R.A.I.R.O. Automatique/ Systems Analysis and Controls, vol. 16, no. 2, 105-132.

E.A. Eisayed & B.W. Lin, (1980)- transient behavior of ordered-entry multi-channel Queueing Systems, Int. J. Prod. Res., vol. 18, No. 4, 491-501.

Frein, Y, C. Commault & Y. Dallery, (1996)- Modeling and analysis of closed-loop production lines with unreliable machines and finite buffers, IIE Transactions, vol. 28, 545-554.

S.B. Gershwin, (1987)- An efficient decomposition algorithm for the approximate evaluation of tandem queues with finite storage space and blocking, *Oper. Res.* 35, 291-305.

S.B. Gershwin, (1984)- An efficient Decomposition Method for the approximate evaluation of production lines with finite storage space, *Proceedings of the Sixth International Conference on Analysis and Optimization of Systems, Part 2*, vol. 63 of lectures notes in control and information Sciences. Springer-Verlag, New York.

S.B. Gershwin & O. Berman, (1981)- Analysis of transfer lines consisting of two unreliable machines with random processing times and finite storage buffers, *AIIE Transactions* 13, 2-11.

S.B. Gershwin & I.C. Shick, (1983)- Modelling and analysis of three-stage transfer lines with unreliable machines and finite buffers, *Oper. Res.*, vol. 31, 354-380.

U.C. Gupta & O.P. Sharma, (1983)- On the transient behavior of a model for queues in series with finite capacity, *Int. J. Prod. Res.*, vol. 21, No. 6, 869-879.

W.R. Hall, (1981)- *Driving the Productivity Machine : Production Planning and Control in Japan*, Falls Church, Virginia : American Production and Control Society.

L.E. Hanifin, (1975)- Increased transfer line productivity using systems simulation. Ph.D. thesis, University of Detroit.

L.E. Hanifin, J.A. Buzacott & K.S Taraman, (1975)- A comparison of Analytical and simulation Models of Transfer Lines. SME Technical paper EM75-374.

B. Hensch, (1988)- A strategic mode for reliability and availability in automatic manufacturing- *The Int. Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 3, 5, 99-121.

F.S. Hillier & R.W. Boling, (1966)- The effect of some design factors on the efficiency of production lines with variable operation times. *J. Indust. Engr.*, vol. 17, 651-658.

Y.C. Ho, M.A. Eyster & T.T. Chien, (1983)- A new approach to determine parameter insensitivities of transfer lines, *Management Science*, vol. 29, 700-714.

Y.C. Ho, M.A. Eyster & T.T. Chien, (1979)- A gradient technique for general buffer storage design in a production line- *Int. J. of Prod. Res.*, vol. 17, no. 6, 557-580.

J.R. Jackson (1957)- *Networks of Waiting Lines*, *Operations Research*, 5, 518-521.

M.A. Jafari & J.G. Shanthikumar, (June 1989)- Determination of optimal buffer storage capacities and optimal allocation in multistage automatic transfer lines- *IIE Trans.*, vol. 21, no. 2, 130-135.

M.A. Jafari & J.G. Shanthikumar, (1987)- Effect of scrapping on the performance of multistage automatic transfer lines- Int. J. of Prod. Res., vol. 25, no. 4, 525-530.

G. Javel, (1993)- L'organisation et la gestion de production, Masson.

P.K. Johri (1987)- A linear programming approach to capacity estimation of automated production lines with finite buffers, Int. J. Prod. Res., vol. 25, No. 6, 851-866.

M. Kamath & J.L. Sanders, (1987)- Analytical methods for performance evaluation of large asynchronous automatic assembly systems, Large Scale Systems 12, 143-154.

E. Kay, (1972)- Buffer stocks in automatic transfer lines- Int. J. of Prod. Res., vol. 10, no. 2 , 155-165.

A.D. Knott, (1970)- A letter to the editor, AIIE Transactions 2, 273.

E. Koenigsberg, (1959)- Production lines and internal storage- a review, Management Science. vol. 5, 410-433.

P. Kubat & U. Sumita, (1985) - Buffers and backup machines in automatic transfer lines- Int. J. of Prod. Res., vol. 23, no. 6, 1259-1270.

J.D.C. Little, (1961)- A proof of the queueing formula  $L=\lambda W$ , Oper. Res. 9, 383-387.

J.P. Malathronas, J.D. Perkins & R.L. Smith, (1983)- The availability of a system of two unreliable machines connected by an intermediate storage tank, IIE Transactions 15, 195-201.

D. Mitra, (1986)- Stochastic theory of a fluid model of multiple failure-susceptible producers and consumers coupled by a buffer, to appear in Advances of Applied Probability.

B. Montreuil, F. Boctor & A. Martel (1995)- Les défis de la compétitivité, tome 2, pp. 115-158, Édition Publi-Rélais.

B. Montreuil & P. Lefrançois (1996)- Organizing Factories as Responsibility Networks, Centre de recherche SORCIIER, Faculté des sciences de l'administration, Université Laval.

J.M. Moore, (1969)- Plant Layout and Design, MacMillan.

J. Nollet, J. Kélada & M. Diorio, (1994)- La gestion des opérations et de la production/ une approche systémique, Gaëtan Morin, Montréal.

T. Ohmi, (1980)- An approximation for the production efficiency of automatic transfer lines with in-process storage, AIIE Transactions 13, No.1, 22-28.

K. Okamura & H. Yamashina, (June 1977) - Analysis of the effect of buffer storage capacity in transfer line systems- AIIE Transactions, vol. 9, no. 2, 127-135.

K. Okamura & H. Yamashina, (1979) - Justification for installing buffer stocks in unbalanced two stage automatic transfer lines- AIIE Transactions, vol. 11, no. 4, 308-312.

H.G. Perros, (1994)- Queueing Networks with Blocking, Oxford University Press.

H.G. Perros & T. Altioik, (1986)- Approximate Analysis of Open Networks of Queues with Blocking : Tandem configuration, IEEE Transactions on Software Engineering, vol. SE12, no. 3, March 1986.

R.J. Schonberger, (1986)- World Class Manufacturing : The Lessons of Simplicity Applied, New York, Free Press.

A. Seidmann, P.J. Schweitzer & S. Shalev-Oren, (1987)- Computerized Closed Queueing Network Models of Flexible Manufacturing Systems: A Comparative Evaluation, Large Scale Systems, 12, 91-107.

D. Seong, S.Y. Chang & Y. Hand, (1993)- Heuristic algorithms for buffer allocation in a production line with unreliable machines- Management Science Research Lab., RIST, Pohang, Korea.

B.A. Sevast'ya nov, (1952)- Influence of storage bin capacity on the average standstill time of a production line, «vers n anglaise: Theory Prob. Appl., vol. 7, 429-438.

J.G. Shanthikumar & J.A. Buzacott, (1981)- Open Queueing Network Models of Dynamic Job Shops, Int. J. Prod. Res., vol. 19, No. 3, 255-266.

J.G. Shanthikumar & Tien, (1983)- An algorithmic solution to two-stage transfer lines with possible scrapping of units, Management Science 29, 1069-1086.

T.J. Sheskin(1976),- Allocation of interstage storage along an automatic production line- AIIE transactions, vol. 8, no. 1.

F. Soumis, (1992)- Notes de cours Optimisation et ordonnancement de la production, Département de mathématiques appliquées, École Polytechnique de Montréal.

A.L. Soyster & Toof, (1976)- Some comparative and design aspects of fixed cycle production systems, Nav. Res. Logistics Quarterly, vol. 23, 437-454.

A.L. Soyster, J.W. Schmidt & M.W. Rohrer, (1979)- Allocation of buffer capacities for a class of fixed cycle production lines- AIIE Transactions, vol. 11, no. 2.

M.L. Spearman, D.L. Woodruff & W.J. Hopp, (1990)- CONWIP: A pull alternative to Kanban, *Int. J. Prod. Res.*, vol. 28, 879-894.

Suri & R.R. Hildebrant, (1985)- Modeling Flexible Manufacturing Systems using Mean Value Analysis, *Journal of Manufacturing Systems*, 8, 27-38.

Vollmann, W. L. Berry & D.C. Whybark, (1984)- *Manufacturing Planning and Control Systems*, Homewood, IL : Richard D. Irwin.

A.P. Vladzievskii, (1953)- Losses of working time and the division of automatic lines into sections, *Stanki i Instrument* 24 in Russian (version anglaise: DSIR CTS 632).

M. Widmer, (1991)- *Modèles mathématiques pour une gestion efficace des ateliers flexibles*, Presses polytechniques et universitaires romandes.

W.E. Wilhelm, (1986)- A model to approximate transient performance of the flow shop, *Int. J. Prod. Res.*, vol. 24, No. 1, 33-50.

W.E. Wilhelm & T. Sastri, (1979)- An investigation of Flow Line Operation Characteristics during start-up, *Int. J. Prod. Res.*, vol. 17, 345-358.

Wingard, (1979) - The effect of interstage buffer storage on the output of two unreliable production units in series, with different production rates- *AIIE Transactions*, vol. 11, no. 1, 42-47.

Yeralan, W.E. Franck & M.A. Quasem, (1986)- A continuous materials flow production line model with station breakdown, *European J. Operational Research* 27, 289-300.

T. Vanderhenst, F.V. Van Steelandt & L.F Gelders, (1981)- Efficiency Improvement of a transfer Line via Simulation Katholieke Universiteit Leuven, Faculteit Toegepaste Wetenschappen Afdeling Industrieel Beleid, Belgium : Report 81-04 (January).

Zimmer, (1955)- Études de la propagation des arrêts aléatoires dans les chaînes de production, *Rev. Statist. Appl.* vol. 4, 73-83.

## **ANNEXE 1**

### **DÉTERMINATION EXPÉRIMENTALE DE L'EXPRESSION DE LA FIABILITÉ**

## Détermination expérimentale de la fonction de fiabilité (Ait-Kadi (1997))

### 1. Durée de vie d'un système

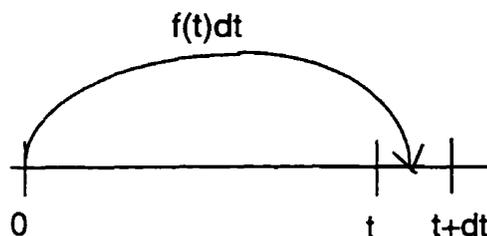
La durée de vie d'un système est une mesure de la quantité de service rendue. Plusieurs mesures ont été adoptées selon la nature du système. En général, on mesurera la durée de vie d'un système par le nombre d'heures durant lesquelles il a effectivement fonctionné. À noter que si le système s'use même à l'arrêt, on peut retenir comme mesure de durée de vie l'âge auquel il est tombé en panne.

On supposera que le système ne peut occuper que l'un des deux états, soit : en fonctionnement ou hors d'usage.

La transition d'un état à un autre s'effectue selon une loi de probabilité connue. La durée de vie  $T$ , d'un système est alors une variable aléatoire non négative.

Soit  $f(t)$  la fonction de densité de cette variable aléatoire, alors :

$f(t).dt$  = probabilité que la durée de vie du système soit comprise entre  $t$  et  $t+dt$ , ou encore la probabilité qu'il tombe en panne entre  $t$  et  $t+dt$ .



$F(t)$  = fonction de distribution ou de répartition que l'on suppose comme étant continue,

$F(t)$  = probabilité {durée de vie  $T \leq t$ }

$R(t)$  = fonction de fiabilité ,

$R(t)$  = probabilité {durée de vie  $T > t$ }

$$R(t) + F(t) = 1,$$

$$F(t) = \int_0^t f(x) dx,$$

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt}$$

## 2. Description de l'expérience

On soumet à l'essai  $N$  éléments identiques fonctionnant dans les mêmes conditions. Supposons qu'à l'instant  $t_0$  où les essais terminent, on ait :

$N_s$  = éléments qui survivent au test

et

$N_f$  = éléments qui ne survivent pas au test.

Où

$$N = N_s + N_f$$

D'après le théorème de Borel :

$$\frac{N_s}{N} \rightarrow R_N(t_0), \text{ lorsque } N \rightarrow \infty$$

Pour trouver  $R(t)$ , pour  $t \leq t_0$ , on doit effectuer les essais jusqu'à  $t_0$  et noter les instants de panne. Soit  $N_s(t)$ , le nombre d'éléments ayant survécu au temps  $t$ .

À l'instant initial  $N(0) = N$ , le rapport  $\frac{N_s(t)}{N(0)}$  est appelé fonction empirique de fiabilité.

Si  $N \rightarrow \infty$  alors,  $\frac{N_s}{N} \rightarrow R_N(t)$  avec une probabilité égale à 1.

$$R_N(t) = 1 - \frac{N_f}{N}$$

### 3. Taux de panne, de défaillance, de hasard ou de mortalité

pour un N donné, on a établi que :

$$R(t) = \frac{N_s}{N}$$

$$R(t) = 1 - \frac{N_f(t)}{N} .$$

Il s'ensuit que :

$$\frac{dR(t)}{dt} = -\frac{1}{N} \cdot \frac{dN_f(t)}{dt}$$

d'où

$$\frac{dN_f(t)}{dt} = -N \cdot \frac{dR(t)}{dt} \quad (1)$$

$\frac{dN_f(t)}{dt}$  n'est autre que le nombre de défaillance par unité de temps.

En divisant les deux de la relation (1) par  $N_s(t)$ , on obtient :

$$\frac{1}{N_n(t)} \cdot \frac{dN_f(t)}{dt} = -\frac{N}{N_s(t)} \cdot \frac{dR(t)}{dt} \Leftrightarrow \frac{dN_f(t)/N_s(t)}{dt} = -\frac{N}{N_s(t)} \cdot \frac{dR(t)}{dt}$$

d'où

$$r(t) = \frac{1}{N_s(t)} \cdot \frac{dN_r(t)}{dt} = -\frac{1}{R(t)} \cdot \frac{dR(t)}{dt}$$

Par ailleurs, on sait que :

$$R(t) = 1 - F(t) \Rightarrow \frac{dR(t)}{dt} = -\frac{dF(t)}{dt} = -f(t)$$

d'où

$$r(t) = \frac{f(t)}{R(t)}$$

#### 4. Interprétation locale du taux de panne

$$r(t) \cdot dt = \frac{f(t) \cdot dt}{R(t)} = \frac{\text{Prob}\{\text{mourir entre } t \text{ et } t + dt\}}{\text{Prob}\{\text{survie à } t\}}$$

$r(t)$  n'est autre que la probabilité conditionnelle que le système tombe en panne entre  $t$  et  $(t+dt)$  étant donné qu'il a survécu jusqu'à  $t$ .

#### 5. Durée de vie moyenne ou MTBF

MTBF : moyenne des temps de bon fonctionnement

$f(.)$  étant la fonction de densité associée à la variable aléatoire « durée de vie  $T$  », alors,

$$\text{MTBF} = E[T] = \int_0^{\infty} t f(t) \cdot dt$$

Par analogie à la fiabilité, l'expression de la maintenabilité peut être établie.

