

DONALD DUPONT

CONCEPTION D'UNE BROCHE DE FRAISAGE HAUTE VITESSE

**Mémoire
présenté
à la Faculté des études supérieures
de l'Université Laval
pour l'obtention
du grade de maître ès sciences (M. Sc.)**

**Département de génie mécanique
FACULTÉ DES SCIENCES ET DE GÉNIE
UNIVERSITÉ LAVAL**

FÉVRIER 2000

© Donald Dupont, 2000



National Library
of Canada

Acquisitions and
Bibliographic Services

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Bibliothèque nationale
du Canada

Acquisitions et
services bibliographiques

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file *Votre référence*

Our file *Notre référence*

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.

The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

0-612-53942-3

Canada

Résumé

L'étude vise principalement le développement d'une broche de fraisage haute vitesse compacte pour le prototypage rapide de moules et matrices en acier outil. L'atteinte de hautes vitesses de coupe entraîne une augmentation des taux d'enlèvement de matière, une diminution des impacts de force de coupe et une amélioration significative du fini de surface grâce à l'exploitation de la dynamique du système qui offre de meilleures possibilités de stabilité à haute vitesse de rotation.

L'objectif est de démontrer théoriquement, qu'il est possible de prédire dès le processus de conception, les performances statiques et dynamiques d'une machine-outil. L'étude commence par la détermination du cahier des charges où nous avons fixé le type d'opérations à réaliser, les conditions de coupe ainsi que les déflexions statiques maximales (ce qui détermine la rigidité statique minimale). La broche devra ainsi pouvoir usiner en ébauche de l'acier outil (P20, H13, dureté 300-350 BHN) à 300 m/min avec une avance de 2000 mm/min pour un taux d'enlèvement de matière de 60 cm³/heure avec un outil de 3 mm de diamètre et une déflexion correspondante maximale de 152 µm.

La conception proprement dite est séparée en quatre grandes parties : **l'étude statique** où nous avons choisi le type de roulements (à billes à contact oblique), le diamètre de la broche (10 mm) et la longueur optimale entre paliers (40 mm), **l'étude dynamique préliminaire** où nous avons vérifié si l'optimum statique correspondait bien à un optimum dynamique (55 mm), **l'étude technologique** où nous avons fait les choix et dimensionnements finaux de la broche et **l'étude dynamique finale** où nous avons calculé les fréquences propres de celle-ci (1^{ière} à 3654.5 Hz, 2^e à 4823.9 Hz, ...) par éléments finis. Nous avons aussi fait une revue de littérature du phénomène de « broutage » (instabilité de coupe) et des prédictions théoriques sur son apparition suite aux données recueillies lors de la conception.

Avant-propos

Je désires remercier toutes les personnes m'ayant apporté leur aide, sans toutes les nommer pour ne pas en oublier, durant toute la durée de ma thèse de maîtrise. Mais surtout, j'aimerais remercier les étudiants du 2^e cycle de nos laboratoires qui m'ont toujours épaulé et surtout m'ont amené à me questionner et à remettre en question mes conclusions tout au long de cette étude. Leur soif d'apprendre et surtout de comprendre en font les meilleurs guides et conseillers qui soient.

Mes remerciements vont aussi au Conseil de Recherche en Sciences Naturelles et en Génie du Canada pour l'aide financière qu'il m'a fournie me permettant de poursuivre mes études. Finalement, j'aimerais remercier mon professeur titulaire M. Alain Curodeau ainsi que mon co-directeur, M. Guillot pour leur support et leur aide durant tout le déroulement de ces recherches.

Tables des matières

RÉSUMÉ	III
AVANT-PROPOS.....	IV
TABLES DES MATIÈRES.....	III
LISTE DES FIGURES	XI
LISTE DES TABLEAUX	XIV
CHAPITRE 1 INTRODUCTION	16
1.1 PROBLÉMATIQUE.....	17
1.2 OBJECTIFS GÉNÉRAUX	18
1.3 MÉTHODOLOGIE	19
CHAPITRE 2 CAHIER DES CHARGES	20
2.1 INTRODUCTION.....	20
2.2 CAHIER DES CHARGES DES PIÈCES	21
2.2.1 <i>Morphologie générale des pièces à usiner.....</i>	<i>21</i>
2.2.2 <i>Opérations à réaliser</i>	<i>21</i>
2.2.3 <i>Matériaux</i>	<i>22</i>
2.2.4 <i>Conditions de coupe.....</i>	<i>23</i>
2.2.5 <i>Dimensions des pièces.....</i>	<i>24</i>
2.3 CAHIER DES CHARGES DE LA BROCHE.....	24
2.3.1 <i>Outils utilisés</i>	<i>24</i>
2.3.2 <i>Précision et stabilité.....</i>	<i>25</i>
2.3.3 <i>Dimension maximale du corps de broche</i>	<i>26</i>
2.3.4 <i>Fixation de la broche sur la machine hôte.....</i>	<i>26</i>
2.3.5 <i>Porte-outil.....</i>	<i>27</i>
2.3.6 <i>Lubrification/évacuation des copeaux</i>	<i>27</i>
2.3.7 <i>Constante thermique de la broche</i>	<i>27</i>
2.3.8 <i>Coût maximal.....</i>	<i>27</i>
CHAPITRE 3 ÉTUDE DU PROCÉDÉ DE COUPE	28
3.1 INTRODUCTION.....	28
3.2 PARAMÈTRES D'ENTRÉES DU PROCÉDÉ	29
3.3 FORCE DE COUPE : HYPOTHÈSES DE BASE.....	30
3.4 FORCE ET PUISSANCE MOYENNE PAR RÉVOLUTION	32
3.5 REPRÉSENTATION DE L'ÉCHELON DE FORCE.....	33

3.5.1	<i>Ébauche</i>	37
3.5.2	<i>Finition</i>	38
3.5.3	<i>Design</i>	39
3.6	DISCUSSION ET ÉTUDE DE DIFFÉRENTS CAS.....	40
3.7	USINAGE À HAUTE VITESSE.....	41
3.8	CONCLUSION SUR L'ÉTUDE DES FORCES.....	43
CHAPITRE 4 ÉTUDE STATIQUE.....		44
4.1	INTRODUCTION.....	44
4.2	MODÈLE ARTICULÉ.....	46
4.2.1	<i>Équations utilisées</i>	49
4.2.2	<i>Feuille de calcul et exemple</i>	50
4.3	LONGUEUR OPTIMALE ENTRE PALIERS.....	51
4.4	DEGRÉ DE LIBERTÉ.....	54
4.5	FORCE MAXIMALE SUR L'OUTIL.....	54
4.6	RIGIDITÉ STATIQUE MINIMALE.....	55
4.7	CHOIX DU TYPE DE PALIERS.....	56
4.7.1	<i>Aérostatiques</i>	57
4.7.2	<i>Hydrodynamiques</i>	58
4.7.3	<i>Hydrostatiques</i>	58
4.7.4	<i>À galets de précision, coniques ou cylindriques</i>	59
4.7.5	<i>Magnétiques</i>	60
4.7.6	<i>À billes précontraints à contact oblique</i>	60
4.8	CALCUL DU DIAMÈTRE MINIMAL DE LA BROCHE DE LONGUEUR OPTIMALE.....	62
4.9	RÉSULTATS SOMMAIRES DE L'ÉTUDE STATIQUE.....	67
4.10	RIGIDITÉ AXIALE.....	68
4.11	CONCLUSION DE L'ÉTUDE STATIQUE.....	68
CHAPITRE 5 ÉTUDE DYNAMIQUE PRÉLIMINAIRE.....		69
5.1	INTRODUCTION.....	69
5.2	MODÈLE UTILISÉ.....	69
5.2.1	<i>Hypothèses de départ</i>	70
5.2.2	<i>Schéma représentant le modèle utilisé</i>	71
5.2.3	<i>Étapes de calcul</i>	72
5.3	DÉFINITION DE L'OPTIMUM DYNAMIQUE.....	73
5.4	CALCUL DE L'OPTIMUM DYNAMIQUE.....	75
5.4.1	<i>Entrées pour $L = 39.4$ mm</i>	76
5.4.2	<i>Sorties pour $L = 39.4$ mm</i>	76
5.4.2.1	<i>Résultats statiques</i>	76
5.4.2.2	<i>Résultats dynamiques</i>	76
5.4.3	<i>Résultats pour plusieurs valeurs de L</i>	77
5.5	CONCLUSION SUR L'OPTIMUM DYNAMIQUE.....	77

5.6	UTILISATION D'ENTRETOISES	78
5.6.1	<i>Entrées si $D = 12.5$ mm pour le 3e élément (avec entretoise)</i>	79
5.6.2	<i>Sorties avec et sans entretoise</i>	79
5.6.2.1	Résultats statiques	79
5.6.2.2	Résultats dynamiques	80
5.6.3	<i>Avec épaulement</i>	81
5.7	DÉMONSTRATION DU CALCUL DES TEMPS DE RÉPONSE	83
5.7.1	<i>Réponse en vitesse de l'arbre</i>	83
5.7.2	<i>Réponse en flexion de l'arbre</i>	86
5.8	CONCLUSION DE L'ÉTUDE DYNAMIQUE PRÉLIMINAIRE	87
CHAPITRE 6 ÉTUDE TECHNOLOGIQUE		88
6.1	INTRODUCTION	88
6.2	OUTIL 88	
6.3	PORTE-OUTIL	89
6.4	COMMANDE DE PUISSANCE	90
6.4.1	<i>Type de moteur utilisé</i>	90
6.4.2	<i>Type de moteur pneumatique</i>	93
6.4.3	<i>Problématique de la conception du moteur</i>	96
6.4.3.1	Problématique – Méthodologie	96
6.4.4	<i>Critères de conception</i>	98
6.4.4.1	Facilité de fabrication	98
6.4.4.2	Position sur la broche	98
6.4.4.3	Puissance / couple fourni / vitesse limite	99
6.4.4.4	Silencieux	99
6.4.4.5	Encombrement / poids	99
6.4.4.6	Diamètre du jet d'air	99
6.4.5	<i>Montage utilisé pour les tests</i>	104
6.4.6	<i>Résultats de différents types de turbine et couverts analysés</i>	107
6.4.7	<i>Résultats finaux – turbine choisie</i>	108
6.4.8	<i>Turbine axiale – fabrication</i>	115
6.5	ASSERVISSEMENT	115
6.6	PRÉCHARGE DES ROULEMENTS	116
6.7	ROULEMENT – CALCUL DE DURÉE DE VIE	120
6.8	FIXATION SUR LA MACHINE HÔTE	121
6.9	ÉQUILIBRAGE	121
6.10	MATÉRIAUX UTILISÉS / TRAITEMENT THERMIQUE	123
6.11	TOLÉRANCES D'USINAGE	125
6.12	CONCLUSION DE L'ÉTUDE TECHNOLOGIQUE	126
CHAPITRE 7 ÉTUDE DYNAMIQUE FINALE		127
7.1	INTRODUCTION	127

7.2	MÉTHODE RAYLEIGH-RITZ	128
7.2.1	<i>Modèle utilisé</i>	128
7.2.2	<i>Principales étapes du calcul</i>	130
7.2.3	<i>Données utilisées pour le calcul et résultats obtenus</i>	132
7.3	COMPARAISON AVEC LA MÉTHODE DES ÉLÉMENTS FINIS UTILISANT LES MÊMES DONNÉES DE DÉPART QUE LA MÉTHODE RAYLEIGH-RITZ	133
7.3.1	<i>Entrées</i>	133
7.3.2	<i>Sorties</i>	133
7.4	CONCLUSION PARTIELLE	133
7.5	CALCUL PLUS PRÉCIS(DESIGN FINAL) UTILISANT LES ÉLÉMENTS FINIS.....	134
7.5.1	<i>Entrées</i>	134
7.5.2	<i>Sorties</i>	135
7.6	CONCLUSION PARTIELLE	135
7.7	CONCLUSION SUR L'ÉTUDE DYNAMIQUE.....	136
CHAPITRE 8 ÉTUDE DU BROUTAGE.....		138
8.1	INTRODUCTION.....	138
8.2	TYPE DE BROUTAGE.....	139
8.2.1	<i>Broitage non-régénératif</i>	139
8.2.2	<i>Broitage régénératif</i>	142
8.3	LIMITE DE STABILITÉ POUR LE BROUTAGE RÉGÉNÉRATIF	144
8.4	LIMITE DE STABILITÉ POUR LE BROUTAGE NON-RÉGÉNÉRATIF	149
8.5	MODÉLISATION DE LA FONCTION DE TRANSFERT	150
8.6	APPLICATION AU CAS DU FRAISAGE EN BOUT À PLUSIEURS FRÉQUENCES PROPRES....	156
8.7	CHOIX DE LA VITESSE OPTIMALE DE ROTATION	160
8.8	AJUSTEMENT DE LA VITESSE AVEC LA FRÉQUENCE DU BROUTAGE	166
8.9	PRÉVISION THÉORIQUE DES PERFORMANCES	170
8.10	CONCLUSION SUR L'ÉTUDE DU BROUTAGE.....	173
CHAPITRE 9 CONCLUSIONS		174
9.1	RÉTROSPECTIVE	174
9.2	PERSPECTIVE DE RECHERCHE ET DÉVELOPPEMENT	175
BIBLIOGRAPHIE.....		178
ANNEXE A.....		A-1
A.1	MODÈLE DES FORCES D'USINAGE	A-2
A.1.1	<i>Hypothèses de départ</i>	A-2
A.1.2	<i>Entrées</i>	A-3
A.1.3	<i>Entrées relatives aux conditions de coupe du cahier des charges</i>	A-5
A.1.4	<i>Équations</i>	A-5

A.1.5	<i>Programme</i>	A-8
ANNEXE B		B-1
B.1	CALCUL DE LA LONGUEUR OPTIMALE	B-2
B.2	TABLEAU DE LA RIGIDITÉ TOTALE POUR DIFFÉRENTES VALEURS DE DIAMÈTRES	B-4
B.3	CALCUL POUR LA BROCHE AYANT UN DIAMÈTRE DE 10 MM AVEC UNE FORCE D'ÉBAUCHE DE 79 N ET UNE FORCE DE FINITION DE 5.78 N	B-5
B.3.1	<i>EBAUCHE</i>	B-5
B.3.2	<i>FINITION</i>	B-6
ANNEXE C		C-1
C.1	ROULEMENTS DE PETIT DIAMÈTRE	C-2
ANNEXE D		D-1
D.1	COMPARAISON DE LA RIGIDITÉ CALCULÉE ET CELLE FOURNIE PAR FAG EN N/MM	D-2
D.2	PRÉCHARGE, RIGIDITÉ AXIALE ET RADIALE	D-3
D.3	CARACTÉRISTIQUES DU ROULEMENT	D-4
ANNEXE E		E-1
E.1	MÉTHODE DE TRAITEMENT PAR ÉLÉMENT FINIS	E-2
E.1.1	<i>Calcul de l'optimum dynamique sans entretoise</i>	E-2
E.1.1.1	Entrées pour L = 39.4 mm	E-2
E.1.2.1	Sorties pour L = 39.4 mm	E-3
E.1.3.1	Résultats dynamiques pour L variable	E-5
E.1.2	<i>Calcul de l'optimum dynamique avec entretoise</i>	E-5
E.1.1.2	Résultats statiques avec et sans entretoise pour L variable	E-5
E.1.2.2	Résultats dynamiques avec entretoise	E-6
E.1.3.2	Résultats dynamiques avec entretoise et épaulement	E-6
E.1.3	<i>Exemple final complet</i>	E-7
E.1.1.3	Discrétisation du domaine	E-7
E.1.2.3	Explications sur les données d'entrée	E-7
E.1.3.3	Feuille de calcul complète dans le format original Excel	E-9
E.1.4	<i>Vérification de l'effet de l'augmentation de d sur l'optimum dynamique</i> ..	E-21
ANNEXE F		F-1
F.1	CALCUL DU FACTEUR C (FROTTEMENT VISQUEUX)	F-2
F.1.1	<i>1^{ère} étape : calcul des forces axiales et radiales sur le roulement</i>	F-2
F.1.2	<i>2^e étape : calcul du moment indépendant de la charge</i>	F-8
F.1.3	<i>3^e étape : calcul du moment dépendant de la charge</i>	F-9

F.1.1.3	Calculs numériques	F-10
F.1.4	4 ^e étape : calcul du moment total pour chaque roulement.....	F-10
F.1.5	5 ^e étape : calcul du facteur <i>c</i> proprement dit.....	F-11
ANNEXE G	G-1
G.1	MÉTHODE RAYLEIGH-RITZ	G-2
G.1.1	Discrétisation de la broche	G-2
G.1.2	Données d'entrée du programme	G-2
G.1.3	Programme de calcul sur Mapple	G-3
G.1.4	Comparaison avec la méthode des éléments finis utilisant les mêmes données de départ que la méthode Rayleigh-Ritz	G-4
G.1.1.4	Entrées.....	G-4
G.1.2.4	Sortie	G-5
ANNEXE H	H-1
H.1	ANALYSE DE L'EFFET TIROIR.....	H-2
H.1.1	Calcul.....	H-2
ANNEXE I	I-1
I.1	DURÉE DE VIE DU ROULEMENT.....	I-2
ANNEXE J	J-1
J.1	BALANCEMENT	J-2
J.1.1	Méthode de traitement et calculs.....	J-3
J.1.2	Programmes utilisés.....	J-5
J.1.1.2	1 ^{er} programme : balancement initial	J-6
J.1.2.2	2 ^e programme : raffinement du balancement.....	J-7
J.1.3	Niveaux de qualité d'équilibrage <i>G</i> associés aux différents types de rotor...J-8	
J.1.4	Nomogramme de calcul de la qualité d'équilibrage.....	J-9
J.1.5	Plan du montage pour balancement	J-10
J.1.6	Description des pièces liées aux plans.....	J-11
ANNEXE K	K-1
K.1	CHOIX DE L'OUTIL	K-2
K.1.1	Description du recouvrement KC610	K-3
K.1.2	Les recouvrements	K-5
K.1.3	Lubrification des outils	K-8
K.2	SPÉCIFICATIONS DU PORTE-OUTIL DE LA COMPAGNIE REGO-FIX.....	K-9

ANNEXE L	L-1
L.1 ANALYSE THÉORIQUE DE LA PUISSANCE EN FONCTION DU DIAMÈTRE ÉQUIVALENT DE SORTIE L-2	
L.2 TURBINES / RÉSULTATS OBTENUS	L-3
L.3 REPRÉSENTATION / TURBINE EN ABS	L-6
L.4 REPRÉSENTATION / TURBINES EN ALUMINIUM.....	L-8
L.5 REPRÉSENTATION / COUVERTS D'ALIMENTATION.....	L-8
ANNEXE M	M-1
M.1 VUE EN COUPE DE LA BROCHE	M-2
M.1.1 <i>Liste de pièces reliées aux plans de la broche</i>	M-3
M.2 TURBINE AXIALE – GAMME D'USINAGE.....	M-4
M.2.1 <i>Dessin du montage</i>	M-4
M.2.2 <i>Programme d'usinage en code G</i>	M-5
M.2.3 <i>Dessin de fabrication (non à l'échelle)</i>	M-7
ANNEXE N	N-1
N.1 CARACTÉRISTIQUE DE LA VALVE CHOISIE	N-2
N.2 CARACTÉRISTIQUES DE LA RONDELLE ÉLASTIQUE CHOISIE	N-3
ANNEXE O	O-1
O.1 PROGRAMME DE CALCUL DU BROUTAGE.....	O-2
O.1.1 <i>1^{er} programme – limite de stabilité pour une fréquence propre</i>	O-2
O.1.2 <i>2^e programme – limite de stabilité pour trois fréquences propres</i>	O-5

Liste des figures

Texte principal :

Figure 3.1 Entrées et sortie d'une machine-outil	30
Figure 3.2 Fraisage en bout	32
Figure 3.3 Modèle utilisé pour le calcul des forces du fraisage en bout.....	35
Figure 3.4 Forces d'ébauche en avalant	37
Figure 3.5 Forces d'ébauche en remontant	37
Figure 3.6 Forces de finition.....	38
Figure 3.7 Forces de design.....	39
Figure 4.1 Ligne de force dans une fraiseuse verticale 3 axes	45

Figure 4.2	Machine-outil schématisée par une série de ressorts	45
Figure 4.3	Modèle statique de la broche	47
Figure 4.4	Longueur optimale	53
Figure 4.5	Outil en porte-à-faux	55
Figure 4.6	Comparaison de la rigidité entre Pruvot et FAG STD	64
Figure 4.7	Comparaison de la rigidité entre Pruvot et FAG « High speed »	65
Figure 4.8	Rigidité de la broche pour différents diamètres	66
Figure 4.9	Déflexion totale en fonction de la longueur entre paliers	67
Figure 5.1	Modèle dynamique d'une broche	71
Figure 5.2	Modèle dynamique pour l'étude préliminaire avec $D = 10$ mm	75
Figure 5.3	1 ^{ère} et 2 ^e fréquences propres en fonction de L pour $D = 10$ mm	77
Figure 5.4	Modèle dynamique de la broche avec entretoise	78
Figure 5.5	Déflexions statiques avec et sans entretoise pour l'élément #3	79
Figure 5.6	1 ^{ère} et 2 ^e fréquences propres pour $D = 12.5$ mm pour le 3 ^e élément seulement	80
Figure 5.7	Broche avec un diamètre de 12.5 mm sur toute la longueur	81
Figure 5.8	1 ^{ère} et 2 ^e fréquences propres si la broche a un diamètre de 12.5 mm sur toute la longueur	82
Figure 5.9	Modèle de la broche en rotation	83
Figure 5.10	Diagramme représentant la broche dans le domaine de Laplace	84
Figure 6.1	Porte-outil ER-8 MS avec collet ER-8 de REGO-FIX	90
Figure 6.2	Motobroche (ref. IBAG)	91
Figure 6.3	Broche avec turbine pneumatique	91
Figure 6.4	Turbine hydraulique Francis pour entraînement de broche	92
Figure 6.5	Brevet US # 5807108 Turbine à air pour outil de dentisterie	94
Figure 6.6	Brevet US #5020968 Système de contrôle de la vitesse d'une broche pneumatique de machine-outil	95
Figure 6.7	Représentation simple du réseau pneumatique	100
Figure 6.8	Puissance disponible en fonction du diamètre du jet de sortie	103
Figure 6.9	Schéma du montage de mesure du couple des turbines	105
Figure 6.10	Quelques exemples de formes de turbines testées	106
Figure 6.11	Turbine en aluminium choisie – turbine AXIALE101522	109
Figure 6.12	Couple fourni par la turbine en aluminium choisie	111
Figure 6.13	Puissance fournie par la turbine en aluminium choisie	111
Figure 6.14	Coupe 3D du design de la broche finale	113
Figure 6.15	Coupe 2D du design de la broche finale	113
Figure 6.16	Vue 3D du montage utilisé pour l'équilibrage	123
Figure 7.1	Modèle de la broche pour la méthode Rayleigh-Ritz	128
Figure 7.2	Discretisation de la broche	130
Figure 7.3	Discretisation de la broche (design final)	134
Figure 7.4	Premier mode en fonction de la longueur entre roulements	136
Figure 8.1	Couplage des modes	141

Figure 8.2	Contrainte géométrique entraînant le broutage régénératif	143
Figure 8.3	Nombre d'ondulations entre chaque dent en fraisage	144
Figure 8.4	Modèle simple représentant l'usinage	145
Figure 8.5	Diagramme simple du procédé d'usinage (broutage régénératif)	147
Figure 8.6	Cas possibles pour un système de deuxième ordre	148
Figure 8.7	Diagramme simple du procédé d'usinage (broutage non-régénératif)	149
Figure 8.8	Modèle de la structure M dans le modèle de la coupe	151
Figure 8.9	Facteur d'orientation une opération de fraisage en bout	154
Figure 8.10	Fraisage en bout à deux degrés de liberté modélisé par des systèmes masses, ressorts et amortisseurs	157
Figure 8.11	Identification des modes	159
Figure 8.12	Diagramme de phase pour un système du 2 ^e ordre ou plus	161
Figure 8.13	Création des lobes de stabilité	164
Figure 8.14	Lobes de stabilité pour un système à plusieurs fréquences propres	165
Figure 8.15	Méthode d'ajustement de la vitesse avec la fréquence de broutage	167
Figure 8.16	Pièce test pour ajustement de la vitesse du graphique précédent	169
Figure 8.17	Prévision théorique des performances – Fraisage/rainurage à 2 dents	171
Figure 8.18	Prévision théorique des performances – Fraisage/rainurage à 4 dents	172

Annexes :

Figure A.1	Modèle utilisé pour le fraisage en bout	A-3
Figure E.1	Représentation de la broche (diamètres et longueurs)	E-3
Figure E.2	Représentation graphique des déplacements (déflexions)	E-4
Figure E.3	Résultats dynamiques	E-4
Figure E.4	Discretisation de la broche pour le calcul par éléments finis	E-7
Figure E.5	Entretoise #2 moins un diamètre de 12.5 mm	E-8
Figure E.6	Turbine axiale moins un diamètre de 12.5 mm	E-8
Figure E.7	Entretoise de précharge + vis moins un diamètre de 12.5 mm	E-8
Figure F.1	Répartition de la force de coupe sur la fraise	F-3
Figure F.2	Modèle de la broche pour calcul des forces sur les roulements	F-5
Figure F.3	Modèle simplifié de la broche pour calcul des forces sur les roulements	F-6
Figure G.1	Discretisation de la broche	G-2
Figure H.1	Diagramme de corps libre : effet tiroir	H-2
Figure J.1	Modèle utilisé pour le balancement	J-2
Figure L.1	1 ^{ère} série de tests	L-3
Figure L.2	2 ^e série de tests	L-4
Figure L.3	3 ^e série de tests	L-5

Liste des tableaux

Texte principal

Tableau 2.1	Principaux matériaux utilisés – moules et matrices.....	22
Tableau 2.2	Paramètres de coupe	24
Tableau 2.3	Précision requise selon l'opération d'usinage	25
Tableau 3.1	Puissance, couple et force moyenne d'usinage	33
Tableau 3.2	Forces réparties	40
Tableau 4.1	Équations utilisées pour l'étude statique.....	49
Tableau 4.2	Feuille de calcul sur Excel.....	51
Tableau 4.3	Ajout au tableur Excel pour le calcul de la longueur optimale	52
Tableau 4.4	Comparaison qualitative des types de paliers.....	57
Tableau 5.1	Fréquence d'excitation pour différents types d'opération.....	74
Tableau 5.2	Tableaux résumant les entrées du programme d'éléments finis.....	76
Tableau 5.3	Tableau résumant les entrées d'une broche avec entretoise (seulement pour l'élément #3) pour L = variable.....	79
Tableau 6.1	Classement des types de moteur pneumatique	94
Tableau 6.2	Nomenclature du brevet US #587108.....	95
Tableau 6.3	Nomenclature du brevet US # 5020968	96
Tableau 7.1	Données de départ pour la méthode Rayleigh-Ritz	132
Tableau 7.2	Tableaux résumant les entrées du programme d'éléments finis pour la comparaison avec la méthode Rayleigh-Ritz.....	133
Tableau 7.3	Tableaux résumant les entrées du programme d'éléments finis pour le calcul des modes de la broche (design final).....	135

Annexes :

Tableau A.1	Entrées du programme.....	A-5
Tableau B.1	Rigidité totale pour différentes valeurs de diamètre.	B-4
Tableau B.2	Feuille de calcul ébauche.....	B-5
Tableau B.3	Feuille de calcul finition	B-6
Tableau D.1	Rigidités calculées et celles données par FAG en N/ μm	D-2
Tableau D.2	Tableau fourni par FAG	D-3
Tableau D.3	Dimensions et caractéristiques des roulements FAG haute vitesse	B-1
Tableau E.1	Tableau des entrées.....	E-2
Tableau E.2	Résultats statiques (déflexions).....	E-3
Tableau E.3	1 ^{ère} et 2 ^e fréquences propres en fonction de L pour D =10 mm	E-5
Tableau E.4	Déflexion en fonction de L avec entretoise	E-5

Tableau	E.5	1 ^{ère} et 2 ^e fréquences propres pour D = 12.5 mm pour le 3 ^e élément seulement	E-6
Tableau	E.6	1 ^{ère} et 2 ^e fréquences propres si la broche a un diamètre de 12.5 mm sur toute la longueur.....	E-6
Tableau	E.7	Premier mode en fonction de la longueur entre roulements	D-1
Tableau	K.1	Paramètres qui déterminent le choix d'un outil	K-2
Tableau	K.2	Classification ISO de l'usinabilité des matériaux	K-2
Tableau	K.3	Sélection du type de recouvrement – catalogue Kennametal	K-3
Tableau	K.4	Matériaux entrant dans la composition des outils	K-4
Tableau	K.5	Vitesses de coupe rencontrées	K-5
Tableau	K.6	Principaux recouvrements de base rencontrés	K-6
Tableau	K.7	Propriétés de différents types de recouvrements	K-7
Tableau	L.1	Puissance disponible en fonction du diamètre du jet de sortie.....	L-2

CHAPITRE 1

INTRODUCTION

Le projet de maîtrise qui fait l'objet de cette thèse pour l'obtention du grade de Maître ès sciences appliquées (M.Sc.A.) fait suite à l'étude effectuée par Isabelle Breton sous la direction de M. Alain Curodeau portant sur la comparaison de plusieurs procédés de fabrication pour la réalisation de moules pour l'industrie plastique. De cette étude, deux procédés ont été jugés particulièrement intéressants, il s'agit de l'électroérosion avec électrodes en forme de broche et du fraisage haute vitesse. Ce dernier sujet fera donc l'objet de ce mémoire.

Nous avons choisi de faire la conception d'une broche¹ de fraisage haute vitesse pouvant usiner des moules de petites dimensions et s'adapter à une machine existante. Nous en ferons aussi la fabrication ainsi que la prévision de ses performances. La partie expérimentale sera accomplie dans un travail ultérieur et n'apparaîtra pas dans ce mémoire pour une question de temps. Un document résumant les tests effectués sera remis à M. Alain Curodeau.

¹ La broche est définie comme un arbre à l'extrémité duquel on peut fixer un outil ou une pièce à usiner et auquel des paliers retirent cinq degrés de liberté ; le sixième (le dernier restant) correspond à une rotation d'angle et de vitesse indéfinis autour de l'axe de révolution de la broche ; il est enlevé par la transmission de puissance. La broche est aussi communément appelée tête d'usinage.

1.1 Problématique

Les théories sur la coupe ainsi que sur la stabilité en usinage haute vitesse ont été développées il y a bien longtemps dans les universités, bien avant la disponibilité de machines ou d'outils pouvant atteindre les performances calculées requises en haute vitesse. R. King [15] donne plusieurs exemples d'auteurs qui ont travaillé sur ce sujet peu après la deuxième guerre mondiale, époque où l'on réalise de plus en plus que la maîtrise des procédés d'usinage est un avantage stratégique non négligeable, tant au niveau économique que militaire. En 1993, le marché mondial de fabrication de moules, de matrices et de pièces de précision totalisait 65 milliard \$US dont 20 milliard \$US au Etats-Unis seulement [43]. On comprend alors vite pourquoi l'usinage haute vitesse, qui permet d'augmenter les performances des procédés de coupe, est un enjeu de taille en Amérique du nord. Les hautes vitesses de coupe diminuent l'amplitude des impacts de force ressentis par l'outil, permettent d'atteindre des profondeurs de coupe plus élevées avant apparition d'instabilité de coupe et donc des taux d'enlèvement de matière accrus tout en améliorant la qualité du fini de surface obtenu et ce sans lubrification.

Depuis, les outils et les machines pouvant atteindre les vitesses et puissances requises pour l'augmentation des taux d'enlèvement de matière par les théories d'usinage haute vitesse sont disponibles. La question qu'il faut maintenant se poser avec ces machines modernes performantes n'est plus « a-t-on assez de puissance ou de vitesse disponible sur une machine donnée ? » mais plutôt : « quel pourcentage de la puissance ou de la vitesse disponible peut-on utiliser à l'outil sans apparition d'instabilité de coupe ? ». Même si les théories utilisées sont dans l'ensemble assez simples, elles sont en pratique très peu utilisées dans les ateliers de fabrication mécanique parce qu'il est nécessaire pour s'en servir de revoir entièrement les méthodes et stratégies de fabrication. La fabrication d'un moule avec des techniques conventionnelles peut demander plusieurs dizaines d'outils, ce qui augmente la complexité de la base de données qui permettrait l'utilisation simple de ces techniques sans un changement radical de la philosophie de fabrication.

De plus, on utilise souvent plusieurs machines, certaines pour l'ébauche et d'autres pour la finition en plus du polissage manuel. On exige donc des machines-outils une certaine polyvalence qui se traduit nécessairement par un compromis entre vitesse et rigidité. Une machine-outil universelle récente pouvant usiner à moyenne vitesse est souvent mal adaptée à des travaux d'ébauche que l'on confie généralement à des machines moins récentes. Une machine conventionnelle requiert souvent pour sa part, des procédés complémentaires de finition comme l'électroérosion ou la rectification. On paie donc nécessairement plus cher une opération faite sur une machine universelle parce que celle-ci n'est pas spécialisée. L'idéal serait d'avoir une machine modulaire à laquelle on peut annexer plusieurs broches, une spécialisée pour chaque travail.

1.2 Objectifs généraux

Le but de ce projet de maîtrise est de trouver des solutions pratiques aux problématiques exposées précédemment. Nous allons donc développer une tête de fraisage haute vitesse pouvant être adaptée à n'importe quelle fraiseuse. Ceci a pour avantage de réduire passablement les coûts reliés à l'achat d'une machine spécialisée. La fabrication de moules ou de matrices de petites dimensions est un bon exemple d'un domaine où les machines sont en général de beaucoup sur-dimensionnées par rapport à la tâche à accomplir qui requiert souvent une finition sur une autre machine. De plus, la conception d'une broche de très petite dimension n'utilisant qu'un seul outil permettrait à une machine 5 axes d'usiner des pièces en une seule prise avec une simplicité d'analyse et de programmation.

Le but n'est pas seulement de développer une broche d'usinage mais d'être capable d'en prédire les performances dynamiques dès le stade de la conception afin d'assurer une juste « qualité » au coût minimum. L'analyse de certaines théories d'usinage haute vitesse permettra de guider l'utilisateur vers une utilisation maximum des capacités de la broche. On peut donc séparer le projet en trois grandes parties :

- Analyse du procédé de coupe: force, limite de stabilité de coupe, puissance, vitesse, conditions optimales ...

- Conception et calcul d'une broche répondant à un cahier des charges donné et prévision théorique des performances.
- Essais et comparaison avec les prévisions (travail futur à faire, non inclus dans ce mémoire pour une question de manque de temps)

1.3 Méthodologie

Nous allons dans un premier temps rédiger le cahier des charges de la broche qui fixera les conditions d'usinage et les précisions requises qui y sont associées. Par la suite, nous allons faire l'étude du procédé de coupe. Ceci nous permettra de mieux comprendre comment les forces agissent sur l'outil, nous donnera la puissance requise de la commande de puissance et la forme de l'excitation dynamique. Puis on débutera la conception de la broche proprement dite. Elle sera séparée en plusieurs étapes distinctes, soit :

- Une **étude statique** où l'on fixera la rigidité minimale statique exigée pour rencontrer les exigences du cahier des charges. De plus, l'étude statique sera l'occasion de choisir le type de palier utilisé et de calculer l'espacement optimal entre les roulements.
- Une **étude dynamique préliminaire** qui servira à vérifier avec un modèle simple si l'optimum statique correspond bien aussi à un optimum dynamique.
- Une **étude technologique** qui fixera tous les détails de la broche comme les matériaux utilisés, le type de commande de puissance, les tolérances, l'asservissement en vitesse, le type de porte-outil, etc.
- Une **étude dynamique finale** suivra pour calculer les fréquences propres du design final de la broche et une vérification des optimums statique et dynamique.

Finalement, nous ferons une revue de littérature sur le phénomène de l'instabilité de coupe aussi appelé communément « broutage » et nous essaierons de faire la prévision des performances dynamiques de la broche.