## **ANNEXE 2**

**MÉTHODE APPROXIMATIVE LIGNE DE PRODUCTION CONSTITUÉE  
DE 3 STATIONS**

## EXEMPLE NUMÉRIQUE

Soit une ligne de production constituée de 18 stations et de 2 tampons ayant chacun une taille maximale de 18 unités. Un plan suggère de placer le premier tampon après la station 8 et l'autre après la station 12. Les 8 premières stations ont un taux de panne cumulatif  $I_1=0.0045$ . Les stations 9 à 12 ont un taux de panne cumulatif  $I_2=0.01$ , et les stations 13 à 18 ensemble ont un taux de panne  $I_3 = 0.0045$ . Les taux de réparation correspondant à ce groupement des stations sont  $\mu_1=\mu_2=\mu_3=0.12$ . Pour calculer l'efficacité de cette ligne de production et en se référant au chapitre 3, nous procédons ainsi :

a- De l'équation (3.29), on peut écrire :

$$E_{\infty} = \frac{1}{1 + \mu^{-1} \sum_{i=1}^3 \lambda_i} = 0.863309$$

Pour initialiser l'algorithme, posons  $h_{12}(18, 18)=0.5$

b- **Agrégation des stations 1 et 2 .**

De l'équation (3.36), on aura :

$$\lambda_{1'} = \lambda_1 [1 - h_{12}(Z_1, Z_2)] + \lambda_2 = 0.01225$$

$$\lambda_2 \cong \lambda_3 = 0.0045.$$

En ayant  $\lambda_{1'}$ ,  $\lambda_2$ , et  $\mu$ , on obtient:

$$x_{1'} = 0.10208333,$$

$$x_2 = 0.0375,$$

et

$$s = \frac{x_2}{x_{1'}} = 0.366734695$$

En utilisant l'expression (3.27) pour  $\varepsilon \neq 1$ , on trouve:

$$c = 0.938481,$$

$$E_0 = 0.877514$$

et

$$E_{18} = 0.900371.$$

En employant l'équation (3.33), on trouve:

$$P_2 = \frac{x_2}{(1 + x_{1'} + x_2)} = 0.032907$$

on trouve:

$$h_{32}(18,18) \equiv \frac{E_{18} - E_0}{P_2} = 0.694612$$

**c- Agrégation des stations 2 et 3** ( $\lambda_1 = \lambda_3 = 0.0045$ ).

De l'équation (3.35), on peut écrire:

$$\lambda_2 = \lambda_2 + \lambda_3 [1 - h_{32}(18, 18)] = 0.01 + 0.0045(0.305388) = 0.01137425$$

$$x_1 = 0.0375 \quad x_2 = 0.09478538 \quad s = 2.5276102 \quad c = 1.060994$$

et de l'équation (3.27), on obtient:

$$E_{18} = 0.905941,$$

$$E_0 = 0.88317$$

$$E_{18} = E_0 + P_1 h_{12}$$

$$P_1 = \frac{x_1}{1 + x_1 + x_2} = 0.033119;$$

$$h_{12}(18,18) = (E_{18} - E_0) / P_1 = 0.687567$$

Vu que le nouvel estimé de  $h_{12} = 0.687567$  est différent de la valeur initiale 0.5, on retourne au point 2 (voir page 70).

**d- Agrégation des stations 1 et 2.**

$$\lambda_1 = \lambda_1 [1 - 0.687567] + \lambda_2 = 0.011406$$

$$\lambda_2 = 0.0045 = \lambda_3 ;$$

on obtient:

$$E_0 = 0.882963$$

$$E_{18} = 0.905739$$

et

$$P_2 = \frac{x_2}{1 + x_1 + x_2} = 0.033111$$

$$h_{32}(18,18) = 0.687851$$

$$0.687851 \neq 0.694612,$$

donc on passe au point 3 (voir page 71).

**e- Agrégation des stations 2 et 3.**

En utilisant les nouveaux estimés, on a les paramètres:

$$\lambda_1 = 0.0045 \text{ et } \lambda_2 = 0.011405,$$

ce qui donne:

$$E_0 = 0.882972$$

et

$$E_{18} = 0.905746$$

et notre nouvel estimé:

$$h_{12}(18,18)=0.687836.$$

Comme il semble que le critère d'arrêt n'est pas encore satisfait, on passe de nouveau au point 2 (voir page 70).

**f- Agrégation des stations 1 et 2.**

$$\lambda_r = \lambda_1[1 - 0.687836] + \lambda_2 = 0.01140474$$

$$\lambda_2 = 0.0045 = \lambda_3 ;$$

on obtient:

$$E_0 = 0.882971$$

$$E_{18} = 0.905747$$

$$P_2 = \frac{x_2}{1 + x_1 + x_2} = 0.033111$$

$$h_{32}(18,18) = 0.687838.$$

$$0.687838 \neq 0.687851,$$

donc on passe point 3 (voir page 71).

**g- Agrégation des stations 2 et 3.**

En utilisant les nouveaux estimés, nous aurons les paramètres:

$$\lambda_1 = 0.0045$$

et

$$\lambda_2 = 0.01140473$$

ce qui donne:

$$E_0 = 0.882971$$

et

$$E_{18} = 0.905747$$

et notre nouvel estimé:

$$h_{12}(18,18) = 0.687838.$$

La différence entre les  $h_{12}$  est plus petit que  $\varepsilon = 0.0001$ . Donc, nous passerons au point 4 de la procédure de solution (voir page 71).

**h- Estimé de l'efficacité de la ligne de trois stations de travail.**

$$E_{18,18} = E_{00} + P_1 h_{12}(18,18) + P_3 h_{32}(18,18) \cong$$

$$0.863309 + \left( \frac{\frac{0.0045}{0.12}}{1 + (0.0045 + 0.01 + 0.0045)} (0.687838) \right) 2 = 0.907847$$

## **ANNEXE 3**

**Résultats analytiques vs simulation  
(Modèle de programmation linéaire)**

**LIGNE DE PRODUCTION CONSTITUÉE DE 2 PROCESSEURS**  
(Résultats analytiques, approche de la programmation linéaire)

## RÉSULTATS OBTENUS PAR L'APPROCHE DE LA PROGRAMMATION LINÉAIRE

### CAS 1, 3 et 5: Résultats analytiques

{15558., {T -> 15558., d[1, 1] -> 6780., d[1, 2] -> 8778.,  
d[2, 1] -> 6548., d[2, 2] -> 9010.}}

2.

{15158., {T -> 15158., d[1, 1] -> 6780., d[1, 2] -> 8378.,  
d[2, 1] -> 6148., d[2, 2] -> 9010.}}

6.

{14758., {T -> 14758., d[1, 1] -> 6780., d[1, 2] -> 7978.,  
d[2, 1] -> 5748., d[2, 2] -> 9010.}}

10.

{14358., {T -> 14358., d[1, 1] -> 6780., d[1, 2] -> 7578.,  
d[2, 1] -> 5348., d[2, 2] -> 9010.}}

14.

{13958., {T -> 13958., d[1, 1] -> 6780., d[1, 2] -> 7178.,  
d[2, 1] -> 4948., d[2, 2] -> 9010.}}

18.

{13558., {T -> 13558., d[1, 1] -> 6780., d[1, 2] -> 6778.,  
d[2, 1] -> 4548., d[2, 2] -> 9010.}}

22.

{13158., {T -> 13158., d[1, 1] -> 6780., d[1, 2] -> 6378.,  
d[2, 1] -> 4148., d[2, 2] -> 9010.}}

26.

{12758., {T -> 12758., d[1, 1] -> 6780., d[1, 2] -> 5978.,  
d[2, 1] -> 3748., d[2, 2] -> 9010.}}

30.

{12358., {T -> 12358., d[1, 1] -> 6780., d[1, 2] -> 5578.,  
d[2, 1] -> 3348., d[2, 2] -> 9010.}}

34.

{11958., {T -> 11958., d[1, 1] -> 6780., d[1, 2] -> 5178.,  
d[2, 1] -> 2948., d[2, 2] -> 9010.}}

38.

{11690., {T -> 11690., d[1, 1] -> 7010., d[1, 2] -> 4680.,  
d[2, 1] -> 2680., d[2, 2] -> 9010.}}

42.

{11690., {T -> 11690., d[1, 1] -> 7010., d[1, 2] -> 4680.,  
d[2, 1] -> 2680., d[2, 2] -> 9010.}}

46.

{11690., {T -> 11690., d[1, 1] -> 7010., d[1, 2] -> 4680.,  
d[2, 1] -> 2680., d[2, 2] -> 9010.}}

50.

**CAS 2: Résultats analytiques**

{15720., {T -> 15720., d[1, 1] -> 6780., d[1, 2] -> 200.,  
d[1, 3] -> 8740., d[2, 1] -> 6560., d[2, 2] -> 150.,  
d[2, 3] -> 9010.}}

2.

{15320., {T -> 15320., d[1, 1] -> 6780., d[1, 2] -> 200.,  
d[1, 3] -> 8340., d[2, 1] -> 6148., d[2, 2] -> 162.,  
d[2, 3] -> 9010.}}

6.

{14920., {T -> 14920., d[1, 1] -> 6780., d[1, 2] -> 200.,  
d[1, 3] -> 7940., d[2, 1] -> 5748., d[2, 2] -> 162.,  
d[2, 3] -> 9010.}}

10.

{14520., {T -> 14520., d[1, 1] -> 6780., d[1, 2] -> 200.,  
d[1, 3] -> 7540., d[2, 1] -> 5348., d[2, 2] -> 162.,  
d[2, 3] -> 9010.}}

14.

{14120., {T -> 14120., d[1, 1] -> 6780., d[1, 2] -> 200.,  
d[1, 3] -> 7140., d[2, 1] -> 4948., d[2, 2] -> 162.,  
d[2, 3] -> 9010.}}

18.

{13720., {T -> 13720., d[1, 1] -> 6780., d[1, 2] -> 200.,  
d[1, 3] -> 6740., d[2, 1] -> 4548., d[2, 2] -> 162.,  
d[2, 3] -> 9010.}}

22.

{13320., {T -> 13320., d[1, 1] -> 6780., d[1, 2] -> 200.,  
d[1, 3] -> 6340., d[2, 1] -> 4148., d[2, 2] -> 162.,  
d[2, 3] -> 9010.}}

26.

{12920., {T -> 12920., d[1, 1] -> 6780., d[1, 2] -> 200.,  
d[1, 3] -> 5940., d[2, 1] -> 3748., d[2, 2] -> 162.,  
d[2, 3] -> 9010.}}

30.

{12520., {T -> 12520., d[1, 1] -> 6780., d[1, 2] -> 200.,  
d[1, 3] -> 5540., d[2, 1] -> 3348., d[2, 2] -> 162.,  
d[2, 3] -> 9010.}}

34.

{12120., {T -> 12120., d[1, 1] -> 6780., d[1, 2] -> 200.,  
d[1, 3] -> 5140., d[2, 1] -> 2948., d[2, 2] -> 162.,  
d[2, 3] -> 9010.}}

38.

{11720., {T -> 11720., d[1, 1] -> 6780., d[1, 2] -> 200.,  
d[1, 3] -> 4740., d[2, 1] -> 2680., d[2, 2] -> 30.,  
d[2, 3] -> 9010.}}

42.

{11690., {T -> 11690., d[1, 1] -> 6810., d[1, 2] -> 200.,  
d[1, 3] -> 4680., d[2, 1] -> 2680., d[2, 2] -> 0, d[2, 3] -> 9010.}}

46.

{11690., {T -> 11690., d[1, 1] -> 6810., d[1, 2] -> 200.,  
d[1, 3] -> 4680., d[2, 1] -> 2680., d[2, 2] -> 0, d[2, 3] -> 9010.} }

50.

#### CAS 4: Résultats analytiques

{15818., {T -> 15818., d[1, 1] -> 6780., d[1, 2] -> 298.,  
d[1, 3] -> 8740., d[2, 1] -> 6548., d[2, 2] -> 260.,  
d[2, 3] -> 9010.}}

2.

{15418., {T -> 15418., d[1, 1] -> 6780., d[1, 2] -> 298.,  
d[1, 3] -> 8340., d[2, 1] -> 6148., d[2, 2] -> 260.,  
d[2, 3] -> 9010.}}

6.

{15018., {T -> 15018., d[1, 1] -> 6780., d[1, 2] -> 298.,  
d[1, 3] -> 7940., d[2, 1] -> 5748., d[2, 2] -> 260.,  
d[2, 3] -> 9010.}}

10.

{14618., {T -> 14618., d[1, 1] -> 6780., d[1, 2] -> 298.,  
d[1, 3] -> 7540., d[2, 1] -> 5348., d[2, 2] -> 260.,  
d[2, 3] -> 9010.}}

14.

{14218., {T -> 14218., d[1, 1] -> 6780., d[1, 2] -> 298.,  
d[1, 3] -> 7140., d[2, 1] -> 4948., d[2, 2] -> 260.,  
d[2, 3] -> 9010.}}

18.

{13818., {T -> 13818., d[1, 1] -> 6780., d[1, 2] -> 298.,  
d[1, 3] -> 6740., d[2, 1] -> 4548., d[2, 2] -> 260.,  
d[2, 3] -> 9010.}}

22.

{13418., {T -> 13418., d[1, 1] -> 6780., d[1, 2] -> 298.,  
d[1, 3] -> 6340., d[2, 1] -> 4148., d[2, 2] -> 260.,  
d[2, 3] -> 9010.}}

26.

{13018., {T -> 13018., d[1, 1] -> 6780., d[1, 2] -> 0,  
d[1, 3] -> 6238., d[2, 1] -> 3748., d[2, 2] -> 260.,  
d[2, 3] -> 9010.}}

30.

{12618., {T -> 12618., d[1, 1] -> 6780., d[1, 2] -> 298.,  
d[1, 3] -> 5540., d[2, 1] -> 3348., d[2, 2] -> 260.,  
d[2, 3] -> 9010.}}

34.

{12218., {T -> 12218., d[1, 1] -> 6780., d[1, 2] -> 298.,  
d[1, 3] -> 5140., d[2, 1] -> 2948., d[2, 2] -> 260.,  
d[2, 3] -> 9010.}}

38.

```
{11950., {T -> 11950., d[1, 1] -> 6872.86, d[1, 2] -> 397.143,  
d[1, 3] -> 4680., d[2, 1] -> 2680., d[2, 2] -> 260.,  
d[2, 3] -> 9010.}}
```

42.

```
{11950., {T -> 11950., d[1, 1] -> 6780., d[1, 2] -> 490.,  
d[1, 3] -> 4680., d[2, 1] -> 2680., d[2, 2] -> 260.,  
d[2, 3] -> 9010.}}
```

46.

```
{11950., {T -> 11950., d[1, 1] -> 6780., d[1, 2] -> 490.,  
d[1, 3] -> 4680., d[2, 1] -> 2680., d[2, 2] -> 260.,  
d[2, 3] -> 9010.}}
```

50.

**LIGNE DE PRODUCTION CONSTITUÉE DE K PROCESSEURS**  
(Résultats analytiques, approche de la programmation linéaire))

### Résultats obtenus par l'approche de la programmation linéaire, exemple de 3 processeurs et 2 tampons intermédiaires

$p[1,1]=70.0$ ;  $p[1,2]=55.0$ ;  
 $p[2,1]=38.0$ ;  $p[2,2]=60$ ;  
 $p[3,1]=65.0$ ;  $p[3,2]=85.00$ ;  
 $St[1,1]=(280.00+600.00)$ ;  $St[1,2]=280.00$ ;  
 $St[2,1]=(210.00+400.00)$ ;  $St[2,2]=0$ ;  
 $St[3,1]=(230.0+480.00)$ ;  $St[3,2]=230.00$ ;  
 $n[1]=65.0$ ;  $n[2]=80.0$ ;  
 $s=3$ .;  $c=2$ .;  $a=0$ ;  
 $tampon1max=2.00$ ;  
 $tampon2max=6.00$ ;

$\{12116.1, \{T \rightarrow 12116.1, d[1, 1] \rightarrow 5430., d[1, 2] \rightarrow 6686.14,$   
 $d[2, 1] \rightarrow 5058., d[2, 2] \rightarrow 6801.17, d[3, 1] \rightarrow 5086.14,$   
 $d[3, 2] \rightarrow 7030.\}\}$

$b[1]=2.$

$b[2]=2.$

$R=83.5596$

$E[1,1]=0.$

$E[1,2]=2006.14$

$E[2,1]=1978.$

$E[2,2]=2001.17$

$E[3,1]=151.138$

$E[3,2]=0.$

$B[1]=16.5576$

$B[2]=32.8419$

$B[3]=1.24741$

$U[1]=73.8684$

$U[2]=60.0026$

$U[3]=90.9943$

$\{11979.3, \{T \rightarrow 11979.3, d[1, 1] \rightarrow 5430., d[1, 2] \rightarrow 6549.28,$   
 $d[2, 1] \rightarrow 5058., d[2, 2] \rightarrow 6660.8, d[3, 1] \rightarrow 4949.28,$   
 $d[3, 2] \rightarrow 7030.\}\}$

$b[1]=2.$

$b[2]=4.$

$R=82.6157$

$E[1,1]=0.$

$E[1,2]=1869.28$

$E[2,1]=1978.$

$E[2,2]=1860.8$

$E[3,1]=14.2769$

$E[3,2]=0.$

$B[1]=15.6043$

$B[2]=32.0453$

$B[3]=0.11918$

$U[1]=74.7124$

$U[2]=60.6881$

$U[3]=92.0339$

$\{11965., \{T \rightarrow 11965., d[1, 1] \rightarrow 5430., d[1, 2] \rightarrow 6535.,$   
 $d[2, 1] \rightarrow 5193.05, d[2, 2] \rightarrow 6646.15, d[3, 1] \rightarrow 4935.,$   
 $d[3, 2] \rightarrow 7030.\}\}$

$b[1]=2.$

$b[2]=6.$   
 $R=82.5172$   
 $E[1,1]=0.$   
 $E[1,2]=1855.$   
 $E[2,1]=2113.05$   
 $E[2,2]=1846.15$   
 $E[3,1]=0.$   
 $E[3,2]=0.$   
 $B[1]=15.5036$   
 $B[2]=33.0899$   
 $B[3]=0.$   
 $U[1]=74.8015$   
 $U[2]=60.7606$   
 $U[3]=92.1438$

$T_{min}=11965.$

$dij$  pour  $T_{min}=\{T \rightarrow 11965., d[1, 1] \rightarrow 5430., d[1, 2] \rightarrow 6535.,$   
 $d[2, 1] \rightarrow 5193.05, d[2, 2] \rightarrow 6646.15, d[3, 1] \rightarrow 4935.,$   
 $d[3, 2] \rightarrow 7030.\}$   
 $b[1]$  pour  $T_{min}=2.$   
 $b[2]$  pour  $T_{min}=6.$   
 $T_{max}=12116.1$

$dij$  pour  $T_{max}=\{T \rightarrow 12116.1, d[1, 1] \rightarrow 5430., d[1, 2] \rightarrow 6686.14,$   
 $d[2, 1] \rightarrow 5058., d[2, 2] \rightarrow 6801.17, d[3, 1] \rightarrow 5086.14,$   
 $d[3, 2] \rightarrow 7030.\}$   
 $b[1]$  pour  $T_{max}=2.$   
 $b[2]$  pour  $T_{max}=2.$

(\*Recherche de Tmoins et Tplus\*)  
 $T_{initial}=11990$

$T_{moins}=11979.3$   
 $dij$  pour  $T_{moins}=\{T \rightarrow 11979.3, d[1, 1] \rightarrow 5430., d[1, 2] \rightarrow 6549.28,$   
 $d[2, 1] \rightarrow 5058., d[2, 2] \rightarrow 6660.8, d[3, 1] \rightarrow 4949.28,$   
 $d[3, 2] \rightarrow 7030.\}$   
 $b[1]$  pour  $T_{moins}=2.$   
 $b[2]$  pour  $T_{moins}=4.$

$T_{plus}=12116.1$   
 $dij$  pour  $T_{plus}=\{T \rightarrow 12116.1, d[1, 1] \rightarrow 5430., d[1, 2] \rightarrow 6686.14,$   
 $d[2, 1] \rightarrow 5058., d[2, 2] \rightarrow 6801.17, d[3, 1] \rightarrow 5086.14,$   
 $d[3, 2] \rightarrow 7030.\}$   
 $b[1]$  pour  $T_{plus}=2.$   
 $b[2]$  pour  $T_{plus}=2.$

### Résultats obtenus par l'approche de la programmation linéaire, exemple de 4 machines et 3 tampons intermédiaires

$p[1,1]=70.0;p[1,2]=55.0;$   
 $p[2,1]=38.0;p[2,2]=60.0;$   
 $p[3,1]=65.0;p[3,2]=85.00;$   
 $p[4,1]=55.0;p[4,2]=70.0;$   
 $St[1,1]=280.0;St[1,2]=(280.0+600);$   
 $St[2,1]=210.0;St[2,2]=(210+400);$   
 $St[3,1]=230.00;St[3,2]=(230.0+480);$   
 $St[4,1]=300;St[4,2]=(300+500);$   
 $n[1]=65.0; n[2]=80.0;$   
 $s=4.; c=2.; a=0;$   
 $tampon1max=10.0;$   
 $tampon2max=10.0;$   
 $tampon3max=10.0;$   
 $\{12121.5, \{T \rightarrow 12121.5, d[1, 1] \rightarrow 4830., d[1, 2] \rightarrow 7291.49,$   
 $d[2, 1] \rightarrow 4658., d[2, 2] \rightarrow 7463.49, d[3, 1] \rightarrow 4606.14,$   
 $d[3, 2] \rightarrow 7510., d[4, 1] \rightarrow 4621.49, d[4, 2] \rightarrow 7500.\}$   
 $b[1]=2.$   
 $b[2]=2.$   
 $b[3]=2.$   
 $R=83.5965$   
 $E[1,1]=0.$   
 $E[1,2]=2011.49$   
 $E[2,1]=1978.$   
 $E[2,2]=2053.49$   
 $E[3,1]=151.138$   
 $E[3,2]=0.$   
 $E[4,1]=746.488$   
 $E[4,2]=1100.$   
 $B[1]=16.5944$   
 $B[2]=33.259$   
 $B[3]=1.24686$   
 $B[4]=15.2332$   
 $U[1]=73.8358$   
 $U[2]=59.9761$   
 $U[3]=90.9542$   
 $U[4]=75.692$

$\{12116.1, \{T \rightarrow 12116.1, d[1, 1] \rightarrow 4830., d[1, 2] \rightarrow 7286.14,$   
 $d[2, 1] \rightarrow 4658., d[2, 2] \rightarrow 7458.14, d[3, 1] \rightarrow 4606.14,$   
 $d[3, 2] \rightarrow 7510., d[4, 1] \rightarrow 5296.14, d[4, 2] \rightarrow 6820.\}$

$b[1]=2.$   
 $b[2]=2.$   
 $b[3]=10.$   
 $R=83.5596$   
 $E[1,1]=0.$   
 $E[1,2]=2006.14$   
 $E[2,1]=1978.$   
 $E[2,2]=2048.14$   
 $E[3,1]=151.138$   
 $E[3,2]=0.$   
 $E[4,1]=1421.14$   
 $E[4,2]=420.$

B[1]=16.5576  
 B[2]=33.2296  
 B[3]=1.24741  
 B[4]=15.1958  
 U[1]=73.8684  
 U[2]=60.0026  
 U[3]=90.9943  
 U[4]=75.7254

{11975., {T -> 11975., d[1, 1] -> 4830., d[1, 2] -> 7145.,  
 d[2, 1] -> 5121.11, d[2, 2] -> 6853.89, d[3, 1] -> 4455.,  
 d[3, 2] -> 7510., d[4, 1] -> 4475., d[4, 2] -> 7500.}}

b[1]=2.  
 b[2]=10.  
 b[3]=2.  
 R=82.5862  
 E[1,1]=0.  
 E[1,2]=1865.  
 E[2,1]=2441.11  
 E[2,2]=1443.89  
 E[3,1]=0.  
 E[3,2]=0.  
 E[4,1]=600.  
 E[4,2]=1100.  
 B[1]=15.5741  
 B[2]=32.4426  
 B[3]=0.  
 B[4]=14.1962  
 U[1]=74.739  
 U[2]=60.7098  
 U[3]=92.0668  
 U[4]=76.618

{11965., {T -> 11965., d[1, 1] -> 5313.23, d[1, 2] -> 6651.77,  
 d[2, 1] -> 5126.36, d[2, 2] -> 6838.64, d[3, 1] -> 4455.,  
 d[3, 2] -> 7510., d[4, 1] -> 5145., d[4, 2] -> 6820.}}

b[1]=2.  
 b[2]=10.  
 b[3]=10.  
 R=82.5172  
 E[1,1]=483.232  
 E[1,2]=1371.77  
 E[2,1]=2446.36  
 E[2,2]=1428.64  
 E[3,1]=0.  
 E[3,2]=0.  
 E[4,1]=1270.  
 E[4,2]=420.  
 B[1]=15.5036  
 B[2]=32.3861  
 B[3]=0.  
 B[4]=14.1245  
 U[1]=74.8015  
 U[2]=60.7606  
 U[3]=92.1438  
 U[4]=76.682

{11975., {T -> 11975., d[1, 1] -> 4830., d[1, 2] -> 7145.,  
d[2, 1] -> 4502.06, d[2, 2] -> 7472.94, d[3, 1] -> 4455.,  
d[3, 2] -> 7510., d[4, 1] -> 4475., d[4, 2] -> 7500.}}

b[1]=10.

b[2]=2.

b[3]=2.

R=82.5862

E[1,1]=0.

E[1,2]=1865.

E[2,1]=1822.06

E[2,2]=2062.94

E[3,1]=0.

E[3,2]=0.

E[4,1]=600.

E[4,2]=1100.

B[1]=15.5741

B[2]=32.4426

B[3]=0.

B[4]=14.1962

U[1]=74.739

U[2]=60.7098

U[3]=92.0668

U[4]=76.618

{11965., {T -> 11965., d[1, 1] -> 5267.06, d[1, 2] -> 6697.94,  
d[2, 1] -> 4467.82, d[2, 2] -> 7497.18, d[3, 1] -> 4455.,  
d[3, 2] -> 7510., d[4, 1] -> 5145., d[4, 2] -> 6820.}}

b[1]=10.

b[2]=2.

b[3]=10.

R=82.5172

E[1,1]=437.061

E[1,2]=1417.94

E[2,1]=1787.82

E[2,2]=2087.18

E[3,1]=0.

E[3,2]=0.

E[4,1]=1270.

E[4,2]=420.

B[1]=15.5036

B[2]=32.3861

B[3]=0.

B[4]=14.1245

U[1]=74.8015

U[2]=60.7606

U[3]=92.1438

U[4]=76.682

{11975., {T -> 11975., d[1, 1] -> 6045.34, d[1, 2] -> 5929.66,  
d[2, 1] -> 5126.36, d[2, 2] -> 6848.64, d[3, 1] -> 4455.,  
d[3, 2] -> 7510., d[4, 1] -> 4475., d[4, 2] -> 7500.}}

b[1]=10.

b[2]=10.

b[3]=2.

R=82.5862

E[1,1]=1215.34

E[1,2]=649.661

$E[2,1]=2446.36$   
 $E[2,2]=1438.64$   
 $E[3,1]=0.$   
 $E[3,2]=0.$   
 $E[4,1]=600.$   
 $E[4,2]=1100.$   
 $B[1]=15.5741$   
 $B[2]=32.4426$   
 $B[3]=0.$   
 $B[4]=14.1962$   
 $U[1]=74.739$   
 $U[2]=60.7098$   
 $U[3]=92.0668$   
 $U[4]=76.618$

$\{11965., \{T \rightarrow 11965., d[1, 1] \rightarrow 6045.34, d[1, 2] \rightarrow 5919.66,$   
 $d[2, 1] \rightarrow 5126.36, d[2, 2] \rightarrow 6838.64, d[3, 1] \rightarrow 4455.,$   
 $d[3, 2] \rightarrow 7510., d[4, 1] \rightarrow 5145., d[4, 2] \rightarrow 6820.\}$

$b[1]=10.$   
 $b[2]=10.$   
 $b[3]=10.$   
 $R=82.5172$   
 $E[1,1]=1215.34$   
 $E[1,2]=639.661$   
 $E[2,1]=2446.36$   
 $E[2,2]=1428.64$   
 $E[3,1]=0.$   
 $E[3,2]=0.$   
 $E[4,1]=1270.$   
 $E[4,2]=420.$   
 $B[1]=15.5036$   
 $B[2]=32.3861$   
 $B[3]=0.$   
 $B[4]=14.1245$   
 $U[1]=74.8015$   
 $U[2]=60.7606$   
 $U[3]=92.1438$   
 $U[4]=76.682$

$T_{min}=11965.$   
 $dij \text{ pour } T_{min}=\{T \rightarrow 11965., d[1, 1] \rightarrow 5313.23, d[1, 2] \rightarrow 6651.77,$   
 $d[2, 1] \rightarrow 5126.36, d[2, 2] \rightarrow 6838.64, d[3, 1] \rightarrow 4455.,$   
 $d[3, 2] \rightarrow 7510., d[4, 1] \rightarrow 5145., d[4, 2] \rightarrow 6820.\}$   
 $b[1] \text{ pour } T_{min}=2.$   
 $b[2] \text{ pour } T_{min}=10.$   
 $b[3] \text{ pour } T_{min}=10.$

$T_{max}=12121.5$   
 $dij \text{ pour } T_{max}=\{T \rightarrow 12121.5, d[1, 1] \rightarrow 4830., d[1, 2] \rightarrow 7291.49,$   
 $d[2, 1] \rightarrow 4658., d[2, 2] \rightarrow 7463.49, d[3, 1] \rightarrow 4606.14,$   
 $d[3, 2] \rightarrow 7510., d[4, 1] \rightarrow 4621.49, d[4, 2] \rightarrow 7500.\}$   
 $b[1] \text{ pour } T_{max}=2.$   
 $b[2] \text{ pour } T_{max}=2.$   
 $b[3] \text{ pour } T_{max}=2.$

(\*Recherche de Tmoins et Tplus\*)

Tinitial=11990;

Tmoins=11975.

dij pour Tmoins={T -> 11975., d[1, 1] -> 4830., d[1, 2] -> 7145.,  
d[2, 1] -> 5121.11, d[2, 2] -> 6853.89, d[3, 1] -> 4455.,

d[3, 2] -> 7510., d[4, 1] -> 4475., d[4, 2] -> 7500.}  
b[1] pour Tmoins=2.  
b[2] pour Tmoins=10.  
b[3] pour Tmoins=2.

Tplus=12116.1

dij pour Tplus={T -> 12116.1, d[1, 1] -> 4830., d[1, 2] -> 7286.14,

d[2, 1] -> 4658., d[2, 2] -> 7458.14, d[3, 1] -> 4606.14,

d[3, 2] -> 7510., d[4, 1] -> 5296.14, d[4, 2] -> 6820.}  
b[1] pour Tplus=2.  
b[2] pour Tplus=2.  
b[3] pour Tplus=10.