CHAPITRE 2

CAHIER DES CHARGES

2.1 Introduction

Le cahier des charges contient principalement la description des pièces, des matériaux à usiner ainsi que des opérations d'usinage à réaliser. Les précisions à atteindre pour chaque opération ne sont données qu'à titre indicatif pour guider la conception et ne seront pas vérifiées expérimentalement. Nous reviendrons sur ce point lors de l'étude des forces de coupe. Notez que ce qui nous intéresse de prédire dans ce projet de maîtrise est la stabilité de coupe.

La broche sera conçue pour des ateliers de fabrication de moules et de matrices de petites dimensions en acier-outil de dureté moyenne. La broche devra leur permettre de fabriquer des pièces en une seule prise, par fraisage haute vitesse avec un seul outil sans avoir recours à la rectification ou à l'électroérosion. Les paragraphes suivants décrivent ces spécifications de façon plus précise.

2.2 Cahier des charges des pièces

2.2.1 Morphologie générale des pièces à usiner

Les pièces qui pourront être usinées par la broche sont des pièces de base polyédrique, c'est-à-dire, des pièces plates² ou de forme prismatique³ (prisme à base non droite) qui nécessitent des opérations de surfacage, de dressage de faces, de perçage, et d'alésage mais aucun traitement thermique fait directement sur la machine (par laser par exemple). Certaines surfaces de ces pièces doivent être **normalement** finies par électroérosion ou par rectification si l'usinage se fait avec des machines conventionnelles utilisant des méthodes classiques à basse vitesse de coupe. Les surfaces peuvent être de type simple (ex. :surfaces planes) ou complexe (ex. :B-Splines).

2.2.2 Opérations à réaliser

Les opérations d'usinage seront toutes réalisées à l'aide d'une fraise en bout, une seule pour chaque pièce. La description détaillée des outils utilisés est faite dans une section ultérieure.

La plupart des surfaces normalement usinées par électroérosion ou finies par rectification seront plutôt réalisées par des opérations de fraisage à haute vitesse. L'usinage complet sera fait par une seule machine avec un seul outil. La recherche et le développement sur les tolérances et l'état de surface en fonction des conditions de coupe (en particulier la vitesse de coupe) ne seront pas faits dans ce mémoire. Nous allons plutôt identifier les zones d'usinage stables strictement du point de vue dynamique pour qu'on puisse dans un projet de recherche ultérieur identifier les conditions de coupe optimales du point de vue géométrique.

² Les pièces dites "plates" sont composées d'une seule face d'usinage ou plusieurs faces d'usinage parallèles et de même sens qu'on appelle faces associées. Une face d'usinage est caractérisée par le fait que la broche occupe une même orientation par rapport à la pièce pour tous les usinages composant la face d'usinage.

³ Les pièces prismatiques possèdent plus d'une face d'usinage non parallèles entre elles.

2.2.3 Matériaux

Les matériaux les plus souvent utilisés dans la fabrication de moules et de matrices de petites dimensions sont:

Description	Matériaux, dureté
Moules par injection (injection molding)	P20 , < 55 HRC
Matrices de coulage (dies casting)	H13, D2, M2, 45-50HRC
Matrices de forgeage (forging dies)	H13 ,D2, M2 , < 55 HRC
Matrices de coupe et de poinçonnage (stamping dies)	H13, D2, M2, < 60HRC

Tableau 2.1 Principaux matériaux utilisés – moules et matrices

La machine sera conçue pour permettre l'usinage dans de l'acier d'outillage de dureté moyenne (32-38 HRC) : Acier d'outillage, dureté = 300-350 BHN, énergie (ou pression) spécifique de coupe = 3.28 Kw/cm³/s (ref. [42] , sect. 2.5.1).

Afin de garder une certaine marge de sécurité, nous allons concevoir la machine avec une constante de énergie spécifique de coupe (Ks) de 4 Kw/cm³/s ou 4X10⁹ W/m³/s ou encore exprimée sous une forme différente 4X10⁹ N/m². Cette constante définit la puissance requise à l'outil pour enlever 1 m³ /s de matériel ou encore la force requise pour enlever 1 m² de matériel (équivalent si on simplifie les unités).

Bien entendu, la broche pourra aussi usiner des matériaux plus mous tel que l'aluminium ou la fonte qui nécessitent des vitesses de coupe plus élevées. C'est d'ailleurs de l'aluminium 6061-T6 que nous allons utiliser pour mener nos tests de stabilité (non inclus dans ce mémoire) parce qu'il est facilement disponible. La durée de vie d'un outil qui usine de l'aluminium est aussi plus élevée que celui usinant de l'acier, ce qui diminue les coûts des tests. Les autres matériaux (P20, H13), étant moins disponibles et plus coûteux ne seront utilisés qu'à titre de guides pour la conception définissant les conditions limites supérieures que la broche devra faire.

Pour l'aluminium, nous allons utiliser : $K_s = 0.5 \times 10^9 \text{ N/m}^2$

Pour la fonte, nous allons utiliser : $K_s = 1.5 \times 10^9 \text{ N/m}^2$

On voit que ces dernières constantes sont beaucoup moins exigeantes (en particulier pour l'aluminium : 8 fois moins dur) que pour les aciers outils pour lesquels nous allons concevoir la broche. Par contre, même si les constantes spécifiques sont moins élevées, il en est autrement pour les vitesses de coupe qui peuvent poser d'autres problèmes, par exemple reliés à la puissance ou à la stabilité de coupe. Nous aborderons ce sujet dans le chapitre traitant de l'instabilité de coupe.

2.2.4 Conditions de coupe

Les conditions de coupe sont déterminantes pour la conception d'une broche. Pour trouver des conditions de coupe réalistes pour notre broche, nous nous sommes basés sur des articles publiés sur l'usinage haute vitesse dans l'acier outil ([1], [25], [26]). De plus en plus de machines-outils haute vitesse font leur apparition. Certaines n'utilisent qu'un seul outil par pièce (de rayon égal au plus petit rayon de la pièce) et usinent des moules faits à partir de matériel très dur en une seule prise. Ce sont le plus souvent des machines très spécialisées et très coûteuses dont le but non-avoué est d'éviter, dû à l'excellent fini de surface obtenu par usinage haute vitesse, d'avoir recours à l'électroérosion ou à la rectification. Par exemple, la compagnie Toshiba a mis au point une machine destinée à la fabrication de moules et matrices de petites dimensions, la ASV 400, utilisant une broche aérostatique tournant à une vitesse maximale de 50 000 RPM avec des avances d'usinage courantes de 3 à 6 m/min et allant jusqu'à 10m/min en ligne droite [1].

Nous voulons, pour que le procédé que l'on développe soit viable, que notre taux d'enlèvement de matière (metal removal rate : MRR) soit supérieur à celui de l'électroérosion. On a pour le procédé d'électroérosion (ou Electro Discharge Machining : EDM en anglais), des taux d'enlèvement de matière (sans compter la fabrication de l'électrode !) ne dépassant pas 4.9 cm³/s (« die sink EDM ») [2], [26]. Le tableau suivant résume les conditions de coupe d'ébauche et de finition qui devront être réalisables avec la broche qui sera conçue au cours de ce projet (fraisage en avalant) et sur lesquelles sera basée sa conception (matériaux = acier outil ($K_s = 4 \text{ Kw/cm}^3/\text{s}$), Outil = Fraise à bout plat $D = 3 \text{ mm}$) :

Type d'opération	Vitesse de coupe (m/min)	Vitesse d'avance (mm/min)	Profondeur de coupe radiale (mm)	Profondeur de coupe axiale (mm)	Taux d'enlèvement de matière (MRR) (cm ³ /heure)
Ebauche	300	2000	0.5	1	60
Finition	500	2000	0.5	0.1	6
Design	500	5000	1	0.5	150

Tableau 2.2 Paramètres de coupe

Le type d'opération désignée par « Design » ne sert qu'au dimensionnement de la commande de puissance de la broche. Ceci définit les conditions de coupe maximales possibles, incluant un certain facteur de sécurité, que la broche sera en mesure de réaliser.

On voit donc dans le Tableau 2.2 que le MRR du procédé dépasse largement l'électro-érosion en ébauche et est dans le même ordre de grandeur en finition.

2.2.5 Dimensions des pièces

La portion usinable des pièces (volume de travail) s'inscrira dans un cube de 300 X 150 X 150 mm. Les pièces que la broche devra usiner seront le plus souvent creuses (moules).

2.3 Cahier des charges de la broche

2.3.1 Outils utilisés

La broche sera conçue pour pouvoir effectuer des opérations de fraisage en bout à l'aide de fraises en carbure recouvertes de TiN ou TiCN ou TiAlN. Les diamètres envisagés des fraises sont de 0.5 à 5 mm. Les outils pourront être à bout rond ou plat.

L'outil utilisé autant pour l'ébauche que pour la finition pour calculer la précision que devra atteindre la machine sera une fraise en carbure à bout plat, 2 goujures (2 flûtes ou 2 dents), de 3 mm de diamètre, de 38 mm de long avec un angle d'hélice (β) de 30 degrés et un angle de dégagement de coupe de 10 degrés. L'outil dépassera du porte-outil (en porte-à-faux) de 20 mm.

2.3.2 Précision et stabilité

La précision requise servira au dimensionnement **statique** de la broche (rigidité statique requise au droit de l'outil⁴). La rigidité statique est la rigidité réelle obtenue lorsque la fréquence d'excitation est nulle. Dans notre cas, puisqu'on ne connaît pas la valeur de la première fréquence propre de la broche à l'avance, on devra étudier l'effet d'un échelon de force sur l'outil et supposer que le rapport des amplitudes entre la force et la déflexion radiale au droit de l'outil est le même que lorsque la fréquence d'excitation est zéro (donc égale à l'inverse de la rigidité statique).

Type d'opération	Vitesse de coupe (m/min)	Vitesse d'avance (mm/min)	Profondeur de coupe radiale (mm)	Profondeur de coupe axiale (mm)	Déflexion radiale maximale au droit de l'outil (µm)
Ebauche	300	2000	0.5	1	152.4 (0.006 po)
Finition	500	2000	0.5	0.1	25.4 (0.001 po)

Tableau 2.3 Précision requise selon l'opération d'usinage

D'où proviennent les valeurs des précisions requises pour chaque opération que nous avons fixées dans le Tableau 2.3 ? Nous avons estimé qu'une déflexion de 0.025 mm (0.001 po) en finition pour un outil de cette dimension était largement acceptable. De plus nous avons calculé la déflexion de l'outil de 3mm avec un porte-à-faux de 20 mm ($E_{\text{outil}} = 441 \text{ Gpa}$, outil ISO P01 [3]) avec la formule suivante [4] pour une force appliquée de 100 N (cette force ayant été estimée avec les valeurs tirées de [1]) :

$$\delta = \frac{FL^3}{3EI}$$

où

δ = déflexion de l'outil

F = force appliquée

E = module de Young (441 Gpa)

L = porte-à-faux de l'outil

I = inertie de la section

⁴ L'expression « au droit de l'outil » souvent employée par les constructeurs de machines-outils désigne l'extrémité de l'outil soit la partie en contact avec la pièce.

$$I = \frac{\pi D^4}{64}$$

où

D =diamètre de l'outil

En faisant le calcul, nous obtenons une déflexion égale à 152 µm soit 0.006 po. Puisque les forces seront probablement inférieures à 100 N en ébauche et que la broche sera sûrement un peu plus grosse que l'outil (car elle doit le tenir), une déflexion totale de 152 µm incluant la déflexion de la broche nous a semblé raisonnable. Notez que ces déflexions, si elles sont constantes, peuvent être prises en compte lors de la programmation des mouvements de l'outil et être pratiquement éliminées.

Bien entendu, l'usinage devra être stable en tout temps lorsque les paramètres établis précédemment seront utilisés. La vitesse d'usinage pourra être ajustée au besoin pour rétablir la stabilité en autant qu'elle conserve le même MRR.

2.3.3 Dimension maximale du corps de broche

Le corps de broche devra s'inscrire dans un cylindre de dimension maximale de 75 mm de long par 50 mm de diamètre.

2.3.4 Fixation de la broche sur la machine hôte

La broche sera conçue pour être adaptée à une fraiseuse 5 axes ou à un bras de robot. La broche devra donc pouvoir accepter éventuellement deux rotations. La fixation de la broche sur la machine d'essai (fraiseuse 3 axes HURCO du département) devra se faire via un cône ISO 30. On devra donc prévoir un adaptateur permettant de fixer la broche sur le cône. On devra aussi prévoir la possibilité de pouvoir adapter rapidement la broche sur un cône ISO 40, 50 ou HSK.

2.3.5 Porte-outil

Puisque l'usinage se fera avec un seul outil, il n'y a aucun besoin d'avoir un changement automatique d'outil. Le chargement des outils dans la broche et de la broche sur la machine hôte se fera donc de façon manuelle. L'outil pourra être monté directement dans la broche avec un système de fixation quelconque.

2.3.6 Lubrification/évacuation des copeaux

La lubrification par fluide de coupe ne se fera pas par la broche. Le système de lubrification de la machine hôte sera utilisé si nécessaire. On devra cependant, prévoir un jet d'air pour chasser les copeaux et un autre pour garder une pression positive à l'intérieur du corps de broche pour éviter que des poussières y entrent.

2.3.7 Constante thermique de la broche

La broche devra avoir une constante de temps thermique la plus faible possible. On entend par constante thermique le temps que la broche prend pour se stabiliser en température. Lors de la montée en température, la broche peut se déplacer axialement entraînant un mouvement de l'outil. Puisqu'il est difficile de l'estimer de façon précise théoriquement [12], on en tiendra seulement compte comme un critère qualitatif durant la conception. Un système de refroidissement pour les paliers et pour la commande de puissance sera éventuellement à prévoir si nécessaire.

2.3.8 Coût maximal

Le budget maximal pour la broche est de 5000 \$. Ceci comprend la fabrication de la broche proprement dite mais aussi tous les frais associés à son développement.

CHAPITRE 3

Étude du procédé de coupe

3.1 Introduction

Suite à l'établissement des conditions de coupe dans le cahier des charges et avant de commencer la conception proprement dite de la broche, nous allons faire l'analyse du procédé de coupe. Meilleure sera notre compréhension du procédé de fraisage en bout, meilleure sera la conception de la broche.

La précision du travail exécuté à l'outil dépend des déviations (déflexions) de l'outil par rapport aux mouvements programmés en addition à la précision géométrique (faux-rond, perpendicularité, etc.) inhérente à tout système mécanique. Les méthodes de calculs développées dans plusieurs volumes notamment [6] et [13] nous permettent de calculer la rigidité statique axiale et radiale de la broche et donc, d'estimer les déflexions statiques obtenues sous certaines charges. Connaissant les conditions de coupe, on peut en déduire les forces dynamiques s'appliquant sur l'outil et estimer la rigidité statique minimale requise au droit de l'outil (nous reviendrons sur ce point lors de l'étude statique) pour rencontrer la précision établie dans le cahier des charges. Les moyens pour atteindre cette rigidité et les modèles utilisés pour la calculer seront expliqués lors de l'étude statique au moment de la conception de la broche.

Bien sûr, les forces appliquées à la broche sont de nature dynamique mais aucun moyen scientifique n'existe encore pour déterminer le facteur d'amortissement (qui est généralement très faible) de la structure et donc, la rigidité dynamique. Elle ne peut qu'être estimée grossièrement. C'est pourquoi nous avons choisi la rigidité statique comme critère de

conception même si nous allons faire une analyse dynamique des forces de coupe. Cette approche est tout à fait raisonnable dans le cas où la fréquence d'excitation (des conditions de coupe définies dans le cahier des charges) est de beaucoup inférieure à la première fréquence propre du système. Le rapport des amplitudes entre les forces et les déflexions est alors directement lié à la rigidité statique équivalente en bout de broche, indépendamment du facteur d'amortissement. Nous en ferons la preuve lors de l'étude dynamique.

D'autre part, la précision géométrique dépend des tolérances de fabrication et sera déterminée lors de l'étude technologique.

Nous allons donc, dans cette section, étudier et différencier les différentes entrées de notre système pour notamment comprendre quelles sont les sources de l'instabilité de coupe. Aussi, nous allons calculer les forces de coupe liées au procédé de fraisage en bout (avec une fraise à bout plat) pour que lors de l'étude statique, nous puissions estimer quelle est la rigidité statique minimale nécessaire pour rencontrer les spécifications du cahier des charges en sortie. D'autre part cela nous permettra de calculer la puissance requise de la commande de puissance.

3.2 Paramètres d'entrées du procédé

Une broche de fraisage est un système complexe à plusieurs degrés de liberté soumis à plusieurs types de vibrations. Comme on le verra dans l'étude du broutage, il peut être traité comme plusieurs oscillateurs élémentaires indépendants à un degré de liberté pour faire l'analyse de la stabilité. Les entrées du système sont :

- 1) Les **vibrations libres** : résultant d'impulsions transmises à la structure de la machine dues par exemple aux mouvements brusques ou saccadés des éléments mobiles de la machine (comme par exemple : glissières/chariots, changeur d'outil, activités de d'autres machines à proximité, ...)
- 2) Les **vibrations forcées** qui peuvent être de plusieurs types :
 - vibrations dues à l'irrégularité de l'épaisseur du copeau
 - vibrations transmises à l'outil provenant d'un broutage de la passe d'usinage précédente
 - vibrations provenant de d'autres organes de la machine ou de la broche elle-même.

Ex.: balourd d'un arbre tournant.

- vibrations provenant du principe même du travail de l'outil, en particulier en fraisage lorsque chaque dent de la fraise attaque la pièce à son tour.
- 3) Les vibrations **auto-excitées** résultant d'une instabilité dynamique du processus de la coupe elle-même appelé aussi communément « broutage ».

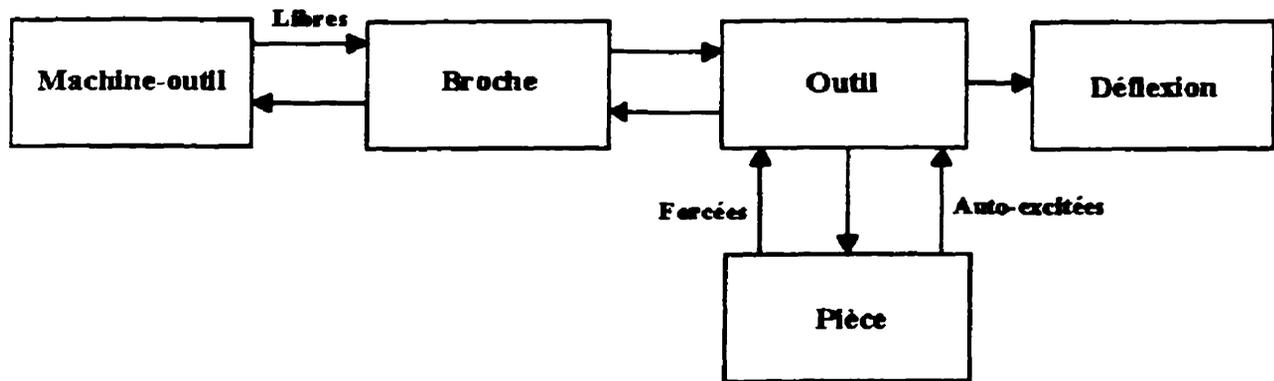


Figure 3.1 Entrées et sortie d'une machine-outil

Nous n'allons pas faire une analyse des vibrations libres puisque nous n'en avons pas un contrôle direct (vibrations occasionnées par la machine hôte ou vibrations aléatoires venant de l'extérieur de la machine) et ceci ne serait d'aucune aide pour la conception de la broche. De même, pour ce qui est des vibrations forcées, nous allons seulement nous intéresser dans ce qui suit aux vibrations provenant du principe même du travail de l'outil (échelon de force dû à l'attaque des dents) et aux forces moyennes de la coupe. Les vibrations auto-excitées seront traitées dans le chapitre sur l'instabilité du processus de coupe (broutage).

3.3 Force de coupe : hypothèses de base

Il existe une multitude de modèles estimant les forces de coupe rencontrées en usinage pour différentes conditions. Mais la plupart de ces modèles doivent être utilisés avec discernement. Par exemple, la théorie basée sur les travaux de Merchant [6] permet, au mieux, d'obtenir des résultats se rapprochant de ce que donne l'expérimentation quand celle-ci porte sur un usinage d'ébauche à l'aide d'outils neufs. Toutes les méthodes (théoriques, méthodes numériques, approche théorique) se montrent impropres pour l'instant à rendre compte des forces de coupe

qu'on a en finition et moins encore de celles qu'on peut avoir avec des outils plus ou moins usés. Une autre voie consiste à tester tous les matériaux possibles dans toutes les conditions vraisemblables, et de faire des tables des résultats. Par contre, il est impossible, à partir d'elles, de distinguer de façon certaine l'influence de la machine, de la matière, de l'outil et de bien d'autres éléments. D'autres utilisent des modèles semi-empiriques dits comportementaux (en anglais « engineering models ») qui se basent sur des résultats expérimentaux. Ils en tirent des lois de variation avec différents paramètres de l'usinage [6]. Ils tiennent donc compte de plusieurs facteurs avec lesquels varient les forces de coupe : dureté du matériel, géométrie de l'outil, vitesse de coupe, épaisseur du copeau, etc. Mais ces modèles se montrent encore imprécis pour des conditions de finition.

Nous avons choisi d'estimer les forces de coupe en ébauche à partir de la théorie basée sur les travaux de Merchant. Nous n'avons nul besoin de résultats rigoureux nous donnant la force d'usinage au Newton près, mais d'un modèle permettant de guider notre conception. Il suffit alors que les forces de coupe et les autres éléments calculés soient vraisemblables et encadrent correctement la réalité. Nous pouvons alors facilement avoir une idée des déflexions statiques en jeu avec certaines conditions de coupe sans en avoir une valeur exacte. Nous pouvons donc guider notre conception à partir de ce modèle, donc concevoir une broche répondant à un cahier des charges donné de façon suffisamment précise. Notez que nous aurions aussi pu faire tout simplement la mesure des forces de coupe dans des conditions similaires à celles exposées dans le cahier des charges. Même à une vitesse plus basse, cette information aurait été intéressante et nous aurait permis de comparer avec les calculs théoriques. Pour une question de temps, nous ne l'avons pas inclus dans ce mémoire mais ce travail pourrait être fait par nos laboratoires dans une étude ultérieure. Les calculs suivants s'appliquent donc pour des outils neufs seulement et une certaine marge de manœuvre a été incluse dans les conditions de design pour palier à l'augmentation des forces avec l'usure de l'outil.

Nous allons donc, dans les sections qui suivent présenter deux approches basées sur la théorie de Merchant. La première, bien connue, estime la force de coupe moyenne par révolution résultant de la coupe tandis que la seconde présente un modèle mathématique qui évalue la

variation de la force de coupe ainsi que la force moyenne sur un pas de dent. En fait, la deuxième approche englobe la première.

3.4 Force et puissance moyenne par révolution

Cette approche est très simple et utilisée ici pour estimer la force et la puissance moyenne requise sur un tour. Elle permet donc le dimensionnement de la commande de puissance de la broche. C'est cette méthode que suggèrent d'utiliser la plupart des fabricants d'outils (notamment Kennametal) pour estimer la puissance d'usinage. L'inertie de la broche ainsi que son asservissement en vitesse font qu'elle ne suit pas les variations de puissance du procédé sur une révolution. C'est pourquoi on peut utiliser la puissance moyenne sur un tour pour le dimensionnement de la commande de puissance. Nous discuterons de ce point plus en détail dans l'étude dynamique alors que nous traiterons des temps de réponse de la broche.

La Figure 3.2 tirée de [14] illustre bien le procédé de fraisage en bout et les différents paramètres qui y sont liés soit :

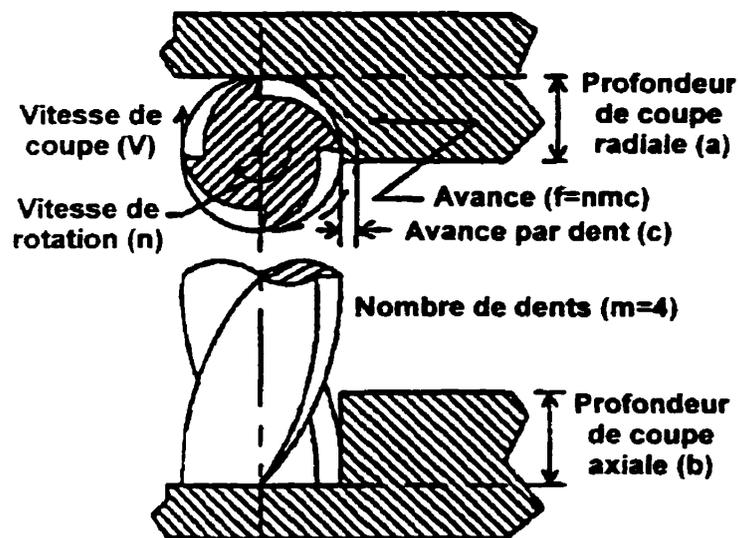


Figure 3.2 Fraisage en bout

- La profondeur de coupe axiale en mm (axial depth of cut) : b
- La profondeur de coupe radiale en mm (radial depth of cut) : a

- L'avance d'usinage en mm/min (feed) : f ou en mm/dent (chip load) : c
- Le nombre de dents : m
- La vitesse de rotation en rotation par minute : n
- La vitesse de coupe en m/min : v

Lorsque ces paramètres sont connus, on peut déterminer le taux d'enlèvement de matière (MRR) :

$$MRR = \frac{a}{1000} \cdot \frac{b}{1000} \cdot \frac{f}{1000 \cdot 60} \text{ [en m}^3\text{/s]}$$

Et calculer la puissance de coupe :

$$P = MRR \cdot K_s \text{ [en W]}$$

D'où on peut tirer la force tangentielle moyenne: $F_t = P/V$ [en N]

Et le couple moyen requis : $T = F_t \cdot D/2$

Le Tableau 3.1, présente la force tangentielle, la puissance moyenne, et les couples associés aux différentes conditions de coupe établies dans le **cahier des charges** pour de l'acier outil ($K_s = 4 \times 10^9 \text{ N/m}^2$) :

Type d'opération	Puissance moyenne (W)	Couple (N-m)	Force tangentielle moyenne (N)	Vitesse de rotation (RPM)
Ebauche	66.67	0.02	13.33	31831
Finition	6.67	0.0012	0.8	53052
Design	166.67	0.03	20.3	53052

Tableau 3.1 Puissance, couple et force moyenne d'usinage

Le désavantage de cette méthode est qu'elle ne tient en compte que des forces tangentielles sur l'outil et qu'elle néglige les forces de répulsion radiales ou axiales. Elle ne peut donc servir qu'à estimer la puissance requise pour l'usinage.

3.5 Représentation de l'échelon de force

Cette méthode plus générale tirée de [15] basée aussi sur la théorie de Merchant sert à estimer sur le long du parcours fait par une dent, la forme exacte de l'échelon de force résultant de

l'entrée et de la sortie des dents dans la matière. Puisque le temps de réponse de la broche au niveau de la déflexion radiale peut être très court (on en fera la démonstration dans l'étude dynamique), il est important de tenir compte ainsi de la répartition de la force sur une révolution complète. Le calcul tient compte pour chaque position angulaire d'une dent de la force de répulsion radiale et de la force tangentielle, de l'angle d'hélice, du nombre de dents et du type de fraisage (en avalant, en remontant) en plus bien évidemment des paramètres dont tient compte la première méthode de calcul des forces. Malheureusement, cette méthode ne tient pas compte de la force de répulsion axiale. On pourrait se demander pourquoi l'auteur de [15] ne tient pas compte des forces axiales puisqu'elles peuvent entraîner elles aussi une instabilité de coupe. En fait, le calcul [6] de la rigidité axiale et radiale de broches existantes nous montre que la plupart du temps, les broches d'usinage sont en général 10 à 100 fois plus rigides axialement que radialement au droit de l'outil alors que les forces d'usinage sont généralement moins élevées axialement (les forces les plus élevées en ébauche sont toujours les forces tangentielles). Par exemple, dans [6, p.87], la rigidité radiale calculée d'une broche d'une machine horizontale à aléser Dixi 400 est de $6.785e7$ N/m tandis que la rigidité axiale est de $1.805e9$ N/m soit 27 fois plus. Nous n'allons donc pas tenir compte des forces axiales et donc de la rigidité axiale comme critère de conception. Par contre, nous allons la calculer et en tenir compte s'il y a lieu dans les études de stabilité. L'étude technologique nous donnera les moyens de l'augmenter au besoin.

Pour ne pas alourdir de façon inutile le présent texte, nous renvoyons le lecteur à l'annexe A pour les détails concernant les hypothèses, explications et le programme faisant le calcul par cette méthode. Nous n'allons que présenter brièvement le modèle ainsi que les résultats des échelons de force concernant les conditions d'ébauche et de finition du cahier des charges.

La Figure 3.3 illustre le modèle utilisé dans lequel on voit une vue de haut d'une coupe selon Z-Z à une hauteur z de la fraise par rapport au bout de celle-ci. L'avance d'usinage se fait dans la direction X (l'outil se dirige vers la direction X positif). La profondeur axiale de coupe est a_a . La profondeur radiale de coupe est a_r et est délimitée de l'angle ϕ_s (« start of cut » ou départ de la coupe) à l'angle ϕ_e (« exit of cut » ou sortie de la coupe) pour chaque point de l'arrête de coupe.

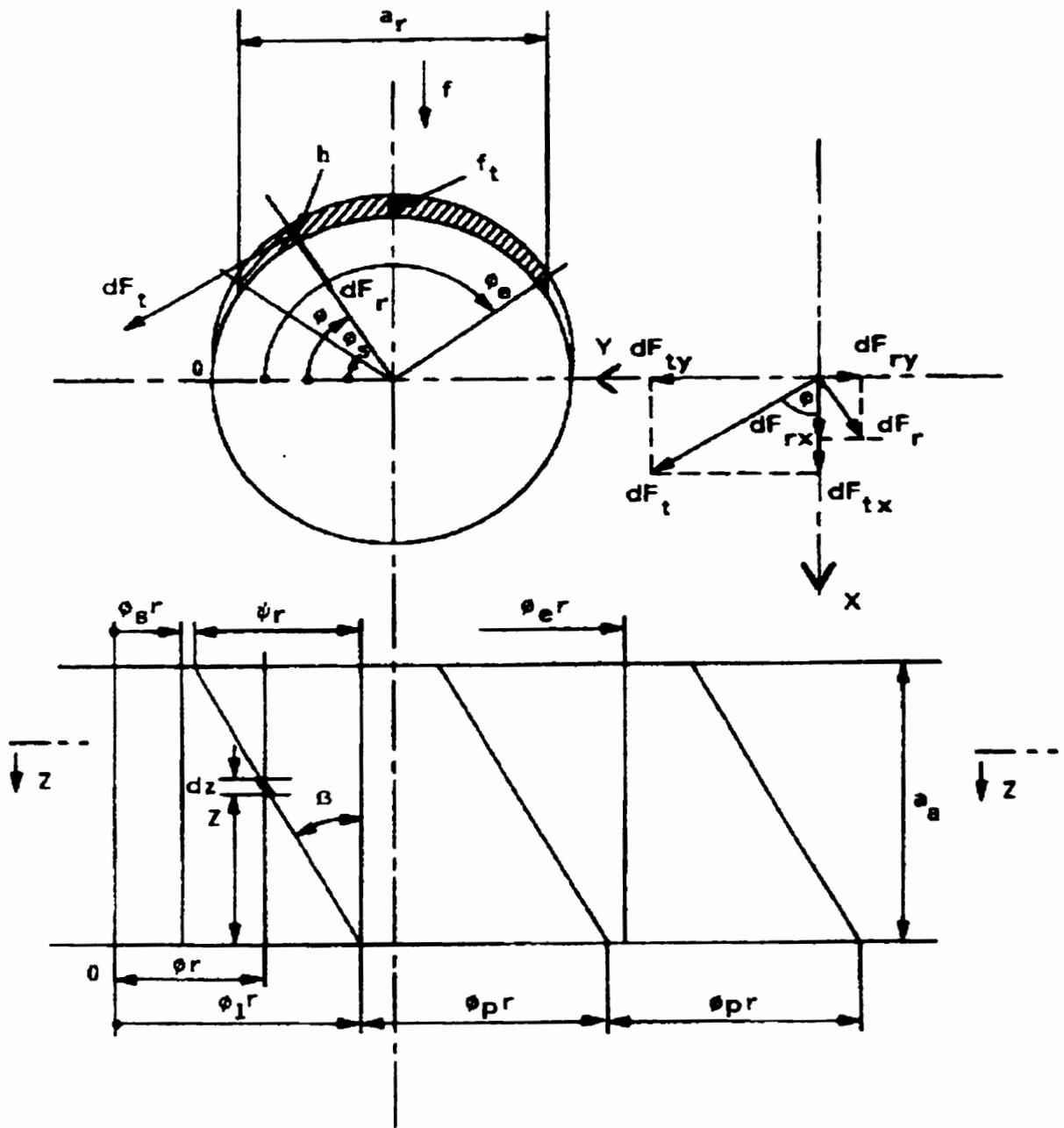


Figure 3.3 Modèle utilisé pour le calcul des forces du fraisage en bout

Les entrées relatives à chaque condition de coupe du cahier des charges sont résumées dans un tableau en annexe A. Vous y trouverez aussi la définition de chaque variable. Nous présentons dans les pages suivantes seulement les résultats obtenus pour chaque condition de coupe.

Pour chaque condition, nous avons tracé 6 graphiques. Les deux premiers graphiques (en haut) représentent l'amplitude des composantes X (F_x) et Y (F_y) de la force totale (F est la sommation quadratique de F_x et F_y) en fonction de la position angulaire sur un pas de dent. Ceux du milieu représentent respectivement l'amplitude (milieu gauche) de la force totale (F) en fonction de la position angulaire sur un pas de dent et l'angle (milieu droit) qu'elle fait en degrés par rapport à la direction positive des X dans le sens horaire en fonction de la position angulaire sur un pas de dent. Ceux du bas représentent l'amplitude des forces tangentielles et de répulsion toujours en fonction de la position angulaire sur un pas de dent.

3.5.1 Ébauche

Avec les conditions de coupe énoncées dans le cahier des charges nous obtenons les forces suivantes (Figure 3.4):

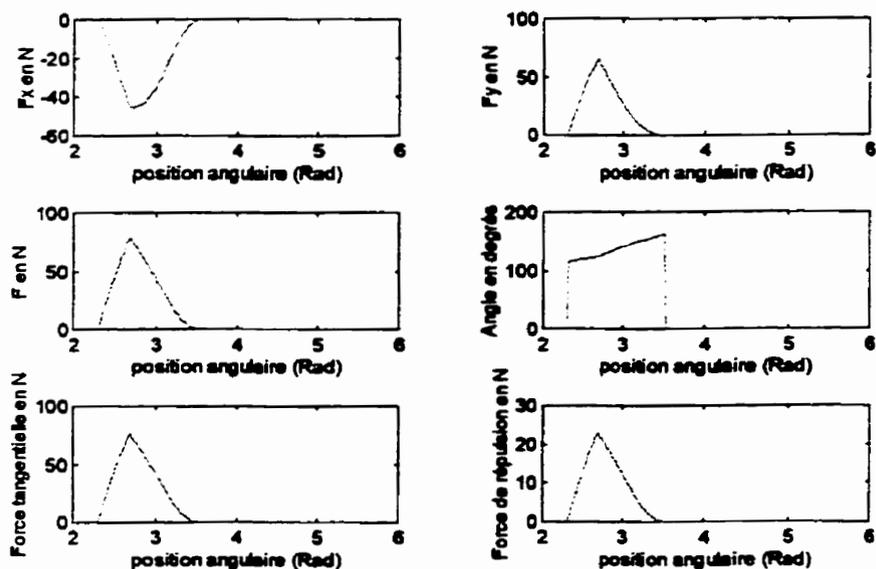


Figure 3.4 Forces d'ébauche en avalant

Si le fraisage était en opposition plutôt qu'en avalant, on obtiendrait :

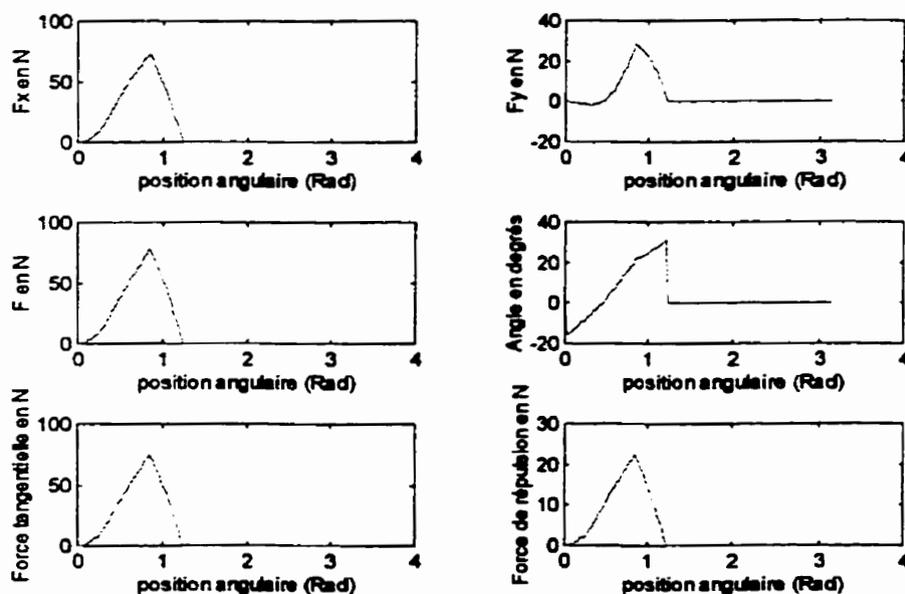


Figure 3.5 Forces d'ébauche en remontant

On voit donc que l'entrée dans la matière se fait de façon plus graduelle, mais la sortie est aussi violente car le sens de l'échelon de force est simplement inversé.