LIGNE DE PRODUCTION CONSTITUÉE DE K PROCESSEURS  
(Résultats obtenus par simulation))

Simulation, exemple : ligne de production de 3 processeurs et 2 tampons, b1=b2=2

General Report

Output from Z:\PLINEAR\_SIMPANNEVEX\_3MACH.MOD [Valid Model]

Date: Dec/31/1997 Time: 02:26:01 PM

Scenario : Normal Run

Replication : All

Period : Final Report (10098.71232 hr to 20000 hr Elapsed: 9901.287683 hr)

Warmup Time : 10100.48027 hr (Std. Dev. 2.259966667 hr)

Simulation Time : 20000 hr

LOCATION STATES BY PERCENTAGE (Single Capacity)

Location Name	Scheduled Hours	% Operation	% Setup	% Idle	% Waiting	% Blocked	% Down	
Station 1	9901.287683	72.87	4.57	0.00	0.00	19.54	3.02	(Rep 1)
Station 1	9897.429867	72.86	4.57	0.00	0.00	19.48	3.09	(Rep 2)
Station 1	9898.670917	72.88	4.57	0.00	0.00	19.52	3.02	(Rep 3)
Station 1	9902.506217	72.88	4.57	0.00	0.00	19.49	3.07	(Rep 4)
Station 1	9897.704	72.87	4.57	0.00	0.00	19.54	3.02	(Rep 5)
Station 1	9899.519737	72.87	4.57	0.00	0.00	19.51	3.04	(Average)
Station 1	2.259958509	0.01	0.00	0.00	0.00	0.03	0.03	(Std. Dev.)
Station 1	9897.429867	72.86	4.57	0.00	0.00	19.48	3.02	(Min)
Station 1	9902.506217	72.88	4.57	0.00	0.00	19.54	3.09	(Max)
Station 1	0.2848083866	-0.27	-0.28	-0.81	0.30	-0.16	0.40	(Skewness)
Station 1	9896.714077	72.86	4.57	0.00	0.00	19.48	3.00	(95% C.I. Low)
Station 1	9902.325396	72.88	4.57	0.00	0.00	19.55	3.08	(95% C.I. High)
Station 2	9901.287683	59.32	1.70	11.72	0.00	25.14	2.13	(Rep 1)
Station 2	9897.429867	59.29	1.70	11.93	0.00	24.90	2.18	(Rep 2)
Station 2	9898.670917	59.33	1.70	11.75	0.00	25.13	2.10	(Rep 3)
Station 2	9902.506217	59.33	1.70	11.79	0.00	25.00	2.19	(Rep 4)
Station 2	9897.704	59.31	1.70	11.65	0.00	25.22	2.12	(Rep 5)
Station 2	9899.519737	59.31	1.70	11.77	0.00	25.08	2.14	(Average)
Station 2	2.259958509	0.01	0.00	0.10	0.00	0.13	0.04	(Std. Dev.)
Station 2	9897.429867	59.29	1.70	11.65	0.00	24.90	2.10	(Min)
Station 2	9902.506217	59.33	1.70	11.93	0.00	25.22	2.19	(Max)
Station 2	0.2848083866	-0.45	-0.28	0.47	0.89	-0.29	0.07	(Skewness)
Station 2	9896.714077	59.30	1.70	11.64	0.00	24.92	2.09	(95% C.I. Low)
Station 2	9902.325396	59.33	1.70	11.90	0.00	25.24	2.19	(95% C.I. High)
Station 3	9901.287683	89.86	3.76	3.26	0.00	0.00	3.12	(Rep 1)
Station 3	9897.429867	89.83	3.76	3.30	0.00	0.00	3.11	(Rep 2)
Station 3	9898.670917	89.88	3.76	3.29	0.00	0.00	3.07	(Rep 3)
Station 3	9902.506217	89.87	3.75	3.33	0.00	0.00	3.04	(Rep 4)
Station 3	9897.704	89.85	3.76	3.28	0.00	0.00	3.12	(Rep 5)
Station 3	9899.519737	89.86	3.76	3.29	0.00	0.00	3.09	(Average)
Station 3	2.259958509	0.02	0.00	0.03	0.00	0.00	0.03	(Std. Dev.)
Station 3	9897.429867	89.83	3.75	3.26	0.00	0.00	3.04	(Min)
Station 3	9902.506217	89.88	3.76	3.33	0.00	0.00	3.12	(Max)
Station 3	0.2848083866	-0.39	-0.28	0.26	0.87	0.00	-0.51	(Skewness)
Station 3	9896.714077	89.83	3.76	3.26	0.00	0.00	3.05	(95% C.I. Low)

Station 3 9902.325396 89.88 3.76 3.33 0.00 0.00 3.13 (95% C.I. High)

LOCATION SETUP BY ENTITY TYPE (Single Capacity)

Location Name	Entity Name	Number Of Setups	Average Minutes Per Setup	
Station 1	eProduct 1	98	280.000000	(Rep 1)
Station 1	eProduct 1	98	280.000000	(Rep 2)
Station 1	eProduct 1	98	280.000000	(Rep 3)
Station 1	eProduct 1	98	280.000000	(Rep 4)
Station 1	eProduct 1	98	280.000000	(Rep 5)
Station 1	eProduct 1	98	280.000000	(Average)
Station 1	eProduct 1	0	0.000000	(Std. Dev.)
Station 1	eProduct 1	98	280.000000	(Min)
Station 1	eProduct 1	98	280.000000	(Max)
Station 1	eProduct 1	0	0.000000	(Skewness)
Station 1	eProduct 1	98	280.000000	(95% C.I. Low)
Station 1	eProduct 1	98	280.000000	(95% C.I. High)
Station 1	eProduct 2	98	280.000000	(Rep 1)
Station 1	eProduct 2	98	280.000000	(Rep 2)
Station 1	eProduct 2	98	280.000000	(Rep 3)
Station 1	eProduct 2	98	280.000000	(Rep 4)
Station 1	eProduct 2	98	280.000000	(Rep 5)
Station 1	eProduct 2	98	280.000000	(Average)
Station 1	eProduct 2	0	0.000000	(Std. Dev.)
Station 1	eProduct 2	98	280.000000	(Min)
Station 1	eProduct 2	98	280.000000	(Max)
Station 1	eProduct 2	0	0.000000	(Skewness)
Station 1	eProduct 2	98	280.000000	(95% C.I. Low)
Station 1	eProduct 2	98	280.000000	(95% C.I. High)
Station 2	eProduct 1	98	210.000000	(Rep 1)
Station 2	eProduct 1	98	210.000000	(Rep 2)
Station 2	eProduct 1	98	210.000000	(Rep 3)
Station 2	eProduct 1	98	210.000000	(Rep 4)
Station 2	eProduct 1	98	210.000000	(Rep 5)
Station 2	eProduct 1	98	210.000000	(Average)
Station 2	eProduct 1	0	0.000000	(Std. Dev.)
Station 2	eProduct 1	98	210.000000	(Min)
Station 2	eProduct 1	98	210.000000	(Max)
Station 2	eProduct 1	0	0.000000	(Skewness)
Station 2	eProduct 1	98	210.000000	(95% C.I. Low)
Station 2	eProduct 1	98	210.000000	(95% C.I. High)
Station 2	eProduct 2	98	0.000000	(Rep 1)
Station 2	eProduct 2	98	0.000000	(Rep 2)
Station 2	eProduct 2	98	0.000000	(Rep 3)
Station 2	eProduct 2	98	0.000000	(Rep 4)
Station 2	eProduct 2	98	0.000000	(Rep 5)
Station 2	eProduct 2	98	0.000000	(Average)
Station 2	eProduct 2	0	0.000000	(Std. Dev.)
Station 2	eProduct 2	98	0.000000	(Min)
Station 2	eProduct 2	98	0.000000	(Max)
Station 2	eProduct 2	0	0.000000	(Skewness)
Station 2	eProduct 2	98	0.000000	(95% C.I. Low)

Station 2 eProduct 2	98	0.000000	(95% C.I. High)
Station 3 eProduct 1	98	230.000000	(Rep 1)
Station 3 eProduct 1	98	230.000000	(Rep 2)
Station 3 eProduct 1	98	230.000000	(Rep 3)
Station 3 eProduct 1	98	230.000000	(Rep 4)
Station 3 eProduct 1	98	230.000000	(Rep 5)
Station 3 eProduct 1	98	230.000000	(Average)
Station 3 eProduct 1	0	0.000000	(Std. Dev.)
Station 3 eProduct 1	98	230.000000	(Min)
Station 3 eProduct 1	98	230.000000	(Max)
Station 3 eProduct 1	0	0.000000	(Skewness)
Station 3 eProduct 1	98	230.000000	(95% C.I. Low)
Station 3 eProduct 1	98	230.000000	(95% C.I. High)
Station 3 eProduct 2	98	230.000000	(Rep 1)
Station 3 eProduct 2	98	230.000000	(Rep 2)
Station 3 eProduct 2	98	230.000000	(Rep 3)
Station 3 eProduct 2	98	230.000000	(Rep 4)
Station 3 eProduct 2	98	230.000000	(Rep 5)
Station 3 eProduct 2	98	230.000000	(Average)
Station 3 eProduct 2	0	0.000000	(Std. Dev.)
Station 3 eProduct 2	98	230.000000	(Min)
Station 3 eProduct 2	98	230.000000	(Max)
Station 3 eProduct 2	0	0.000000	(Skewness)
Station 3 eProduct 2	98	230.000000	(95% C.I. Low)
Station 3 eProduct 2	98	230.000000	(95% C.I. High)

RESOURCES

Resource Name	Units	Average			% Blocked In Travel	% Util		
		Scheduled Hours	Number Of Times Used	Average Minutes Per Travel To Use				
RepairMan	1	9901.287683	66081	0.496794	0.212308	0.199892	0.00	7.89 (Rep 1)
RepairMan	1	9897.429867	66301	0.501976	0.213123	0.200327	0.00	7.98 (Rep 2)
RepairMan	1	9898.670917	65412	0.498540	0.212330	0.200183	0.00	7.83 (Rep 3)
RepairMan	1	9902.506217	66125	0.497347	0.213199	0.200632	0.00	7.91 (Rep 4)
RepairMan	1	9897.704	65702	0.501754	0.211880	0.199633	0.00	7.90 (Rep 5)
RepairMan	1	9899.519737	65924.2	0.499282	0.212568	0.200133	0.00	7.90 (Average)
RepairMan	0	2.259958509	360.072	0.002442	0.000571	0.000386	0.00	0.06 (Std. Dev.)
RepairMan	1	9897.429867	65412	0.496794	0.211880	0.199633	0.00	7.83 (Min)
RepairMan	1	9902.506217	66301	0.501976	0.213199	0.200632	0.00	7.98 (Max)
RepairMan	0	0.2848083866	-0.342288	0.159110	0.070661	-0.027503	0.00	0.24 (Skewness)
RepairMan	1	9896.714077	65477.2	0.496251	0.211859	0.199654	0.00	7.83 (95% C.I. Low)
RepairMan	1	9902.325396	66371.2	0.502314	0.213277	0.200613	0.00	7.97 (95% C.I. High)

RESOURCE STATES BY PERCENTAGE

Resource Name	Scheduled Hours	% In Use		% Travel To Park		% Idle Down	
		% In Use	% To Use	% To Park	% Idle	% Down	
RepairMan	9901.287683	5.53	2.36	2.10	90.02	0.00	(Rep 1)
RepairMan	9897.429867	5.60	2.38	2.11	89.91	0.00	(Rep 2)
RepairMan	9898.670917	5.49	2.34	2.08	90.09	0.00	(Rep 3)
RepairMan	9902.506217	5.54	2.37	2.11	89.99	0.00	(Rep 4)
RepairMan	9897.704	5.55	2.34	2.09	90.02	0.00	(Rep 5)

RepairMan	9899.519737	5.54	2.36	2.10	90.00	0.00	(Average)
RepairMan	2.259958509	0.04	0.02	0.01	0.06	0.00	(Std. Dev.)
RepairMan	9897.429867	5.49	2.34	2.08	89.91	0.00	(Min)
RepairMan	9902.506217	5.60	2.38	2.11	90.09	0.00	(Max)
RepairMan	0.2848083866	0.32	-0.06	-0.06	-0.20	0.00	(Skewness)
RepairMan	9896.714077	5.49	2.34	2.08	89.92	0.00	(95% C.I. Low)
RepairMan	9902.325396	5.59	2.38	2.11	90.08	0.00	(95% C.I. High)

VARIABLES

Variable Name	Average						
	Total Changes	Minutes Per Change	Minimum Value	Maximum Value	Current Value	Average Value	
var1	14060	42.246933	0	80	21	38.7465	(Rep 1)
var1	14056	42.247569	0	80	25	38.7698	(Rep 2)
var1	14060	42.241280	0	80	21	38.7566	(Rep 3)
var1	14062	42.250331	0	80	19	38.7572	(Rep 4)
var1	14057	42.243602	0	80	24	38.7608	(Rep 5)
var1	14059	42.245943	0	80	22	38.7582	(Average)
var1	2.44949	0.003539	0	0	2.44949	0.00838807	(Std. Dev.)
var1	14056	42.241280	0	80	19	38.7465	(Min)
var1	14062	42.250331	0	80	25	38.7698	(Max)
var1	-0.0816497	-0.110366	0	0	0.0816497	-0.00424462	(Skewness)
var1	14056	42.241549	0	80	18.959	38.7478	(95% C.I. Low)
var1	14062	42.250337	0	80	25.041	38.7686	(95% C.I. High)

vNumber of Cycles	48	12159.279708	50	98	98	74.1281	(Rep 1)
vNumber of Cycles	48	12163.196729	50	98	98	74.1119	(Rep 2)
vNumber of Cycles	48	12157.670292	50	98	98	74.126	(Rep 3)
vNumber of Cycles	48	12158.538396	50	98	98	74.1355	(Rep 4)
vNumber of Cycles	48	12161.067312	50	98	98	74.1133	(Rep 5)
vNumber of Cycles	48	12159.950488	50	98	98	74.1229	(Average)
vNumber of Cycles	0	2.203896	0	0	0	0.0101148	(Std. Dev.)
vNumber of Cycles	48	12157.670292	50	98	98	74.1119	(Min)
vNumber of Cycles	48	12163.196729	50	98	98	74.1355	(Max)
vNumber of Cycles	0	0.385425	0	0	0	-0.0223558	(Skewness)
vNumber of Cycles	48	12157.214428	50	98	98	74.1104	(95% C.I. Low)
vNumber of Cycles	48	12162.686547	50	98	98	74.1355	(95% C.I. High)

var2	96	6082.556521	601128	1.18985e+06	1.18985e+06	897088	(Rep 1)
var2	96	6084.515031	601373	1.19027e+06	1.19027e+06	897205	(Rep 2)
var2	96	6081.751812	601335	1.18993e+06	1.18993e+06	897168	(Rep 3)
var2	96	6082.185865	601073	1.18974e+06	1.18974e+06	897051	(Rep 4)
var2	96	6083.450323	601339	1.19015e+06	1.19015e+06	897197	(Rep 5)
var2	96	6082.891910	601250	1.18999e+06	1.18999e+06	897142	(Average)
var2	0	1.101948	138.473	217.394	217.394	68.545	(Std. Dev.)
var2	96	6081.751812	601073	1.18974e+06	1.18974e+06	897051	(Min)
var2	96	6084.515031	601373	1.19027e+06	1.19027e+06	897205	(Max)
var2	0	0.385425	-0.310483	0.167909	0.167909	-0.289632	(Skewness)
var2	96	6081.523881	601078	1.18972e+06	1.18972e+06	897057	(95% C.I. Low)
var2	96	6084.259940	601422	1.19026e+06	1.19026e+06	897227	(95% C.I. High)

var3(cycle time, St1)	48	12159.279708	11928.6	12039.3	11973.7	11985.1	(Rep 1)
var3	48	12163.196729	11947.3	12035.1	11980.4	11983.8	(Rep 2)
var3	48	12157.670292	11935.9	12030	12030	11982	(Rep 3)
var3	48	12158.538396	11942.2	12044.3	11962.3	11983.7	(Rep 4)
var3	48	12161.067312	11940.1	12041	11984.8	11987.1	(Rep 5)