3.5.2 Finition

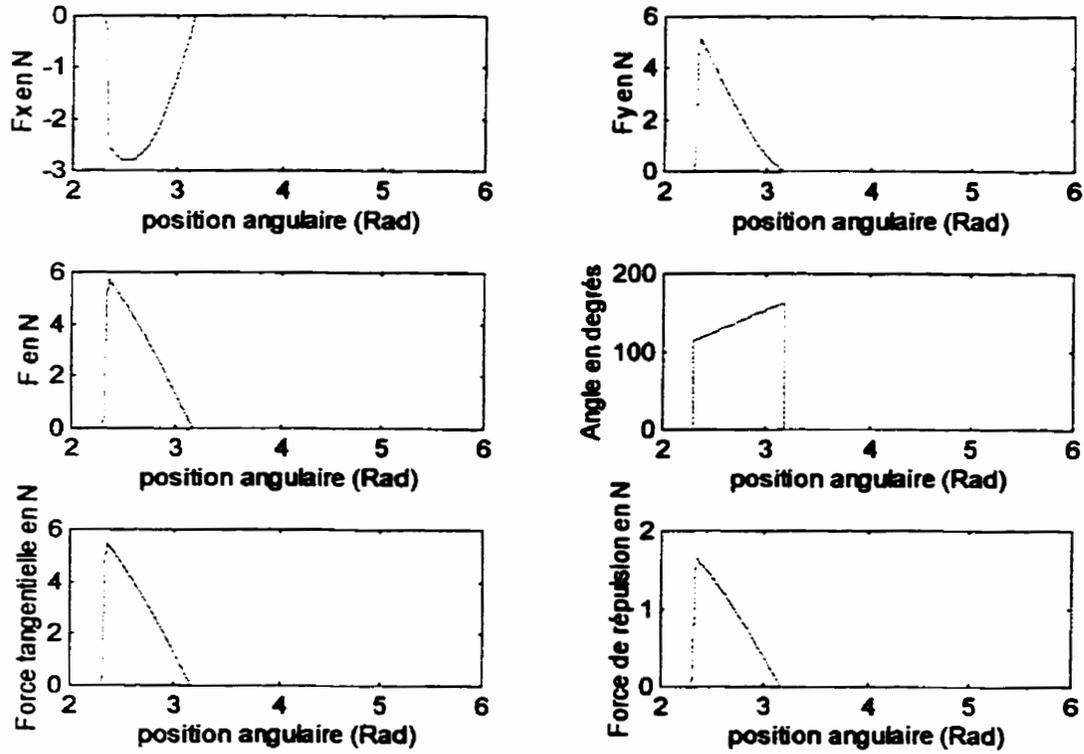


Figure 3.6 Forces de finition

3.5.3 Design

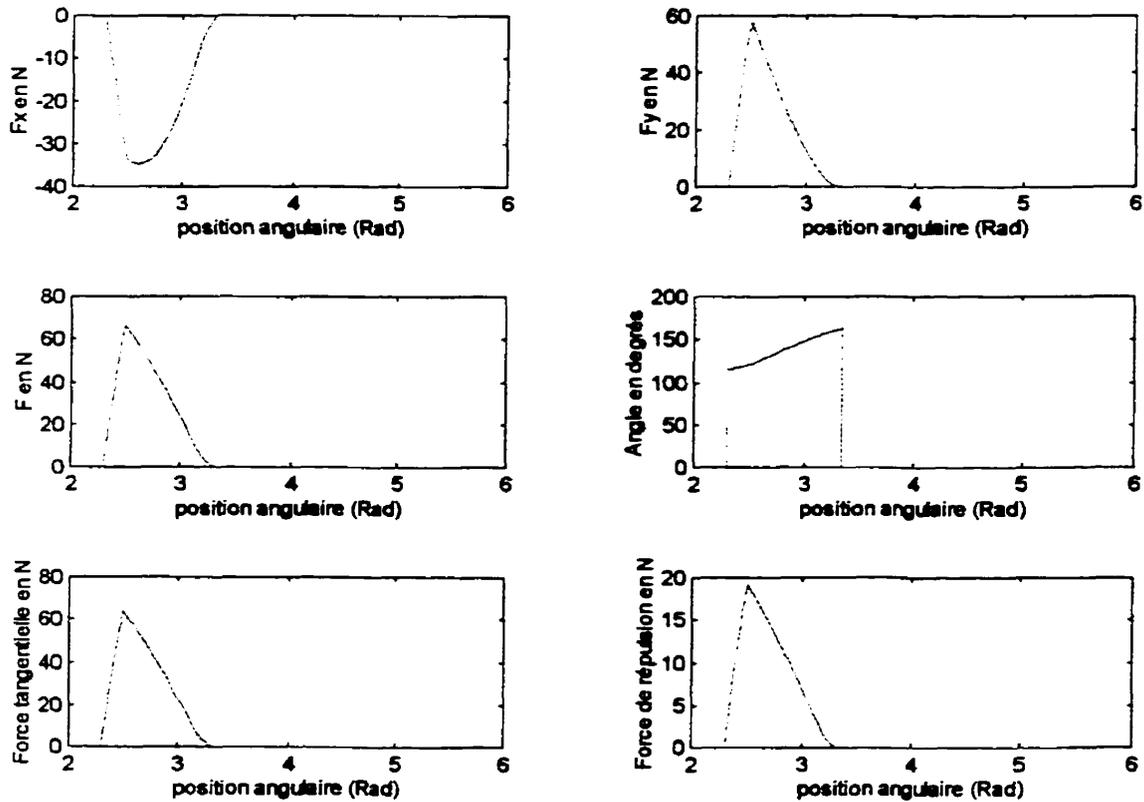


Figure 3.7 Forces de design

Notez que les forces tangentielles moyennes calculées avec le programme sont les mêmes que celles obtenues avec la première méthode à la décimale près. Il y a en effet une légère erreur qui est due à l'intégration des éléments finis et aussi au fait que la cycloïde parcourue par chaque dent de l'outil est approximée dans les calculs du programme. Voici un tableau qui résume les principaux résultats obtenus par le programme sur un pas de dent et qui nous seront utiles par la suite :

Type d'opération	Force tangentielle moyenne (N)	Force totale moyenne (N)	Force totale maximale (N)
Ebauche	13.53	14.07	79
Finition	0.80	0.84	5.78
Design	20.08	20.93	89.05

Tableau 3.2 Forces réparties

Comme énoncé dans les hypothèses de départ, les forces maximales obtenues pour une opération de finition avec la théorie de Merchant doivent être utilisées avec précaution. En effet, la réduction de l'épaisseur du copeau augmente la pression spécifique de coupe [6, section 3.2.2.4.2] . On peut donc s'attendre à des forces un peu plus élevées en finition. On doit donc se résigner à faire le design de la broche en fonction des conditions d'ébauche et non de finition.

3.6 Discussion et étude de différents cas.

Nous avons donc montré précédemment l'ordre de grandeur des forces pour des conditions d'ébauche, de finition et de design. On peut facilement voir que ces échelons de forces peuvent entraîner une instabilité de coupe notamment si la fréquence d'attaque des dents de la fraise frôle les fréquences propres du système broche/outil/pièce et dépendamment de la forme de l'échelon.

Si nous désirons dans ce mémoire faire seulement une analyse séparée de la stabilité de coupe au niveau des vibrations auto-excitées et non au niveau des vibrations forcées (celles qu'on vient de voir), comment alors éviter de façon certaine l'instabilité de coupe créée par la fréquence d'attaque des dents dans la matière, c'est-à-dire l'instabilité créée par la variation de la force de coupe sur la broche ?

Une étude théorique des forces fait ressortir deux situations très intéressantes que confirme le programme. La première est qu'une fraise à quatre dents qui fait du rainurage (immersion radiale totale, c'est-à-dire que $a_r = D$) a une force de coupe d'amplitude et de direction

constante peu importe la profondeur de coupe axiale ou l'angle d'hélice de la fraise. La deuxième situation dans laquelle la force de coupe ne varie pas est lorsque l'étendue angulaire des dents ψ (causée par l'angle d'hélice et la profondeur de coupe axiale appelée aussi « spread of a tooth ») est égale au pas angulaire des dents ϕ_p (ref. Figure 3.3). la force de coupe est alors constante peu importe la profondeur radiale de coupe, donc indépendamment de ϕ_s ou ϕ_c . On peut calculer cette profondeur de coupe comme étant :

$$a_r = \phi_p \cdot r / \tan \beta = \frac{2\pi \cdot r}{z \cdot \tan \beta}$$

où z est le nombre de dents.

Ceci démontre, qu'en choisissant les paramètres de coupe de façon appropriée, on peut faire l'étude séparée de la stabilité de coupe due aux vibrations auto-excitées de celle due à la variation de la force de coupe (vibrations forcées).

Notons que l'augmentation de la vitesse pour un taux d'enlèvement de matière donné abaisse le niveau des forces maximales. On verra aussi que des vitesses de rotations élevées augmentent les possibilités de stabilité en broutage. De là l'avantage de l'usinage haute vitesse. En fait, avec les machines-outils modernes et les outils avec recouvrement, la question n'est plus comment nous ferons pour avoir la puissance et la vitesse désirée à l'outil mais plutôt comment nous allons faire pour utiliser le maximum de la puissance disponible à l'outil car le broutage apparaît en général bien avant d'avoir atteint les limites de la machine et est donc le facteur limitatif.

3.7 Usinage à haute vitesse

Nous ferons ici un très court résumé pour mettre en contexte l'usinage haute vitesse pour la fabrication de moules par fraisage. Les lignes qui suivent sont inspirées de [1], [14], [15], [25], [26], [43] et [44].

Le terme « usinage haute vitesse » adopte plusieurs définitions. Il veut surtout dire des vitesses de coupe et de rotation élevées mais aussi des vitesses d'avance élevées. La possibilité d'effectuer de l'usinage haute vitesse est le résultat de l'évolution des machines et des outils. Mais quel est l'avantage d'utiliser des vitesses d'usinage élevées ?

Les premiers travaux dans ce domaine ont été réalisés par Salomon [26] il y a plus de soixante ans. Salomon soutenait qu'il y avait augmentation de la température à l'arrêt de coupe avec une augmentation de la vitesse d'usinage jusqu'à ce que la température atteigne le point de fusion du matériel usiné. Il disait qu'à partir de ce point, si on augmente la vitesse davantage, il y a une réduction de la température. On sait maintenant que ce n'est pas vrai et que la température à l'arête augmente jusqu'à la température de fusion pour ensuite demeurer stable. Ceci entraîne ensuite une réduction appréciable des forces de coupe car le matériel perd sa dureté (il fond à l'arrêt de coupe).

Les avantages de l'usinage haute vitesse sont les suivants :

- Réduction des forces de coupe avec l'augmentation de la vitesse d'usinage
- Augmentation des taux d'enlèvement de matière aussi bien en ébauche qu'en finition (nous le verrons dans le chapitre traitant du broutage).
- Meilleurs finis de surface possibles (il est possible d'exploiter des zones vibratoires avec des amplitudes plus faibles) : jusqu'à un $R_a = 0.1 \mu\text{m}$.
- Possibilités d'usiner des pièces à parois minces sans utiliser un montage spécial.

Les trois derniers avantages dépendent des fréquences propres de la machine utilisée qu'on doit connaître afin d'en tirer profit. Puisque les machines utilisées ont leurs premières fréquences propres très basses par rapport à la fréquence d'excitation de l'outil à hautes vitesses d'usinage, les amplitudes vibratoires résultantes sont généralement plus faibles. Ceci n'est pas toujours vrai et c'est pourquoi la connaissance des modes de la machine est important.

Les désavantages de l'usinage haute vitesse sont :

- **Usure plus rapide de l'outil**
- **Nécessité d'avoir des machines et des outils bien balancés**
- **Durées de vie réduites des machines**
- **Outillage et machines dispendieux**

Anciennement, les machinistes étaient limités par la puissance et la vitesse maximale de la machine et la vitesse maximale de l'outil utilisé. Leurs stratégies d'usinage découlaient de ces limitations. Avec le développement rapide des structures de machines, des outils et de la commande numérique, les facteurs limitatifs ne sont plus les mêmes. Les vitesses et les puissances disponibles excèdent celles requises. L'acier trempé demeure un des rares matériaux où la vitesse d'usinage reste une limitation qui ne cesse d'être repoussée.

3.8 Conclusion sur l'étude des forces

Dans ce chapitre nous avons calculé les forces et puissances en jeu suite à l'établissement des conditions de coupe dans le cahier des charges. Nous avons dans un premier temps, identifié les paramètres d'entrée du système représenté par une fraiseuse. Ensuite, nous avons calculé les forces moyennes sur un tour pour les conditions d'ébauche, de finition et de design afin de pouvoir dimensionner la commande de puissance de la machine. Troisièmement, nous avons montré l'allure de l'échelon de force que ressentira l'outil lors de l'opération d'usinage afin de pouvoir fixer la rigidité statique minimale nécessaire pour la conception de la broche. Ceci nous permettra de faire une conception éclairée de la broche. Et finalement, nous avons fait un court résumé sur l'usinage haute vitesse pour que le lecteur puisse comprendre la raison de la méthode de conception utilisée.

Dans le prochain chapitre, nous allons faire les premiers dimensionnements de la broche et choisir le type de paliers que nous allons utiliser.

CHAPITRE 4

ÉTUDE STATIQUE

4.1 Introduction

Les machines-outils sont très rigides mais pas infiniment rigides. Elles sont la plupart du temps surdimensionnées au point de vue des forces ultimes qu'elles peuvent tolérer mais cela seulement pour une question de rigidité qui influe bien entendu non seulement sur la précision statique de la machine (rigidité statique) mais aussi sur les performances dynamiques ou la précision dynamique (rigidité dynamique qui sera définie plus loin). La « qualité » d'un usinage dépend pour l'essentiel de la rigidité et de l'amortissement relatif entre la pièce et l'outil. La rigidité est d'autant plus importante que la vitesse d'usinage augmente parce que l'amortissement est perdu de façon significative avec la vitesse [14] tandis que la rigidité reste relativement constante.

Cette qualité de l'usinage est fonction de la rigidité des différents éléments de la machine mis en série. Plusieurs auteurs [6], [12], [14] pour ne pas les nommer tous, traitent ainsi les éléments de la machine comme étant une série de ressorts (Figure 4.1 et Figure 4.2).

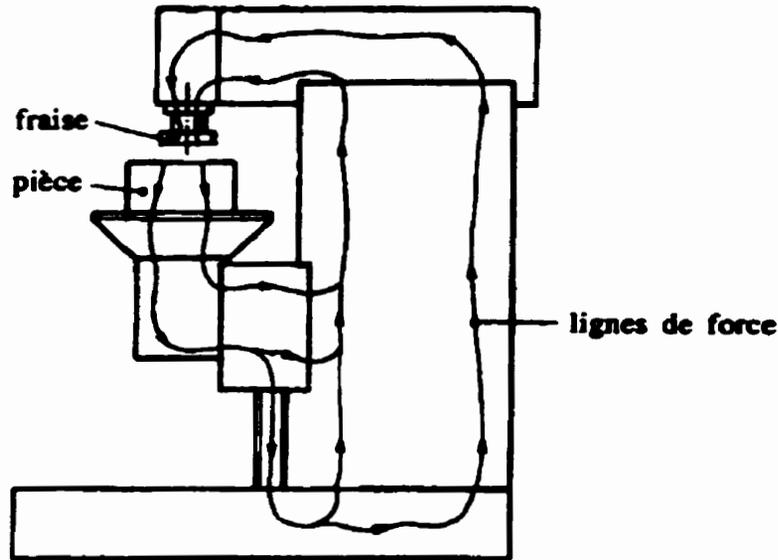


Figure 4.1 Ligne de force dans une fraiseuse verticale 3 axes

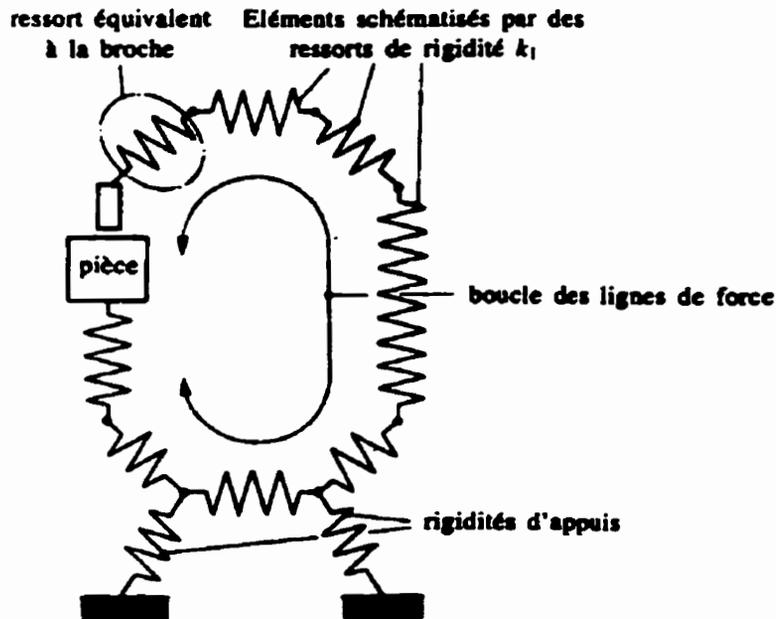


Figure 4.2 Machine-outil schématisée par une série de ressorts.

La broche, parmi cet ensemble, est définie comme un arbre à l'extrémité duquel on peut fixer un outil ou une pièce à usiner et auquel des paliers retirent cinq degrés de liberté ; le sixième (le dernier restant) correspond à une rotation d'angle et de vitesse indéfinis autour de l'axe de révolution de la broche ; il est enlevé par la transmission de puissance. La broche est aussi l'élément par lequel commence la conception d'une machine car c'est l'élément le plus souple de tout l'ensemble. À ce titre, j'aimerais citer l'auteur de [6] quand il dit :

« ...que la rigidité de l'ensemble de la structure est très grande par rapport à celle de la broche. En d'autres termes, nous pouvons considérer la broche comme seul élément déformable de la machine ; elle sera donc en première approximation seule responsable des incidences de la flexibilité sur les surfaces usinées. »

Dans notre cas, puisque nous utilisons des outils très petits, on peut presque affirmer que c'est l'outil qui sera l'élément le plus déformable de l'ensemble.

4.2 Modèle articulé

Nous allons donc utiliser pour l'étude statique le même modèle que celui utilisé dans [6] considérant la structure comme infiniment rigide par rapport à la broche et la broche comme étant le seul élément souple de la structure avec l'outil. Elle sera modélisée par une poutre élancée reposant sur ses paliers modélisés par des appuis simples (ressort). Le corps de broche est considéré comme infiniment rigide par rapport à la broche. Notez qu'ici, l'interface entre broche/outil ou broche/porte-outil sera considérée comme un joint parfait. En général, pour des portes-outils de type ISO (cône plein très rigide), ce n'est pas le cas parce que le cône ne se déforme pas ou très peu lorsque inséré dans la broche. Il en résulte alors une faible rigidité de contact à moins que l'usinage des surfaces en contact soit extrêmement précis. Dans le cas de l'utilisation de cônes HSK ou de collets de type ER déformable (utilisés à haute vitesse), l'hypothèse de joints parfaits est justifiée considérant la grosseur de l'outil et des forces en jeu qui demeurent faibles.

D'autre part, nous allons considérer au stade de la conception que l'inertie de la broche est constante tout le long de celle-ci. Nous n'avons aucune raison de faire autrement pour le

moment. Pour un calcul plus précis après la conception, nous utiliserons des méthodes numériques qui peuvent facilement prendre en compte un changement de section. Nous reprenons les mêmes hypothèses que le livre [6] en posant que les mouvements axiaux sont entièrement découplés des mouvements radiaux. Aussi, l'analyse statique sera menée sans tenir compte de la vitesse de rotation parce que celle-ci sera asservie donc constante. Le modèle que nous utiliserons pour la broche est représenté par la figure suivante (Figure 4.3) :

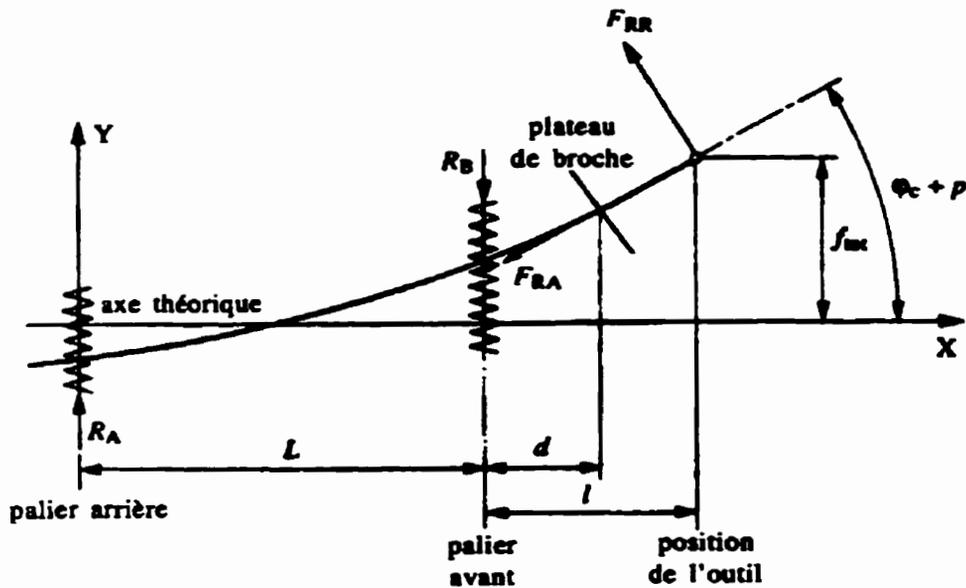


Figure 4.3 Modèle statique de la broche

Voici la définition de chaque variable qui servira dans le modèle :

L = longueur entre paliers

d = distance du centre du palier avant jusqu'au plateau de broche. La fin de la broche où commence l'outil est appelée plateau de broche.

l = distance du centre du palier avant du bout de l'outil

A = palier arrière

B = palier avant

R_A = réaction du palier arrière

R_b = réaction de palier avant

K_a = rigidité du palier arrière

K_b = rigidité de palier avant

E = module d'élasticité longitudinal du matériau composant la broche

G = module de glissement du matériau composant la broche

I = inertie de la section de la broche

F = force radiale appliquée sur l'outil (sur l'image indiquée par F_{RR})

F_A = force radiale appliquée sur l'outil (sur l'image indiquée par F_{AA})

D = diamètre extérieur de la broche

R_i = rayon interne de la broche

R_e = rayon externe de la broche

α = rapport des rayons intérieur et extérieur = R_i/R_e

η = facteur de section ou coefficient de forme pour les sections circulaires

μ = coefficient de poisson = 0.27

ϕ_c = rotation du plateau de broche dû à la flexion de la broche

p = rotation du plateau de broche dû à la déformation des paliers

Notez de plus que nous utiliserons des paliers identiques en avant et en arrière. La broche sera montée de façon isostatique (2 appuis composés des roulements) pour les raisons démontrées dans l'étude cinématique (section 2.2.1.4 de [6]) et dans l'étude des broches hyperstatiques de l'annexe 3 du volume [6]. :

- Une broche montée de façon hyperstatique entraîne des problèmes thermiques, limite la vitesse maximale de rotation et de plus ne correspond pas à un optimum du point de vue statique.
- Une broche montée avec des paliers différents à l'avant et à l'arrière comporte des problèmes cinématique de battement des défauts des paliers avant et arrière (vibrations dû aux défauts des pistes) qui se répercutent (s'amplifient) sur l'outil surtout dans le cas des paliers à corps roulants. On évite ce genre de problème par l'utilisation de roulements identiques à l'avant et à l'arrière. Les billes tournent alors à la même vitesse dans chaque roulement et les défauts ne se croisent donc pas.

4.2.1 Équations utilisées

Nous allons résumer ici les équations que nous utiliserons plus tard lors de l'étude statique pour modéliser la broche. La démonstration est faite en référence [6]. Nous renvoyons donc le lecteur à cet ouvrage pour plus de détails. Voici donc, sous forme de tableau, les différentes équations utilisées :

	Déformation de flexion	$f_{\text{tot1}} = \frac{F}{3EI} (d^3 + \ell^2 L + 3\ell^2 d - 3\ell d^2)$
Flèche due à la broche elle-même	Déformation de cisaillement	<p>où</p> $f'_i = \eta \frac{F\ell^2}{LSG}$ $\eta = \left(\frac{3+2\mu}{4(1+\mu)^2} \right) \cdot \left[(1+2\mu) + \frac{(5+6\mu)\alpha^2}{(1+\alpha^2)^2} + \left(\frac{5+4\mu+4\mu^2}{3(3+2\mu)} \right) \cdot \left(\frac{1+\alpha^2+\alpha^4}{(1+\alpha^2)^2} \right) \right]$
Flèche due aux paliers		$f_{\text{tot2}} = \frac{F}{L^2 K_A K_B} [K_A (L+\ell)^2 + \ell^2 K_B]$
Flèche totale au droit de l'outil		$f_{\text{tot}} = F \left\{ \frac{1}{3EI} (d^3 + \ell^2 L + 3\ell^2 d - 3\ell d^2) + \eta \frac{\ell^2}{LGS} + \frac{1}{L^2 K_A K_B} [K_A (L+\ell)^2 + \ell^2 K_B] \right\}$

Tableau 4.1 Équations utilisées pour l'étude statique

Notez que pour une section pleine, on peut faire l'approximation suivante : $\eta = 4/3$

Dans le modèle présenté précédemment, la flexion de l'outil (section déterminée par la longueur l-d) n'est pas incluse car l'auteur de [6] traite surtout des fraises de grand diamètre dont on peut négliger la flexion. Ceci n'est pas notre cas, alors il faudra inclure la flexion et le cisaillement de l'outil dans nos calculs. Nous avons négligé la flèche due à la déformation en cisaillement de

l'outil puisque le rapport entre sa longueur sur son diamètre est très élevé (cette flèche est déjà presque négligeable pour la broche). Donc, on a pour la déformation en flexion:

$$f_{\text{outil}} = \frac{F(\ell - d)^3}{3E_{\text{outil}} I_{\text{outil}}}$$

où

I_{outil} = Inertie de la section de l'outil

E_{outil} = module d'élasticité longitudinal du matériaux composant l'outil

Qu'il faut ajouter à la flèche totale du tableau précédent.

4.2.2 Feuille de calcul et exemple

Nous avons réalisé une feuille de calcul sur le logiciel EXCEL (Tableau 4.2) pour calculer rapidement la flèche totale au droit de l'outil et les différentes rigidités. Elle sera utilisée pour l'étude statique. Notez que nous avons utilisé $E = 207 \text{ Gpa}$ pour la broche et 441 Gpa pour l'outil (correspondant à du carbure de tungstène) [3] et nous avons supposé une section de broche pleine. Pour la broche nous avons utilisé $G = 8e10 \text{ Pa}$. Notez que nous allons faire le choix des paliers un peu plus loin et nous allons démontrer comment faire pour en calculer la rigidité.

Description	Symbole	Unité	Valeur donnée	Valeur calculée
Diamètre de la broche	D	m	0.02	
Force appliquée radialement sur l'outil par la coupe	F	N	50	
Distance entre paliers	L	m	0.05	
Distance entre palier avant et point d'application de la force (bout de l'outil)	l	m	0.05	
Distance entre palier avant et plateau de broche	d	m	0.025	
Moment d'inertie de la section de la broche	I	m ⁴	7.85E-09	
Facteur de section (pour le calcul du cisaillement)	η	-	1.33	
Rigidité radiale du palier arrière	K _a	N/m	5.0E+07	
Rigidité radiale du palier avant	K _b	N/m	5.0E+07	
Section de la broche	S	m ²		3.14E-04
Flèche due à la déformation de flexion	ftot1	m		2.36E-06
Flèche due à la déformation de cisaillement	f' 1	m		1.32E-07
Flèche due aux paliers	ftot2	m		5.00E-06
Flèche totale au droit de l'outil due à la broche	ftot	m		7.50E-06
Rotation totale du plateau de broche	Psi tot	rad		1.16E-04
Rigidité de la broche au droit de l'outil	Kout	N/m		6.66E+06
Pourcentage de la flèche totale de la broche due aux paliers	%kout PAL	-		66.65
Diamètre de l'outil	D outil	m	0.005	
Module d'élasticité de l'outil	E outil	N/m ²	4.41E+11	
Rigidité de l'outil	Koutil	N/m		2.60E+06
Flèche de l'outil	foutil	m		1.92E-05
Flèche totale au droit de l'outil	ftotale	m		2.67E-05
Rigidité totale au droit de l'outil	K out total	N/m		1.87E+06
Pourcentage de la flèche totale due à l'outil	%foutil	-		71.96

Tableau 4.2 Feuille de calcul sur Excel

4.3 Longueur optimale entre paliers

Comme le fait remarquer l'auteur de [6] et le catalogue du fabricant de roulements RHP [15], il existe une longueur optimale L_{opt} (espacement entre les paliers) de la broche pour laquelle sa rigidité est maximale. Une fois, le type de paliers choisi et le porte-à-faux de l'outil (d et l) déterminé, on peut calculer cette longueur tout simplement en trouvant les racines réelles

positives de la dérivée par rapport à L de la flèche totale (f_{α}) due à la broche, ce qui correspond à un minimum de f_{α} . Soit, en résolvant l'équation suivante :

$$L^3 - 3EI \frac{L}{\ell} \left(\frac{2}{K_B} + \frac{\eta \ell}{GS} \right) - 6EI \left(\frac{1}{K_B} + \frac{1}{K_A} \right) = 0$$

L'auteur de [6] donne comme règle simple, si on utilise des paliers à corps roulants comme paliers de broche, que la longueur optimale est égale à 2D (où D = diamètre de la broche) dans le cas d'un roulement à galet et à 3D dans le cas d'un roulement à billes.

Dans notre cas, puisque nous voulons connaître l'optimum exact, il est relativement facile de résoudre cette équation soit avec un tableur, soit à l'aide d'un programme simple car la règle précédente peut changer légèrement dépendamment du porte-à-faux du bout de la broche (d). Nous avons donc joint un programme sur FORTRAN calculant L_{opt} en annexe B et nous avons aussi joint à notre feuille de calcul sur Excel une case réservée à cette effet. L'équation précédente est résolue par le solveur d'Excel. Ce qui nous donne pour l'exemple précédent :

Description	Symbole	Unité	Valeur donnée	Valeur calculée
Résidu de l'équation de la dérivée de f_{tot}	$d(f_{tot})/Dl$	-		3.21E-10
Longueur optimale	L_{opt}	m		92.26

Tableau 4.3 Ajout au tableur Excel pour le calcul de la longueur optimale

Nous avons mis en graphique pour l'exemple précédent, le résultat de la flèche totale pour différentes valeurs de L . En voici le résultat :

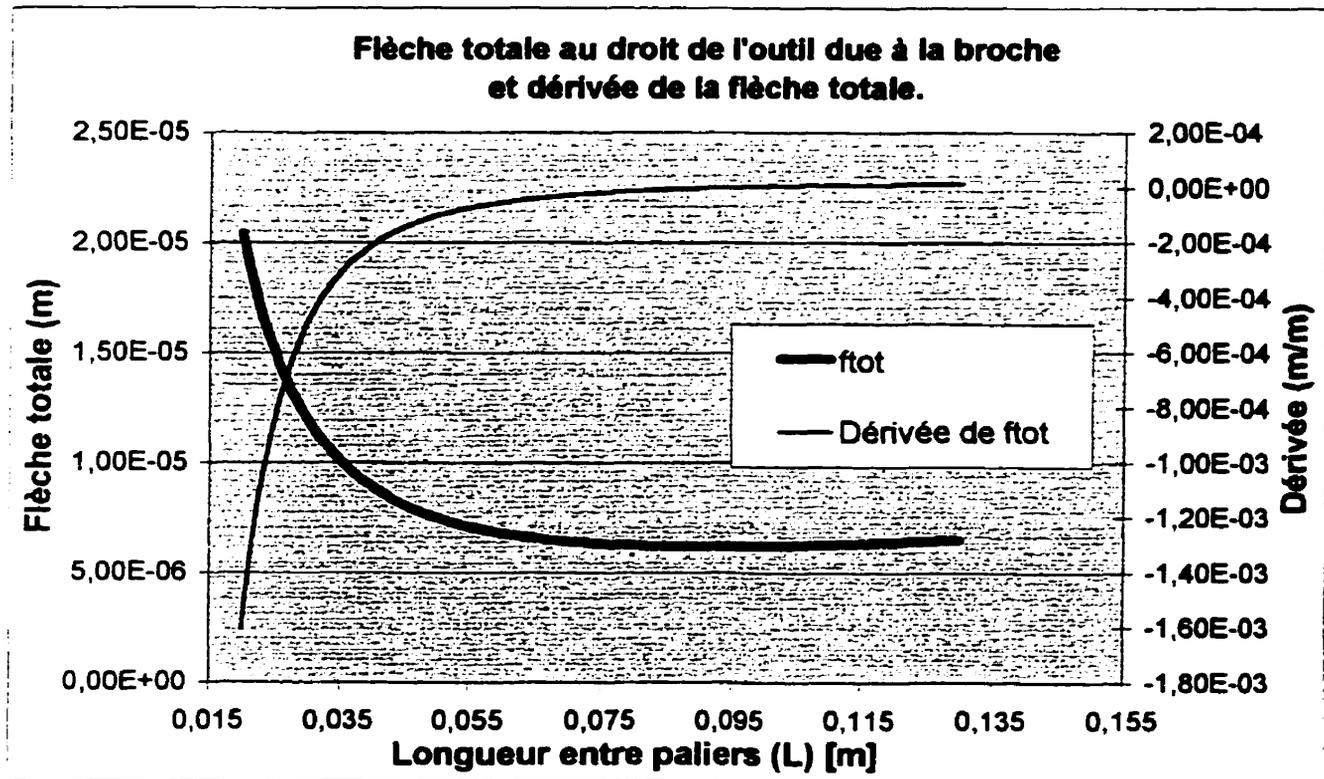


Figure 4.4 Longueur optimale

On voit très bien qu'il y a un optimum pour la longueur L (la dérivée de f_{tot} n'a qu'une racine réelle et positive) et qu'il sera moins pénalisant d'augmenter l'espacement entre les paliers que de le diminuer si on ne peut, pour des raisons de compromis technique, espacer les paliers de façon optimale. En effet, lorsqu'on diminue trop la distance entre les paliers, la flèche au droit de l'outil augmente de façon exponentielle.