var3	48	12159.950488	11938.8	12037.9	11986.2	11985.3 (Average)
var3	0	2.203896	7.04248	5.54739	25.9052	2.69867 (Std. Dev.)
var3	48	12157.670292	11928.6	12030	11962.3	11982 (Min)
var3	48	12163.196729	11947.3	12044.3	12030	11988.8 (Max)
var3	0	0.385425	-0.258398	-0.277361	0.782975	0.0615715 (Skewness)
var3	48	12157.214428	11930.1	12031.1	11954.1	11982 (95% C.I. Low)
var3	48	12162.686547	11947.6	12044.8	12018.4	11988.7 (95% C.I. High)
var4	48	12159.279708	600848	1.18957e+06	1.18957e+06	896814 (Rep 1)
var4	48	12163.196729	601093	1.18999e+06	1.18999e+06	896931 (Rep 2)
var4	48	12157.670292	601055	1.18965e+06	1.18965e+06	896895 (Rep 3)
var4	48	12158.538396	600793	1.18946e+06	1.18946e+06	896777 (Rep 4)
var4	48	12161.067312	601059	1.18987e+06	1.18987e+06	896923 (Rep 5)
var4	48	12159.950488	600970	1.18971e+06	1.18971e+06	896868 (Average)
var4	0	2.203896	138.473	217.394	217.394	68.5464 (Std. Dev.)
var4	48	12157.670292	600793	1.18946e+06	1.18946e+06	896777 (Min)
var4	48	12163.196729	601093	1.18999e+06	1.18999e+06	896931 (Max)
var4	0	0.385425	-0.310483	0.167909	0.167909	-0.289632 (Skewness)
var4	48	12157.214428	600798	1.18944e+06	1.18944e+06	896783 (95% C.I. Low)
var4	48	12162.686547	601142	1.18998e+06	1.18998e+06	896953 (95% C.I. High)
St1 Counter	7068	84.039598	0	145	124	73.9844 (Rep 1)
St1 Counter	7064	84.064529	0	145	120	73.9274 (Rep 2)
St1 Counter	7068	84.028352	0	145	124	73.9712 (Rep 3)
St1 Counter	7070	84.034535	0	145	126	73.9853 (Rep 4)
St1 Counter	7065	84.050717	0	145	121	73.9676 (Rep 5)
St1 Counter	7067	84.043546	0	145	123	73.9672 (Average)
St1 Counter	2.44949	0.014312	0	0	2.44949	0.0235857 (Std. Dev.)
St1 Counter	7064	84.028352	0	145	120	73.9274 (Min)
St1 Counter	7070	84.064529	0	145	126	73.9853 (Max)
St1 Counter	-0.0816497	0.361971	0	0	-0.0816497	-0.791485 (Skewness)
St1 Counter	7063.96	84.025778	0	145	119.959	73.9379 (95% C.I. Low)
St1 Counter	7070.04	84.061314	0	145	126.041	73.9965 (95% C.I. High)
St2 Counter	7066	84.063385	0	145	121	74.799 (Rep 1)
St2 Counter	7062	84.088336	0	145	117	74.7488 (Rep 2)
St2 Counter	7066	84.052136	0	145	121	74.7761 (Rep 3)
St2 Counter	7068	84.058314	0	145	123	74.7925 (Rep 4)
St2 Counter	7063	84.074518	0	145	118	74.7782 (Rep 5)
St2 Counter	7065	84.067338	0	145	120	74.7789 (Average)
St2 Counter	2.44949	0.014324	0	0	2.44949	0.0193643 (Std. Dev.)
St2 Counter	7062	84.052136	0	145	117	74.7488 (Min)
St2 Counter	7068	84.088336	0	145	123	74.799 (Max)
St2 Counter	-0.0816497	0.362063	0	0	-0.0816497	-0.459909 (Skewness)
St2 Counter	7061.96	84.049556	0	145	116.959	74.7549 (95% C.I. Low)
St2 Counter	7068.04	84.085120	0	145	123.041	74.803 (95% C.I. High)
St3 counter	7063	84.099091	0	145	118	75.3005 (Rep 1)
St3 counter	7059	84.124073	0	145	114	75.2648 (Rep 2)
St3 counter	7063	84.087837	0	145	118	75.2827 (Rep 3)
St3 counter	7065	84.094007	0	145	120	75.2992 (Rep 4)
St3 counter	7060	84.110243	0	145	115	75.2782 (Rep 5)
St3 counter	7062	84.103050	0	145	117	75.2851 (Average)
St3 counter	2.44949	0.014341	0	0	2.44949	0.0149929 (Std. Dev.)
St3 counter	7059	84.087837	0	145	114	75.2648 (Min)
St3 counter	7065	84.124073	0	145	120	75.3005 (Max)
St3 counter	-0.0816497	0.362201	0	0	-0.0816497	-0.131416 (Skewness)

St3 counter	7058.96	84.085247	0	145	113.959	75.2665 (95% C.I. Low)
St3 counter	7065.04	84.120853	0	145	120.041	75.3037 (95% C.I. High)
var5	96	6085.502385	601413	1.19013e+06	1.19013e+06	897024 (Rep 1)
var5	96	6087.497990	601655	1.19055e+06	1.19055e+06	897140 (Rep 2)
var5	96	6084.694708	601617	1.19021e+06	1.19021e+06	897104 (Rep 3)
var5	96	6085.157875	601356	1.19002e+06	1.19002e+06	896987 (Rep 4)
var5	96	6086.439969	601624	1.19044e+06	1.19044e+06	897132 (Rep 5)
var5	96	6085.858535	601533	1.19027e+06	1.19027e+06	897078 (Average)
var5	0	1.117826	137.846	218.644	218.644	68.4175 (Std. Dev.)
var5	96	6084.694708	601356	1.19002e+06	1.19002e+06	896987 (Min)
var5	96	6087.497990	601655	1.19055e+06	1.19055e+06	897140 (Max)
var5	0	0.377561	-0.314961	0.174671	0.174671	-0.290416 (Skewness)
var5	96	6084.470844	601362	1.19e+06	1.19e+06	896993 (95% C.I. Low)
var5	96	6087.246327	601704	1.19054e+06	1.19054e+06	897163 (95% C.I. High)
var6 (cycle time, St2)	48	12164.706938	11905.6	12018.1	11949.7	11965.1 (Rep 1)
var6	48	12168.823854	11922.4	12012.3	11963.5	11968.8 (Rep 2)
var6	48	12163.291271	11916	12018.2	12018.2	11961.2 (Rep 3)
var6	48	12164.036417	11925.6	12022.3	11940.8	11963.2 (Rep 4)
var6	48	12166.566437	11919.4	12019.6	11966.1	11966.8 (Rep 5)
var6	48	12165.484983	11917.8	12018.1	11967.6	11965 (Average)
var6	0	2.226751	7.68596	3.65297	30.0576	2.9759 (Std. Dev.)
var6	48	12163.291271	11905.6	12012.3	11940.8	11961.2 (Min)
var6	48	12168.823854	11925.6	12022.3	12018.2	11968.8 (Max)
var6	0	0.442330	-0.549789	-0.473266	0.764413	-0.0229058 (Skewness)
var6	48	12162.720550	11908.2	12013.6	11930.3	11961.3 (95% C.I. Low)
var6	48	12168.249416	11927.3	12022.6	12005	11968.7 (95% C.I. High)
var7	48	12164.706938	601110	1.18983e+06	1.18983e+06	896817 (Rep 1)
var7	48	12168.823854	601359	1.19026e+06	1.19026e+06	896933 (Rep 2)
var7	48	12163.291271	601323	1.18992e+06	1.18992e+06	896897 (Rep 3)
var7	48	12164.036417	601053	1.18972e+06	1.18972e+06	896780 (Rep 4)
var7	48	12166.566437	601325	1.19013e+06	1.19013e+06	896925 (Rep 5)
var7	48	12165.484983	601234	1.18997e+06	1.18997e+06	896870 (Average)
var7	0	2.226751	141.238	219.58	219.58	68.4812 (Std. Dev.)
var7	48	12163.291271	601053	1.18972e+06	1.18972e+06	896780 (Min)
var7	48	12168.823854	601359	1.19026e+06	1.19026e+06	896933 (Max)
var7	0	0.442330	-0.312664	0.169537	0.169537	-0.290294 (Skewness)
var7	48	12162.720550	601059	1.1897e+06	1.1897e+06	896785 (95% C.I. Low)
var7	48	12168.249416	601409	1.19024e+06	1.19024e+06	896955 (95% C.I. High)
var8	48	12176.667458	601683	1.1904e+06	1.1904e+06	896822 (Rep 1)
var8	48	12180.630417	601923	1.19082e+06	1.19082e+06	896938 (Rep 2)
var8	48	12175.052938	601886	1.19048e+06	1.19048e+06	896902 (Rep 3)
var8	48	12175.941667	601625	1.19029e+06	1.19029e+06	896785 (Rep 4)
var8	48	12178.474083	601893	1.1907e+06	1.1907e+06	896930 (Rep 5)
var8	48	12177.353313	601802	1.19054e+06	1.19054e+06	896875 (Average)
var8	0	2.222071	137.453	218.084	218.084	68.2547 (Std. Dev.)
var8	48	12175.052938	601625	1.19029e+06	1.19029e+06	896785 (Min)
var8	48	12180.630417	601923	1.19082e+06	1.19082e+06	896938 (Max)
var8	0	0.388151	-0.316355	0.172499	0.172499	-0.291225 (Skewness)
var8	48	12174.594689	601631	1.19027e+06	1.19027e+06	896791 (95% C.I. Low)
var8	48	12180.111936	601973	1.19081e+06	1.19081e+06	896960 (95% C.I. High)
var9(cycle time, St3)	48	12170.154813	11897.1	12016.4	11942.5	11959.2 (Rep 1)
var9	48	12174.324792	11916.6	12006.1	11958.2	11962.5 (Rep 2)

var9	48	12168.824313	11909.6	12011.4	12011.4	11954.7 (Rep 3)
var9	48	12169.533896	11919.8	12020	11932.6	11956.4 (Rep 4)
var9	48	12172.056354	11915.7	12012.3	11956.8	11960.4 (Rep 5)
var9	48	12170.978833	11911.8	12013.2	11960.3	11958.6 (Average)
var9	0	2.222909	8.98789	5.23704	30.4626	3.09979 (Std. Dev.)
var9	48	12168.824313	11897.1	12006.1	11932.6	11954.7 (Min)
var9	48	12174.324792	11919.8	12020	12011.4	11962.5 (Max)
var9	0	0.457624	-0.673636	-0.0374559	0.753541	-0.0484445 (Skewness)
var9	48	12168.219169	11900.6	12006.7	11922.5	11954.8 (95% C.I. Low)
var9	48	12173.738497	11922.9	12019.7	11998.1	11962.5 (95% C.I. High)
var10	48	12170.154813	601379	1.19009e+06	1.19009e+06	896819 (Rep 1)
var10	48	12174.324792	601624	1.19052e+06	1.19052e+06	896935 (Rep 2)
var10	48	12168.824313	601583	1.19018e+06	1.19018e+06	896899 (Rep 3)
var10	48	12169.533896	601316	1.18999e+06	1.18999e+06	896782 (Rep 4)
var10	48	12172.056354	601588	1.1904e+06	1.1904e+06	896927 (Rep 5)
var10	48	12170.978833	601498	1.19024e+06	1.19024e+06	896873 (Average)
var10	0	2.222909	140.278	219.856	219.856	68.382 (Std. Dev.)
var10	48	12168.824313	601316	1.18999e+06	1.18999e+06	896782 (Min)
var10	48	12174.324792	601624	1.19052e+06	1.19052e+06	896935 (Max)
var10	0	0.457624	-0.318111	0.168503	0.168503	-0.290879 (Skewness)
var10	48	12168.219169	601324	1.18996e+06	1.18996e+06	896788 (95% C.I. Low)
var10	48	12173.738497	601672	1.19051e+06	1.19051e+06	896958 (95% C.I. High)

Simulation, exemple : ligne de production de 3 processeurs et 2 tampons, b1=2, b2=4

General Report

Output from Z:\3machine\_b1=2, b2=4.

Date: Dec/31/1997 Time: 03:59:42 PM

Scenario : Normal Run

Replication : All

Period : Final Report (9918.331667 hr to 20000 hr Elapsed: 10081.66833 hr)

Warmup Time : 9917.389233 hr (Std. Dev. 4.3822 hr)

Simulation Time : 20000 hr

LOCATION STATES BY PERCENTAGE (Single Capacity)

Location Name	Scheduled Hours	% Operation	% Setup	% Idle	% Waiting	% Blocked	% Down	
Station 1	10081.66833	74.25	4.68	0.00	0.00	17.94	3.14	(Rep 1)
Station 1	10075.75847	74.26	4.68	0.00	0.00	17.92	3.14	(Rep 2)
Station 1	10087.62002	74.28	4.67	0.00	0.00	17.99	3.06	(Rep 3)
Station 1	10083.99515	74.26	4.67	0.00	0.00	17.94	3.12	(Rep 4)
Station 1	10084.01188	74.28	4.67	0.00	0.00	17.96	3.08	(Rep 5)
Station 1	10082.61077	74.27	4.67	0.00	0.00	17.95	3.11	(Average)
Station 1	4.382191991	0.01	0.00	0.00	0.00	0.03	0.04	(Std. Dev.)
Station 2	10081.66833	60.36	1.74	11.65	0.00	24.08	2.18	(Rep 1)
Station 2	10075.75847	60.36	1.74	11.50	0.00	24.18	2.22	(Rep 2)
Station 2	10087.62002	60.41	1.73	11.47	0.00	24.20	2.19	(Rep 3)
Station 2	10083.99515	60.38	1.74	11.55	0.00	24.14	2.20	(Rep 4)
Station 2	10084.01188	60.40	1.74	11.49	0.00	24.19	2.19	(Rep 5)
Station 2	10082.61077	60.38	1.74	11.53	0.00	24.16	2.19	(Average)
Station 2	4.382191991	0.02	0.00	0.00	0.00	0.05	0.02	(Std. Dev.)
Station 3	10081.66833	91.46	3.84	1.58	0.00	0.00	3.12	(Rep 1)
Station 3	10075.75847	91.47	3.84	1.51	0.00	0.00	3.18	(Rep 2)
Station 3	10087.62002	91.53	3.84	1.52	0.00	0.00	3.12	(Rep 3)
Station 3	10083.99515	91.49	3.84	1.54	0.00	0.00	3.13	(Rep 4)
Station 3	10084.01188	91.52	3.84	1.50	0.00	0.00	3.14	(Rep 5)
Station 3	10082.61077	91.49	3.84	1.53	0.00	0.00	3.14	(Average)
Station 3	4.382191991	0.03	0.00	0.03	0.00	0.00	0.03	(Std. Dev.)

LOCATION SETUP BY ENTITY TYPE (Single Capacity)

Location Name	Entity Name	Number Of Setups	Average Minutes Per Setup	
Station 1	eProduct 1	100	280.000000	(Rep 1)
Station 1	eProduct 1	100	280.000000	(Rep 2)
Station 1	eProduct 1	100	280.000000	(Rep 3)
Station 1	eProduct 1	100	280.000000	(Rep 4)
Station 1	eProduct 1	100	280.000000	(Rep 5)
Station 1	eProduct 1	100	280.000000	(Average)
Station 1	eProduct 1	0	0.000000	(Std. Dev.)
Station 1	eProduct 2	100	280.000000	(Rep 1)
Station 1	eProduct 2	100	280.000000	(Rep 2)
Station 1	eProduct 2	100	280.000000	(Rep 3)

Station 1 eProduct 2 100 280.000000 (Rep 4)  
 Station 1 eProduct 2 100 280.000000 (Rep 5)  
 Station 1 eProduct 2 100 280.000000 (Average)  
 Station 1 eProduct 2 0 0.000000 (Std. Dev.)

Station 2 eProduct 1 100 210.000000 (Rep 1)  
 Station 2 eProduct 1 100 210.000000 (Rep 2)  
 Station 2 eProduct 1 100 210.000000 (Rep 3)  
 Station 2 eProduct 1 100 210.000000 (Rep 4)  
 Station 2 eProduct 1 100 210.000000 (Rep 5)  
 Station 2 eProduct 1 100 210.000000 (Average)  
 Station 2 eProduct 1 0 0.000000 (Std. Dev.)

Station 2 eProduct 2 100 0.000000 (Rep 1)  
 Station 2 eProduct 2 100 0.000000 (Rep 2)  
 Station 2 eProduct 2 100 0.000000 (Rep 3)  
 Station 2 eProduct 2 100 0.000000 (Rep 4)  
 Station 2 eProduct 2 100 0.000000 (Rep 5)  
 Station 2 eProduct 2 100 0.000000 (Average)  
 Station 2 eProduct 2 0 0.000000 (Std. Dev.)