Il faudra vérifier, pour la broche que nous allons calculer, si cet optimum statique correspond à l'optimum dynamique. C'est ce que nous verrons dans l'étude dynamique préliminaire où nous définirons ce à quoi correspond l'optimum dynamique.

4.4 Degré de liberté

Une broche de fraisage, comme on le voit est un système complexe à plusieurs degrés de liberté dont le comportement dynamique peut être analysé plus facilement avec le modèle présenté précédemment. Comme on le verra dans l'étude du broutage, la broche peut être traitée dynamiquement comme plusieurs systèmes à un degré de liberté indépendants. Nous reviendrons sur ce point plus tard mais citons quand même l'auteur de [16] qui confirme ces propos:

« ... if the structure is excited with a periodic force, it will behave in a similar manner to the single-degree-of-freedom system ... »

Pour la détermination de la rigidité statique minimale, nous allons considérer la rigidité équivalente au droit de l'outil (résultante de ses divers degrés de liberté). C'est-à-dire que la broche comporte une certaine rigidité résultante au droit de l'outil et que lorsqu'on lui applique une certaine force, elle subit une déflexion donnée. On ne se soucie donc que de la rigidité équivalente pour l'instant que nous appelons rigidité statique et c'est la rigidité qu'on obtient lorsque la fréquence d'excitation se rapproche de zéro et sur laquelle nous allons baser notre conception.

4.5 Force maximale sur l'outil

Avant de déterminer la rigidité requise au droit de l'outil pour rencontrer la précision statique en ébauche du cahier des charges, il serait prudent de calculer d'abord quelle est la force maximale que peut prendre l'outil avant de casser afin de voir si le cahier des charges est trop exigeant.

L'outil que nous utiliserons est fait en entier de carbure de tungstène. Il fait partie de la classe ISO P01 dont la contrainte ultime est de [4, p745] :

$$\sigma_{\max} = 1100 \text{ N/mm}^2 = 1.1\text{e}9 \text{ N/m}^2$$

Si on considère le modèle suivant :

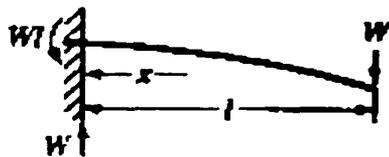


Figure 4.5 Outil en porte-à-faux

on a :

$$\sigma = \frac{W \cdot 32 \cdot \ell}{\pi D^3}$$

On trouve, pour un outil de $D = 3 \text{ mm}$, une force maximale W de 116.63 N . Les conditions de chargement dans le cahier des charges respectent toutes cette limite.

4.6 Rigidité statique minimale

Nous allons donc considérer les déflexions obtenues au droit de l'outil par rapport aux forces en entrée pour trouver la rigidité statique minimale. Puisque nous avons déjà fixé les déflexions maximales admissibles pour des conditions de coupe données, il nous sera facile de déduire quelle sera la rigidité statique minimale. Nous avons conclu, lors de l'étude des forces que seules les forces d'ébauche seront prises en compte dans le calcul de la rigidité minimale.

La force maximale trouvée en ébauche était de :

$$F_{\max} \text{ ébauche} = 79 \text{ N}$$

La déflexion statique maximale admissible était de :

$$\delta_{\max} \text{ ébauche} = 152.4 \text{ } \mu\text{m}$$

Ce qui nous donne une rigidité minimale de :

$$K_{\min} = \frac{F_{\max}}{\delta_{\max}} = \frac{79}{152.4e-6} = 5.18e5 \text{ N/m}$$

4.7 Choix du type de paliers

La conception d'une broche d'usinage débute, après la rédaction du cahier des charges, de l'étude des forces et l'établissement du modèle de calcul, par le choix du type de palier utilisé. Pour le choix du type de palier, nous nous sommes basés sur les critères suivants :

- la capacité de charge
- la rigidité
- la vitesse maximale et la gamme de vitesse
- l'encombrement
- la qualité d'usinage
- la fiabilité
- le coût

Les différents types de paliers utilisés en machine-outil parmi lesquels on peut choisir sont des paliers :

- aérostatiques
- hydrodynamiques
- hydrostatiques
- à billes précontraints à contact oblique
- à galets de précision, coniques ou cylindriques
- magnétiques

Le tableau suivant tiré de [6] fait une comparaison qualitative des différents types de paliers, seuls les roulements aérostatiques et magnétiques ne sont pas présentés :

TYPE DE PALIER	CAPACITÉ DE CHARGE	RIGIDITÉ	VITESSE	ENCOMBREMENT	QUALITÉ USINAGE	FIABILITÉ	COÛT		LUBRIFICATION G = GRAISSE H = HUILE
							PRÉCISION MOYENNE	HAUTE PRÉCISION	
ROULEAUX	1	1	3	1	3	3	1	2	G
ROULEAUX	1	1	2	1	3	2	3	4	H
BILLES	2	2	2	2	2	4	2	1	G
BILLES	2	2	1	2	2	2	4	3	H
HYDROSTATIQUE	3	3	3	3	1	1	5	5	/
HYDRODYNAMIQUE	4	4	4	4	1	1	6	6	/

TYPE DE PALIER	TYPE D'USINAGE					
	ÉBAUCHE		FINITION		TRÈS HAUTE FINITION	
	BASSE VITESSE (ACIER)	HAUTE VITESSE (ALLIAGES LÉGERS)	BASSE VITESSE	HAUTE VITESSE	BASSE VITESSE	HAUTE VITESSE
ROULEAUX	1	/	1	/	/	/
ROULEAUX	2	3	2	3	/	/
BILLES	3	2	1	2	2	3
BILLES	4	1	2	1	3	2
HYDROSTATIQUE	/	/	3	3	1	1
HYDRODYNAMIQUE	/	/	/	3	/	1

Tableau 4.4 Comparaison qualitative des types de paliers

En comparant à notre tour, chaque type de palier, on voit que le choix peut se faire rapidement :

4.7.1 Aérostatiques

Ce type peut sembler à première vue, une bonne solution. En effet, ces paliers sont fiables, donnent une excellente précision de rotation mais leur principal défaut est la rigidité qui est faible due au fait qu'ils utilisent de l'air, un fluide compressible. Pour obtenir une rigidité comparable à un palier à corps roulant, il faut soit augmenter la pression d'alimentation à des valeurs excessivement hautes ou soit augmenter le diamètre de la broche, ce qui augmente le coût (nécessité d'un système externe pour la pression d'air), l'encombrement (que nous voulons

minimiser) et l'amplitude des débalancements dynamiques tout en diminuant la fiabilité de la broche. Ce qui attire les concepteurs vers ce type de palier est la capacité de vitesse puisqu'il n'y a aucun contact et la possibilité de travailler avec haute précision. Cette solution est optimale lorsque les vitesses de coupe sont très élevées, avec des forces très faibles comme en rectification par exemple ou dans les cas où la précision est moins importante que la vitesse de rotation et quand les forces sont moyennes comme pour de l'ébavurage de pièces. Les concepteurs de la fraiseuse verticale TOSHIBA ASV400 expliquent dans [1] qu'ils ont choisi ce type de paliers seulement pour une question de durée de vie (10 ans) du palier. La motobroche utilisée dans cette construction est une source de chaleur importante ce qui limite conséquemment la précision de l'ensemble. Il aurait alors peut-être fallu remettre en question la commande de puissance plutôt que d'utiliser ce type de roulement.

D'autre part, l'utilisation de ce type de palier nécessite d'autres paliers intermédiaires en cas de panne ce qui augmente encore le coût de la broche. Pour toutes ces raisons, nous n'utiliserons pas ce type de palier.

4.7.2 Hydrodynamiques

Cette solution n'est presque jamais utilisée en machine-outil (à de quelques rares exceptions) parce que ce type de paliers a une rigidité nulle à excentrage nul de l'arbre tournant. Il est utilisé seulement dans des cas où la force d'usinage est de direction constante et faible comme en rectification cylindrique. De plus la gamme de vitesse de ce type de palier est très limitée puisque les forces qu'il peut supporter est fonction de la vitesse de rotation. Nous ne retiendrons donc pas cette solution.

4.7.3 Hydrostatiques

Ce type de palier est de plus en plus populaire et prôné par ceux qui font l'analyse dynamique, surtout une analyse de stabilité, du procédé de coupe par fraisage. La raison est que, même si pour des pressions d'alimentation en huile raisonnable et pour les mêmes dimensions, il possède une rigidité plus faible que des paliers à corps roulants, sa capacité d'amortissement et sa précision de rotation sont très élevées, ce qui en fait un choix optimum pour de nombreuses

applications. Mais il est plus approprié d'utiliser ce type de palier pour des applications de haute précision comme pour les paliers aérostatiques (il peut faire cependant beaucoup plus que de la simple rectification) et lorsque les vitesses d'usinage restent relativement basses. La raison est que la consommation de puissance de ce type de palier est très élevée à haute vitesse. En fait, les paliers hydrostatiques ne sont utilisables à haute vitesse que s'ils ont une faible rigidité. La vitesse limite est fixée par le jeu entre la broche et les lèvres d'étanchéité des poches. Il faut l'augmenter si on veut augmenter la vitesse maximale de rotation. Il serait sûrement possible de développer un compromis acceptable et peut-être même très intéressant pour ce type de palier pour les conditions d'opération de notre cahier des charges. Le principal défaut de ce type de paliers est son prix et sa fiabilité pour des raisons similaires au palier aérostatique. Puisqu'il faudrait en faire la conception (ce qui représente un domaine d'étude en soi) et la fabrication sûrement à prix élevé, nous avons choisi de ne pas utiliser ce type de palier même s'il s'avère être une très bonne solution.

4.7.4 À galets de précision, coniques ou cylindriques

Les roulements à galets représentent la solution la plus économique pour des applications dont la vitesse ne dépasse pas des Dn de 400 000 environ pour une lubrification à la graisse avec jeu. Le Dn est tout simplement un paramètre utilisé en machine-outil et représente la multiplication du diamètre (mm) par la vitesse de rotation en RPM. Ce qui veut dire que pour un roulement à galets, si l'on veut atteindre une vitesse de 100 000 RPM, on devra avoir une broche de 4 mm de diamètre. La broche aurait alors des déflexions comparables à celles de l'outil. En lubrifiant à l'huile, on peut atteindre en prenant beaucoup de précautions, des Dn de l'ordre de 1 000 000 pour un montage avec jeu. Par contre, pour obtenir une précision raisonnable avec un palier de ce genre à haute vitesse, il faut le précharger, montage qui est reconnu pour être instable thermiquement. La compagnie TIMKEN fabrique bien un roulement « HYDRA RIB » qui est composé d'un roulement conique préchargé élastiquement de façon hydraulique mais ce roulement nécessite un groupe de pompage hydraulique (donc, il n'est pas autonome), n'est pas interchangeable avec un roulement standard, il est très long, ce qui augmente le porte-à-faux arrière de la broche et il est aussi très cher. Pour ces raisons, nous n'utiliserons pas ce type de roulement.

4.7.5 Magnétiques

Ce type de paliers est encore un peu mal connu, du moins pour une application telle que la machine-outil. En effet, les auteurs de volumes traitant de la machine-outil parlent très peu des paliers magnétiques. L'auteur de [6, p.37] n'en parle que brièvement :

« ... certainement pas supérieurs cinématiquement aux paliers hydrodynamiques et hydrostatiques. La raison principale sur laquelle nous fondons cette hypothèse est leur très faible rigidité dynamique. »

« ...siège de vibrations d'origine électromécaniques qui dégradent le fonctionnement de la broche. »

De plus, il fait remarquer que ce type de palier est surtout utilisé pour enlever de grandes quantités de matières à haute vitesse.

Le principe de base reste simple mais l'ajustement des différents paramètres pour trouver l'optimum pourrait être long et coûteux en développement. C'est ce qu'utilise la compagnie IBAG (fabricant de broches hautes vitesses) pour ses broches à très haute vitesse de moyenne et grande dimension. Cette solution n'est pas vraiment justifiable pour des broches de petites dimensions. Encore ici, le prix est élevé pour les mêmes raisons que les paliers aérostatiques et hydrodynamiques et la conception et le développement ardu. Nous n'utiliserons donc pas ce type de paliers.

4.7.6 À billes précontraints à contact oblique

Ce type de roulement est très utilisé en machine-outil. Il représente une solution légèrement plus chère qu'un roulement à galets (parce que le roulement est moins rigide, la broche est alors plus grosse) mais les vitesses que peuvent atteindre le roulement sont très élevées. La rigidité obtenue et la vitesse maximale permise sont plus élevées que pour les paliers hydrostatiques ou aérostatiques et ce palier est très bien adapté autant pour des conditions d'ébauche que de finition. Selon [6], même en lubrifiant à la graisse, on peut atteindre un Dn de 1000 000 environ. Avec une lubrification à l'huile, on peut aller bien au-delà d'un Dn de 1000 000. Ces valeurs sont corroborées par l'article [18] et les tables de fabricants de roulements haute vitesse [16],

[19] et [20]. Mais dans cet article, on distingue les montages à précharge rigide (montage obtenu par déformation du roulement) où l'on obtient un Dn possible de 800 000 et les montages à précharge élastique (précharge donnée par des ressorts) avec lesquels on peut atteindre un Dn de 1000 000. De plus, les montages à précharge élastique, selon [21] et [6], ont un comportement beaucoup plus prévisible et stable puisque la précharge demeure constante avec toute élévation de température. Ce type de palier est donc un choix idéal pour notre application puisqu'il rencontre les exigences de vitesse et de rigidité tout en demeurant très abordable et disponible. Il donne aussi une qualité d'usinage très satisfaisante et il permet de dimensionner la broche de façon optimum car le roulement à billes est très peu encombrant. Quant au type de lubrification qu'on peut utiliser, il dépend surtout des vitesses qu'on doit atteindre. Donc, il faut d'abord déterminer le diamètre minimum que la broche doit avoir pour rencontrer la rigidité minimale et par la suite choisir le type de lubrification. Puisque la lubrification à la graisse est une solution plus simple, plus économique et plus fiable, elle sera préférée à la lubrification à l'huile si elle permet de rencontrer les vitesses maximales spécifiées.

Notre choix s'arrête donc sur ce type de roulement. En faisant une recherche sur les compagnies distribuant ce type de roulement, nous avons trouvé un type de roulement très haute vitesse fait exclusivement pour des broches de machines-outils. Ce roulement a des billes plus petites que les roulements haute vitesse standards qui se caractérisent seulement par une plus grande précision des pistes et des billes (ABEC 7), augmentant ainsi la vitesse de rotation maximale par rapport aux roulements de qualité standard (ABEC 3). Donc, ce sont aussi des roulements de classe ABEC 7 (ISO P4) mais seulement avec des billes plus petites. Nous avons choisi ces roulements parce que nos impératifs de vitesses étaient plus exigeants que ceux de charges. Les roulements sont fabriqués par la compagnie FAG et la référence pour ses caractéristiques est [19].

4.8 Calcul du diamètre minimal de la broche de longueur optimale

Nous avons maintenant choisi le type de roulement que nous allons utiliser. Nous connaissons aussi le modèle théorique que nous allons utiliser pour calculer la rigidité totale au droit de l'outil. Il nous suffit seulement d'évaluer quelle est la rigidité pour plusieurs diamètres afin de trouver quel est le diamètre requis du roulement. Plus tard, dans les calculs de durée de vie du roulement, nous vérifierons si sa dimension est appropriée par rapport aux charges en jeu. Nous allons supposer que la broche a une section pleine et que le paramètre d (distance du centre du palier avant au bout de la broche, Figure 4.3) est égal à environ $1.5D$. Nous avons évalué approximativement cette distance en nous basant sur des dessins de broches de fraisage existantes dans [22]. De plus pour chaque diamètre nous avons calculé la rigidité des roulements et évalué la longueur optimale. De plus, les roulements ont été choisis afin de minimiser la largeur et le diamètre maximal du roulement (donc son encombrement) pour un diamètre de broche donné. La rigidité totale est donc calculée en considérant ces hypothèses.

Plusieurs volumes nous fournissent des équations nous permettant de calculer la rigidité radiale ou axiale d'un roulement à contact oblique préchargé. Par exemple, [6] donne l'équation suivante pour le calcul de la rigidité radiale d'un roulement à billes :

$$k_{TR} = 1.36e7 \cdot n^{2/3} \cdot \cos^2(\alpha) \cdot \sin^{-1/3}(\alpha) \cdot \phi^{1/3} \cdot F_A$$

où

F_A = précharge axiale

α = angle de contact (en général 15 degrés pour ce type de roulement)

ou évalué avec la formule suivante :

$$\alpha = \tan^{-1} \left[\frac{4a - 2B}{D + d} \right]$$

où

a = cote caractérisant l'angle de contact

B = largeur du roulement.

D = diamètre extérieur de la bague extérieure du roulement

d = diamètre intérieur de la bague intérieure du roulement ou diamètre de la broche (à ne pas confondre avec d du calcul de la flèche totale de la broche)

n = nombre de billes qui correspond à :

$$n = 1.7 \cdot \frac{D + d}{B}$$

arrondi à l'entier supérieur

ϕ = diamètres des billes qu'on tire à partir de :

$$\phi = 0.65 \frac{D - d}{2}$$

$$\phi = 0.7B$$

où on prend la plus petite des deux valeurs.

Ces équations sont très pratiques lorsqu'on veut calculer la rigidité d'un roulement quand le fabricant n'en donne aucune indication. Elles sont basées sur des dimensions relevées de roulements de l'industrie et sur la théorie des contacts Hertiens. D'autres équations sont aussi disponibles pour calculer la rigidité axiale d'un roulement. Le fabricant de roulements FAG donne heureusement la rigidité radiale et axiale d'un roulement non monté pour une précharge élastique donnée. En effet, le montage par précharge rigide (montage serré sur l'arbre additionné d'une déformation axiale des bagues) change la valeur de cette rigidité qu'il est alors plus difficile à évaluer. De plus, la précharge de ce type de montage change avec la température et bien entendu la rigidité aussi [21]. Puisque nous avons choisi une précharge élastique, on peut prendre directement la valeur donnée dans le catalogue.

Nous avons comparé la valeur donnée par le fabricant avec les valeurs calculées par les formules tirées de [6] pour une paire de roulements avec la précharge suggérée par le fabricant. Notez que les roulements « STD » correspondent à des roulements standards avec des billes de diamètre normal et que les roulements « High speed » correspondent à des roulements haute vitesse avec des billes de diamètre réduit. Par contre, dans notre calcul, nous n'avons pas tenu compte de ce

changement de diamètre puisque nous avons seulement les formules de calcul de rigidité pour les roulements standards. Seule la valeur de la précharge change mais les formules utilisées restent les mêmes. Notez que nous nous sommes limités à des roulements de diamètre minimal de 10 mm (bague intérieure) parce que premièrement, le fabricant de roulement FAG n'en fabrique pas de plus petit mais aussi parce que le diamètre extérieur ne réduit pas de façon directement proportionnelle (pour des roulements <10 mm de la compagnie RMB par exemple, voir annexe C) avec le diamètre de broche ou d'une façon appréciable pour que cela en vaille la peine au niveau de l'encombrement. On obtient alors qu'une très petite diminution de l'encombrement par rapport à la perte appréciable de rigidité. Voici les résultats de la comparaison du calcul des rigidités dans les graphiques qui suivent (ref. Tableau D.1, Annexe D) :

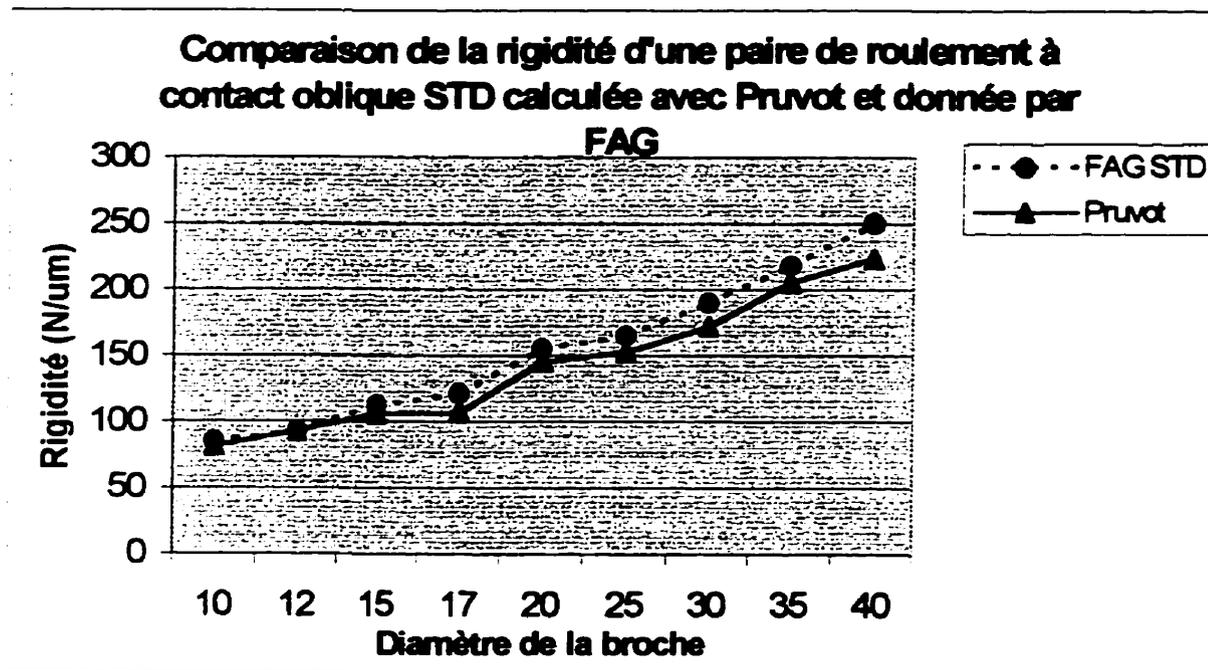


Figure 4.6 Comparaison de la rigidité entre Pruvot et FAG STD

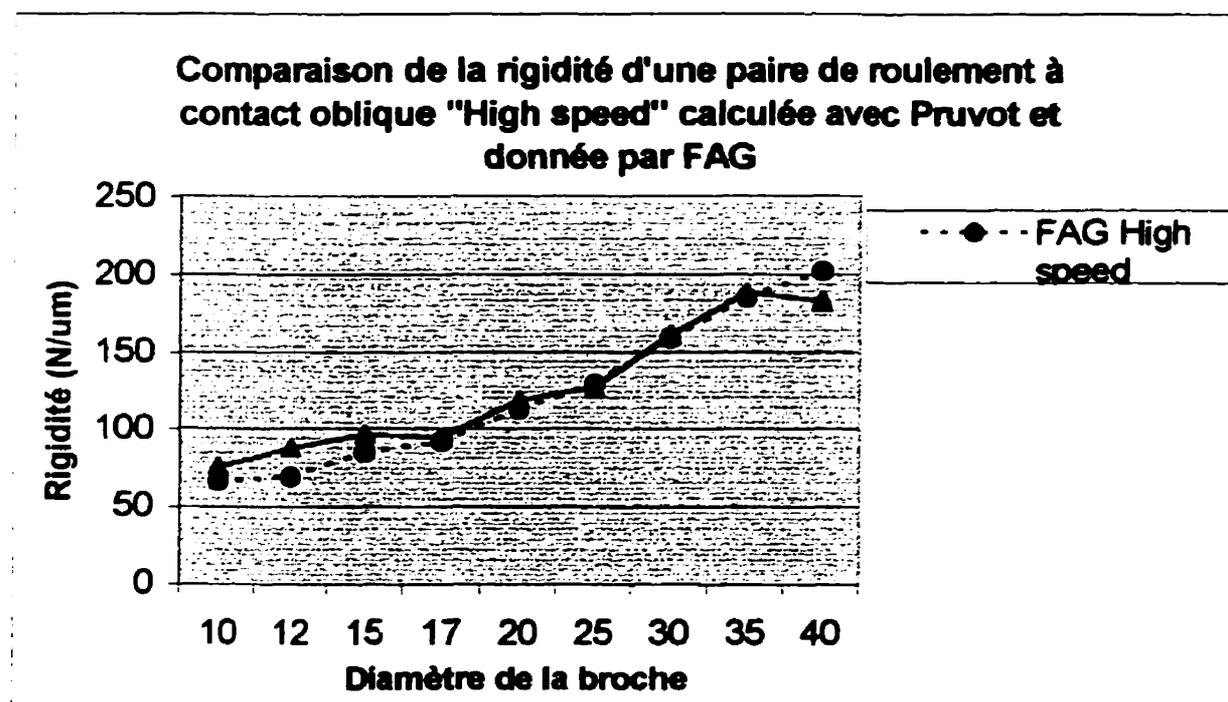


Figure 4.7 Comparaison de la rigidité entre Pruvot et FAG « High speed »

On voit que la différence entre le calcul avec la méthode de F. Pruvot tirée de [6] et les valeurs du catalogue est très faible. On peut donc utiliser le modèle de F. Pruvot si la précharge que l'on applique est différente de celle que le fabricant suggère et que l'on veut connaître la rigidité pour une telle précharge. Ceci peut être très utile en pratique car il arrive souvent que l'on décide d'augmenter la précharge parce que les charges extérieures sont si faibles qu'on peut alors se le permettre.

Pour le calcul du diamètre minimal de la broche, nous avons utilisé la précharge et la rigidité données directement par le catalogue. Nous avons aussi considéré qu'il y a un seul roulement par appui. Nous utiliserons une paire de roulements par appui si seulement cela s'avère nécessaire. Nous avons utilisé un outil de 3 mm avec un porte-à-faux de 20 mm. Voici donc la comparaison, avec les hypothèses initiales, des différentes rigidités pour différents diamètres de broche avec un diamètre d'outil constant (ref. Tableau B.1, annexe B):

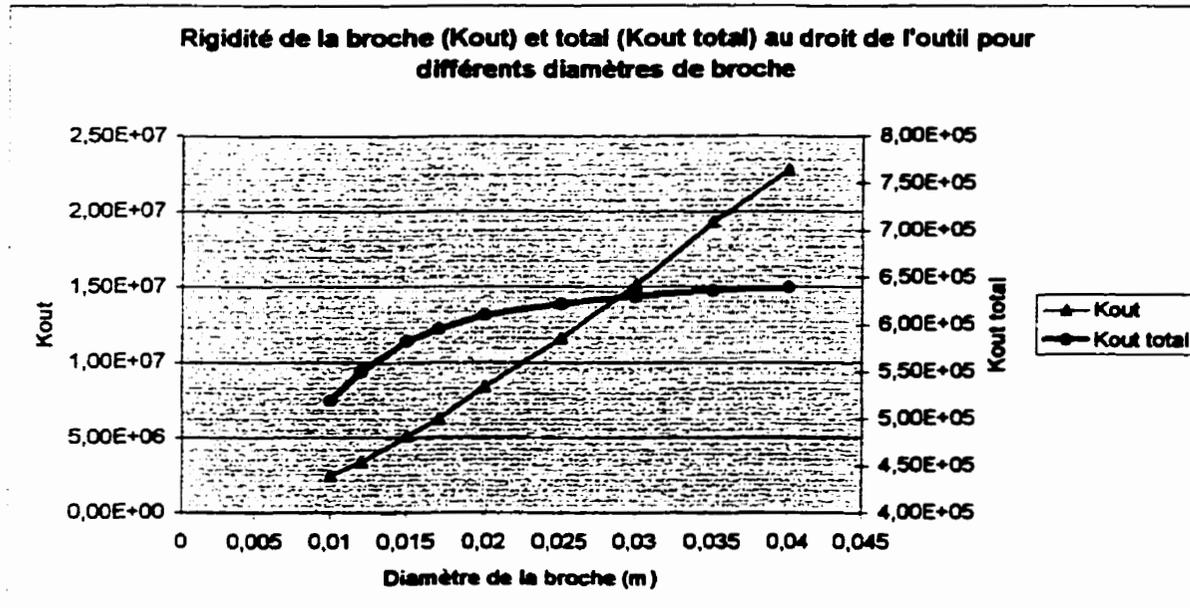


Figure 4.8 Rigidité de la broche pour différents diamètres.

On voit que la flexion totale au droit de l'outil est en majeure partie due à la flexibilité de l'outil. La rigidité de l'outil est toujours la même à $6,58 \times 10^5$ N/m, ce vers quoi converge la rigidité totale ($K_{out\ total}$) lorsqu'on augmente le diamètre de la broche (principe de deux ressorts en série) même si la rigidité de la broche au droit de l'outil (K_{out}) augmente linéairement. On a même dû utiliser une échelle différente sur le graphique pour qu'on distingue bien K_{out} et $K_{out\ total}$.

On voit que l'utilisation d'un roulement avec diamètre d'alésage de 10 mm est suffisant pour rencontrer les exigences du cahier des charges. En effet, on obtient une rigidité totale de $5,19e6$ N/m alors que celle exigée est de $5,18e6$ N/m. Il n'est donc pas nécessaire d'utiliser une paire de roulement pour chaque appui. Les roulements choisis seront donc les suivants : FAG HS71900C.T.P4.UL (1 pour chaque appui) [19]. Les caractéristiques de ce roulement sont fournies en annexe D. Notez que la vitesse maximale pour un tel roulement lubrifié à la graisse est de 90 000 RPM.

4.9 Résultats sommaires de l'étude statique

Tout d'abord, présentons la déflexion totale en fonction de la longueur entre paliers pour le diamètre de broche choisi.

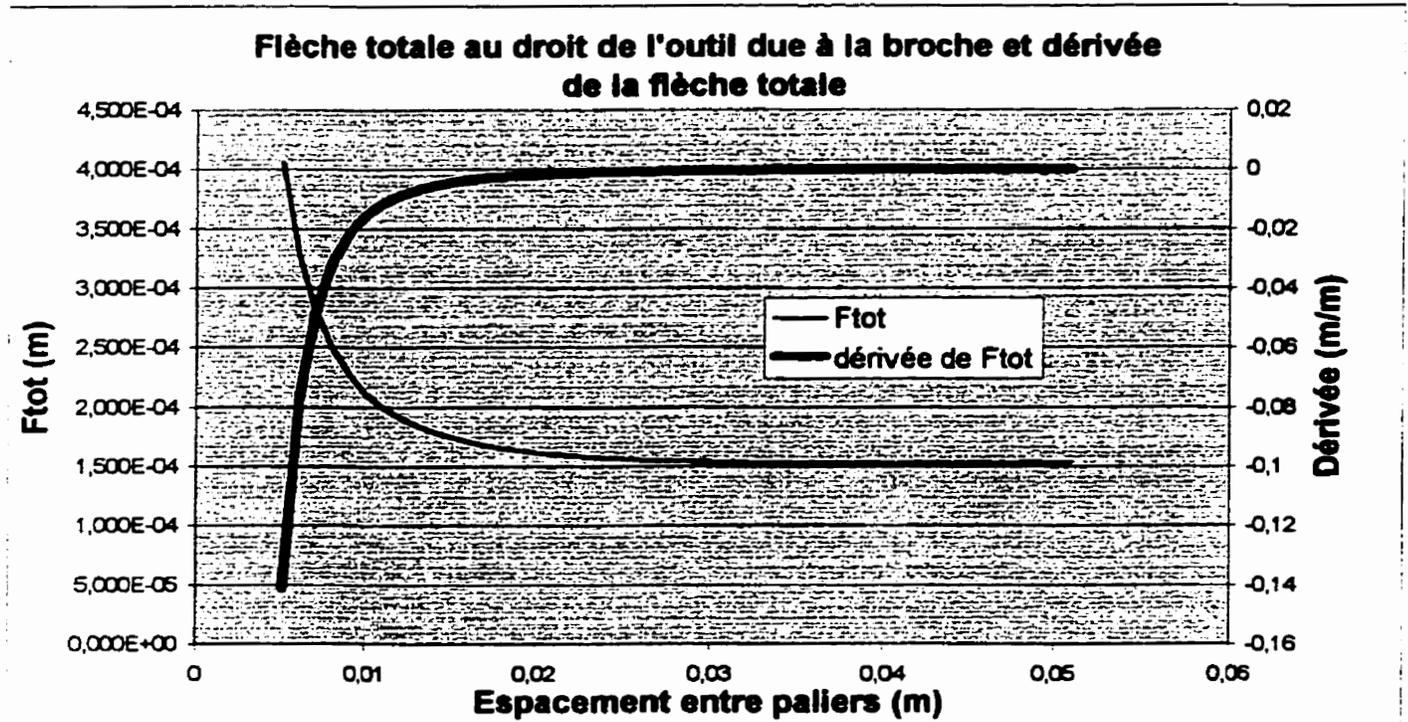


Figure 4.9 Déflexion totale en fonction de la longueur entre paliers

On voit qu'à partir d'environ $L = 25$ mm, l'augmentation de la distance entre paliers n'a pratiquement plus aucun effet. Le critère de conception qui prévaudra sera alors la réduction maximale de l'encombrement et de la longueur (pour réduire les coûts). Choisissons pour l'instant $L = 39.4$ mm, soit l'**optimum** calculé en annexe B pour un diamètre de broche de 10 mm et nous verrons dans l'étude technologique s'il est avantageux de réduire davantage cette longueur pour réduire l'encombrement. Reste à voir aussi si cet optimum statique correspond à l'optimum dynamique.

Vous trouverez en annexe B, les détails concernant les calculs pour la broche ayant un diamètre de 10 mm avec une force d'ébauche de 79 N et une force de finition de 5.78 N.

4.10 Rigidité axiale

Puisque la broche sera montée avec une précharge élastique, nous attendrons l'étude technologique pour calculer la rigidité axiale équivalente. En effet, puisque nous ne connaissons pas encore la rigidité du système qui assurera la précharge, nous ne pouvons pas calculer à ce stade-ci la rigidité axiale. Nous le ferons dans l'étude technologique.

4.11 Conclusion de l'étude statique

La conclusion sera brève. Nous avons donc trouvé qu'un diamètre de 10 mm pour la broche montée sur 2 paliers FAG HS71900C.T.P4.UL satisfaisait à toutes les exigences du cahier des charges. De plus, nous avons trouvé que ces roulements devaient être espacés de 39.4 mm pour minimiser la flèche due à la broche au droit de l'outil mais qu'il était possible d'augmenter cette distance ou de la réduire si nécessaire sans grande pénalité au niveau de la rigidité. La rigidité totale exigée (K_{out} total) était de $5.18e5$ N/m et notre étude a révélé une rigidité totale de $5.19e5$ N/m et une rigidité due à la broche au droit de l'outil de $2.455e6$ N/m pour un espacement de 39.4 mm entre roulements. Suivra l'étude dynamique préliminaire qui nous présentera d'abord le modèle utilisé pour le calcul des fréquences propres, infirmera ou confirmera les hypothèses de temps de réponse utilisées pour les modèles de force de coupe et finalement vérifiera si l'optimum statique correspond vraiment à un optimum dynamique.

CHAPITRE 5

ÉTUDE DYNAMIQUE PRÉLIMINAIRE

5.1 Introduction

L'étude dynamique préliminaire a pour but de vérifier si l'optimum déterminé dans l'étude statique correspond bien à un optimum dynamique, optimum que nous allons définir dans ce chapitre. En effet, il est inutile à ce stade-ci de définir exactement quelles sont les valeurs des différentes fréquences propres de la broche puisque nous n'avons pas encore fait d'étude technologique qui définira la forme exacte de la broche dans ses moindres détails. Donc, cette étude ne servira que de préalable à l'étude dynamique finale en présentant les outils de calcul utilisés. La détermination exacte des modes vibratoires se fera seulement lors de l'étude dynamique finale. Cette étude nous servira plus loin lors de l'étude de la stabilité de coupe.

D'autre part, nous allons faire la preuve que les hypothèses posées lors de l'étude des modèles de force de coupe sont appropriées : d'abord dans le calcul des forces moyennes pour dimensionner la commande de puissance et ensuite dans le calcul de la forme exacte de l'échelon.

5.2 Modèle utilisé

Nous allons utiliser le même modèle par éléments finis que celui présenté dans [7] pour calculer les fréquences propres de la broche. Dans l'étude dynamique finale, nous présenterons aussi la méthode manuelle Rayleigh-Ritz pour calculer la première fréquence propre de la broche. Elle nous permettra de vérifier les calculs faits avec le programme d'éléments finis.

Nous allons donc présenter ici brièvement le modèle par élément finis utilisé et les hypothèses de départ relatives à celui-ci.

5.2.1 Hypothèses de départ

Reprenons quelques hypothèses de l'étude statique :

- Les mouvements axiaux de la broche sont entièrement découplés des mouvements radiaux.
- On ne tiendra pas compte de la vitesse de rotation parce que celle-ci sera asservie donc constante.
- La broche sera modélisée par une poutre élancée reposant sur ses paliers modélisés par des appuis simples élastiques. L'ensemble est isostatique, il y a donc seulement deux appuis composés d'un seul palier chacun.
- On considère la structure comme infiniment rigide par rapport à la broche et la broche comme étant le seul élément souple de la structure avec l'outil.

De plus, l'analyse dynamique ajoute quelques autres hypothèses :

- La broche peut comporter des diamètres relativement étagés, son inertie n'est pas nécessairement constante tout le long de celle-ci, ceci afin de pouvoir analyser des broches de l'industrie.
- Le diamètre moyen est inférieur à la longueur totale mais du même ordre de grandeur. ($10 D \geq L \geq D$).
- L'effet gyroscopique ne sera pas tenu en compte (ref. démonstration vol [7], section 2.5.2.3)
- Le modèle tiendra compte de possibles masses ou inerties concentrées mais on suppose qu'il n'y a pas de disque de très grand diamètre sur la broche pour respecter l'hypothèse précédente (disque de diamètre > longueur totale de la broche).
- Les roulements sont montés préchargés, donc sans jeu. La précharge des roulements varie légèrement avec la vitesse de rotation. Mais puisque la précharge sera élastique (rigidité axiale plus faible qu'une précharge rigide) et que la broche est de petites dimensions, elle ne variera que très peu (ref. [21]). De plus, on peut voir en annexe B (ref. Tableau B.2) que

pour le diamètre de broche choisi, les roulements ne sont responsables que de 32.4 % de la rigidité due à la broche (K_{out}) au droit de l'outil et que la broche représente seulement 21.13 % de la rigidité totale (K_{out} total). C'est donc dire que les roulements ne représentent qu'environ 7 % de la rigidité totale. De plus, un changement de précharge de 25 % (16 à 20 N, ref Tableau D.1, annexe D) fera varier la rigidité d'un roulement de seulement 8 % (75.6 à 81.5 N/ μ m), soit une variation de 0.5 % (7 % X 8 %) de la rigidité totale au droit de l'outil, ce qui est très négligeable.

- L'amortissement des structures de machines est très faible (coefficient d'amortissement = 2 à 5 %) et peut être négligé. Nous conserverons cette hypothèse lors du calcul avec la méthode Rayleigh-ritz.

5.2.2 Schéma représentant le modèle utilisé

La Figure 5.1 est tirée de [7] et représente le modèle utilisé pour l'étude dynamique. Il ressemble un peu à celui utilisé lors de l'étude statique.

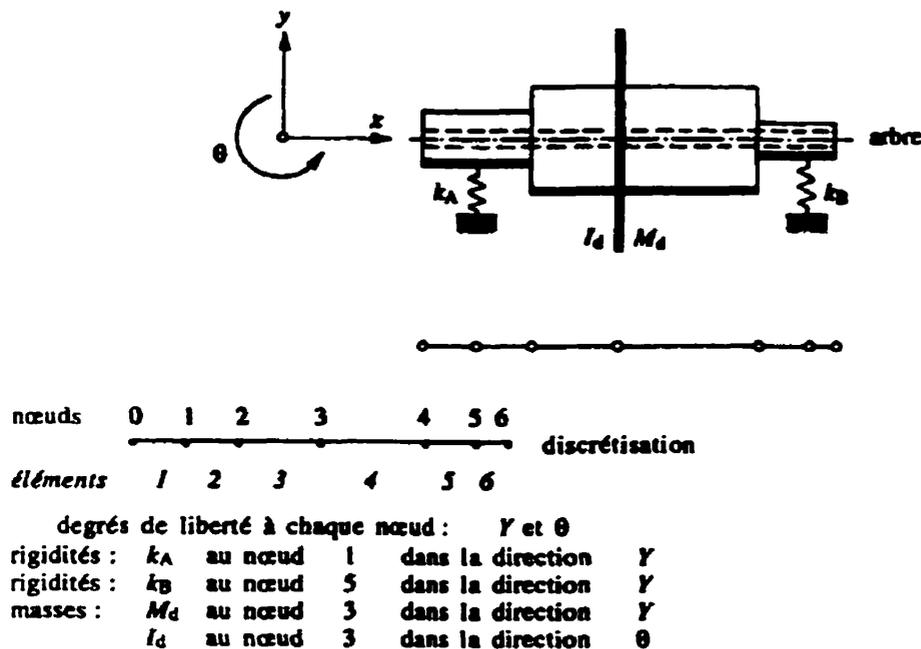


Figure 5.1 Modèle dynamique d'une broche

Dans l'analyse faite, on prendra en compte la présence éventuelle de masses et inerties concentrées et d'une broche comportant des sections de diamètres différents. Une masse concentrée pourrait être par exemple, les aimants composant le rotor d'une motobroche, une poulie utilisée pour la transmission de la puissance à la broche ou plus simplement, le poids d'une fraise de grand diamètre. Les deux roulements sont représentés par deux ressorts comme dans l'étude statique.

5.2.3 Etapes de calcul

Nous avons reconstitué sur un tableur Excel le programme utilisé dans [7] pour le calcul des fréquences propres de la broche. Les étapes du calcul sont résumées ci-après. La détermination des fréquences propres de la structure se ramène au problème connu de la recherche des valeurs propres du système. Pour plus de détails (par exemple pour les calculs proprement dit des matrices de masse, rigidité, etc.), nous renvoyons le lecteur à [23] et [7]. Un exemple complet est donné en annexe E . Dans les sections qui suivent, nous n'allons que présenter les entrées et les sorties du programme pour différents cas ou les résumer dans des tableaux.

ÉTAPE DU CALCUL :

- i. Discrétisation du domaine composant la broche. On sépare la broche en plusieurs éléments (9 au maximum pour le programme utilisé) prenant soin de tenir compte de toutes inerties et masses concentrées ou de tous changements de diamètre. Si des entretoises sont utilisées entre les roulements, il faut en tenir compte aussi en utilisant le diamètre externe de l'entretoise plutôt que celui de la broche. Un nœud doit aussi correspondre à l'emplacement des roulements sur la broche.
- ii. Calcul des matrices de masse et de rigidité des éléments discrétisés (coordonnées locales) intervenant dans le modèle.
- iii. Assemblage des matrices de masse et de rigidité (coordonnées globales)
- iv. Calcul des déformées statiques, dynamiques et des fréquences propres (recherche des valeurs propres) de la broche par méthodes numériques.

5.3 Définition de l'optimum dynamique

Si le diamètre de la broche a été fixé, l'optimum dynamique correspond à l'espacement entre les roulements qui maximisent les fréquences propres de la broche, en particulier la première. En maximisant la première fréquence propre, cela revient à dire qu'on maximise le ratio rigidité/masse du système. Mais, cette optimisation ne doit pas se faire au détriment de la rigidité statique si elle n'est pas nécessaire. L'auteur de [7] affirme que :

« ...si la première vitesse critique de la broche est nettement plus élevée que sa vitesse de rotation contractuelle (on admettra en général un facteur supérieur à 2 pour tenir compte de l'excitation de la fréquence propre à demi-vitesse, dont tous les auteurs parlent), le meilleur choix de distance entre paliers correspond à l'optimisation statique »

Donc, on essaiera toujours de maximiser les fréquences propres de la broche. Mais si en utilisant une longueur entre roulements qui correspond à l'optimum statique, on obtient une première fréquence propre qui est de beaucoup supérieure à la plus haute fréquence de travail et que cette longueur ne correspond pas à l'optimum dynamique, il sera préférable d'utiliser quand même la longueur optimale statique puisque l'optimisation dynamique n'est pas justifiée. En d'autres mots, il ne sert à rien de pénaliser l'optimum statique pour augmenter les fréquences propres si elles sont déjà bien au delà de nos fréquences de travail maximum. Il est à noter que d'autres facteurs peuvent aussi influencer le choix de la longueur de la broche tel que l'encombrement maximal (longueur maximale pour la broche par exemple).

Dans notre cas, les vitesses sont élevées et l'optimum dynamique sera peut-être préférable à l'optimum statique, cela dépendra des fréquences propres du système par rapport à nos fréquences d'excitations. Revenons aux conditions de coupe (fréquences de travail) du cahier des charges (CHAPITRE 2) pour une fraise à deux et quatre lèvres.

Type d'opération	vitesse de rotation (RPM)	nombre de dents de la fraise	Fréquence d'excitation (Hz)
Ebauche	31831	2	1061
Ebauche	31831	4	2122.07
Finition	53052	2	1768.4
Finition	53052	4	3536.8

Tableau 5.1 Fréquence d'excitation pour différents types d'opération

On voit que les fréquences d'excitation sont très élevées dans le cas d'une fraise à quatre lèvres en finition (ref. Tableau 3.1).

5.4 Calcul de l'optimum dynamique

Nous avons utilisé le programme sur Excel cité précédemment (annexe E) pour déterminer la première fréquence propre de la broche de 10 mm en faisant varier l'espacement entre les roulements. Par exemple, dans ce qui suit, nous allons montrer ce que nous obtenons en entrée et en sortie pour un espacement optimal statique de 39.4 mm. Pour le détail du calcul, référez-vous à l'annexe E. Nous résumons ensuite dans un graphique, les résultats obtenus pour plusieurs valeurs de L . Notez que nous n'avons pas tenu compte de la bague intérieure (largeur et diamètre extérieur) des roulements.

Le modèle utilisé est :

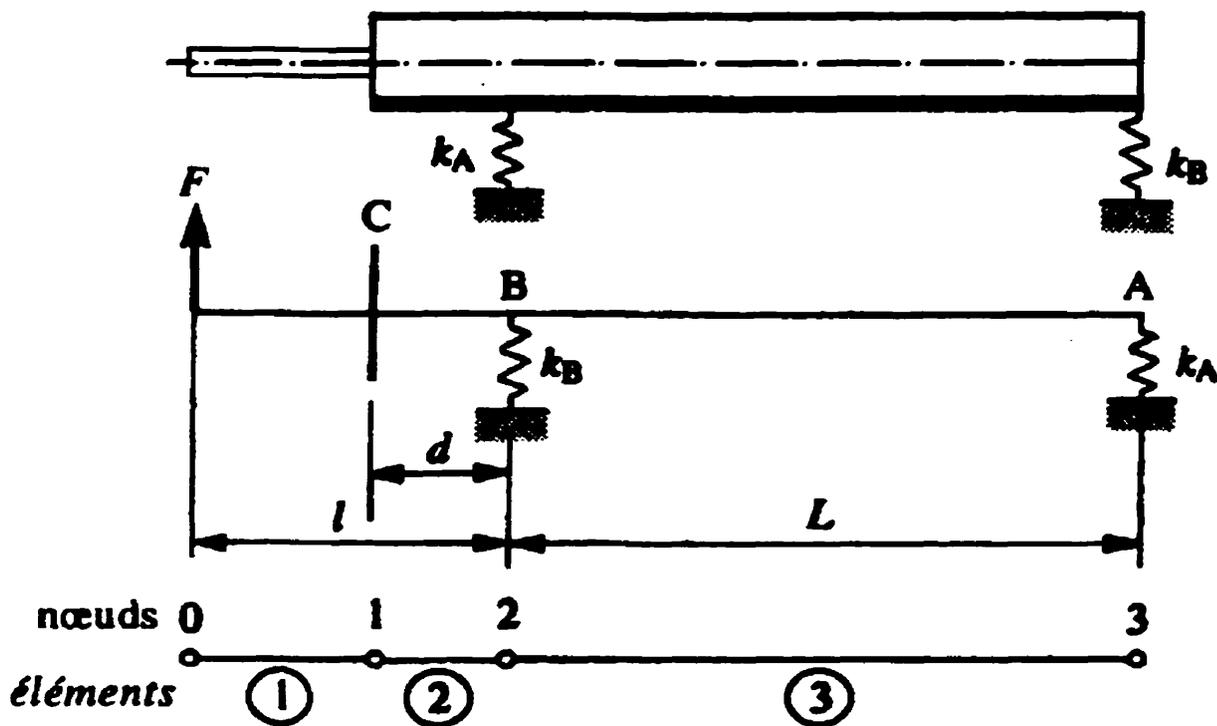


Figure 5.2 Modèle dynamique pour l'étude préliminaire avec $D = 10$ mm

5.4.1 Entrées pour L = 39.4 mm

Les deux tableaux suivants résument les données de l'annexe E que nous avons entrées dans le programme pour le calcul des fréquences propres d'une broche de 10 mm de diamètre avec un espacement entre les roulements de 39.4 mm. (ref. section E.1.1, annexe E)

	<i>Elt 1</i>	<i>Elt 2</i>	<i>Elt 3</i>
noeud	0 - 1	1 - 2	2 - 3
L	20	15	39.4
Øe	3	10	10
Øi	0	0	0

Où *Elt* = Élément

<i>Rigidité de chaque appui (roulements)</i>	3.3 e 7 N/m
<i>Force appliquée sur l'outil (ébauche)</i>	79 N

Tableau 5.2 Tableaux résumant les entrées du programme d'éléments finis

5.4.2 Sorties pour L = 39.4 mm

5.4.2.1 Résultats statiques

Notez qu'on obtient presque la même flèche totale statique que lors du calcul manuel dans l'étude statique. On a $1.54e-4$ m par éléments finis et $1.52e-4$ m par calcul manuel, soit une différence de 1 %, ce qui est excellent. (ref. Tableau E.2 et Figure E.2, annexe E)

5.4.2.2 Résultats dynamiques

On obtient une première fréquence propre à 5135.95 Hz. (ref. Figure E.3, annexe E)

5.4.3 Résultats pour plusieurs valeurs de L.

Si on répète l'exercice précédent pour plusieurs autres valeurs de L, on obtient les résultats dynamiques du Tableau E.3 de l'annexe E que nous avons résumé ici dans un graphique :

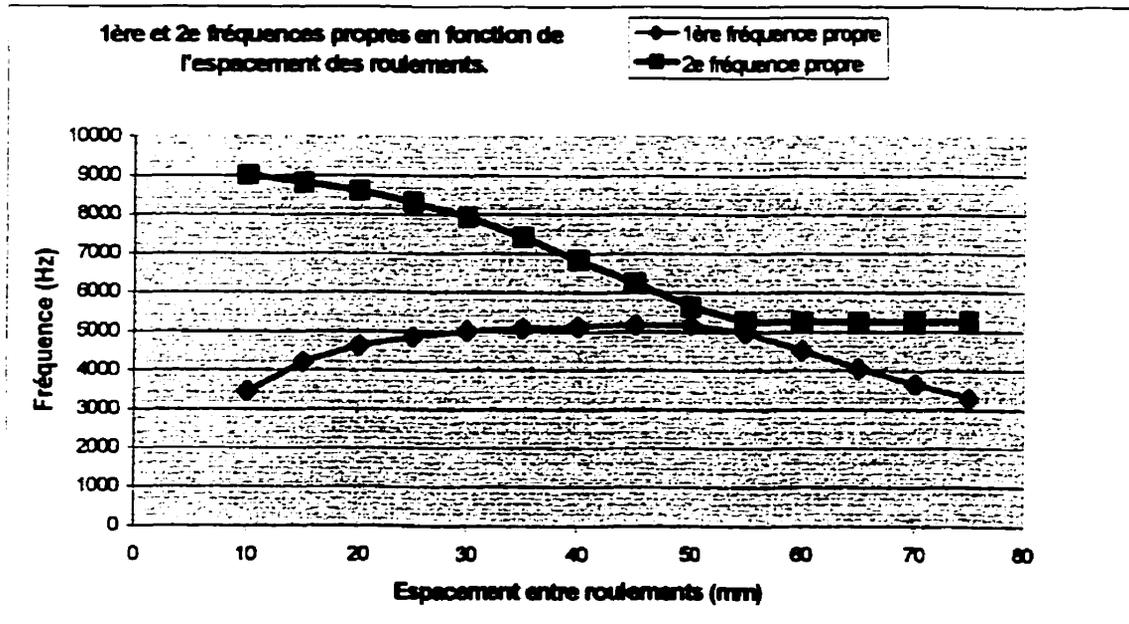


Figure 5.3 1^{ère} et 2^e fréquences propres en fonction de L pour D = 10 mm

5.5 Conclusion sur l'optimum dynamique

On voit donc très bien que l'optimum dynamique se situe autour de 50 mm. Il y a en fait une différence négligeable entre les fréquences calculées pour $L = 40$ mm (5140.6 Hz) de celles calculées pour $L = 50$ mm (5173.1 Hz), soit 32.5 Hz. Donc, le meilleur choix de distance entre paliers correspond à l'optimisation statique qui minimise les déflexions statiques sans affecter significativement les performances dynamiques. Pourquoi ce choix puisque l'optimum dynamique ne dégrade pas non plus significativement les performances statiques? N'oublions pas que nous tentons de réduire au maximum l'encombrement et c'est pourquoi nous choisissons la plus petite des deux valeurs de L, soit 40 mm (39.4 mm plus exactement).

5.6 Utilisation d'entretoises

Depuis le début de l'étude statique, on ne tient pas compte des possibles entretoises qu'on met normalement entre les roulements pour les précharger mais si on le faisait, les fréquences propres seraient un peu plus élevées car la broche serait plus rigide parce que l'entretoise augmente le diamètre entre les roulements. Nous avons choisi de faire l'étude de l'optimum statique et dynamique d'abord sans les entretoises puisque nous ne savons pas à ce stade-ci, comment la précharge se fera et donc s'il y aura entretoise ou pas. L'auteur de [6], F. Pruvot, n'en parle que très brièvement en disant que les entretoises, lorsqu'elles sont montées avec interférence diamétrale sur la broche, participent à la flexion de celle-ci comme si elles en faisaient partie intégrante et augmentent ainsi la rigidité de l'ensemble. Malheureusement, il ne spécifie pas la valeur exacte de cet ajustement. Nous avons fait l'hypothèse qu'un ajustement avec serrage à partir de H7/p6 était suffisant considérant les faibles forces en jeu. Pruvot fait la conception statique et dynamique de ses broches en se basant sur le diamètre interne des roulements sans tenir compte des entretoises lors du processus de conception. Ce n'est que lors du calcul final des modes vibratoires qu'il les inclut dans le calcul sans vérifier l'effet sur l'optimum. Quel effet aura une telle augmentation du diamètre sur la longueur optimum statique et dynamique entre les paliers ? Vérifions en insérant une entretoise de 12.5 mm entre les paliers (diamètre recommandé par le fabricant de roulement), soit l'élément #3 avec ce diamètre. Les éléments #1 et #2 demeurent inchangés.

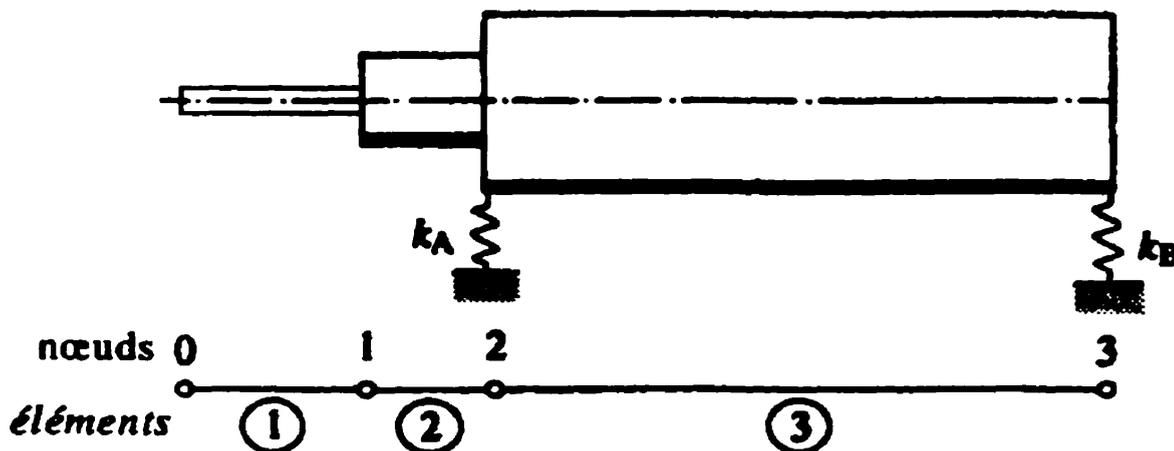


Figure 5.4 Modèle dynamique de la broche avec entretoise.

5.6.1 Entrées si $D = 12.5$ mm pour le 3e élément (avec entretoise)

	Elt 1	Elt 2	Elt 3
noeud	0 - 1	1 - 2	2 - 3
L	20	15	variable
\varnothing_e	3	10	12.5
\varnothing_i	0	0	0

Tableau 5.3 Tableau résumant les entrées d'une broche avec entretoise (seulement pour l'élément #3) pour $L = \text{variable}$

La rigidité des roulements reste la même ($3.3e7$ N/m. Nous avons estimé rapidement la flèche statique pour plusieurs espacements entre paliers avec une force appliquée sur l'outil de 79 N (ref. Tableau E.4 annexe E) :

5.6.2 Sorties avec et sans entretoise

5.6.2.1 Résultats statiques

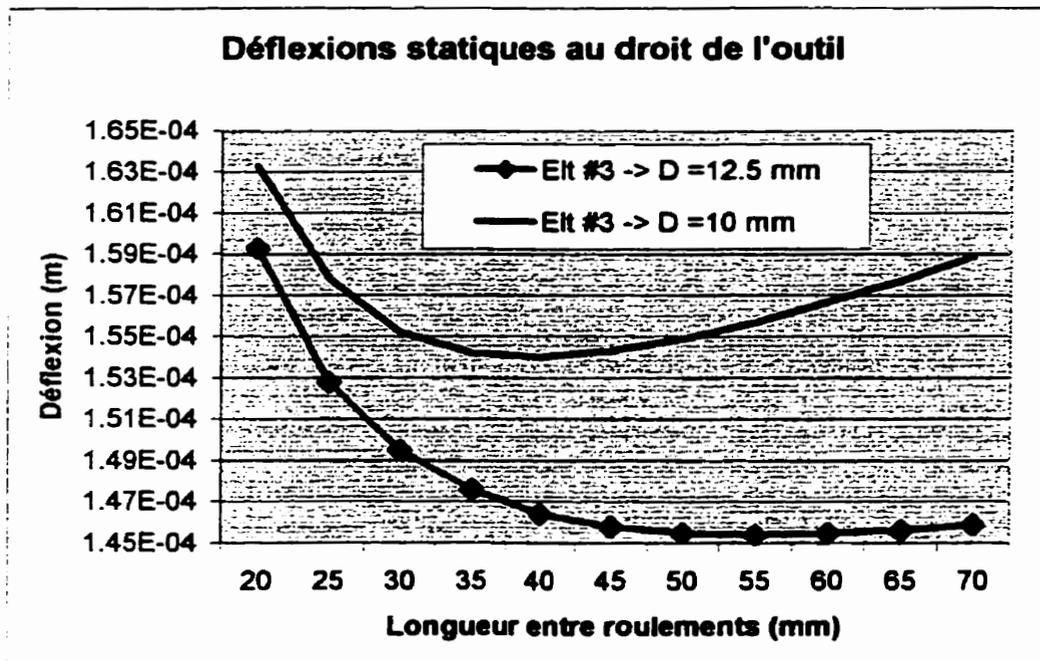


Figure 5.5 Déflexions statiques avec et sans entretoise pour l'élément #3

On voit donc très bien que l'optimum statique s'est déplacé de 40 mm au environ de 55 mm (ref. Tableau E.4,annexe E). Notons la différence de déflexion entre les deux distances (40 et 55 mm) pour $D = 12.5$: $1.464e-4 - 1.454e-4 = 0.000001$ m soit seulement $1 \mu\text{m}$, ce qui est négligeable. L'erreur n'aurait pas été énorme si nous n'avions pas considéré la présence de l'entretoise mais il est quand même mieux d'en faire la vérification dans le calcul de l'optimum statique. **Donc, 55 mm est l'optimum statique à atteindre s'il y a une entretoise de 12.5 mm de diamètre entre les roulements.** Nous avons aussi vérifié avec le programme calculant la longueur optimale si $D = 12.5$ mm et ce pour toute la broche (l'élément #2 change aussi pour un diamètre de 12.5 mm) et le résultat est le même (optimum statique = 55 mm). En réalité, il est fort probable que cette section de la broche (élément #2) soit un **épaulement** pour appuyer le roulement.

On assume que les conclusions précédentes sont encore valides à savoir que l'optimum statique est la meilleure solution car il minimise l'encombrement sans pénaliser de façon notable les performances dynamiques. Mais, vérifions quand même :

5.6.2.2 Résultats dynamiques

Si seulement le 3^e élément a un diamètre de 12.5 mm, on a (ref. Tableau E.5 annexe E):

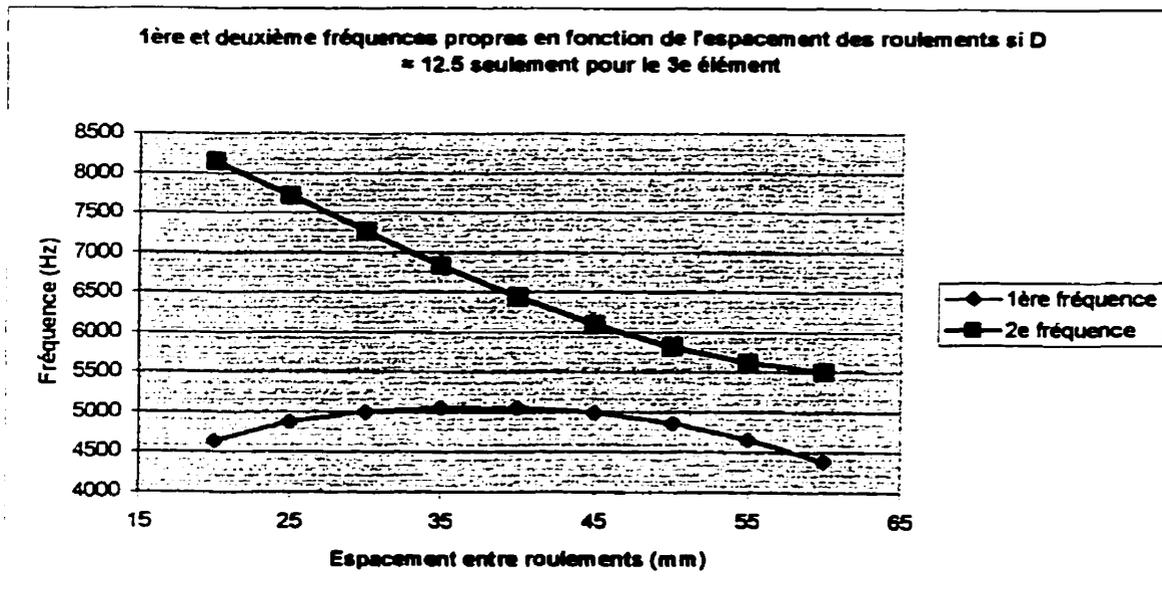


Figure 5.6 1^{ère} et 2^e fréquences propres pour $D = 12.5$ mm pour le 3^e élément seulement

L'optimum est ici de 35 mm entre les roulements. Les conclusions précédentes sans entretoises (optimum = 50 mm) sont donc faussées.

5.6.3 Avec épaulement

Bien entendu, s'il y a une entretoise de 12.5 mm de diamètre entre les roulements, il y aura sûrement aussi un épaulement de 12.5 mm sur le reste de la broche, donc sur l'élément #2 comme énoncé précédemment. On aura donc une broche ayant un diamètre de 12.5 mm sur toute sa longueur. En faisant cela, on tient aussi compte de la largeur de la bague intérieure du roulement qui a aussi un diamètre d'environ 12.5 mm et qui participe à la flexion. C'est donc ce dernier cas qui représente le mieux la réalité.

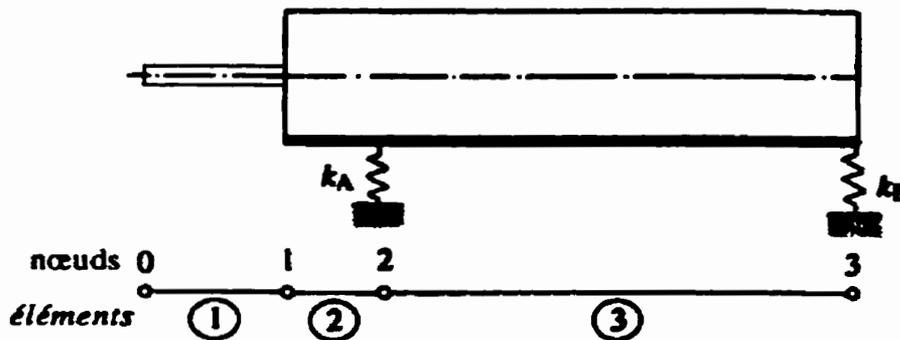


Figure 5.7 Broche avec un diamètre de 12.5 mm sur toute la longueur

Donc si toute la broche a un diamètre de 12.5 mm, on a :

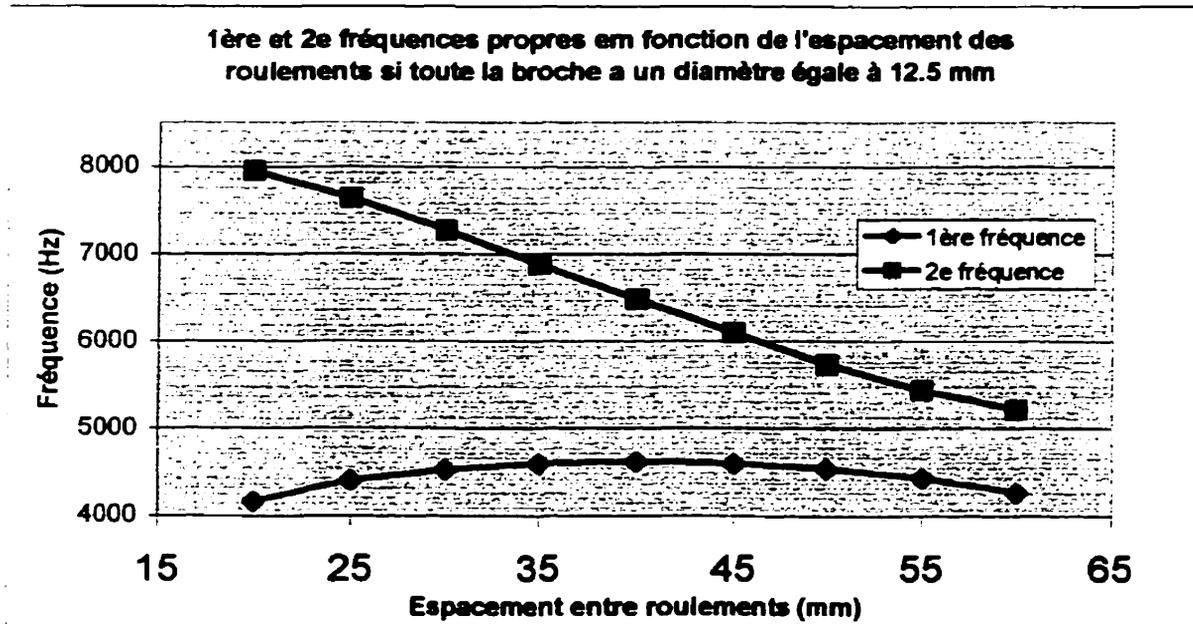


Figure 5.8 1^{ère} et 2^e fréquences propres si la broche a un diamètre de 12.5 mm sur toute la longueur

On voit que l'optimum dynamique est dans le premier cas (élément #2 seulement à $D = 12.5$ mm) à 35 mm d'espacement et dans le deuxième ($D = 12.5$ mm sur toute la broche), il est à 40 mm. Bien entendu, c'est le deuxième cas qui représente mieux la réalité.

Nous avons bien fait de vérifier dynamiquement. Alors que l'optimum statique se déplace de 40 à 55 mm lorsqu'on grossit le diamètre de la broche de 10 à 12.5 mm pour l'élément #3 seulement, l'optimum dynamique lui se déplace de 50 à 35 mm. Et si l'élément #2 grossit à son tour à 12.5 mm de diamètre, on a alors un optimum dynamique qui se déplace à 40 mm d'espacement tandis que l'optimum statique reste sensiblement à 55 mm. Puisqu'on cherche à choisir l'optimum qui minimise l'encombrement, et que l'optimum dynamique ne pénalise pas de façon appréciable les performances statiques (1 μm de différence entre 55 et 40 mm pour une broche avec l'élément #3 seulement à 12.5 mm de diamètre), on choisira, si on a une entretoise qui fait que la broche a 12.5 mm sur toute sa longueur, l'optimum dynamique avec un

espacement entre les roulements de 40 mm. Ceci va dans le même sens des conclusions de l'étude statique faites avec une broche de 10 mm. L'optimum est le même : l'espacement entre les paliers sera de 40 mm.

5.7 Démonstration du calcul des temps de réponse

Lors de l'étude de forces, nous avons posé comme hypothèse que le calcul de la force moyenne était suffisant pour le dimensionnement de la commande de puissance tandis qu'une étude plus détaillée de la répartition de l'échelon de force de coupe sur un tour était nécessaire dans le cas du dimensionnement de la broche (rigidité statique minimale), ceci pour une question de temps de réponse. Maintenant qu'on connaît approximativement les fréquences propres de la broche, est-ce qu'une telle approximation est justifiée ? Quels sont en effet les temps de réponse en vitesse et en déflexion radiale de la broche ? Les paragraphes suivants devraient répondre à ces questions.

5.7.1 Réponse en vitesse de l'arbre

On considère la broche comme étant tout simplement un cylindre infiniment rigide en rotation de diamètre D et de longueur L sans outil ayant une inertie J en rotation reposant sur deux paliers qui s'opposent à la rotation en créant un couple résistant (amortissement visqueux) qui est proportionnel à la vitesse angulaire ω par un facteur c [$\text{Kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}$ ou $\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}$]. La figure qui suit illustre le modèle utilisé :

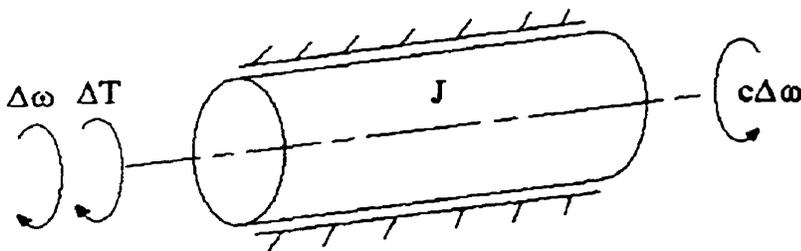


Figure 5.9 Modèle de la broche en rotation

L'équation différentielle qui régit le mouvement est :

$$\sum T = J\dot{\omega}$$

Donc, si on lui applique un couple supplémentaire ΔT à celui qui a été nécessaire à la mise en rotation de la broche, elle subira une certaine accélération angulaire qui créera une variation de sa vitesse angulaire $\Delta\omega$.