Station 3 eProduct 1 100 230.000000 (Rep 1)  
 Station 3 eProduct 1 100 230.000000 (Rep 2)  
 Station 3 eProduct 1 100 230.000000 (Rep 3)  
 Station 3 eProduct 1 100 230.000000 (Rep 4)  
 Station 3 eProduct 1 100 230.000000 (Rep 5)  
 Station 3 eProduct 1 100 230.000000 (Average)  
 Station 3 eProduct 1 0 0.000000 (Std. Dev.)

Station 3 eProduct 2 100 230.000000 (Rep 1)  
 Station 3 eProduct 2 100 230.000000 (Rep 2)  
 Station 3 eProduct 2 100 230.000000 (Rep 3)  
 Station 3 eProduct 2 100 230.000000 (Rep 4)  
 Station 3 eProduct 2 100 230.000000 (Rep 5)  
 Station 3 eProduct 2 100 230.000000 (Average)  
 Station 3 eProduct 2 0 0.000000 (Std. Dev.)

RESOURCES

Resource Name	Units	Scheduled Hours	Average Number Of Times Used	Average Minutes Per Usage	Average Travel To Use	Average Travel To Park	Average % Blocked In Travel	% Util
RepairMan	1	10081.66833	68562	0.496669	0.213284	0.200680	0.00	8.05 (Rep 1)
RepairMan	1	10075.75847	68859	0.502124	0.212929	0.200459	0.00	8.14 (Rep 2)
RepairMan	1	10087.62002	68032	0.497658	0.212134	0.199983	0.00	7.98 (Rep 3)
RepairMan	1	10083.99515	68570	0.497983	0.213021	0.200593	0.00	8.06 (Rep 4)
RepairMan	1	10084.01188	68256	0.500545	0.212243	0.199993	0.00	8.04 (Rep 5)
RepairMan	1	10082.61077	68455.8	0.498996	0.212722	0.200342	0.00	8.05 (Average)
RepairMan	0	4.382191991	318.754	0.002259	0.000506	0.000332	0.00	0.06 (Std. Dev.)

RESOURCE STATES BY PERCENTAGE

Resource Name	Scheduled Hours	% In Use	% Travel To Use	% Travel To Park	% Idle	% Down
---------------	-----------------	----------	-----------------	------------------	--------	--------

RepairMan 10081.66833 5.63 2.42 2.14 89.81 0.00 (Rep 1)  
 RepairMan 10075.75847 5.72 2.43 2.15 89.70 0.00 (Rep 2)  
 RepairMan 10087.62002 5.59 2.38 2.12 89.90 0.00 (Rep 3)  
 RepairMan 10083.99515 5.64 2.41 2.15 89.80 0.00 (Rep 4)  
 RepairMan 10084.01188 5.65 2.39 2.13 89.83 0.00 (Rep 5)  
 RepairMan 10082.61077 5.65 2.41 2.14 89.81 0.00 (Average)  
 RepairMan 4.382191991 0.05 0.02 0.01 0.07 0.00 (Std. Dev.)

## VARIABLES

Variable Name	Average					Maximum Value	Current Value	Average Value
	Total Changes	Minutes Per Change	Minimum Value	Maximum Value	Current Value			
var1	14610	41.400897	0	80	51	38.2005 (Rep 1)		
var1	14606	41.385804	0	80	55	38.1972 (Rep 2)		
var1	14618	41.400599	0	80	43	38.2256 (Rep 3)		
var1	14613	41.398995	0	80	48	38.22 (Rep 4)		
var1	14616	41.394975	0	80	45	38.2175 (Rep 5)		
var1	14612.6	41.396254	0	80	48.4	38.2122 (Average)		
var1	4.77493	0.006301	0	0	4.77493	0.0125836 (Std. Dev.)		
vNumber of Cycles	50	11947.331660	50	50	100	75.0201 (Rep 1)		
vNumber of Cycles	50	11947.842200	50	50	100	75.004 (Rep 2)		
vNumber of Cycles	50	11939.684660	50	50	100	75.0554 (Rep 3)		
vNumber of Cycles	50	11944.971640	50	50	100	75.0397 (Rep 4)		
vNumber of Cycles	50	11940.530240	50	50	100	75.0413 (Rep 5)		
vNumber of Cycles	0	3.782531	0	0	0	0.020131 (Std. Dev.)		
var2	100	5976.465830	590356	1.19275e+06	1.19275e+06	891798 (Rep 1)		
var2	100	5976.721100	590726	1.19313e+06	1.19313e+06	891977 (Rep 2)		
var2	100	5972.642330	590036	1.19201e+06	1.19201e+06	891622 (Rep 3)		
var2	100	5975.285820	599210	1.19249e+06	1.19249e+06	891729 (Rep 4)		
var2	100	5973.080120	590199	1.19227e+06	1.19227e+06	891730 (Rep 5)		
var2	100	5974.839040	590305	1.19253e+06	1.19253e+06	891771 (Average)		
var2	0	1.891266	261.012	432.134	432.134	131.03 (Std. Dev.)		
var3(cycle time, St1)	50	11947.331660	11731.5	11839	11794.5	11767.9 (Rep 1)		
var3	50	11947.842200	11772.4	11816.8	11781.4	11767.9 (Rep 2)		
var3	50	11939.684660	11717.5	11804.9	11780.4	11758.8 (Rep 3)		
var3	50	11944.971640	11712.5	11797.1	11772.5	11765.6 (Rep 4)		
var3	50	11940.560240	11715	11805.9	11757	11761.3 (Rep 5)		
var3	50	11944.078080	11720	11812.7	11777.2	11764.3 (Average)		
var3	0	3.782531	7.34071	16.2694	13.7611	4.08937 (Std. Dev.)		
var4	50	11947.331660	590076	1.19247e+06	1.19247e+06	891525 (Rep 1)		
var4	50	11947.842200	590446	1.19285e+06	1.19285e+06	891703 (Rep 2)		
var4	50	11939.684660	589756	1.19173e+06	1.19173e+06	891348 (Rep 3)		
var4	50	11944.971640	589930	1.19221e+06	1.19221e+06	891456 (Rep 4)		
var4	50	11940.560240	589919	1.19199e+06	1.19199e+06	891456 (Rep 5)		
var4	50	11944.078080	590025	1.19225e+06	1.19225e+06	891498 (Average)		
var4	0	3.782531	261.012	432.134	432.134	131.033 (Std. Dev.)		
St1 Counter	7330	82.519387	0	145	94	74.0634 (Rep 1)		
St1 Counter	7326	82.511746	0	145	90	74.0781 (Rep 2)		
St1 Counter	7338	82.473965	0	145	102	74.1099 (Rep 3)		

St1 Counter	7333	82.498774	0	145	97	74.07 (Rep 4)
St1 Counter	7336	82.473959	0	145	100	74.0854 (Rep 5)
St1 Counter	7332.6	82.495566	0	145	96.6	74.0814 (Average)
St1 Counter	4.77493	0.021053	0	0	4.77493	0.0179599 (Std. Dev.)
St2 Counter	7328	82.541908	0	145	91	74.9926 (Rep 1)
St2 Counter	7324	82.534278	0	145	87	75.0052 (Rep 2)
St2 Counter	7336	82.496450	0	145	99	75.0203 (Rep 3)
St2 Counter	7331	82.521281	0	145	94	75.0004 (Rep 4)
St2 Counter	7334	82.496450	0	145	97	75.0092 (Rep 5)
St2 Counter	7330.6	82.518073	0	145	93.6	75.0056 (Average)
St2 Counter	4.77493	0.021072	0	0	4.77493	0.0103215 (Std. Dev.)
St3 counter	7325	82.575714	0	145	86	75.7818 (Rep 1)
St3 counter	7321	82.568099	0	145	82	75.7873 (Rep 2)
St3 counter	7333	82.530200	0	145	94	75.7979 (Rep 3)
St3 counter	7328	82.555064	0	145	89	75.781 (Rep 4)
St3 counter	7330	82.541468	0	145	92	75.7879 (Rep 5)
St3 counter	7327.4	82.554109	0	145	88.6	75.7872 (Average)
St3 counter	4.61519	0.018674	0	0	4.77493	0.00675057 (Std. Dev.)
var5	100	5979.295390	590638	1.19303e+06	1.19303e+06	891733 (Rep 1)
var5	100	5979.577220	591010	1.19341e+06	1.19341e+06	891911 (Rep 2)
var5	100	5975.456320	590317	1.19229e+06	1.19229e+06	891557 (Rep 3)
var5	100	5978.109340	590495	1.19277e+06	1.19277e+06	891664 (Rep 4)
var5	100	5975.942950	590481	1.19255e+06	1.19255e+06	891665 (Rep 5)
var5	100	5977.676244	590588	1.19281e+06	1.19281e+06	891706 (Average)
var5	0	1.894419	261.597	433.041	433.041	130.784 (Std. Dev.)
var6(cycle time, St2)	50	11952.648440	11708.7	11822.7	11777	11747.3 (Rep 1)
var6	50	11953.081640	11701.6	11797.5	11760.8	11748 (Rep 2)
var6	50	11944.912280	11697.1	11785.9	11759.2	11737.9 (Rep 3)
var6	50	11950.190080	11688.5	11781.7	11750.9	11745.7 (Rep 4)
var6	50	11945.754640	11699.5	11792.4	11732.6	11741.2 (Rep 5)
var6	50	11949.317416	11699.1	11796	11756.1	11744 (Average)
var6	0	3.811996	7.31782	16.0983	16.187	4.30195 (Std. Dev.)
var7	50	11952.648440	590337	1.19273e+06	1.19273e+06	891526 (Rep 1)
var7	50	11953.081640	590707	1.19311e+06	1.19311e+06	891704 (Rep 2)
var7	50	11944.912280	590017	1.19199e+06	1.19199e+06	891350 (Rep 3)
var7	50	11950.190080	590190	1.19247e+06	1.19247e+06	891457 (Rep 4)
var7	50	11945.754640	590184	1.19225e+06	1.19225e+06	891458 (Rep 5)
var7	50	11949.317416	590287	1.19251e+06	1.19251e+06	891499 (Average)
var7	0	3.811996	260.713	433.17	433.17	130.844 (Std. Dev.)
var8	50	11966.020360	591012	1.1934e+06	1.1934e+06	891529 (Rep 1)
var8	50	11966.570840	591382	1.19378e+06	1.19378e+06	891706 (Rep 2)
var8	50	11958.378500	590682	1.19266e+06	1.19266e+06	891353 (Rep 3)
var8	50	11963.620200	590870	1.19314e+06	1.19314e+06	891460 (Rep 4)
var8	50	11959.094500	590845	1.19291e+06	1.19291e+06	891461 (Rep 5)
var8	50	11962.736880	590958	1.19318e+06	1.19318e+06	891502 (Average)
var8	0	3.825021	264.334	433.968	433.968	130.416 (Std. Dev.)
var9(cycle time, St3)	50	11961.420360	11782.1	11885.1	11849.1	11817.8 (Rep 1)
var9	50	11961.970840	11767.8	11860.5	11832.8	11817.9 (Rep 2)
var9	50	11953.778500	11764.7	11846	11827	11808.9 (Rep 3)
var9	50	11959.020200	11754.8	11846.9	11831	11815.4 (Rep 4)

var9	50	11954.494500	11766.4	11858.7	11795.1	11811.4 (Rep 5)
var9	50	11958.136880	11767.2	11859.4	11827	11814.3 (Average)
var9	0	3.825021	9.78185	15.7832	19.7282	4.01545 (Std. Dev.)
var10	50	11961.420360	590782	1.19317e+06	1.19317e+06	891528 (Rep 1)
var10	50	11961.970840	591152	1.19355e+06	1.19355e+06	891706 (Rep 2)
var10	50	11953.778500	590452	1.19243e+06	1.19243e+06	891352 (Rep 3)
var10	50	11959.020200	590640	1.19291e+06	1.19291e+06	891459 (Rep 4)
var10	50	11954.494500	590615	1.19268e+06	1.19268e+06	891460 (Rep 5)
var10	50	11958.136880	590728	1.19295e+06	1.19295e+06	891501 (Average)
var10	0	3.825021	264.334	433.968	433.968	130.574 (Std. Dev.)



RepairMan	1	9509.271233	81470.8	0.499913	0.221164	0.202574	0.00	10.30 (Average)
RepairMan	0	2.223529093	418.437	0.002633	0.000397	0.000284	0.00	0.05 (Std. Dev.)

RESOURCE STATES BY PERCENTAGE

Resource Name	Scheduled Hours	% In Use	% Travel To Use	% Travel To Park	% Idle	% Down	
RepairMan	9509.271233	7.14	3.16	2.64	87.06	0.00	(Average)
RepairMan	2.223529093	0.04	0.02	0.01	0.06	0.00	(Std. Dev.)

VARIABLES

Variable Name	Average Total Changes	Average Minutes Per Change	Minimum Value	Maximum Value	Current Value	Average Value	
var1	13014.8	43.836432	0	80	36.2	39.7713	(Average)
var1	4.60435	0.009544	0	0	4.60435	0.00573465	(Std. Dev.)
vNumber of Cycles	45	12621.414258	50	95	95	72.3031	(Average)
vNumber of Cycles	0	5.457871	0	0	0	0.0169947	(Std. Dev.)
var2	90	6313.818240	624514	1.19769e+06	1.19769e+06	908616	(Average)
var2	0	2.728936	124.033	346.136	346.136	63.0456	(Std. Dev.)
var3	45	12621.414258	12405.9	12504.8	12456.5	12457.2	(Average)
var3	0	5.457871	13.1288	13.6322	30.4004	5.60022	(Std. Dev.)
var4	45	12621.414258	624234	1.19741e+06	1.19741e+06	908342	(Average)
var4	0	5.457871	124.033	346.136	346.136	63.047	(Std. Dev.)
St1 Counter	6534.8	87.305280	0	145	28.8	73.1823	(Average)
St1 Counter	4.60435	0.047808	0	0	4.60435	0.0343351	(Std. Dev.)
St2 Counter	6534.4	87.311478	0	145	27.4	73.8258	(Average)
St2 Counter	5.02991	0.052574	0	0	5.02991	0.0363811	(Std. Dev.)
St3 counter	6531.4	87.351571	0	145	24.4	74.261	(Average)
St3 counter	5.02991	0.052648	0	0	5.02991	0.0333942	(Std. Dev.)
St4 counter	6531.4	87.351672	0	145	23.4	73.9247	(Average)
St4 counter	5.02991	0.052648	0	0	5.02991	0.034458	(Std. Dev.)
var5	90	6316.978889	624797	1.19797e+06	1.19797e+06	908547	(Average)
var5	0	2.732272	124.477	346.5	346.5	62.8644	(Std. Dev.)
var6	45	12627.294476	12386.5	12487	12436	12437.4	(Average)
var6	0	5.437075	12.1025	15.0635	31.0371	5.59723	(Std. Dev.)
var7	45	12627.294476	624495	1.19767e+06	1.19767e+06	908341	(Average)
var7	0	5.437075	125.336	345.743	345.743	62.917	(Std. Dev.)
var8	45	12639.950067	625067	1.19824e+06	1.19824e+06	908338	(Average)
var8	0	5.467128	124.675	346.785	346.785	62.614	(Std. Dev.)
var9	45	12633.198764	12381.1	12481.2	12432.1	12431.4	(Average)
var9	0	5.453384	12.754	13.9582	32.2826	5.14788	(Std. Dev.)
var10	45	12633.198764	624757	1.19794e+06	1.19794e+06	908339	(Average)
var10	0	5.453384	124.889	345.972	345.972	62.7899	(Std. Dev.)
var11	45	12648.135822	625436	1.19861e+06	1.19861e+06	908336	(Average)
var11	0	5.469484	124.768	347.2	347.2	62.4106	(Std. Dev.)
var12	45	12634.831649	12088.2	12188.3	12137.5	12137.2	(Average)
var12	0	5.468458	12.3992	15.7622	33.0133	5.24756	(Std. Dev.)
var13	45	12634.831649	624831	1.19801e+06	1.19801e+06	908339	(Average)
var13	0	5.468458	123.46	346.426	346.426	62.7339	(Std. Dev.)

Simulation, exemple : ligne de production de 4 processeurs et 3 tampons, b1= b2=10, b3=2.

General Report

Output from Z:\PLINEAR\_SIMEX\_4MACH.MOD [Valid Model]

Date: Jan/01/1998 Time: 02:00:02 PM

Scenario : Normal Run

Replication : All

Period : Final Report (9996.032417 hr to 50000 hr Elapsed: 40003.96758 hr)

Warmup Time : 9998.9281 hr (Std. Dev. ...93005 hr)

Simulation Time : 50000 hr

LOCATION STATES BY PERCENTAGE (Single Capacity)

Location Name	Scheduled Hours	% Operation	% Setup	% Idle	% Waiting	% Blocked	% Down	
Station 1	40003.96758	73.69	4.62	0.00	0.00	18.48	3.21	(Rep 1)
Station 1	39999.52658	73.67	4.62	0.00	0.00	18.53	3.18	(Rep 2)
Station 1	39999.40207	73.68	4.62	0.00	0.00	18.48	3.22	(Rep 3)
Station 1	40000.42913	73.69	4.62	0.00	0.00	18.52	3.18	(Rep 4)
Station 1	40002.03417	73.69	4.62	0.00	0.00	18.48	3.21	(Rep 5)
Station 1	40001.07191	73.68	4.62	0.00	0.00	18.50	3.20	(Average)
Station 1	1.930054083	0.01	0.00	0.00	0.00	0.02	0.02	(Std. Dev.)
Station 1	39999.40207	73.67	4.62	0.00	0.00	18.48	3.18	(Min)
Station 1	40003.96758	73.69	4.62	0.00	0.00	18.53	3.22	(Max)
Station 2	40003.96758	59.89	3.46	9.33	0.00	25.05	2.26	(Rep 1)
Station 2	39999.52658	59.89	3.47	9.34	0.00	25.05	2.25	(Rep 2)
Station 2	39999.40207	59.89	3.47	9.40	0.00	24.97	2.28	(Rep 3)
Station 2	40000.42913	59.89	3.46	9.30	0.00	25.10	2.24	(Rep 4)
Station 2	40002.03417	59.89	3.46	9.31	0.00	25.09	2.24	(Rep 5)
Station 2	40001.07191	59.89	3.46	9.34	0.00	25.05	2.25	(Average)
Station 2	1.930054083	0.00	0.00	0.04	0.00	0.05	0.01	(Std. Dev.)
Station 2	39999.40207	59.89	3.46	9.30	0.00	24.97	2.24	(Min)
Station 2	40003.96758	59.89	3.47	9.40	0.00	25.10	2.28	(Max)
Station 3	40003.96758	90.80	3.79	0.00	0.00	2.18	3.22	(Rep 1)
Station 3	39999.52658	90.80	3.79	0.00	0.00	2.18	3.24	(Rep 2)
Station 3	39999.40207	90.80	3.79	0.00	0.00	2.18	3.24	(Rep 3)
Station 3	40000.42913	90.81	3.79	0.00	0.00	2.19	3.22	(Rep 4)
Station 3	40002.03417	90.81	3.79	0.00	0.00	2.19	3.22	(Rep 5)
Station 3	40001.07191	90.80	3.79	0.00	0.00	2.18	3.23	(Average)
Station 3	1.930054083	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	(Std. Dev.)
Station 3	39999.40207	90.80	3.79	0.00	0.00	2.18	3.22	(Min)
Station 3	40003.96758	90.81	3.79	0.00	0.00	2.19	3.24	(Max)
Station 4	40003.96758	75.56	4.94	16.50	0.00	0.00	3.00	(Rep 1)
Station 4	39999.52658	75.56	4.94	16.53	0.00	0.00	2.98	(Rep 2)
Station 4	39999.40207	75.56	4.94	16.54	0.00	0.00	2.96	(Rep 3)
Station 4	40000.42913	75.57	4.94	16.53	0.00	0.00	2.96	(Rep 4)
Station 4	40002.03417	75.57	4.94	16.53	0.00	0.00	2.96	(Rep 5)
Station 4	40001.07191	75.56	4.94	16.53	0.00	0.00	2.97	(Average)
Station 4	1.930054083	0.01	0.00	0.02	0.00	0.00	0.02	(Std. Dev.)
Station 4	39999.40207	75.56	4.94	16.50	0.00	0.00	2.96	(Min)
Station 4	40003.96758	75.57	4.94	16.54	0.00	0.00	3.00	(Max)

## LOCATION SETUP BY ENTITY TYPE (Single Capacity)

Location Name	Entity Name	Number Of Setups	Average Minutes Per Setup	
Station 1	eProduct 1	248	280.000000	(Rep 1)
Station 1	eProduct 1	248	280.000000	(Rep 2)
Station 1	eProduct 1	248	280.000000	(Rep 3)
Station 1	eProduct 1	248	280.000000	(Rep 4)
Station 1	eProduct 1	248	280.000000	(Rep 5)
Station 1	eProduct 1	248	280.000000	(Average)
Station 1	eProduct 1	0	0.000000	(Std. Dev.)
Station 1	eProduct 1	248	280.000000	(Min)
Station 1	eProduct 1	248	280.000000	(Max)
Station 1	eProduct 2	247	280.000000	(Rep 1)
Station 1	eProduct 2	247	280.000000	(Rep 2)
Station 1	eProduct 2	247	280.000000	(Rep 3)
Station 1	eProduct 2	247	280.000000	(Rep 4)
Station 1	eProduct 2	247	280.000000	(Rep 5)
Station 1	eProduct 2	247	280.000000	(Average)
Station 1	eProduct 2	0	0.000000	(Std. Dev.)
Station 1	eProduct 2	247	280.000000	(Min)
Station 1	eProduct 2	247	280.000000	(Max)
Station 2	eProduct 1	248	210.000000	(Rep 1)
Station 2	eProduct 1	248	210.000000	(Rep 2)
Station 2	eProduct 1	248	210.000000	(Rep 3)
Station 2	eProduct 1	248	210.000000	(Rep 4)
Station 2	eProduct 1	248	210.000000	(Rep 5)
Station 2	eProduct 1	248	210.000000	(Average)
Station 2	eProduct 1	0	0.000000	(Std. Dev.)
Station 2	eProduct 1	248	210.000000	(Min)
Station 2	eProduct 1	248	210.000000	(Max)
Station 2	eProduct 2	247	210.000000	(Rep 1)
Station 2	eProduct 2	247	210.000000	(Rep 2)
Station 2	eProduct 2	247	210.000000	(Rep 3)
Station 2	eProduct 2	247	210.000000	(Rep 4)
Station 2	eProduct 2	247	210.000000	(Rep 5)
Station 2	eProduct 2	247	210.000000	(Average)
Station 2	eProduct 2	0	0.000000	(Std. Dev.)
Station 2	eProduct 2	247	210.000000	(Min)
Station 2	eProduct 2	247	210.000000	(Max)
Station 3	eProduct 1	247	230.000000	(Rep 1)
Station 3	eProduct 1	247	230.000000	(Rep 2)
Station 3	eProduct 1	247	230.000000	(Rep 3)
Station 3	eProduct 1	247	230.000000	(Rep 4)
Station 3	eProduct 1	247	230.000000	(Rep 5)
Station 3	eProduct 1	247	230.000000	(Average)
Station 3	eProduct 1	0	0.000000	(Std. Dev.)
Station 3	eProduct 1	247	230.000000	(Min)
Station 3	eProduct 1	247	230.000000	(Max)

Station 3 eProduct 2 247 230.000000 (Rep 1)  
 Station 3 eProduct 2 247 230.000000 (Rep 2)  
 Station 3 eProduct 2 247 230.000000 (Rep 3)  
 Station 3 eProduct 2 247 230.000000 (Rep 4)  
 Station 3 eProduct 2 247 230.000000 (Rep 5)  
 Station 3 eProduct 2 247 230.000000 (Average)  
 Station 3 eProduct 2 0 0.000000 (Std. Dev.)  
 Station 3 eProduct 2 247 230.000000 (Min)  
 Station 3 eProduct 2 247 230.000000 (Max)

Station 4 eProduct 1 247 300.000000 (Rep 1)  
 Station 4 eProduct 1 247 300.000000 (Rep 2)  
 Station 4 eProduct 1 247 300.000000 (Rep 3)  
 Station 4 eProduct 1 247 300.000000 (Rep 4)  
 Station 4 eProduct 1 247 300.000000 (Rep 5)  
 Station 4 eProduct 1 247 300.000000 (Average)  
 Station 4 eProduct 1 0 0.000000 (Std. Dev.)  
 Station 4 eProduct 1 247 300.000000 (Min)  
 Station 4 eProduct 1 247 300.000000 (Max)

Station 4 eProduct 2 247 300.000000 (Rep 1)  
 Station 4 eProduct 2 247 300.000000 (Rep 2)  
 Station 4 eProduct 2 247 300.000000 (Rep 3)  
 Station 4 eProduct 2 247 300.000000 (Rep 4)  
 Station 4 eProduct 2 247 300.000000 (Rep 5)  
 Station 4 eProduct 2 247 300.000000 (Average)  
 Station 4 eProduct 2 0 0.000000 (Std. Dev.)  
 Station 4 eProduct 2 247 300.000000 (Min)  
 Station 4 eProduct 2 247 300.000000 (Max)

RESOURCES

Resource Name	Units	Average			Travel % Blocked In Travel	% Util
		Number Scheduled Hours	Average Of Times Used	Average Minutes Per Usage		
RepairMan	1	40003.96758	360937	0.501073	0.221614	0.202653
RepairMan	1	39999.52658	359813	0.500353	0.221379	0.202468
RepairMan	1	39999.40207	360830	0.501619	0.221417	0.202606
RepairMan	1	40000.42913	360165	0.499167	0.220775	0.202394
RepairMan	1	40002.03417	360103	0.499397	0.221299	0.202600
RepairMan	1	40001.07191	360370	0.500322	0.221297	0.202544
RepairMan	C	1.930054083	489.043	0.501053	0.000314	0.000109
RepairMan	1	39999.40207	359813	0.499167	0.220775	0.202394
RepairMan	1	40003.96758	360937	0.501619	0.221614	0.202653

RESOURCE STATES BY PERCENTAGE

Resource Name	Scheduled Hours	% Travel		% Idle	% Down
		In Use	To Use To Park		
RepairMan	40003.96758	7.53	3.33	2.78	86.35
RepairMan	39999.52658	7.50	3.32	2.77	86.41
RepairMan	39999.40207	7.54	3.33	2.78	86.35
RepairMan	40000.42913	7.49	3.31	2.78	86.42

RepairMan 40002.03417 7.49 3.32 2.78 86.41 0.00 (Rep 5)  
 RepairMan 40001.07191 7.51 3.32 2.78 86.39 0.00 (Average)  
 RepairMan 1.930054083 0.02 0.01 0.00 0.03 0.00 (Std. Dev.)  
 RepairMan 39999.40207 7.49 3.31 2.77 86.35 0.00 (Min)  
 RepairMan 40003.96758 7.54 3.33 2.78 86.42 0.00 (Max)

VARIABLES

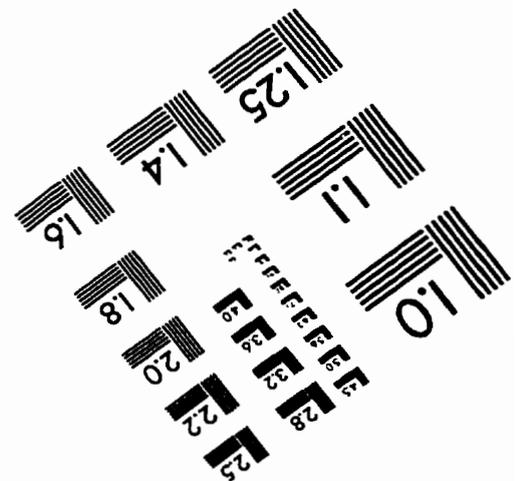
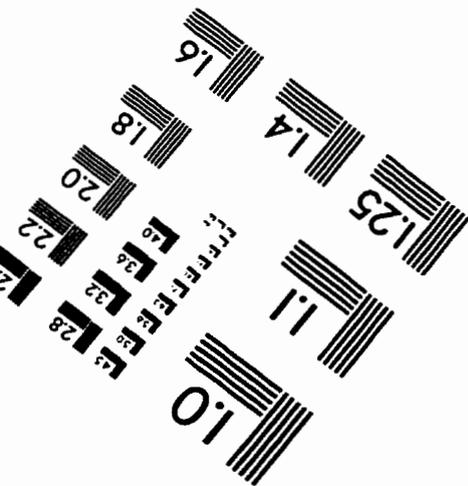
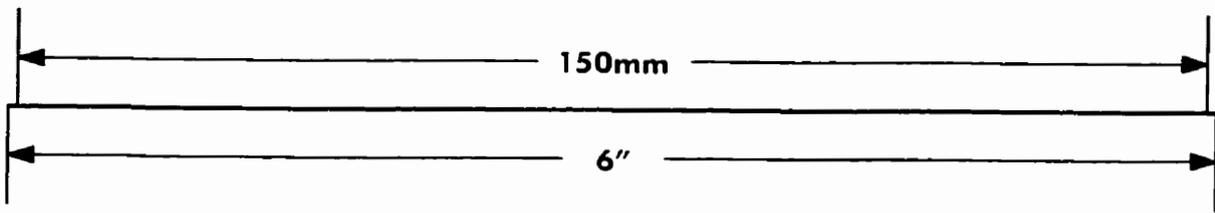
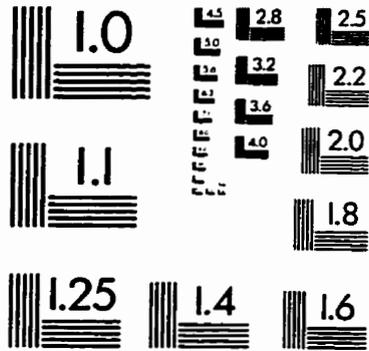
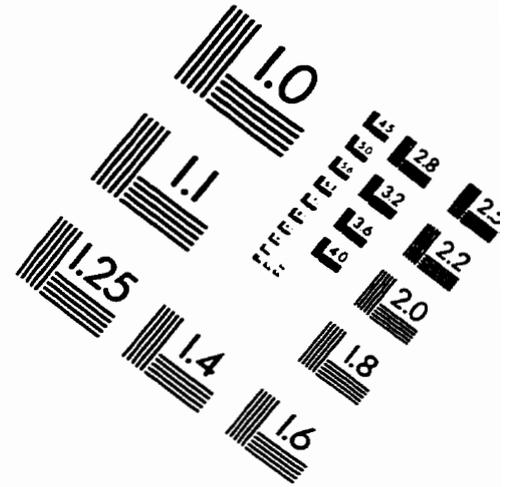
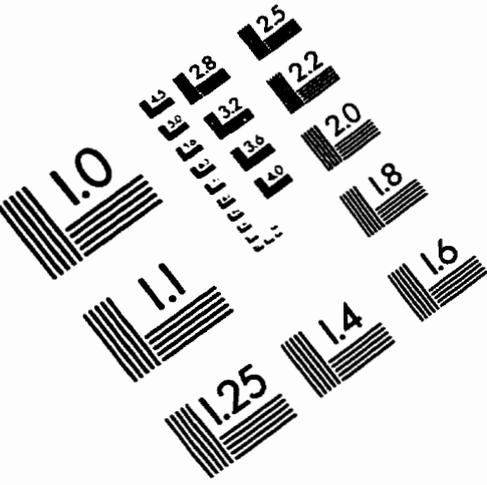
Variable Name	Average		Minimum Value	Maximum Value	Current Value	Average Value
	Total Changes	Minutes Per Change				
var1	57371	41.835700	0	80	50	38.1319 (Rep 1)
var1	57364	41.837191	0	80	57	38.128 (Rep 2)
var1	57364	41.836233	0	80	57	38.1262 (Rep 3)
var1	57369	41.834600	0	80	52	38.1346 (Rep 4)
var1	57371	41.834376	0	80	50	38.1321 (Rep 5)
var1	57367.8	41.835620	0	80	53.2	38.1305 (Average)
var1	3.56371	0.001166	0	0	3.56371	0.00341262 (Std. Dev.)
var1	57364	41.834376	0	80	50	38.1262 (Min)
var1	57371	41.837191	0	80	57	38.1346 (Max)
vNumber of Cycles	198	12115.254470	50	248	248	148.769 (Rep 1)
vNumber of Cycles	198	12116.793136	50	248	248	148.754 (Rep 2)
vNumber of Cycles	198	12116.547182	50	248	248	148.76 (Rep 3)
vNumber of Cycles	198	12115.261096	50	248	248	148.742 (Rep 4)
vNumber of Cycles	198	12114.821293	50	248	248	148.787 (Rep 5)
vNumber of Cycles	198	12115.735435	50	248	248	148.762 (Average)
vNumber of Cycles	0	0.876020	0	0	0	0.0168516 (Std. Dev.)
vNumber of Cycles	198	12114.821293	50	248	248	148.742 (Min)
vNumber of Cycles	198	12116.793136	50	248	248	148.787 (Max)
var2	396	6058.334306	594778	2.99886e+06	2.99886e+06	1.79408e+06 (Rep 1)
var2	396	6059.103639	595055	2.99943e+06	2.99943e+06	1.79421e+06 (Rep 2)
var2	396	6058.980662	595064	2.99939e+06	2.99939e+06	1.79421e+06 (Rep 3)
var2	396	6058.337619	595003	2.99908e+06	2.99908e+06	1.79418e+06 (Rep 4)
var2	396	6058.117717	594910	2.99889e+06	2.99889e+06	1.79414e+06 (Rep 5)
var2	396	6058.574788	594962	2.99913e+06	2.99913e+06	1.79417e+06 (Average)
var2	0	0.438010	119.692	270.08	270.08	57.0961 (Std. Dev.)
var2	396	6058.117717	594778	2.99886e+06	2.99886e+06	1.79408e+06 (Min)
var2	396	6059.103639	595064	2.99943e+06	2.99943e+06	1.79421e+06 (Max)
var3 (cycle time; St1)	198	12115.254470	11805.1	11917.4	11855.9	11861.9 (Rep 1)
var3	198	12116.793136	11790.7	11913.3	11900.1	11863.1 (Rep 2)
var3	198	12116.547182	11802.9	11929.5	11893.4	11863 (Rep 3)
var3	198	12115.261096	11800.7	11932.7	11841.5	11861.8 (Rep 4)
var3	198	12114.821293	11793.9	11911	11873.8	11861.3 (Rep 5)
var3	198	12115.735435	11798.6	11920.8	11872.9	11862.2 (Average)
var3	0	0.876020	6.12927	9.76006	24.6845	0.790372 (Std. Dev.)
var3	198	12114.821293	11790.7	11911	11841.5	11861.3 (Min)
var3	198	12116.793136	11805.1	11932.7	11900.1	11863.1 (Max)
var4	198	12115.254470	594498	2.99858e+06	2.99858e+06	1.79381e+06 (Rep 1)
var4	198	12116.793136	594775	2.99915e+06	2.99915e+06	1.79394e+06 (Rep 2)
var4	198	12116.547182	594784	2.99911e+06	2.99911e+06	1.79394e+06 (Rep 3)
var4	198	12115.261096	594723	2.9988e+06	2.9988e+06	1.79391e+06 (Rep 4)
var4	198	12114.821293	594630	2.99861e+06	2.99861e+06	1.79386e+06 (Rep 5)
var4	198	12115.735435	594682	2.99885e+06	2.99885e+06	1.79389e+06 (Average)