On peut représenter la broche par le diagramme simple suivant:

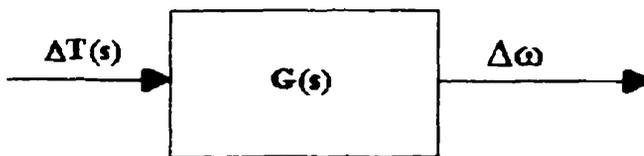


Figure 5.10 Diagramme représentant la broche dans le domaine de Laplace

En entrée, on a une variation de couple (ΔT) sur la broche ($G(s)$) qui occasionne une variation de vitesse ($\Delta\omega$) en sortie sur celle-ci. Après transformation de l'équation différentielle du domaine du temps au domaine de Laplace avec la transformée de Laplace, on trouve la fonction de transfert suivante du première ordre qui régit le système :

$$G(s) = \frac{\Delta\omega(s)}{\Delta T(s)} = \frac{1/c}{J/c \cdot s + 1}$$

où

$$J = \rho L \frac{\pi D^4}{32} \text{ [Kg} \cdot \text{m}^2\text{]}$$

où :

ρ = densité du matériel en Kg/m³

ω = vitesse de rotation en rad/s

et $\tau = J/c$ représente la constante de temps du système

Valeurs numériques :

Ce qui est le plus difficile à évaluer est le facteur c (frottement visqueux) du roulement. FAG ne donne aucune indication pour évaluer le couple résistif du roulement. De plus, nous n'avions pas au moment de ce calcul, déterminé exactement le type de graisse utilisé ou la température de fonctionnement qui dépend surtout du type d'entraînement utilisé. Pour évaluer le facteur c , nous nous sommes basés sur les indications données dans le catalogue du fabricant de roulement SKF [24] pour des roulements équivalents. Vous trouverez en annexe F, les détails du calcul qui évalue le facteur c . Nous avons évalué le cas où c serait le plus élevé (avec une température de fonctionnement minimal de 20° C) pour une graisse de type ARCANOL L74V (ou l'équivalent, par exemple ISOFLEX NBU 15) conçue pour les roulements à haute vitesse, ce qui donne une constante de temps plus petite (Il est mieux de faire comme cela plutôt que d'essayer de faire des approximations hasardeuses sur la température de fonctionnement). Plus la constante de temps est grande par rapport à la période d'excitation, plus notre modèle de calcul pour la puissance (en prenant la moyenne par révolution) est exacte. Par contre plus elle est petite, plus il est inexacte. Nous évaluons donc le pire des cas, c'est-à-dire une température minimale de fonctionnement de 20 degrés.

On a donc trouvé en annexe: $c = 5.14 \text{ e } -6 \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}$

$D = 10 \text{ mm}$ (pour le système le plus rapide)

$L = 40 + 15 = 55 \text{ mm}$

$\rho = 7800 \text{ Kg/m}^3$

soit :

$$J = 7800 \cdot 0.055 \cdot \frac{\pi \cdot 0.010^4}{32} = 4.21169e-7 \text{ Kg}\cdot\text{m}^2$$

la constante de temps (τ) est donc égale à :

$$\tau = 4.21169 \text{ e}^{-7} / 5.14 \text{ e}^{-6} = 0.082 \text{ s}$$

En ébauche, la fréquence d'excitation est de 1061 Hz (ref. Tableau 5.1) pour une fraise à deux dents (pire cas, plus basse fréquence) et les impacts de force durent 0.00025 seconde (période 328 fois plus petit que la constante de temps) si la profondeur radiale de coupe est de 0.5 mm. Si la fraise est en pleine immersion (période complète), les impacts de force durent 0.0009 s. C'est donc dire que la constante de temps est trop élevée pour que la broche ait le temps de ralentir de façon significative. Le modèle utilisé pour le dimensionnement de la commande de puissance est donc justifié.

5.7.2 Réponse en flexion de l'arbre

Nous avons calculé précédemment, la première fréquence propre d'un arbre ayant 10 et 12.5 mm de diamètre. Nous avons trouvé la première fréquence autour de 5000 Hz. On voit que pour les conditions du cahier des charges (une fraise à deux dents), nous sommes bien inférieurs même à la moitié de cette fréquence en ébauche et en finition (ref. Tableau 5.1). Le modèle utilisé et le dimensionnement de la broche (rigidité minimale) sur des critères statiques avec rigidité équivalente en bout de broche sont donc justifiés. Il faudra par contre être plus prudent avec l'utilisation d'une fraise à quatre dents, cas qui n'est cependant pas inclus dans notre cahier des charges.

5.8 Conclusion de l'étude dynamique préliminaire

L'étude dynamique a apporté des informations supplémentaires nous permettant de faire un dimensionnement plus judicieux de la broche. Entre autre, nous avons trouvé que l'espacement optimal entre les roulements pour une broche de 10 mm de diamètre, avec ou sans entretoise, était de 40 mm. De plus, nous avons vu que les hypothèses posées dans l'étude des forces étaient justifiées. Dans l'étude technologique qui suit, nous allons faire le design proprement dit de la broche, maintenant que nous connaissons les contraintes dimensionnelles principales. En fait, cette section sera plutôt un résumé de la conception de la broche.

CHAPITRE 6

ÉTUDE TECHNOLOGIQUE

6.1 Introduction

Maintenant que nous avons choisi le type de paliers et fait le dimensionnement de base (diamètre de la broche, espacement entre paliers, porte-à-faux de l'outil) qui permettent de rencontrer les précisions exigées du cahier des charges, il est maintenant temps de poser les choix technologiques finaux du système. Par exemple, comment l'outil sera fixé sur la broche, comment la broche sera fixée sur la machine, quels types de matériaux seront utilisés, quelles seront les tolérances d'usinage, quelle sera la commande de puissance, comment la précharge sera-t-elle appliquée, etc. Puisque au moment d'écrire ces lignes, la broche a déjà été conçue entièrement, cette section sera donc plutôt un résumé des principaux choix posés et des cheminements qui ont mené vers eux.

6.2 Outil

Plusieurs articles publiés sur l'usinage haute vitesse font état des types d'outils et de recouvrements disponibles pour usiner tel type de matériel dans telles conditions. On se rend rapidement compte qu'il existe presque autant de recouvrements et de grades de matériel d'outil qu'il y a de conditions de coupe (matériel à couper, type d'opération, vitesse, avance, etc.). De plus, chaque fabricant d'outils possède ses propres recettes (composition, épaisseur, nombre de couche). La plupart des articles sur l'usinage haute vitesse, par exemple [25], [26], [43] et [44] font des résumés des principaux types de recouvrements et grades d'outil.

L'information est souvent éparpillée. Nous avons fait un résumé en annexe K pour éclaircir le sujet et nous permettre de faire un choix éclairé. Nous essayons d'y faire ressortir les principales familles de matériaux (HSS, carbure, céramiques, diamants) ainsi que les différents types de recouvrements utilisés. Pour une explication plus détaillée sur le choix de la nuance de l'outil ainsi que du type de recouvrement, nous renvoyons le lecteur à cette annexe.

Nous avons donc choisi le recouvrement KC610 (TiN) avec l'outil entièrement en carbure de tungstène pour réaliser les essais préliminaires. Le recouvrement de type TiN est de loin le plus utilisé mais n'est pas le plus robuste. C'est pour son prix que nous l'avons choisi pour réaliser les tests préliminaires avec la broche. Nous avons choisi un recouvrement de type TiAlN multi-couches pour la réalisation des essais finaux. Il permet l'usinage des matériaux énumérés dans le cahier des charges avec les conditions d'usinage que nous avons choisies.

6.3 Porte-outil

Tel qu'énoncé dans le cahier des charges, le changement d'outil se fera de façon manuelle. Nous avons donc deux choix : soit que nous adoptions un porte-outil dans lequel on insère l'outil et qu'on fixe ensuite sur la broche, soit qu'on insère directement l'outil dans la broche. Le premier choix comporte comme avantage de pouvoir changer d'outil rapidement et d'éventuellement pouvoir intégrer un changeur automatique d'outil. Par contre, il ajoute une certaine longueur au porte-à-faux de la broche, ce qui pénalise fortement la rigidité. Aussi, on ajoute aussi un lien mécanique de plus, ce qui diminue la précision géométrique et la rigidité. Nous avons considéré plusieurs types de porte-outil dont le porte-outil de type HSK. Le principal problème est la taille du porte-outil qui s'adapte très mal à une broche de si petit diamètre. Il aurait donc fallu faire le design de notre propre porte-outil. Nous avons donc choisi de placer directement l'outil dans la broche principalement pour des questions de réduction d'encombrement, de rigidité et de simplicité comme sur la figure suivante.

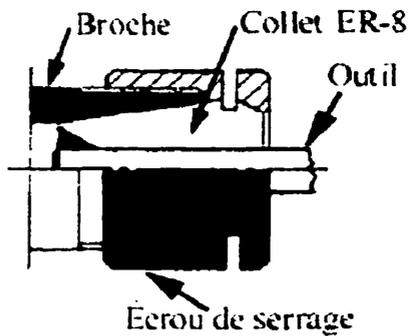


Figure 6.1 Porte-outil ER-8 MS avec collet ER-8 de REGO-FIX

Nous avons donc choisi un système simple composé d'un collet et d'un écrou (« Spindle nut and collet ER/MS ») permettant des vitesses de 120 000 RPM de la compagnie REGO-FIX. Les spécifications du collet et de l'écrou sont énumérées en annexe K.

6.4 Commande de puissance

6.4.1 Type de moteur utilisé

La façon dont sera fournie la puissance à la broche est le point le plus délicat de toute l'étude technologique. Nous avons étudié dans le chapitre traitant des forces de coupe (CHAPITRE 3), les conditions d'opérations du cahier des charges et calculé la puissance et le couple d'usinage moyen requis en fonction de la vitesse de rotation. On remarque d'abord (ref. Tableau 3.1) que le couple d'usinage est faible (max 20 N·mm en ébauche et 30 N·mm pour les conditions de design de la commande de puissance) mais que les vitesses de rotation sont très élevées pour une puissance maximale de 166.6 W à 53 052 RPM. N'oublions pas que les forces de balourd sont proportionnelles au carré de la vitesse de rotation. C'est pour cette raison que nous avons choisi une transmission directe de puissance sans accouplement. En effet, il est difficile de réaliser un accouplement parfait ne transmettant aucune flexion ou balourd à la broche à ces vitesses de rotation.

Nous n'avions donc pas tellement de choix possibles :

- a) Motobroche (moteur intégré à la broche, la broche constituant le rotor et le corps de broche constituant le stator). La partie active du moteur est normalement placée entre les roulements. (voir Figure 6.2)
- b) Moteur pneumatique (voir Figure 6.3) ref [28] ou hydraulique intégré à la broche (voir Figure 6.4, ref [29] brevet US#3 302 92). Notez que la qualité de la copie que nous avons obtenue pour numérisation n'est pas excellente. On y voit une turbine de type Francis à l'arrière de la broche (on voit le roulement arrière seulement) avec l'arrivée et la sortie d'huile.

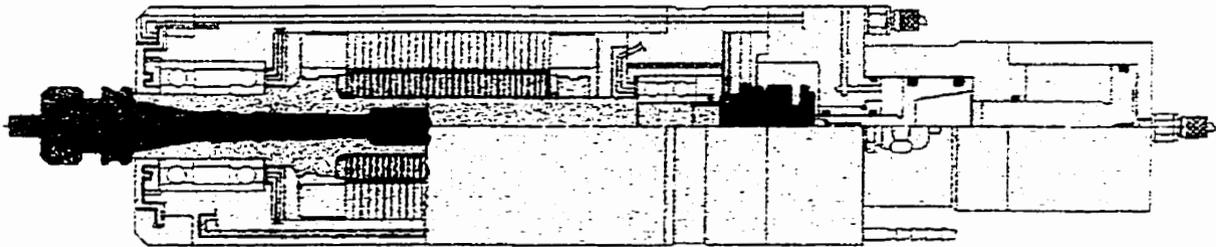


Figure 6.2 Motobroche (ref. IBAG)

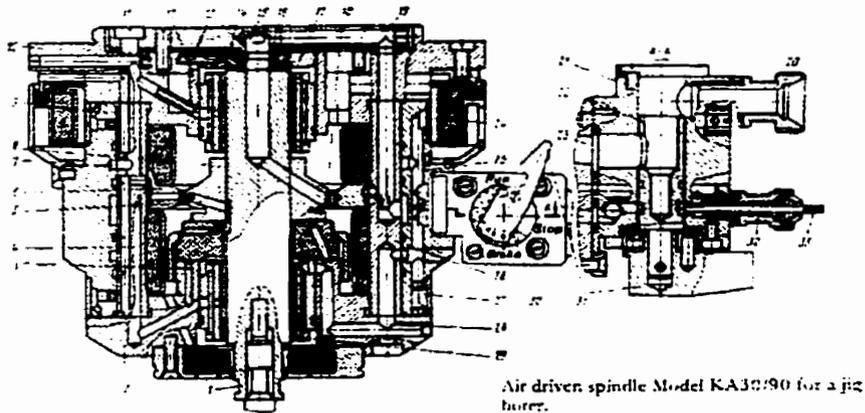


Figure 6.3 Broche avec turbine pneumatique

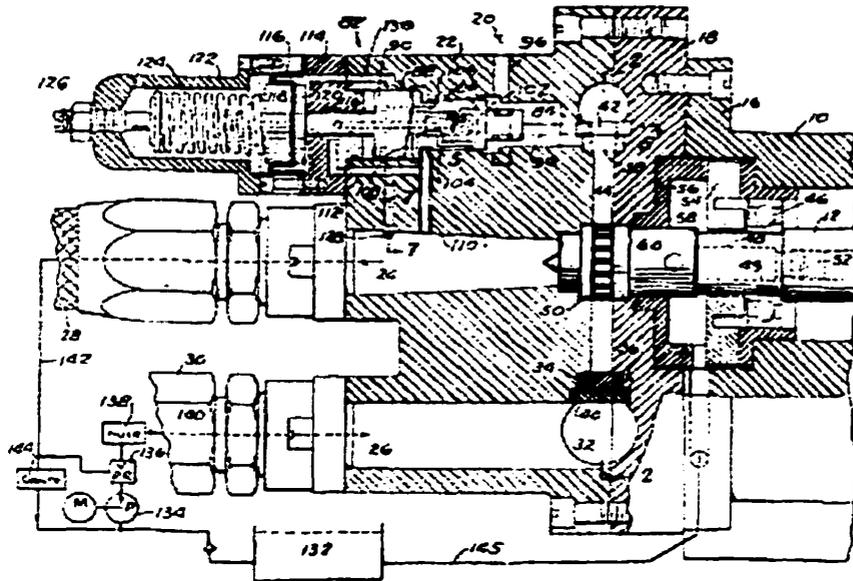


Figure 6.4 Turbine hydraulique Francis pour entraînement de broche.

Le montage utilisant une motobroche permet l'obtention de hautes vitesses de rotation avec des couples qui dépendent de la grosseur du moteur et du type d'aimants utilisés. De plus, il est très facile d'en faire l'asservissement en vitesse ou de choisir un moteur dont la vitesse varie faiblement avec une variation de couple sur l'arbre du moteur, ce qui permet un fonctionnement en boucle ouverte. Les motobroches comportent cependant plusieurs désavantages. La présence du moteur entre les paliers, comme pour le cas des paliers magnétiques, nous empêche souvent de conférer à la broche une dimension optimale. Par contre, on a vu que dans notre cas, augmenter la distance entre les roulements au-delà de l'optimum statique ou dynamique n'était pas idéal au point de vue de l'encombrement mais ne dégradait pas de façon importante les performances. Un autre désavantage est que la masse ajoutée sur la broche conduit à une baisse de ses fréquences propres. De plus, la masse qu'on ajoute sur la broche (en général des aimants), débalance de façon appréciable l'ensemble qui peut ensuite être beaucoup plus difficile à équilibrer dynamiquement. De plus, la broche est le siège de vibrations de nature électromagnétique qui s'ajoutent aux vibrations d'origine mécanique. Mais le principal désavantage est sans conteste la très grande production de chaleur qui s'ajoute à celle des roulements et qu'il faut prendre soin de retirer avec un système quelconque (passage d'air ou d'eau) comme le fait la compagnie IBAG (Figure 6.2) pour éviter une trop grande réduction de la vitesse maximale permise. C'est pourquoi nous n'avons pas

retenu cette solution du fait de sa complexité (demande un bobinage spécial) de réalisation, de son coût et de son encombrement.

Nous avons choisi de réaliser un moteur pneumatique intégré à la broche. Cette solution nous semblait plus simple qu'un moteur hydraulique. Ce type d'entraînement nécessite un groupe hydraulique. Nous aurions cependant pu utiliser la pompe de fluide de coupe présente sur toutes les machines-outils. Cependant, l'air comprimé est disponible dans presque tous les ateliers utilisant des machines-outils et les puissances requises étaient largement à l'intérieur de ce que peut fournir un simple outil pneumatique couramment utilisé en atelier. Cette solution nous a semblé aussi beaucoup plus simple de réalisation qu'un moteur électrique. De plus, on élimine les problèmes de refroidissement des roulements, d'apport d'air à l'outil et de pression positive à l'intérieur du corps de broche. Par rapport à un moteur électrique, le ratio puissance/poids est plus élevé. Cela est important pour nous car nous cherchons à réduire l'encombrement. Un autre avantage est que ce moteur peut être complètement bloqué durant son fonctionnement. Il ne chauffera pas et ne s'endommagera pas. De plus, il demande moins d'entretien (cela dépend par contre du type choisi) qu'un moteur électrique ou hydraulique.

Par contre, le moteur pneumatique a ses caractéristiques propres dépendamment du type utilisé et demande un apport d'air qui peut être important. Son rendement (incluant le rendement du moteur du compresseur et les pertes dans les tuyaux) est faible, autour de 15 à 20 % selon la littérature [30]. Il faut donc faire un choix judicieux de sa morphologie car il peut ne pas convenir à toutes les applications. Il est à noter aussi que ce type de moteur est très bruyant et qu'il faut en général le munir d'un silencieux.

6.4.2 Type de moteur pneumatique

Pour faire le choix du type de moteur pneumatique, nous nous sommes basés sur le classement du PNEUMATIC HANDBOOK [31] qui résume les caractéristiques propres à chaque moteur pneumatique. Le tableau suivant est tiré de ce livre :

Type characteristics	radial piston	Displacement		gear	Dynamic turbine
					
Maximum working pressure, bar	100	8	8	100	8
Output range, kW	1.5 to 30	1 to 6	0.1 to 18	0.5 to 50	0.01 to 0.2
Maximum shaft speed, r/min	6000	6000	30 000	15 000	120 000
Specific air consumption, l/(kWh)	15 to 23	20 to 25	25 to 50	30 to 50	30 to 60
Maximum expansion ratio	2:1	1.5:1	1.8:1	1:1	-
Number of cylinders or working spaces per rev.	4 to 6	4	2 to 10	10 to 26	single-stage
Torque variation during one revolution as percentage of mean value	30 to 15	60 to 40	60 to 2	20 to 10	-
Seal	Piston/ring valve clearance Sump and/or air-borne	Piston/ring valve clearance Air-borne	Gap/positive	Gap/positive	Clearance
Lubrication			Air-borne	Air-borne	Only bearing lubrication
Maximum internal relative velocities, m/s	25	20	30	30	70

Tableau 6.1 Classement des types de moteur pneumatique

On voit qu'un seul des moteurs pneumatiques satisfait à notre application : la turbine dynamique. En fait, c'est une turbine sans contact (donc sans génération de chaleur par frottement) qui peut être de différentes formes. L'air arrive sur celle-ci soit purement axialement, radialement ou d'une façon combinée (axiale et radiale). L'application la plus connue est sans conteste la dentisterie. Les brevets américains #5575648, #3947965, #5807108 et #4744752 (ref [32] à [35]) que nous avons commandés traitent de ce type de turbine (jet purement radiale). Les vitesses couramment atteintes sont de l'ordre de 300 000 à 500 000 RPM.

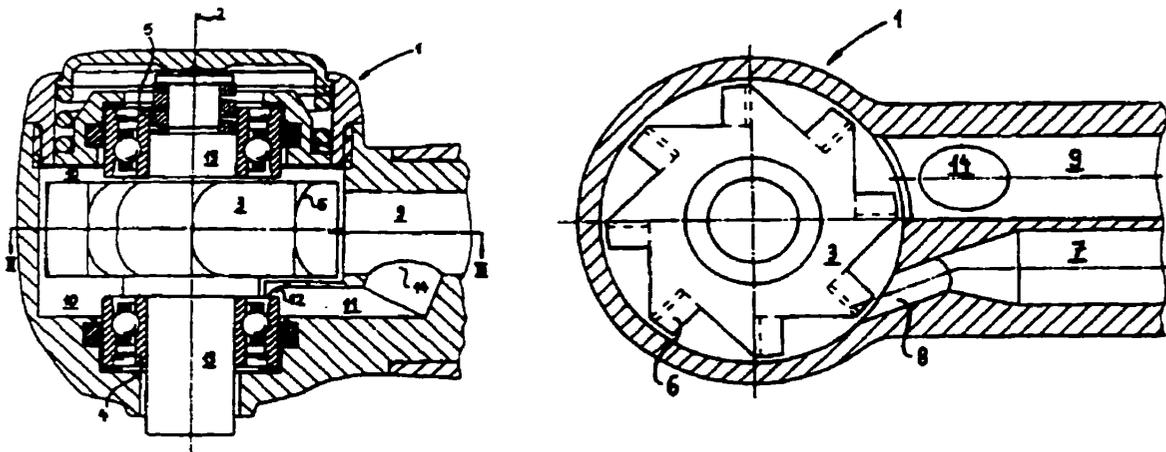


Figure 6.5 Brevet US # 5807108 Turbine à air pour outil de dentisterie

# Pièce	Description
1	Tête d'outil de dentisterie
2	Axe de rotation
3	Turbine ou rotor
4	Roulement à billes
5	Roulement à billes
6	Pâles de la turbine
7	Conduite d'arrivé de l'air
8	Buse (nozzle)
9	Conduite de retour de l'air
10	Chambre de la turbine
11	Conduite de connexion
12	Ouverture de la chambre vers la conduite de connexion
13	Arbre
14	Ouverture de la conduite de connexion vers la conduite de sortie

Tableau 6.2 Nomenclature du brevet US #587108

On les retrouve aussi dans l'utilisation d'outils manuels à air (brevet US#5314299, ref. [36]) et bien sûr dans les broches de machines-outils (brevet US#4566849 [37], #5020968 [38], #5820339 [39]).

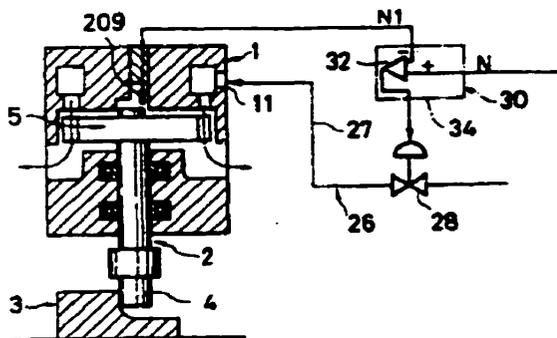


Figure 6.6 Brevet US #5020968 Système de contrôle de la vitesse d'une broche pneumatique de machine-outil.

# Pièce	Description
1	Corps de broche
2	Broche
3	Pièce
4	Outil
5	Turbine à air
11	Conduite d'arrivé de l'air
26	Conduite pneumatique
27	Tuyau
28	Valve
30	Système de contrôle
32	Comparateur
34	Gouverneur
209	Détecteur, sonde

Tableau 6.3 Nomenclature du brevet US # 5020968

La figure précédente illustre le brevet US#5020968 ref. [38] qui traite de l'asservissement électrique de la vitesse d'une broche de machine-outil entraînée par une turbine pneumatique. Cela prouve bien qu'en plus de pouvoir fournir la puissance nécessaire à l'outil de façon pneumatique avec une turbine, on peut en contrôler aussi la vitesse. D'autres auteurs [28] et brevet #5314299 [36] viennent nous confirmer la même chose en présentant des systèmes d'asservissement mécaniques de la vitesse. On reviendra sur ce point un peu plus loin.

6.4.3 Problématique de la conception du moteur

6.4.3.1 Problématique – Méthodologie

Les principales données de départ de la conception de la turbine sont : les conditions de coupe définies dans le cahier des charges (définissent couple et puissance en fonction de la vitesse de rotation), les pressions statiques d'alimentation industrielle en air comprimé (entre 80 et 110 psi habituellement) et la forme de la broche (espacement entre roulements et diamètre de l'arbre). De plus, nous savons qu'il faudra inclure un système d'asservissement et de mesure de la vitesse.

Par contre on ne connaît pas le débit d'air disponible car il dépend de la taille du compresseur (variable d'un atelier à l'autre), des conduites d'alimentation et de la forme de la turbine elle-

même. De plus, pour connaître la puissance que fournit une turbine pour une pression d'alimentation donnée, il faut en connaître la forme exacte et éventuellement en faire l'essai. Les approximations dans le domaine du compressible sont très difficiles à faire et d'autant plus difficiles que la forme est complexe. Essayer seulement d'estimer la vitesse du jet sortant d'une conduite de façon théorique seulement en connaissant la pression statique dans le tuyau s'avère très difficile. Des approximations sont possibles car certains auteurs nous fournissent des tables nous donnant le débit d'air à la sortie d'une soufflette en fonction de la pression statique mesurée au bout du tuyau et du diamètre de l'orifice de sortie [30]. Le problème est qu'il faut les vérifier expérimentalement ; elles ne nous apportent donc pas grand chose. Ceci nous donnerait la puissance maximale disponible de l'écoulement mais pas celle que fournit la turbine (si on n'a aucune idée de son rendement). En fait, connaître cette puissance maximale de l'écoulement au stade de conception nous serait utile seulement dans le cas où nous serions intéressés à connaître tous les rendements de toutes les turbines une fois testées. Ceci n'est pas le cas, on s'intéresse seulement au rendement de la turbine qu'on choisira éventuellement lorsqu'elle sera placée sur son montage final.

C'est pourquoi nous avons choisi de procéder par essais et erreurs pour le choix de la forme de la turbine. Ces tests n'ont donc pas de valeurs scientifiques, les formes des turbines essayées ayant été déduites intuitivement de formes existantes. De toute façon, ce qui compte, c'est d'obtenir finalement une turbine qui nous fournisse la puissance et le couple requis aux vitesses spécifiées avec une pression d'alimentation raisonnable nous laissant une certaine marge de manœuvre. Nous ne voulons pas faire une étude poussée sur les turbines pneumatiques, nous n'avons donc pas étudié toutes les possibilités. D'ailleurs, seulement l'analyse d'un type de turbine est un travail de maîtrise en soi. Nous avons essayé plusieurs formes de turbines de **dimensions comparables** (elles ont toutes les mêmes dimensions cylindriques externes : diamètre et hauteur) et nous les avons évaluées de façon **comparative**. En testant des turbines de dimensions externes identiques dans les mêmes conditions, nous pouvons alors trouver celle qui a un meilleur rendement même si nous ne connaissons pas la valeur de ce rendement mais seulement la puissance fournie par la turbine. Les résultats de ces tests et la façon dont la mesure a été faite sont expliqués un peu plus loin. Par contre, nous ne fournissons pas les plans détaillés des turbines donnant leur dimensions exactes. Ils n'ont pas

été réalisés car presque toutes les turbines ont été réalisées en ABS 400 par prototypage rapide sur la machine STRATASYS du département. Une fois le type de turbine choisie, nous en avons réalisé un prototype en aluminium pour minimiser les vibrations et nous l'avons caractérisé (couple et vitesse).

Dans ce qui suit, nous allons expliquer les critères qui ont influencé notre choix de turbine, les principes physiques sur lesquels nous nous sommes basés pour orienter nos tests (diamètre du jet d'air), le montage utilisé et la façon dont les tests ont été menés. Les résultats obtenus sont aussi expliqués un peu plus loin.

6.4.4 Critères de conception

6.4.4.1 Facilité de fabrication

Ce critère est le plus important. La turbine devra pouvoir être fabriquée facilement et de façon à limiter le plus possible les balourds dus au procédé de fabrication (asymétrie créée à cause de la précision du procédé utilisé).

6.4.4.2 Position sur la broche

La turbine sera placée de préférence entre les roulements. Sa largeur devra être environ 5 fois plus petite que la distance entre paliers, donc environ 8 mm. Nous avons estimé cette distance à partir de dessin de turbines existantes en considérant le fait qu'il y aura une arrivée et une sortie d'air entre les roulements. Pour ce qui est du diamètre, il devra être inférieur ou égal à 26 mm, soit le diamètre extérieur des roulements additionné de 2 mm de chaque côté ($22 + 4 \text{ mm} = 26 \text{ mm}$). 26 mm est le diamètre minimal requis pour placer le roulement arrière dans une bague de précharge (épaisseur de la paroi de 2 mm) pour précharge élastique. Nous reviendrons sur ce point dans la section précharge des roulements. La position centrale de la turbine permet un évacuation de chaleur plus uniforme des deux roulements et évite de placer une masse en porte-à-faux qui diminuerait les fréquences propres de la broche. Elle limite aussi l'encombrement (arrivée d'air) à l'extérieur des roulements.

6.4.4.3 Puissance / couple fourni / vitesse limite

Bien entendu, la turbine choisie devra fournir la puissance définie par les conditions de design qui sont déjà assujetties à un facteur qui permet une certaine marge de manœuvre. La vitesse maximale désirée est de 90 000 RPM, soit la vitesse maximale permise par les roulements lubrifiés à la graisse.

6.4.4.4 Silencieux

Les moteurs pneumatiques sont en général très bruyants. Nous avons donc préféré les turbines qui produisaient moins de bruit et qui offraient la possibilité de les munir d'un silencieux éventuellement.

6.4.4.5 Encombrement / poids

Les turbines limitant l'encombrement, surtout au niveau de l'arrivée d'air et qui ont un poids minimal correspondent à de meilleures solutions.

6.4.4.6 Diamètre du jet d'air

Certains principes physiques de base ont orienté notre conception. Ils nous ont permis de limiter le nombre de tests à effectuer ou de mieux cibler les tests à réaliser. Le principal principe de base est la section de l'orifice de sortie, celui qui distribue l'air à la turbine. Dans le cas où la turbine aurait plusieurs jets (pour répartir les forces qui agissent sur la turbine) ou que le jet n'est pas circulaire, on parle alors plutôt de section équivalente de sortie. Elle correspond à l'addition des sections de tous les jets de sortie. On utilise aussi le diamètre équivalent de sortie. Il correspond à un jet circulaire dont la section est égale à la section équivalente de sortie. En utilisant le diamètre équivalent de sortie, il est plus facile d'avoir une idée rapide de la dimension du jet. Ce paramètre est aussi important (sinon plus) que la forme de la turbine elle-même. En fait, dans certains cas, nous avons remarqué que le simple fait de changer le diamètre équivalent de sortie de 6 à 5 mm, doublait les performances de la turbine.

Il est facile d'analyser théoriquement ce phénomène. Ce fait s'explique facilement par le schéma suivant :

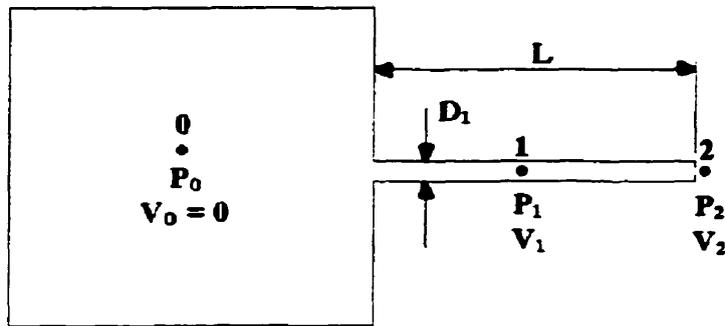


Figure 6.7 Représentation simple du réseau pneumatique

Dans le but de simplifier le traitement, on supposera que la vitesse du jet à la sortie est uniforme. Ici, nous avons choisi, pour simplifier le traitement, de faire la démonstration théorique en supposant que le fluide est incompressible. Bien entendu, nous savons que dans le cas d'un écoulement compressible (ce qui est notre cas), il y a une pression appelée « pression critique » dans le réservoir (écoulement critique) pour laquelle le débit sera maximal à la sortie (2). Le dépassement de la pression critique dans le réservoir n'aurait aucun effet sur le débit qui aurait atteint sa valeur maximale. Nous avons pris soin de vérifier avec un tube de Pitot que nous n'étions pas dans ces conditions pour la plage de pressions utilisées et que nous observions toujours une augmentation de la vitesse à la sortie avec l'augmentation de la pression dans le réservoir. La pression dans le réservoir est stable. Le réservoir représente en fait un régulateur de pression. Il faut cependant noter que le régulateur présente une perte de charge directement à la sortie de celui-ci entre la lecture de pression proprement dite et le branchement du tuyau. Le tuyau entre le réservoir et l'orifice représente les pertes de charge présentes à la suite du régulateur de pression inhérente à tout système pneumatique (tuyau, raccordement, changement de section, etc.). L'orifice représente tout simplement un changement de section dont la perte de charge P_{orifice} [N/m²] peut être approximée par :

$$P_{\text{orifice}} = K_L \frac{1}{2} \rho V_2^2$$

où :

K_L = facteur de perte de charge à l'orifice qui dépend du changement de section [40]

Dans notre cas $K_L = 1$ car le jet se décharge à l'air libre.

ρ = densité du fluide [Kg/m³]

V_2 = vitesse à l'orifice (au point #2) [m/s]

la perte de pression [N/m²] dans le tuyau est :

$$P_{\text{tuyau}} = \frac{f \cdot L}{D_1} \cdot \frac{1}{2} \rho V_1^2$$

où :

V_1 = vitesse dans le tuyau [m/s] (cette vitesse est considérée constante)

D_1 = diamètre du tuyau [m]

f = facteur de perte de charge qui dépend du type de tuyau

De plus, la loi de la conservation de la masse nous donne, pour un fluide incompressible :

$$V_1 = V_2 \frac{A_2}{A_1}$$

On peut en tirer la vitesse à la sortie de l'orifice, en appliquant la loi de **Bernoulli** entre les points 0 et 2 :

$$V_2 = \sqrt{\frac{P_0 - P_2}{\frac{1}{2} \rho \left[1 + \frac{fL}{D_1} \cdot \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^2 + K_L \right]}}$$

où

P_0 = pression statique au point 0 [Pa]

P_2 = pression statique au point 2 [Pa]

Notez que la puissance, si la vitesse est considérée comme constante sur tout le profil du jet est [en W]:

$$P = \frac{1}{2} \rho (V_2)^3 S$$

où S correspond à la section équivalente du jet [m^2]

Elle est obtenue en multipliant la pression dynamique par la section (S) et par la vitesse (V) du jet. C'est la même formule qu'utilise les concepteurs d'éoliennes.

applications numériques :

Si on donne des valeurs aux paramètres présentés et qu'on fait seulement varier le paramètre D_2 , on obtient (attention, on ne s'intéresse qu'à l'allure de la courbe et non à la magnitude du résultat):

$$P_0 = 40 \text{ psi} = 275.65 \text{ KPa}$$

$$P_2 = 0 \text{ psi} = 101.3 \text{ KPa}$$

$$\rho = 1.23 \text{ Kg/m}^3$$

$$f = 0.015 \text{ (tuyau lisse)}$$

$$L = 1 \text{ m}$$

$$D_1 = 0.00635 \text{ m}$$

Nous appellerons ces données : "**données initiales**".

Sur le graphique suivant (ref. Tableau L.1, annexe L), on montre l'influence d'une augmentation de la pression dans le réservoir et l'augmentation du facteur de perte de charge en amont de l'orifice par rapport à ces données initiales.