var4	0	0.876020	119.692	270.08	270.08	57.0964	(Std. Dev.)
var4	198	12114.821293	594498	2.99858e+06	2.99858e+06	1.79381e+06	(Min)
var4	198	12116.793136	594784	2.99915e+06	2.99915e+06	1.79394e+06	(Max)
St1 Counter	28859	83.168369	0	145	15	72.7947	(Rep 1)
St1 Counter	28852	83.181361	0	145	8	72.8184	(Rep 2)
St1 Counter	28852	83.179456	0	145	8	72.804	(Rep 3)
St1 Counter	28857	83.169047	0	145	13	72.8079	(Rep 4)
St1 Counter	28859	83.165736	0	145	15	72.8015	(Rep 5)
St1 Counter	28855.8	83.172794	0	145	11.8	72.8053	(Average)
St1 Counter	3.56371	0.007092	0	0	3.56371	0.0087532	(Std. Dev.)
St1 Counter	28852	83.165736	0	145	8	72.7947	(Min)
St1 Counter	28859	83.181361	0	145	15	72.8184	(Max)
St2 Counter	28857	83.170797	0	145	12	73.5952	(Rep 1)
St2 Counter	28852	83.181386	0	145	7	73.6247	(Rep 2)
St2 Counter	28852	83.179482	0	145	7	73.6083	(Rep 3)
St2 Counter	28856	83.170165	0	145	11	73.6112	(Rep 4)
St2 Counter	28857	83.167451	0	145	12	73.6007	(Rep 5)
St2 Counter	28854.8	83.173856	0	145	9.8	73.608	(Average)
St2 Counter	2.58844	0.006172	0	0	2.58844	0.0112484	(Std. Dev.)
St2 Counter	28852	83.167451	0	145	7	73.5952	(Min)
St2 Counter	28857	83.181386	0	145	12	73.6247	(Max)
St3 counter	28853	83.182327	0	145	0	75.0503	(Rep 1)
St3 counter	28849	83.189325	0	145	141	75.0471	(Rep 2)
St3 counter	28850	83.187609	0	145	142	75.0415	(Rep 3)
St3 counter	28853	83.178812	0	145	145	75.0564	(Rep 4)
St3 counter	28854	83.176098	0	145	0	75.0504	(Rep 5)
St3 counter	28851.8	83.182834	0	145	85.6	75.0492	(Average)
St3 counter	2.16795	0.005629	0	0	78.1556	0.00540573	(Std. Dev.)
St3 counter	28849	83.176098	0	145	0	75.0415	(Min)
St3 counter	28854	83.189325	0	145	145	75.0564	(Max)
St4 counter	28854	83.181988	0	145	0	74.6943	(Rep 1)
St4 counter	28849	83.189348	0	145	140	74.6892	(Rep 2)
St4 counter	28850	83.187632	0	145	141	74.6815	(Rep 3)
St4 counter	28853	83.178835	0	145	144	74.6976	(Rep 4)
St4 counter	28855	83.175753	0	145	0	74.697	(Rep 5)
St4 counter	28852.2	83.182711	0	145	85	74.6919	(Average)
St4 counter	2.58844	0.005750	0	0	77.608	0.00669383	(Std. Dev.)
St4 counter	28849	83.175753	0	145	0	74.6815	(Min)
St4 counter	28855	83.189348	0	145	144	74.6976	(Max)
var5	396	6059.047109	595062	2.99914e+06	2.99914e+06	1.79401e+06	(Rep 1)
var5	396	6059.828278	595337	2.99972e+06	2.99972e+06	1.79414e+06	(Rep 2)
var5	396	6059.700225	595347	2.99968e+06	2.99968e+06	1.79415e+06	(Rep 3)
var5	396	6059.061379	595289	2.99936e+06	2.99936e+06	1.79412e+06	(Rep 4)
var5	396	6058.835535	595193	2.99918e+06	2.99918e+06	1.79407e+06	(Rep 5)
var5	396	6059.294505	595246	2.99942e+06	2.99942e+06	1.7941e+06	(Average)
var5	0	0.440377	119.099	271.38	271.38	57.0515	(Std. Dev.)
var5	396	6058.835535	595062	2.99914e+06	2.99914e+06	1.79401e+06	(Min)
var5	396	6059.828278	595347	2.99972e+06	2.99972e+06	1.79415e+06	(Max)
var6 (cycle time, St2)	198	12116.588566	11784.3	11896.3	11836.4	11841.7	(Rep 1)
var6	198	12118.157121	11772.8	11898.5	11885.8	11843.1	(Rep 2)
var6	198	12117.862581	11781.8	11905.2	11868	11843	(Rep 3)

var6	198	12116.573813	11786.1	11916.6	11818.5	11842.1 (Rep 4)
var6	198	12116.157444	11774.9	11892.9	11847.9	11840.9 (Rep 5)
var6	198	12117.067905	11780.2	11901.9	11851.3	11842.2 (Average)
var6	0	0.883280	5.55427	9.34652	26.3454	0.9202 (Std. Dev.)
var6	198	12116.157444	11773.8	11892.9	11818.5	11840.9 (Min)
var6	198	12118.157121	11786.1	11916.6	11885.8	11843.1 (Max)
var7	198	12116.588563	594733	2.99885e+06	2.99885e+06	1.79381e+06 (Rep 1)
var7	198	12118.157121	595033	2.99942e+06	2.99942e+06	1.79394e+06 (Rep 2)
var7	198	12117.862531	595051	2.99937e+06	2.99937e+06	1.79394e+06 (Rep 3)
var7	198	12116.573813	594937	2.99906e+06	2.99906e+06	1.79391e+06 (Rep 4)
var7	198	12116.157444	594890	2.99888e+06	2.99888e+06	1.79386e+06 (Rep 5)
var7	198	12117.067905	594946	2.99912e+06	2.99912e+06	1.79389e+06 (Average)
var7	0	0.883280	120.018	270.997	270.997	57.0712 (Std. Dev.)
var7	198	12116.157444	594763	2.99885e+06	2.99885e+06	1.79381e+06 (Min)
var7	198	12118.157121	595051	2.99942e+06	2.99942e+06	1.79394e+06 (Max)
var8	197	12122.580939	595968	2.98791e+06	2.98791e+06	1.7938e+06 (Rep 1)
var8	197	12123.844249	596242	2.98843e+06	2.98843e+06	1.79394e+06 (Rep 2)
var8	197	12123.755731	596259	2.98842e+06	2.98842e+06	1.79394e+06 (Rep 3)
var8	197	12122.639371	596186	2.98813e+06	2.98813e+06	1.79391e+06 (Rep 4)
var8	197	12122.079213	596096	2.98793e+06	2.98793e+06	1.79386e+06 (Rep 5)
var8	197	12122.979902	596150	2.98816e+06	2.98816e+06	1.79389e+06 (Average)
var8	0	0.780284	19.969	251.487	251.487	58.1809 (Std. Dev.)
var8	197	12122.079213	595938	2.98791e+06	2.98791e+06	1.7938e+06 (Min)
var8	197	12123.844249	596259	2.98843e+06	2.98843e+06	1.79394e+06 (Max)
var9 (cycle time, St3)	198	12121.513586	11857.8	11976.7	11911.2	11911.9 (Rep 1)
var9	197	12122.676736	11858.6	11975	11922	11913 (Rep 2)
var9	197	12122.588218	11845.2	11972.9	11940.3	11913.1 (Rep 3)
var9	197	12121.471858	11842	11993.1	11913.4	11911.8 (Rep 4)
var9	198	12121.025924	11850.4	11983.3	11913.5	11911.3 (Rep 5)
var9	197.4	12121.855264	11850.8	11980.2	11920.1	11912.2 (Average)
var9	0.547723	0.735457	7.39835	8.17931	12.0449	0.795418 (Std. Dev.)
var9	197	12121.025924	11842	11972.9	11911.2	11911.3 (Min)
var9	198	12122.676736	11858.6	11993.1	11940.3	11913.1 (Max)
var10	198	12121.513586	595738	2.99982e+06	2.99982e+06	1.7938e+06 (Rep 1)
var10	197	12122.676736	596012	2.9882e+06	2.9882e+06	1.79394e+06 (Rep 2)
var10	197	12122.588213	596029	2.98819e+06	2.98819e+06	1.79394e+06 (Rep 3)
var10	197	12121.471858	595956	2.9879e+06	2.9879e+06	1.79391e+06 (Rep 4)
var10	198	12121.025924	595363	2.99984e+06	2.99984e+06	1.79386e+06 (Rep 5)
var10	197.4	12121.855264	595320	2.99279e+06	2.99279e+06	1.79389e+06 (Average)
var10	0.547723	0.735457	119.969	6429.21	6429.21	57.7641 (Std. Dev.)
var10	197	12121.025924	595738	2.9879e+06	2.9879e+06	1.7938e+06 (Min)
var10	198	12122.676736	596029	2.99984e+06	2.99984e+06	1.79394e+06 (Max)
var11	197	12124.459376	596336	2.98828e+06	2.98828e+06	1.7938e+06 (Rep 1)
var11	197	12125.706030	596612	2.98879e+06	2.98879e+06	1.79394e+06 (Rep 2)
var11	197	12125.616492	596624	2.98878e+06	2.98878e+06	1.79394e+06 (Rep 3)
var11	197	12124.513868	596553	2.9885e+06	2.9885e+06	1.79391e+06 (Rep 4)
var11	197	12123.941797	596465	2.98829e+06	2.98829e+06	1.79386e+06 (Rep 5)
var11	197	12124.847913	596518	2.98853e+06	2.98853e+06	1.79389e+06 (Average)
var11	0	0.776813	119.537	250.608	250.608	58.1453 (Std. Dev.)
var11	197	12123.941797	596336	2.98828e+06	2.98828e+06	1.7938e+06 (Min)
var11	197	12125.706030	596624	2.98879e+06	2.98879e+06	1.79394e+06 (Max)

var12(cycle time, St4)	198	12121.884192	11559.8	11679.1	11614.6	11617.3	(Rep 1)
var12	197	12123.040523	11562.8	11682.2	11626.3	11618.8	(Rep 2)
var12	197	12122.953746	11551.7	11674.9	11644.3	11618.4	(Rep 3)
var12	197	12121.837782	11549.8	11698.1	11617.2	11617.3	(Rep 4)
var12	198	12121.395687	11556.9	11691.7	11619.8	11616.9	(Rep 5)
var12	197.4	12122.222386	11556.2	11685.2	11624.4	11617.7	(Average)
var12	0.547723	0.733138	5.41633	9.49471	11.9273	0.832266	(Std. Dev.)
var12	197	12121.395687	11549.8	11674.9	11614.6	11616.9	(Min)
var12	198	12123.040523	11562.8	11698.1	11644.3	11618.8	(Max)
var13	198	12121.884192	595811	2.9999e+06	2.9999e+06	1.7938e+06	(Rep 1)
var13	197	12123.040523	596090	2.98827e+06	2.98827e+06	1.79394e+06	(Rep 2)
var13	197	12122.953746	596101	2.98826e+06	2.98826e+06	1.79394e+06	(Rep 3)
var13	197	12121.837782	596032	2.98798e+06	2.98798e+06	1.79391e+06	(Rep 4)
var13	198	12121.395687	595941	2.99991e+06	2.99991e+06	1.79386e+06	(Rep 5)
var13	197.4	12122.222386	595995	2.99286e+06	2.99286e+06	1.79389e+06	(Average)
var13	0.547723	0.733138	121.048	6429.96	6429.96	57.9461	(Std. Dev.)
var13	197	12121.395687	595811	2.98798e+06	2.98798e+06	1.7938e+06	(Min)
var13	198	12123.040523	596101	2.99991e+06	2.99991e+06	1.79394e+06	(Max)

# IMAGE EVALUATION TEST TARGET (QA-3)



**APPLIED IMAGE, Inc**  
1653 East Main Street  
Rochester, NY 14609 USA  
Phone: 716/482-0300  
Fax: 716/288-5989

© 1993, Applied image, Inc., All Rights Reserved