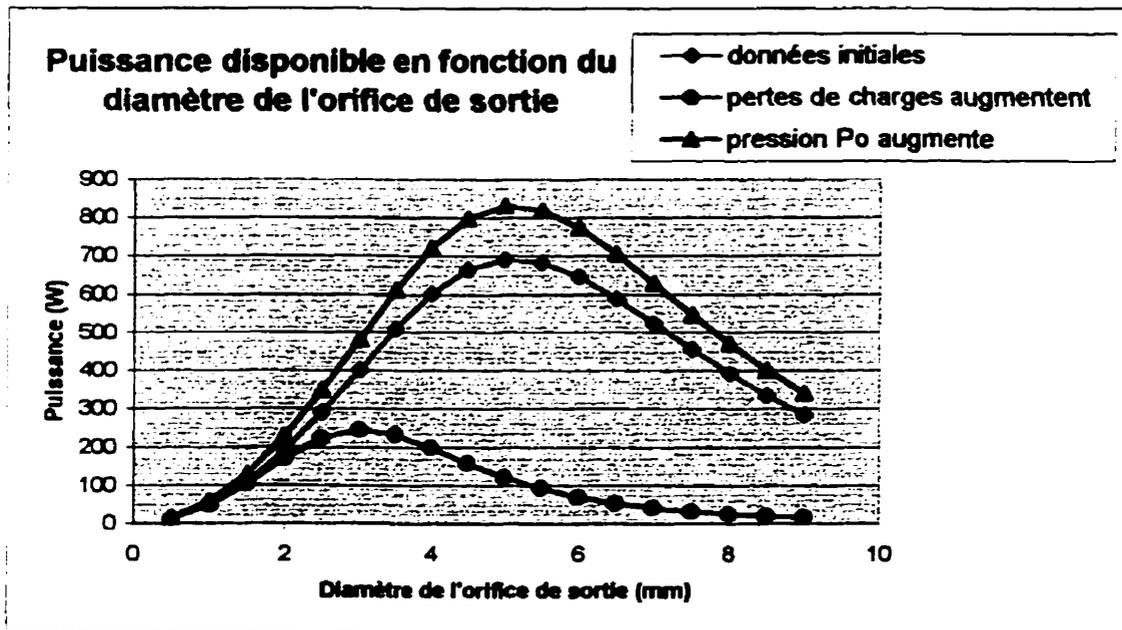


Figure 6.8 Puissance disponible en fonction du diamètre du jet de sortie

On peut clairement voir la présence d'un optimum pour le diamètre de l'orifice de sortie. Pour les données initiales choisies, il est d'environ 5.5 mm. De plus l'optimum n'est pas affecté par la pression d'alimentation du réservoir. Par exemple, si on augmente la pression en amont durant la coupe (« pression P_0 augmente ») à cause de l'effort requis, la valeur du diamètre optimum de sortie ne change pas. Ceci pourrait légèrement être différent pour un fluide compressible mais nos tests nous ont confirmé que la pression en amont ne changeait pas de façon significative la valeur du diamètre optimum. De plus, on voit qu'une augmentation des pertes de charges (« pertes de charges augmentent ») en amont de l'orifice abaisse la valeur du diamètre optimum et pénalise la puissance disponible (cela est bien logique !). L'augmentation des pertes de charges pourrait être, par exemple, une variation dans l'installation utilisée (la longueur des tuyaux pourrait varier d'un atelier à l'autre). En s'éloignant du diamètre optimum, on pénalise fortement les performances possibles de la turbine. Une attention particulière a donc été apportée à l'étude de ce paramètre. Durant les tests, nous avons utilisé le même diamètre d'orifice pour toutes les turbines et une fois la turbine choisie, nous avons cherché cet optimum.

6.4.5 Montage utilisé pour les tests

Le but du montage utilisé pour les tests effectués sur les turbines était de mesurer le couple fourni pour toute la gamme de vitesse que peut atteindre une turbine donnée. Ceci nous permet ensuite de pouvoir tracer des courbes relatant couple vs vitesse ou puissance vs vitesse de la turbine testée. On peut ensuite les comparer avec les points qu'on veut atteindre en conditions de coupe. Pour ce faire, il faut pouvoir appliquer, mesurer et faire varier un couple que reçoit un arbre monté sur roulement et sur lequel est placée la turbine. La mesure de la vitesse doit se faire simultanément à la mesure du couple qui doivent bien sûr être stables durant la mesure.

Les montages similaires qui existent placent le boîtier qui tient la bague extérieure des roulements de l'arbre sur un pivot pour la mesure du couple reprise par le boîtier. On peut ainsi lire la combinaison du couple disponible sur l'arbre et du couple résistif des roulements, donc le couple total fourni par la turbine. Le problème est que l'arrivée d'air (qui se fait à l'aide du tuyau en plastique assez rigide) nous empêchait de faire une lecture précise des faibles couples en jeu puisqu'elle était fixée sur le boîtier. Il aurait fallu soit placer les roulements sur des paliers aérostatiques pour faire une lecture directe du couple disponible à la turbine sans effet des paliers ou soit trouver une façon de distribuer l'air au boîtier sans lui transmettre aucun couple.

Nous avons choisi une autre alternative. Nous avons placé l'arbre tenant la turbine sur des roulements à gorges profondes de dimensions similaires à ceux utilisés pour la broche finale (les roulements à gorges profondes étaient beaucoup moins dispendieux que des roulements à contacts obliques). De plus, nous les avons montés en éliminant leur jeu de fonctionnement donc, légèrement préchargés pour simuler les mêmes conditions dans lesquelles la construction finale sera placée. Nous avons ensuite mesuré le couple disponible à l'arbre monté de cette façon (nous expliquons comment un peu plus loin). Cette lecture incluait donc le couple de la turbine moins le couple résistif des roulements puisque nous faisons la lecture sur l'arbre et non sur le boîtier. Le montage et le démontage des différentes turbines se faisait sans démontage des roulements. Un rodage préalable des roulements a aussi été effectué pour distribution de la graisse servant de lubrifiant pour les roulements.

Nous obtenons ainsi une lecture qui ne nous renseigne pas sur le couple résistant des roulements, donc sur la puissance totale fournie par la turbine. En fait, la lecture que nous obtenons alors exclut la consommation des roulements. Nous n'obtenons alors que la puissance disponible à l'arbre. Mais en plaçant ainsi l'arbre de la turbine dans des conditions similaires à celles du montage final de la broche, et en prenant bien soin de se donner une marge de manœuvre par rapport à la puissance que doit fournir la turbine, on réduit de beaucoup la marge d'erreur possible. Le schéma suivant illustre le montage utilisé :

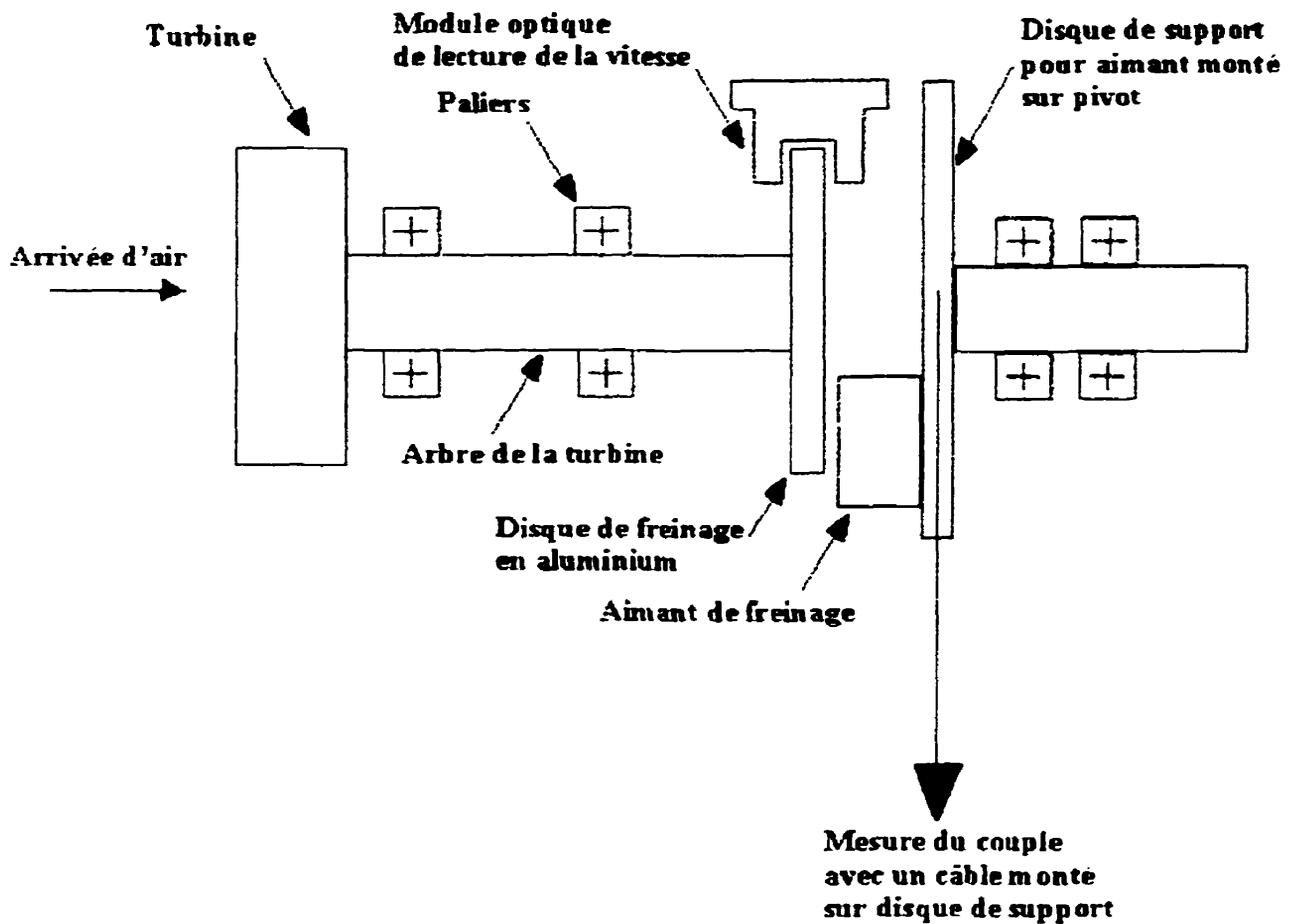


Figure 6.9 Schéma du montage de mesure du couple des turbines

La lecture de la vitesse a été faite à l'aide d'un système optique. Un disque de freinage en aluminium fixé sur l'arbre comportait 4 trous. D'un côté du disque, on place vis-à-vis des trous un transistor qui émet de la lumière et de l'autre côté, une diode qui la reçoit. En fait les

deux sont dans la même pièce de plastique avec rainure dans laquelle passe le disque (sur le schéma représenté par « module optique de mesure de la vitesse »). Le disque avec trous qui tourne coupe cette lumière qui induit une fréquence qu'on lit pour en déduire la vitesse.

On se sert aussi du même disque pour appliquer un couple à l'arbre (disque de freinage en aluminium). Un aimant fixé sur un disque de support qui est monté sur roulements est déplacé plus ou moins près du disque pour créer des courants de Foucault qui freinent le disque. Un jet d'air (non représenté) placé perpendiculairement à l'axe de l'arbre vient refroidir le disque. Le couple repris par le disque de support tenant l'aimant qui est coaxial à l'arbre est mesuré avec des jauges de déformation qu'on place sur une lame reliée au disque de support via un fil. Le voltage des jauges est amplifié par un amplificateur opérationnel. Après calibration, on peut lire un certain voltage correspondant à une certaine force. La relation est très linéaire.

Les tests pour le choix de la forme de la turbine ont été effectués avec une lecture au régulateur (régulateur avec adaptateur de $\frac{1}{4}$ po.) qu'on ajustait à 40 psi. La perte de charge dans les turbines était donc toujours la même entre deux turbines différentes dont on faisait la comparaison. Nous avons choisi une pression de 40 psi afin de trouver une turbine qui peut déjà à cette pression, fournir la puissance nécessaire pour la coupe. De plus, des essais préliminaires que nous avons faits ont démontré que les turbines qui donnent les meilleurs résultats à 40 psi donnent aussi les meilleurs résultats à 80 psi, 100 psi, etc. Il était aussi plus sécuritaire de procéder ainsi dû aux vitesses élevées. Nous avons essayé une multitude de formes de turbines et de couverts d'alimentation. Nous n'allons pas en faire la description. Leurs noms et représentations sont disponibles en annexe L. Voici seulement quelques exemples :

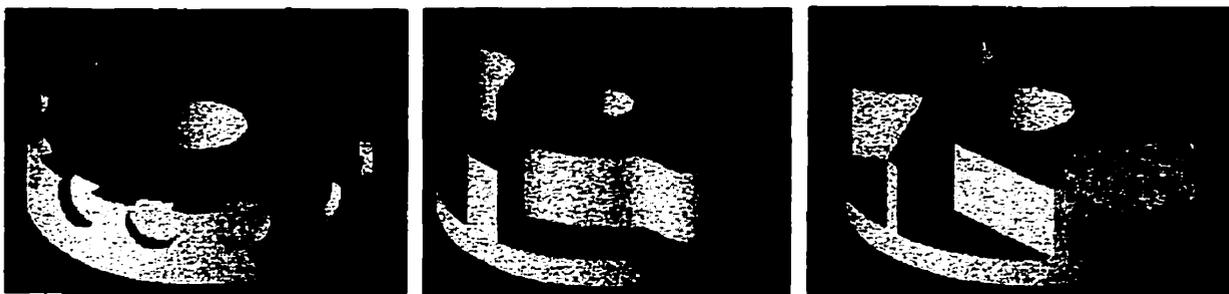


Figure 6.10 Quelques exemples de formes de turbines testées

Les dimensions de la section active des turbines étaient toute de 30 mm de diamètre et de 7.5 mm de hauteur pour celles en ABS. Pour celles en aluminium, les dimensions étaient de $D = 22 \text{ mm} \times 7.5 \text{ mm}$. La grosseur des jets d'alimentation était aussi la même pour une comparaison entre deux turbines différentes. La grosseur des tuyaux utilisés était de 3/8 po. interne.

Notez que la répétitivité des tests entre deux mesures dans les mêmes conditions a été mesurée à $\pm 0.001 \text{ N}\cdot\text{m}$.

6.4.6 Résultats de différents types de turbine et couverts analysés

Vous trouverez en annexe L, les résultats en vrac des tests que nous avons faits. Nous n'expliquerons pas chaque résultat obtenu (graphiques) et chaque turbine testée. Les images correspondant aux turbines et aux couverts d'alimentation en air sont fournies aussi à l'annexe L. Nous allons plutôt expliquer plus en détail dans la prochaine section, les résultats obtenus pour la turbine choisie. Nous allons aussi expliquer, quelles sont ses caractéristiques et les raisons qui nous ont fait choisir cette turbine plutôt qu'une autre. Mais d'abord, nous ferons un tour d'horizon très rapide des résultats obtenus.

- Nous avons remarqué que le nombre de pales que possède une turbine n'est pas nécessairement un gage d'efficacité. Par exemple, dans le cas d'une turbine de type PELTON (turbine dont le jet d'air arrive purement radialement à celle-ci) dans un environnement ouvert (la turbine n'est pas enfermée dans un couvert), un nombre de pales trop élevé peut nuire à l'efficacité de la turbine, empêchant le jet d'air d'attaquer la pale efficacement sur toute sa section. Dans le cas des turbines recevant un jet d'air axial, l'augmentation du nombre de pales avait pour effet d'augmenter les performances de la turbine.
- Les turbines de type PELTON utilisant des pales recourbées sont plus efficaces que celles qui ont des pales droites. L'efficacité est d'autant plus élevée que la combinaison entre la grosseur du jet et la courbure est bien choisie.

- On pourrait penser qu'une turbine ayant un plus grand nombre de jets d'air est mieux équilibrée et donc a une efficacité plus élevée. En fait, l'équilibrage est meilleur car les forces sont mieux réparties tout autour de celle-ci qu'une turbine n'utilisant qu'un seul jet d'air mais, au niveau de l'efficacité, un seul jet comporte moins de perte de charge car moins de surface de frottement et donc un meilleur rendement. La différence est en fait très faible mais on se rend compte que la puissance est presque seulement dépendante de la section du jet et non du nombre de jets qui est négligeable. On optera donc de préférence pour un nombre le plus réduit de jets d'air possible si on veut maximiser la puissance fournie.
- Les turbines de type axiale (jet qui traverse la turbine axialement) sont en général beaucoup moins bruyantes que celles de type PELTON.
- L'angle d'attaque du jet sur les turbines axiales est très important et doit être marié correctement avec le dessin de la turbine. Les turbines axiales que nous avons utilisées (elles ont des pales identiques, seuls leur nombre et le diamètre de la turbine varient) donnent un rendement optimum lorsque l'angle d'attaque est de 30^0 par rapport à un plan perpendiculaire à l'axe de l'arbre sur lequel elles sont fixées, angle d'attaque pour lequel elles ont été conçues.

6.4.7 Résultats finaux – turbine choisie

La turbine choisie (Figure 6.11) est une turbine axiale comportant 10 pales alimentées par 3 jets à 30^0 par rapport à un plan perpendiculaire à l'axe de l'arbre sur lequel elle est fixée. Le diamètre équivalent optimum trouvé de la section d'alimentation des 3 jets d'air est de 6 mm. Notez que le diamètre de la turbine en aluminium qui a été réalisée pour les tests est de 22 mm. Son épaisseur active est de 7.5 mm.

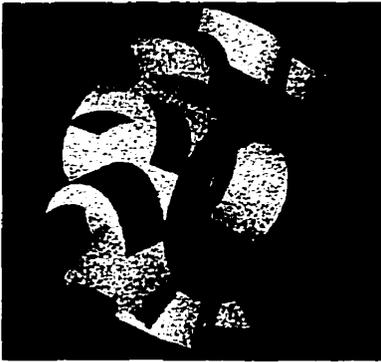


Figure 6.11 Turbine en aluminium choisie – turbine AXIALE101522

Notez que plus on place les jets éloignés du centre de la turbine (axe de rotation), plus le couple fourni est élevé mais plus la vitesse maximale diminue. La vitesse maximale n'a pas été mise en graphique exactement mais une lecture à 250 000 RPM a été relevée pour la turbine de 22 mm de diamètre avec un section d'alimentation ayant un diamètre équivalent de jet de 5.0 mm (non optimum) avec une lecture de pression statique de 60 psi au régulateur. Le diamètre de la turbine qui entre dans la construction de la broche a un diamètre de 25.75 mm, soit un rayon de 1.875 mm plus élevé que le rayon de 11 mm de la turbine testée. On peut donc s'attendre à ce que la turbine finale de la broche fournisse 17 % plus de couple à la broche que la turbine de 22 mm. On a dimensionné la turbine ainsi puisqu'on avait la possibilité d'augmenter le diamètre au maximum à 26 mm et que la vitesse de rotation maximale atteinte par la turbine de 22 mm de diamètre était amplement suffisante.

Durant tous les tests, la lecture maximale de pression statique au régulateur a été de 60 psi. Notez qu'à 40 psi, la turbine ainsi que le diamètre de jet choisis ($D_{\text{turbine}} = 22 \text{ mm}$, $D_{\text{équivalent jet}} = 6 \text{ mm}$) fournissent amplement la puissance nécessaire à l'ébauche. Nous n'avons pas testé cette combinaison ($D_{\text{turbine}} = 22 \text{ mm}$, $D_{\text{équivalent jet}} = 6 \text{ mm}$) à 60 psi car un bris est survenu dans le montage avant que nous puissions faire la mesure, dû à l'apparition de températures très élevées. Nous avons donc arrêté nos tests car les résultats obtenus étaient suffisants. Nous avons seulement pu tester à 60 psi la turbine choisie avec une alimentation ayant un diamètre équivalent de jet de 5.0 mm. Elle a fourni à 50 000 RPM, environ 230 W, soit 1.4 fois la puissance de design nécessaire. Sa puissance maximale relevée est d'environ 290 W à 95 000

RPM. On pourrait donc s'attendre à encore mieux avec une alimentation ayant un diamètre équivalent de jet de 6.0 mm.

Notre choix s'est arrêté sur la turbine axiale à 10 pales tout simplement parce qu'elle offre les meilleures performances parmi toutes les turbines testées. Les graphiques qui suivent (Figure 6.12 et Figure 6.13) représentent les performances de la turbine choisie ($D_{\text{turbine}} = 22 \text{ mm}$) avec la section d'alimentation correspond à un diamètre équivalent de jet de 5mm (non optimum) à 40 et 60 psi au régulateur.

Voici une courte description des termes utilisés (appellation que nous nous sommes fixées) sur les graphiques suivant :

- **AXITOP603X289A** : Couvert d'alimentation en air servant à retenir la pastille qui fixe la dimension de jet équivalent (conçue pour une pastille SPACER603X289A)
- **SPACER603X289A** : Pastille qui fixe la dimension de jet équivalent. Sur cette pastille, on a 3 jet à 60° par rapport à un plan perpendiculaire à l'axe de rotation de la turbine et ayant un diamètre de 2.89 mm chacun, ce qui équivaut à un diamètre équivalent de 5 mm pour la section totale.
- **AXIALE101522** : Turbine en aluminium choisie de 22 mm de diamètre et de 7.5 mm de largeur allant sur un arbre de 10 mm.

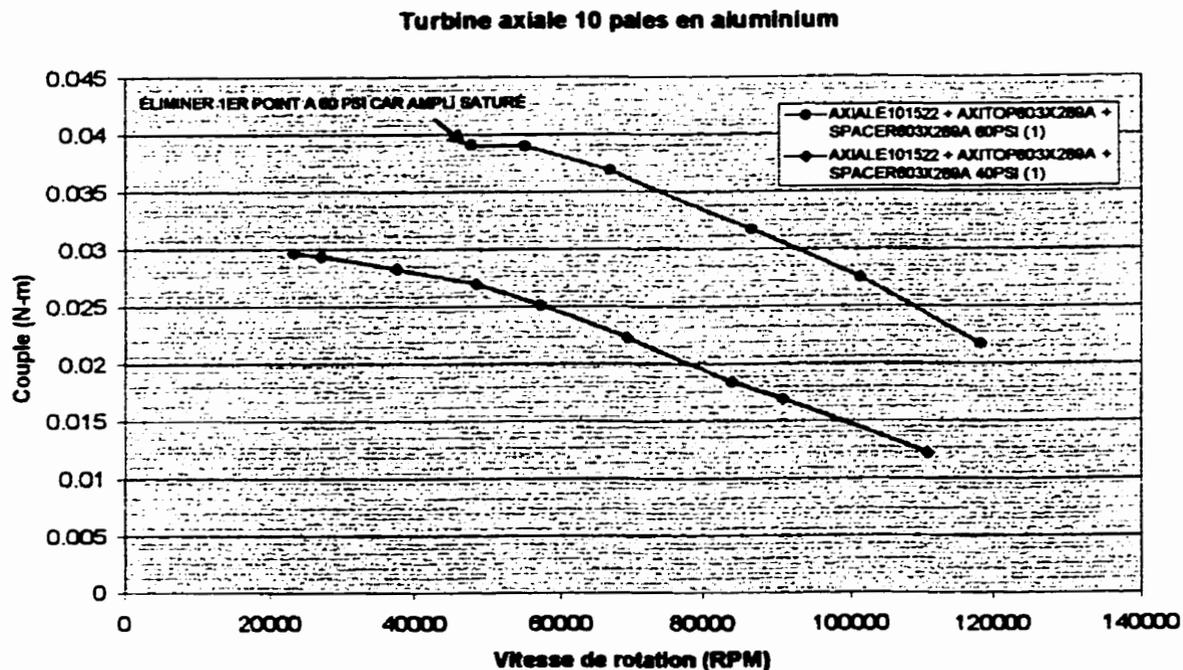


Figure 6.12 Couple fourni par la turbine en aluminium choisie

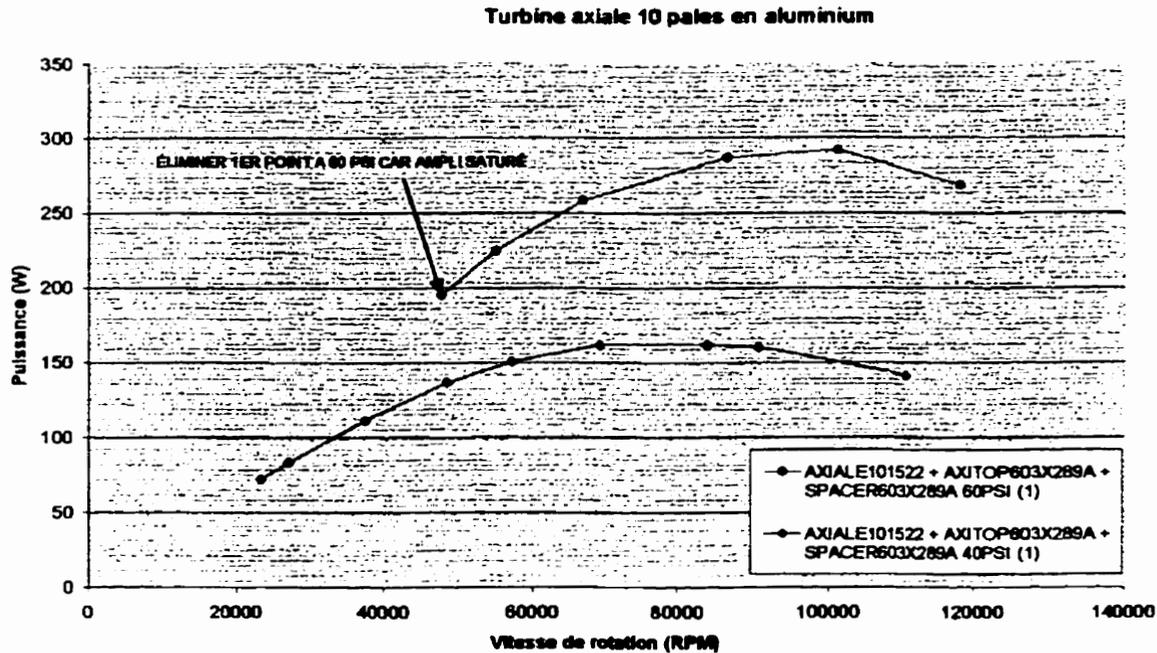


Figure 6.13 Puissance fournie par la turbine en aluminium choisie

Puisque les tests faits avec une section d'alimentation correspondent à un diamètre équivalent de jet de 6 mm n'ont pu être terminés à cause d'un bris, ils n'ont pas été représentés ici. De plus, notre choix s'est arrêté sur cette turbine car c'est de loin la plus silencieuse et elle est simple à fabriquer (nous en parlons justement dans la prochaine section). Aussi, nous pouvons facilement la placer entre les roulements de la broche sans encombrer celle-ci et permettre un refroidissement des deux roulements. On peut en même temps se servir de cet air pour chasser les copeaux et aussi garder une pression positive à l'intérieur de la broche. Le fait que l'air la traverse axialement diminue beaucoup diamétralement la taille de la pièce qui fait la distribution de l'air.

Une vue 3D et 2D en coupe du design final est montrée ici où l'on voit la turbine (#10) choisie modifié pour la broche (description plus détaillée des pièces en annexe M) :

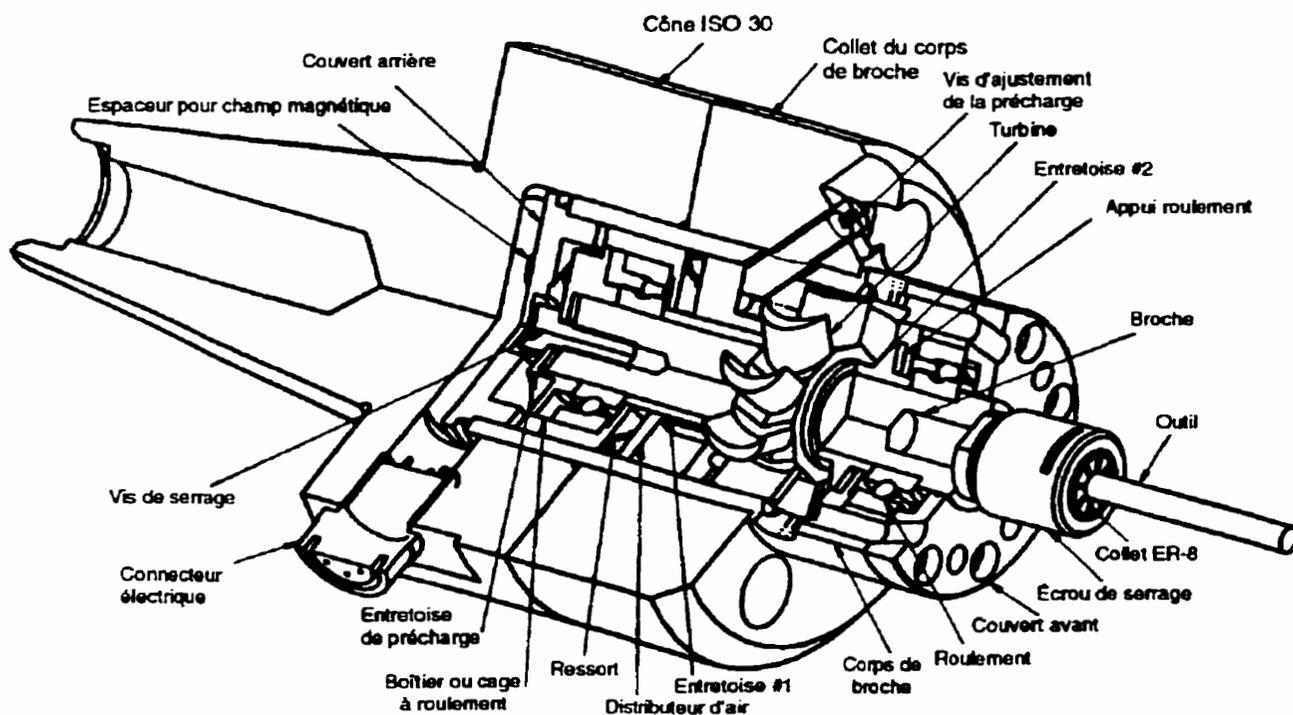


Figure 6.14 Coupe 3D du design de la broche finale

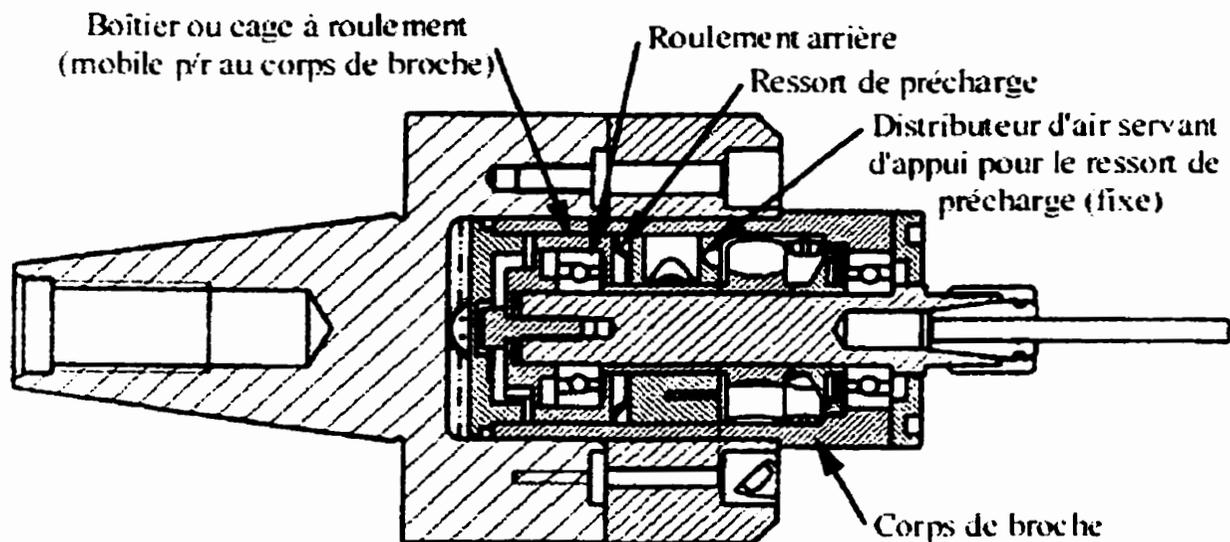


Figure 6.15 Coupe 2D du design de la broche finale

Le dessin de la turbine ainsi que son programme de fabrication sont fournis en annexe M. L'air est amené radialement à la turbine par un distributeur d'air comportant 5 jets d'air de 2.683 mm de diamètre à 30° par rapport à un plan perpendiculaire à l'axe de la broche pour une section d'alimentation de diamètre équivalent de 6 mm. Nous utilisons le plus grand nombre de jets possible pour mieux répartir les forces exercées sur la turbine. L'air passe à travers la turbine pour ensuite soit sortir radialement sur les côtés, soit emprunter les conduites qui longent axialement le roulement avant (en le refroidissant) pour ensuite sortir à l'extérieur et chasser les copeaux par le fait même car l'air est dirigé vers l'outil. On offre ainsi la possibilité à l'utilisateur de bloquer les trous radiaux pour augmenter l'air chassant les copeaux et en même temps de diminuer le bruit. L'utilisateur peut aussi, changer le couvert avant pour bloquer les trous avants et ainsi forcer le passage de l'air entièrement radialement, ceci pour éviter que l'air nuise par exemple au travail du fluide de coupe. Notez cependant que les performances sont d'autant meilleure que la section de sortie est grande.

6.4.8 Turbine axiale – fabrication

Vous trouverez en annexe M, le dessin de la turbine ainsi que son programme en code G servant à l'usinage d'une ailette. La turbine comporte 10 pales pour en simplifier la fabrication. Un nombre de pales supérieur aurait été préférable mais l'usinage de la turbine est entièrement réalisé sur une fraiseuse 3 axes avec une table rotative indexée manuellement. L'outil doit passer entre deux pales durant l'usinage, c'est pourquoi nous avons réduit le nombre de pales à 10 pour permettre le passage de l'outil.

6.5 Asservissement

L'utilisation de la broche entraînée par un moteur pneumatique était conditionnelle à la possibilité de faire le contrôle en vitesse de ce type d'entraînement. La lecture des brevets US#4744752 [33], US#5020968 [38], #5314299 [36] et de l'article [Shapiro] a confirmé qu'il était possible de faire le contrôle en vitesse d'une broche de machine-outil. Nous avons principalement utilisé les informations du brevet US # 5020968 [38] qui traite directement de l'asservissement électrique d'une broche de machine-outil entraînée par une turbine à air. Nous avons choisi un système d'asservissement électrique car il nous apparaissait plus simple et moins long à développer. Nous nous sommes servis du même montage qui nous a servi à faire l'étude du rendement des turbines pour faire un test préliminaire de l'asservissement. Nous avons emprunté une valve pneumatique proportionnelle électrique de la compagnie FESTO que nous avons intégrée à notre montage et nous avons fait l'asservissement de la vitesse avec un simple contrôleur PID. Nous n'avons pas relevé exactement les temps de réponse en vitesse obtenus alors mais les résultats étaient plus que rassurants. Les temps de réponse seront donc à mesurer dans un travail ultérieur seulement pour le design final avec le relevé des performances finales de la broche. Les caractéristiques de la valve choisie sont exposées en annexe N. Le temps de réponse de l'ouverture de la valve est de 4.8 ms, ce qui est excellent. Notez que la valve est utilisée avec un régulateur filtre de grosseur 3/8 po. FESTO. Les raccords sont de type 1/4 po. et les tuyaux sont de 3/8 po. internes. La mesure de la vitesse sur le montage final se fera à l'aide d'une sonde à effet Hall (« hall effect »). Le principe est simple : on place un aimant derrière la sonde qui détecte tout changement

d'amplitude du champ magnétique qui la traverse (il faut quand même un minimum de changement et de champ). Dans notre cas, une pièce située en bout de broche (donc tournante) et face à la sonde possède des cannelures qui affectent le champ magnétique lorsqu'elles passent devant la sonde. Une fréquence est ainsi produite par la sonde et transformée en tension par un convertisseur fréquence/tension, nous donnant une possibilité de comparer ce signal à un signal d'entrée analogique. Nous avons préféré ce système de mesure magnétique à un système optique à cause de la contamination possible par de la graisse de roulement à l'intérieur du corps de broche où se fait la mesure. Le fonctionnement de la sonde magnétique, contrairement au système optique, n'est pas affecté par la contamination comme de la graisse.

6.6 Précharge des roulements

Nous avons choisi lors de l'étude statique, de faire la précharge des roulements de façon élastique. Cette solution est préférable parce qu'elle permet à la broche, des vitesses de rotation plus élevées. Dans ce type de montage, la valeur de la précharge ne change pas. La rigidité de l'ensemble est alors constante peu importe la température ou la vitesse de rotation de la broche. Les performances de celle-ci sont alors beaucoup plus prévisibles et stables.

Le schéma représentant le principe de la précharge élastique axiale a été présenté dans l'étude dynamique préliminaire qui référait à l'annexe F. Nous allons donc référer à la même annexe pour les explications ci-contre. Nous avons choisi pour réaliser la précharge, un montage très classique en machines-outils. Dans ce type de montage, le roulement du palier avant sert de butée axiale, et la précharge est donnée à la bague extérieure du roulement arrière par un ou des ressorts. Le ou les ressorts peuvent être appliqués directement sur la bague extérieure du roulement ou via un boîtier qui porte les roulements et qui peut coulisser dans le corps de broche tel que représenté à la Figure 6.15.

Lors de la mise en vitesse, la dilatation d'abord des corps roulants et ensuite de la broche est compensée par le coulisement du palier arrière ou du boîtier contenant le palier arrière. Le montage dans un boîtier est préférable pour plusieurs raisons. Il permet :

- d'augmenter la longueur de l'élément guidé évitant ainsi des problèmes de blocage (effet tiroir)
- d'éviter l'oxydation de contact, phénomène qui survient lors très petits déplacements entre deux pièces mécanique en acier (le boîtier peut recevoir un traitement de surface qui le protège contre l'oxydation)
- et surtout de répartir la force des points de contact entre le ou les ressorts et la bague extérieure du roulement, évitant les contraintes locales dans celui-ci.

Pour le ressort nous avons choisi une rondelle élastique (« wave spring washer ») de la compagnie Smalley (P/N SSB-0102). Vous trouverez en annexe N, les spécifications exactes de cette rondelle. L'utilisation de ce type de ressort est plus simple dans le cas de petites dimensions comme les nôtres que l'utilisation de ressorts linéaires tel qu'illustré sur la figure précédente car elle évite la construction d'une bague avec alésage pour disposer des ressorts, ce qui prend beaucoup d'espace. La rondelle prend moins de place. La compagnie qui nous la fournit suggère ce type d'application (broche haute vitesse, « high speed spindle ») pour l'utilisation de ses rondelles.

Sur la vue en coupe 2D du design final présentée précédemment (Figure 6.15 Coupe 2D du design de la broche finale) , vous pouvez y voir le boîtier dans lequel est inséré le roulement arrière ainsi que la rondelle élastique utilisée comme ressort pour la précharge.

La précharge est donnée par la compression de la rondelle. Bien entendu, il y a un compromis à faire entre la rigidité de la précharge et la dilatation thermique différentielle de la broche. La dilatation thermique dont on parle ici est une dilatation thermique différentielle parce qu'elle est causée par la différence entre la température de la broche et celle du corps de broche (la broche chauffe plus rapidement). Si la rondelle utilisée est trop rigide, la force de la précharge augmentera beaucoup avec la différence de température entre la broche et le corps de broche et

on perdra l'avantage de la précharge élastique. De plus, dans ce cas, le réglage dimensionnel de la compression du ressort est alors très délicat. Si la rondelle est trop souple, on perdra trop de rigidité et une instabilité de coupe axiale pourra s'installer (comme énoncé dans les hypothèses du modèle choisi lors de l'étude statique). Nous avons donc estimé que la différence de température entre la broche et le corps de broche ne dépasserait pas 30⁰ C. Pour cette augmentation de température, nous avons établi que la précharge ne devait pas augmenter de plus de 10 % de la valeur de la précharge initiale soit 10% de 16 N = 1.6 N. Nous avons donc choisi un ressort qui répondait à ce critère. Voici les brefs calculs que nous avons effectués :

- Dilatation thermique de l'acier au carbone = $10.8 \times 10^{-6} \text{ m/}^{\circ}\text{Cm}$ [41]
- Dilatation de la broche entre les roulements (40 mm) = $40 \cdot 30 \cdot 10.8 \times 10^{-6} = 0.01296 \text{ mm}$
- Rigidité axiale de la rondelle choisie = 111 N/mm
- Variation de la précharge = $\Delta F_A = 111 \cdot 0.01296 = 1.44 \text{ N}$ (< 1.6 N)

On peut ensuite faire le calcul de la rigidité axiale résultante (référence à l'annexe F) :

Rigidité axiale d'un roulement selon le catalogue FAG = $K_2 = 7 \cdot 10^6 \text{ N/m}$

Rigidité axiale de la rondelle choisie = $K_1 = 111 \text{ N/mm}$

Rigidité équivalente = $K_{\text{equ}} = K_2 + K_{\text{res}}$

$$K_{\text{equ}} = K_2 + \frac{K_1 K_2}{K_1 + K_2} = 7 \cdot 10^6 + \frac{1.11 \cdot 10^5 \cdot 7 \cdot 10^6}{1.11 \cdot 10^5 + 7 \cdot 10^6} = 7.11 \cdot 10^6 \text{ N/m}$$

Soit 13.7 fois plus élevée que la rigidité radiale au droit de l'outil de 5.19e5 N/m. On n'a donc pas trop à craindre à première vue, l'instabilité de coupe axiale. Cependant, après analyse en profondeur, nous avons réalisé que l'instabilité axiale était peut-être à craindre, sinon plus que l'instabilité radiale. Expliquons plus en détail ce point. Lors de l'étude de force sur le roulement dans l'annexe F, nous avons déterminé que si les forces maximales de coupe atteignaient plus que la valeur de la précharge, le roulement avant pouvait perdre toute précharge. Ceci pourrait entraîner des vibrations non-négligeables dépendamment de la valeur

des forces en jeu. La force totale radiale maximale trouvée en ébauche était de 79 N, correspondant à une force maximale axiale de 45.6 N. Ceci dépasse plus de deux fois, presque trois fois la valeur de la précharge axiale de 16 N.

Nous étions conscients de ce problème lors de la conception de la broche. Pour résoudre ce problème, il aurait fallu utiliser des roulements de 30 mm de diamètre qui eux ont une précharge de 53 N axiale ce qui est beaucoup trop gros pour notre application. N'oublions pas que le modèle que nous avons considéré dans l'annexe F pour l'estimation des forces axiales dans le calcul des forces sur les roulements est très simple. Ce modèle ne considère pas les forces de répulsion axiale et la rigidité du matériel lui-même dans le calcul des forces axiales sur l'outil. Notre modèle considérait seulement la force axiale comme une des composantes qui découle de la force tangentielle dans le plan de l'outil. Les forces axiales sont donc probablement beaucoup moins élevées car les forces de répulsion axiale se soustrairaient à cette composante, ce qui fait qu'on a considéré le pire des cas. De plus, nous ne connaissons pas les temps de réponse de la broche axialement puisque nous ne connaissons pas ses fréquences propres mais la première fréquence propre axiale sera certainement plus élevée que la première fréquence propre radiale puisque la rigidité est 13.7 fois plus élevée axialement.

Nous avons donc choisi de garder pour l'instant les conditions de coupe d'ébauche telles quelles. Nous nous en sommes servis pour guider notre conception mais rien ne nous empêche de réorganiser les paramètres de la coupe (par exemple augmenter la vitesse de rotation ou augmenter l'immersion radiale en diminuant l'immersion axiale pour un même MRR) pour abaisser la valeur des forces maximales qui s'appliquent sur l'outil en cas d'instabilité. De plus, nous avons conçu un système de précharge réglable (Figure 6.14, pièce #11) qui nous permet d'ajuster la valeur de la précharge durant l'utilisation de la machine à la valeur la plus faible possible dans des conditions de coupe données, augmentant la vitesse permise et la durée de vie du roulement. On peut donc augmenter ou diminuer la valeur de la précharge seulement en vissant ou dévissant une vis pression qui fait coulisser le distributeur d'air qui sert d'appui à la rondelle élastique. Ceci fait alors varier la valeur de la compression de la rondelle. On peut ainsi plus que doubler la valeur de la précharge. Mais nous n'irons pas jusque là, car cela n'est pas souhaitable pour le fonctionnement du roulement. Seulement de

légers ajustements seront faits. Nous ajusterons la valeur de départ de la précharge à 16 N, soit la valeur recommandée par le fabricant de roulement. On pourra réduire la valeur de la précharge (bien sûr avec pénalité au niveau de la rigidité) si la consommation de puissance des roulements est trop importante. Deux autres vis disposées radialement viennent bloquer le coulissement du distributeur d'air. Ce système nous permet surtout un réglage géométrique plus précis et plus simple de la valeur de la précharge lors du montage des roulements, évitant ainsi l'utilisation de cales d'épaisseur. On connaît le pas de la vis d'ajustement de la précharge et donc la variation de la précharge selon le nombre de tours vissés ou dévissés. Il sera aussi possible de changer de ressort pour augmenter la rigidité si on le désire mais ceci ne changera pas la valeur de la précharge.

Avant la conception du système d'ajustement de la précharge, nous nous sommes assurés qu'il n'y aurait pas de blocage (effet tiroir) du distributeur d'air lors du coulissement dans l'alésage. Un calcul faisant un estimé rapide de la largeur minimale de guidage est présenté en annexe H. Notez que des pièces d'essai, simulant avec les mêmes dimensions que ce type de montage ont été réalisés à l'atelier de génie mécanique et leur fonctionnement s'est avéré excellent. Le plan de l'assemblage de ce montage n'est pas présenté dans ce document.

6.7 Roulement – calcul de durée de vie

Le calcul de durée de vie du roulement est présenté en annexe I . Les calculs ont été effectués en utilisant les mêmes résultats que l'annexe F pour les forces appliquées aux roulements. Comme nous disions au tout début de l'étude statique, les machines-outils sont surdimensionnées et ce n'est pas vraiment la durée de vie qui détermine le choix du type de palier comme l'ont fait les concepteurs de la TOSHIBA [1]. Citons d'ailleurs le fabricant de roulement FAG :

« In the applications typical for spindle bearings thick shafts with a sufficient rigidity to bending are required. Therefore, the bearings are usually overdimensioned with respect to safety from fatigue. The essential criteria for selecting bearings for machine tool main spindles are accuracy, rigidity, running behaviour and reduced heating »

Nos calculs visant à évaluer la durée de vie des roulements en fatigue ont révélé des durées de vie très longues. Par exemple, pour des conditions d'ébauche, la durée de vie du roulement le plus chargé serait de 104 854.92 heures. Si on garde les mêmes forces moyennes mais en augmentant la vitesse à 50 000 RPM, on obtient une durée de vie de 66 752.74 heures. Si on augmente encore la vitesse à la vitesse maximale du roulement (90 000 RPM), on obtient une durée de vie de 37 084.86 heures. Ce qui veut dire qu'un atelier utilisant la broche 8 heures par jour, 5 jours par semaine et 52 semaines par années avec des forces d'ébauche et à une vitesse de 90 000 RPM devrait changer les roulements de la broche à chaque 18 ans environs. Ce qui est largement suffisant.

6.8 Fixation sur la machine hôte

Nous avons conçu un adaptateur avec un cône ISO 30 pour fixation sur la machine hôte. Nous référons à la coupe 3D de la broche que nous avons présenté précédemment (Figure 6.14) ou à l'annexe M. Notez que la broche de la machine hôte ne tournera pas durant l'usinage. Le seul rôle de l'adaptateur est donc de permettre une fixation rapide avec précision. L'adaptateur a été conçu en deux morceaux : le cône proprement dit et un collet de serrage. Ceci a été fait pour qu'éventuellement le corps de broche puisse recevoir un autre type de fixation, pour être adapté sur un bras de machine 5 axes par exemple.

6.9 Équilibrage

Le niveau de déséquilibre des rotors des machines tournantes est normalisé (tableau de caractérisation de la gravité des déséquilibres de machines tournantes fourni en annexe J). Bien sûr nous ne sommes pas obligés de suivre cette normalisation mais une machine usinant de la matière à de très hautes vitesses peut être soumise à des forces très élevées puisque celles-ci sont proportionnelles au carré de la vitesse de rotation en rad/s. Les conséquences sont alors directement ressenties sur la précision de la pièce usinée ainsi que sur la durée de vie calculée de la machine et de l'outil qui peut être dans certains cas, passablement écourtée. Les vibrations dues aux balourds génèrent aussi du bruit qui peut être dérangeant pour l'opérateur et peuvent entraîner de l'instabilité de coupe. Nous avons donc choisi d'équilibrer notre

machine selon le grade G0.4 qui correspond à la cotation normalement accordée à des broches de machine-outil de haute précisions. Le nomogramme de l'annexe J, fournit plus en détail, les déplacements admissibles du centre de gravité des arbres tournants après balancement. Dans notre cas, l'excentricité maximale admissible est inférieure à $0.04 \mu\text{m}$.

La broche étant petite et les appuis relativement rigides, les déséquilibres qu'elle aura seront petits. De plus, toutes les pièces sont axisymétriques (et de révolution) et pratiquement toutes les pièces sont fabriquées avec des tolérances de battement (comme nous le verrons plus loin) évitant pratiquement tous les balourds possibles. Seulement deux pièces sur notre montage peuvent vraiment causer des problèmes car elles comportent du fraisage qui peut ne pas être effectué de façon parfaitement symétrique dû à la précision du procédé utilisé. Il s'agit de la turbine et de la pièce en bout de broche qui sert à couper le champ magnétique de la sonde à effet de Hall.

Nous pouvons alors supposer que notre montage comporte seulement deux disques dont nous devons faire l'équilibrage et c'est pourquoi nous avons utilisé pour le balancement, les théories développées dans les notes du cours de dynamique des systèmes mécanique (GMC-10300). Nous référons donc à ce document de laboratoire intitulé : « Simulation expérimentale d'équilibrage sur deux plans d'une machine tournante. ». Nous n'allons donc pas reprendre la théorie présente dans ce document mais nous résumons quand même en annexe J, les principales équations utilisées. Nous procédons par enlèvement de matière plutôt que par ajout. Nous avons également préparé des programmes sur Matlab permettant de calculer rapidement la matrice d'influence et la position des masses à enlever pour permettre l'équilibrage par un seul ou plusieurs essais. La figure suivante est le dessin d'ensemble 3D du montage utilisé pour le balancement (Pour une description plus complète, le lecteur peut consulter l'annexe J).

•

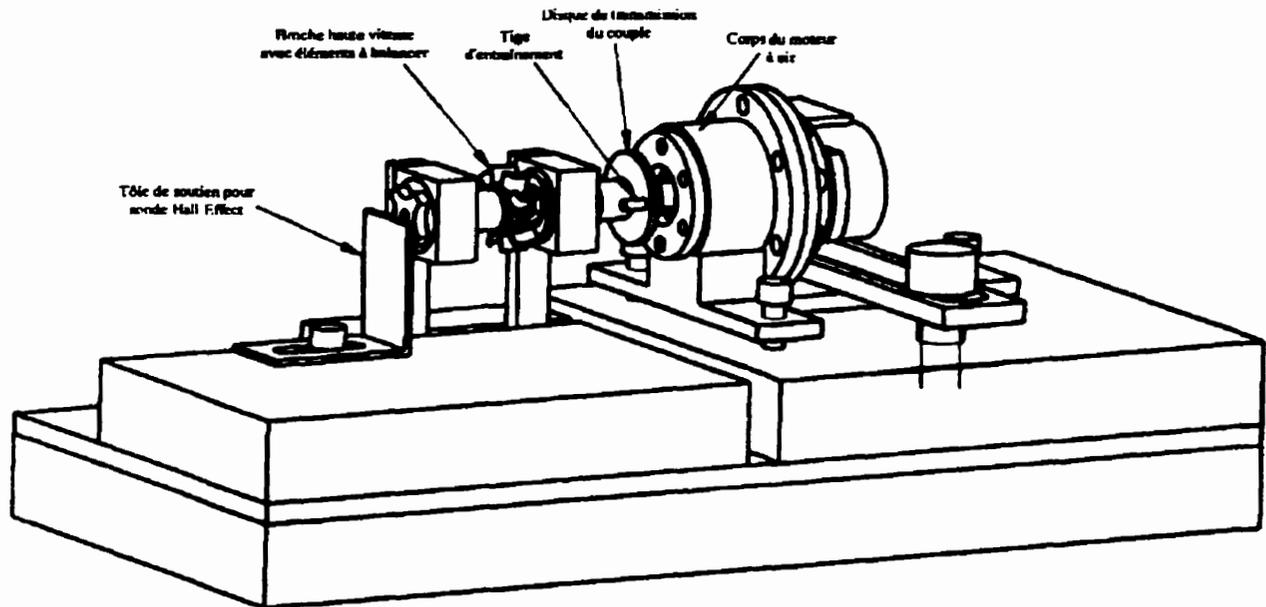


Figure 6.16 Vue 3D du montage utilisé pour l'équilibrage

La mesure des balourds a été effectuée avec un vibrolaser à cause de ses faibles masses et déplacements en jeu. Les masses tests étaient seulement de la colle à bois qu'on ajoutait sur les pièces pour déterminer la matrice des coefficients d'influence.

6.10 Matériaux utilisés / Traitement thermique

Toutes les pièces du montage sont faites à partir d'acier 4340 à l'exception des pièces coulissantes dans le corps de broche utilisant de l'acier 1020, soit un acier légèrement moins dur permettant ainsi un coefficient de frottement moins élevé entre la pièce coulissante et l'alésage du corps de broche (ceci évite des contraintes hertziennes trop élevées). C'est pour cette raison qu'en machines-outils, les glissières sont toujours faites d'un matériaux dur (trempé) et d'un matériaux doux (non trempé). Ces matériaux ont été choisis parce qu'ils sont facilement accessibles au département de génie mécanique. Plusieurs autres matériaux sont suggérés dans [8] mais après s'être informé sur leur prix, nous avons décidé de choisir des matériaux simples moins coûteux pour le premier prototype.

Toutes les surfaces de la broche en contact avec l'outil et le porte-outil doivent être très dures. Les portées de roulements de la broche aussi doivent être dures pour pouvoir supporter les montages et les démontages car les roulements sont montés serrés sur celle-ci. Le corps de broche et le boîtier arrière n'ont pas besoin d'être aussi durs parce que les bagues extérieures des roulements sont montées avec jeu dans ceux-ci. D'autre part, la broche n'a pas intérêt à être faite en acier dur à cœur car celui-ci aurait une capacité encore plus faible d'amortissement qu'un acier plus doux. Normalement, les filetages sur la broche ne doivent pas être durcis afin de n'être pas fragiles. Il faut donc éviter de faire une trempe complète de la broche qu'il faudrait ensuite rectifier. L'auteur de [8] suggère l'utilisation d'acier doux, de nitruration ou de cémentation avec un de ces traitement de surface. Les pièces obtenues après nitruration ou cémentation sont alors très dures en surfaces tout en demeurant ductiles à cœur. Le problème avec l'utilisation des techniques classiques de nitruration ou de cémentation est qu'il faut finir les surfaces traitées par rectification. C'est une opération qui peut être difficile si la pièce est très dure et qui augmente le coût de fabrication.

C'est pourquoi nous avons utilisé un procédé relativement nouveau de nitruration : la nitruration ionique. La nitruration ionique se fait à basse température (environ 500 °C) dans un environnement clos chargé électriquement créant autour de la pièce un plasma qui forme des nitrures à la surface de la pièce. Le procédé est intéressant parce qu'il ne déforme presque pas la pièce dû au fait que le traitement se fait à basse température par rapport à la température de revenu et qu'il peut se faire une fois la pièce finie. On remarque seulement un léger gonflement de la pièce. La profondeur du traitement est généralement de 5 à 10 millièmes de pouce et permet donc la nitruration des filets. Une pièce d'essai que nous avons réalisée avec une profondeur de nitruration de 0.005 po., de la grosseur de la broche, a gonflé de seulement 1.5 µm en moyenne diamétralement. Nous avons donc ajusté les tolérances de la broche en conséquence. Des aciers spéciaux, comme le NITRALOY 135 peuvent être utilisés pour obtenir des résultats optimaux mais l'utilisation d'un acier comme le 4340 est suffisant dans notre cas (le NITRALOY 135 coûtant très cher). Nous avons choisi de faire la nitruration des filets en bout de broche (côté porte-outil). La profondeur du traitement n'étant pas élevée, ils ne risquent pas d'être fragiles. De plus, ils seront protégés contre les nombreux montages et démontages.

6.11 Tolérances d'usinage.

Pour la fabrication des portées de roulement, tant au niveau de la broche que du corps de broche, nous avons utilisé les tolérances qui sont suggérées par le fabricant de roulement. À noter que ces tolérances sont normalisées. On les retrouve chez presque tous les fabricants de roulements. Les autres tolérances importantes se situent au niveau des battements sur les pièces en rotation. L'article [18] fait un résumé des principales tolérances utilisées normalement en machine-outil.

Nous avons utilisé une tolérance de battement de classe IT2 pour les pièces tournantes afin d'en limiter les balourds possibles. Nous avons aussi fait des joints d'étanchéité sans contact seulement en réduisant les tolérances entre les pièces statiques et les pièces en rotation. La combinaison de tolérances utilisée est h8/C9 sur le diamètre. Axialement, au niveau de certains joints, nous avons laissé au moins 1 mm de jeu pour éviter un effet de pompage radial.

Au niveau du porte-outil ER-8 choisi en bout de broche, la compagnie REGO-FIX fabricant le collet utilisé nous a fourni les tolérances nécessaires notamment au niveau de la conicité et du battement du cône de la broche et des filets recevant l'écrou. Les tolérances sur le cône ISO 30 sont normalisées et les tolérances de perpendicularité et de parallélisme utilisées ont été fixées en tenant compte de la qualité de la machine hôte (Machine Hurco).

Pour le distributeur d'air qui coulisse dans le corps de broche (ref. annexe M), nous avons utilisé une combinaison de tolérances f9/H7 . Pour le boîtier contenant le roulement arrière, nous avons utilisé la même tolérance donnée par FAG que s'il s'agissait de la bague extérieure d'un roulement monté coulissant dans son alésage. Le boîtier a alors la tolérance du roulement et l'alésage du corps de broche a la tolérance recommandée par FAG. Le corps de broche comporte alors plusieurs zones de tolérances.

6.12 Conclusion de l'étude technologique

L'étude technologique a permis d'éclaircir les choix qui ont été portés durant la conception de la broche. Bien entendu, les choix n'ont pas tous été expliqués mais les principaux l'ont été. Notamment au niveau de la commande de puissance cela nous a permis de mieux expliquer d'où venait la forme de la turbine utilisée. Dans la prochaine section, nous ferons l'étude finale dynamique de la broche dans laquelle nous déterminerons la valeur exacte des modes vibratoires d'abord par une méthode manuelle et ensuite par une méthode numérique. Nous aurons alors les valeurs exactes de fréquences propres nous permettant de faire l'étude de la stabilité de coupe.

CHAPITRE 7

ÉTUDE DYNAMIQUE FINALE

7.1 Introduction

Maintenant que nous connaissons toutes les dimensions importantes des composantes de la broche haute vitesse, nous allons calculer plus exactement les valeurs de ses différentes fréquences propres et la forme de ses modes de déformation.

Nous allons présenter d'abord une méthode manuelle de calcul, la méthode Rayleigh-Ritz pour vérifier que les résultats des calculs que nous obtenons avec un programme utilisant les éléments finis sont réalistes. Citons l'auteur de [7] :

« ...l'expérience nous a montré qu'il était toujours dangereux – et souvent catastrophique – d'utiliser en "aveugle" un programme d'éléments finis. La moindre erreur – de modélisation par exemple – peut avoir de grosses conséquences car elle passe indétectée »

Ensuite, nous vérifierons les calculs en utilisant les mêmes données par la méthode utilisant les éléments finis que nous avons présentés dans l'étude dynamique préliminaire. Par la suite, nous raffinerons notre modèle pour calculer plus exactement, la valeur et la forme des modes.

7.2 Méthode Rayleigh-Ritz

7.2.1 Modèle utilisé

Les hypothèses qu'utilise le modèle de calcul par la méthode manuelle Rayleigh-Ritz sont les mêmes que celles utilisées lors de l'étude dynamique préliminaire à quelques exceptions près. Rappelons d'abord que l'amortissement des broches de machines-outils est très faible et peut être négligé. Par contre, la méthode de calcul utilisée, tirée de [7], ne tient pas compte des inerties concentrées, seulement des masses concentrées. De plus, dans le but de simplifier le calcul, on supposera que le module d'élasticité est le même pour l'outil et la broche, soit 2.1×10^{11} N/m². Ceci n'a pas vraiment de conséquences graves car on pourra utiliser les mêmes module d'élasticité avec le programme sur le tableur Excel utilisant les éléments finis pour vérifier. De plus, le calcul manuel tient compte d'un maximum de 3 sections différentes pour la broche. Encore là, on pourra faire les mêmes simplifications pour le programme utilisant les éléments finis.

Le schéma suivant représente donc le modèle utilisé :

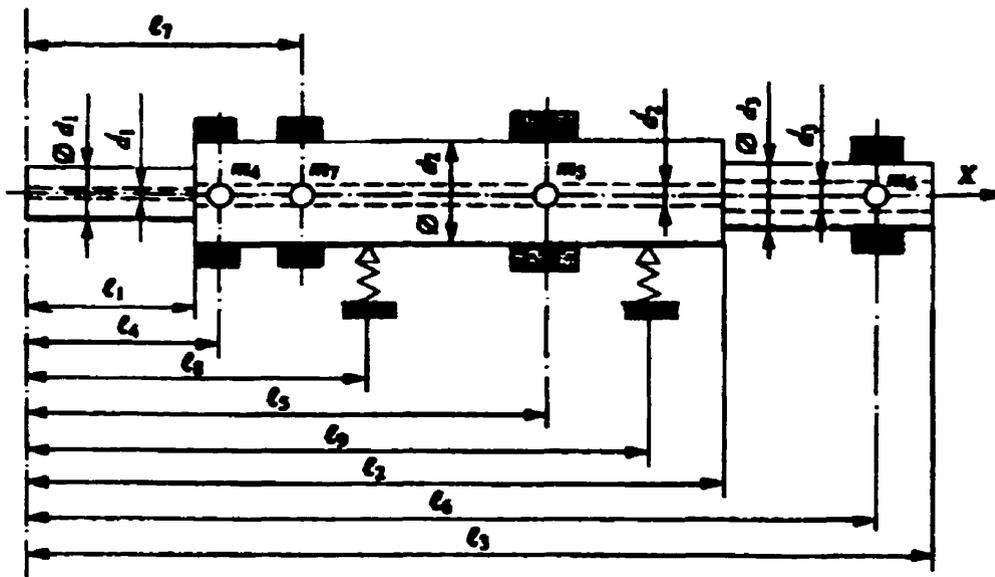


Figure 7.1 Modèle de la broche pour la méthode Rayleigh-Ritz

La méthode de Rayleigh-Ritz permet la détermination de la fréquence propre par l'expression de l'égalité, dans tout système conservatif, de l'énergie potentielle maximale et de l'énergie cinétique maximale. L'équation de départ choisie qui approxime la déformée dynamique de la broche doit satisfaire aux conditions limites. L'équation utilisée qui approxime la déformée est :

$$y = C_1 \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) + C_2 \sin\left(\frac{2\pi x}{L}\right) + C_3$$

où

x = abscisse du point courant

L = longueur totale de la poutre.

Cette équation approxime bien l'allure de la première fréquence propre qu'on peut trouver par éléments finis. Par contre, elle s'avère très inexacte pour le calcul des modes supérieurs. Mais puisque nous utilisons cette méthode seulement pour vérifier si nos calculs par éléments finis ne sont pas trop éloignés de la réalité, cette limitation n'est pas vraiment embêtante.

Nous n'allons pas revoir le développement de toutes les équations que nous avons effectuées. Nous allons seulement en résumer les principales étapes. Le lecteur pourra trouver en annexe G, le programme sur le logiciel MAPLE que nous avons créé pour traiter les équations exposées ci-après plus rapidement. Ensuite, nous allons exposer dans un tableau, les données de départ utilisées pour le calcul. La figure suivante est un dessin qui représente la discrétisation de la broche et qui explique comment les valeurs des longueurs, des diamètres et des masses ont été trouvés pour cette méthode (le lecteur la trouvera aussi en annexe G).

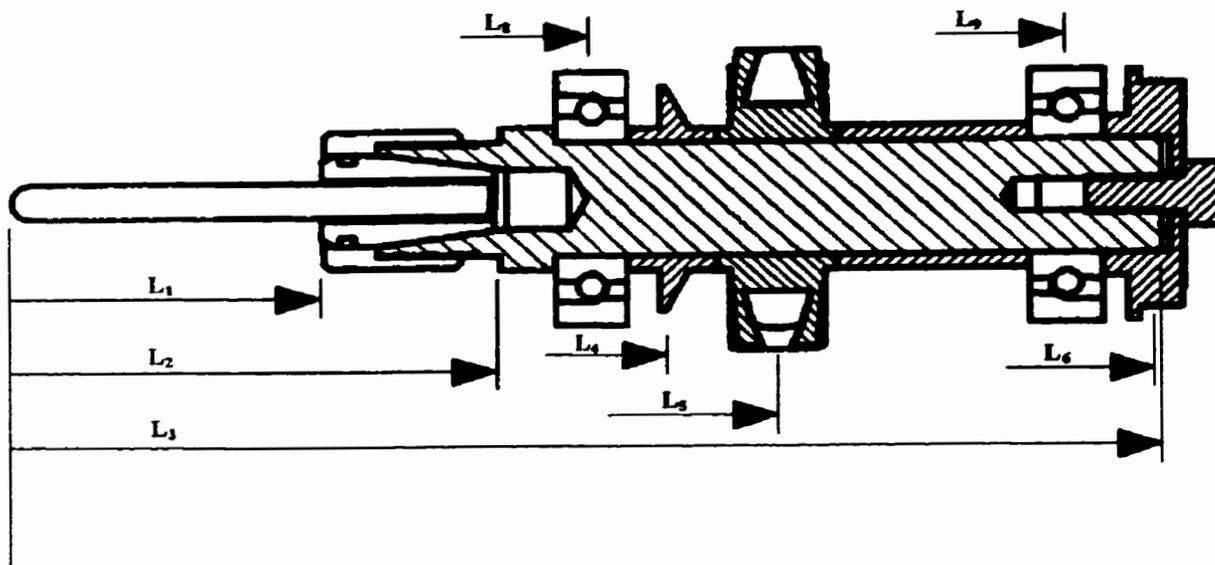


Figure 7.2 Discretisation de la broche

7.2.2 Principales étapes du calcul

L'énergie potentielle maximale (emmagasinée en flexion de la broche et en déformation des ressorts) du système est donnée par :

$$E_{\text{potot}} = \sum_{i=1}^3 \left[\frac{1}{2} E_i I_i \int_{x_{i-1}}^{x_i} y''^2 dx \right] + \sum_{j=8}^9 \left[\frac{1}{2} K_j y_j^2 \right]$$

L'énergie cinétique totale est donnée par :

$$E_{\text{ci}} = \sum_{i=1}^3 \left[\frac{1}{2} \mu_i \omega^2 \int_{x_{i-1}}^{x_i} y^2 dx \right] + \sum_{k=4}^7 \left[\frac{1}{2} m_k \omega^2 y_k^2 \right]$$

où

E_i = Module de Young.

I_i = Inertie en flexion du tronçon i de la broche, i variant de 1 à 3.

y = Déformation de la broche par rapport à la position d'équilibre à la position x qui est mesuré par/rapport à la pointe de l'outil.

K_j = Rigidité du palier j , j variant de 8 à 9 (rigidité aux nœuds 8 et 9).

y_j = Déformation de la broche par rapport à la position d'équilibre aux nœuds j .

μ_i = Masse linéique du tronçon i de la broche, i variant de 1 à 3.

ω = Vitesse de rotation en rad/s

m_k = Masse concentrée k , k variant de 4 à 7 (nœuds 4 à 7)

y_k = Déformation de la broche par rapport à la position d'équilibre aux nœuds k .

si on fait l'égalité de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle, on trouve :

$$\omega^2 = \frac{\sum_{i=1}^3 \left[\frac{1}{2} E_i I_i \int_{z_{i-1}}^{z_i} y''^2 dx \right] + \sum_{j=8}^9 \left[\frac{1}{2} K_j y_j^2 \right]}{\sum_{i=1}^3 \left[\frac{1}{2} \mu_i \int_{z_{i-1}}^{z_i} y^2 dx \right] + \sum_{k=4}^7 \left[\frac{1}{2} m_k y_k^2 \right]}$$

Le minimum de cette fonction correspond à un minimum d'énergie potentielle. Ce minimum correspond donc à la première fréquence propre, la plus basse du système. Pour trouver le minimum de cette fonction, on doit trouver les constantes qui satisfont à :

$$\frac{\partial \omega^2}{\partial C_i} = 0$$

pour $i = 1$ à 3

La suite est donc simplement la résolution de plusieurs équations par itération avec plusieurs inconnus. Le nombre d'équations étant inférieur (2) au nombre d'inconnus (3), on pose que $C_1 = 1$ (flèche maximale de la déformée due à la poutre égale à 1) et on résout.

Notez que le programme fait sur Maple n'est pas interactif avec l'utilisateur. L'utilisateur doit entrer lui-même les données dans le programme même et ensuite faire COPIER/COLLER dans Maple.

7.2.3 Données utilisées pour le calcul et résultats obtenus

Longueurs	(m)	Diamètres	(m)	Rigidités	(N/m)	Masses	(Kg)
l_1	0.02	D_{1i}	0	K_8	$3.3e7$	m_4	$1.97e-3$
l_2	0.035	D_{1e}	0.003	K_9	$3.3e7$	m_5	$8.42e-3$
l_3	0.088	D_{2i}	0			m_6	$6.012e-3$
l_4	0.0488	D_{2e}	0.011			m_7	0
l_5	0.0575	D_{3i}	0				
l_6	0.0875	D_{3e}	0.0125				
l_7	0						
l_8	0.0425						
l_9	0.0803						
L	0.088						

Tableau 7.1 Données de départ pour la méthode Rayleigh-Ritz

On obtient les solutions suivantes pour C_1 , C_2 , C_3 :

$$\begin{aligned} &\{c_1 = 1., c_3 = -2.219627078, c_2 = .7070315941\}, \\ &\{c_1 = 1., c_3 = -7.220263324, c_2 = 2.607941816\} \\ &\{c_1 = 1., c_3 = -3.591092226, c_2 = 2.380679004\} \\ &\{c_1 = 1., c_3 = -1.277943540, c_2 = .2896612920\} \end{aligned}$$

qui annulent la dérivée énoncée précédemment.

On trouve par la suite la solution qui donne la fréquence propre la plus basse, soit :

$$w := \text{sqrt}(\text{epf}(1., 2.607941816, -7.220263324) / \text{ecf}(1., 2.607941816, -7.220263324)) / (2 * \text{Pi});$$

On trouve pour ω :

$$w := \frac{12240.21047}{\text{Pi}}$$

evalf(");

> 3896.180001

On trouve donc avec la méthode Rayleigh-Ritz que la première fréquence propre est à **3896 Hz**.

7.3 Comparaison avec la méthode des éléments finis utilisant les mêmes données de départ que la méthode Rayleigh-Ritz

Nous allons comparer les résultats obtenus avec la méthode Rayleigh-Ritz avec la méthode utilisant les éléments finis. Pour le détail complet des calculs effectués dans le format original de la feuille de calcul Excel, nous renvoyons le lecteur à l'annexe G. Nous allons utiliser les mêmes données de départ (longueur, masse, aucune inerties module de Young, etc...) que la méthode Rayleigh-Ritz.

7.3.1 Entrées

Les deux tableaux suivants résument les entrées géométriques ainsi que les rigidités et forces utilisées pour le calcul.

Géométrie en [mm]

	El 1	El 2	El 3	El 4	El 5	El 6	El 7	El 8	El 9
	0-1	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8	8-9
L	20	10.8	4.3	7.4	6.335	8.665	22.82	7.19	0.49
Øe	3	11	11	12.5	12.5	12.5	12.5	12.5	12.5
Øi	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Où Elt = Élément

<i>Rigidité de chaque appui (roulements)</i>	3.3 e 7 N/m
<i>Force appliquée sur l'outil (ébauche)</i>	79 N

Tableau 7.2 Tableaux résumant les entrées du programme d'éléments finis pour la comparaison avec la méthode Rayleigh-Ritz

7.3.2 Sorties

On obtient une première fréquence propre à **3664.8 Hz**.

7.4 Conclusion partielle

On a donc une différence de 6 % entre la première fréquence propre calculée par Rayleigh-Ritz et celle calculée par élément finis, ce qui est excellent. On peut donc dire que notre méthode de calcul est adéquate pour notre application.

7.5 Calcul plus précis (design final) utilisant les éléments finis.

Nous avons calculé les quatre premières fréquences propres pour notre design final. Voici donc un résumé des entrées et sorties dynamiques du programme. Notez qu'ici, nous avons utilisé un module différent pour l'outil et pour la broche (ref. annexe E) et que nous avons pris en considération les inerties concentrées. Le programme complet d'élément finis avec toutes les matrices de calcul et les résultats statiques est donné en annexe E dans le format original du tableur Excel. La figure suivante illustre la discrétisation de la broche (design final) utilisée pour le calcul par élément finis.

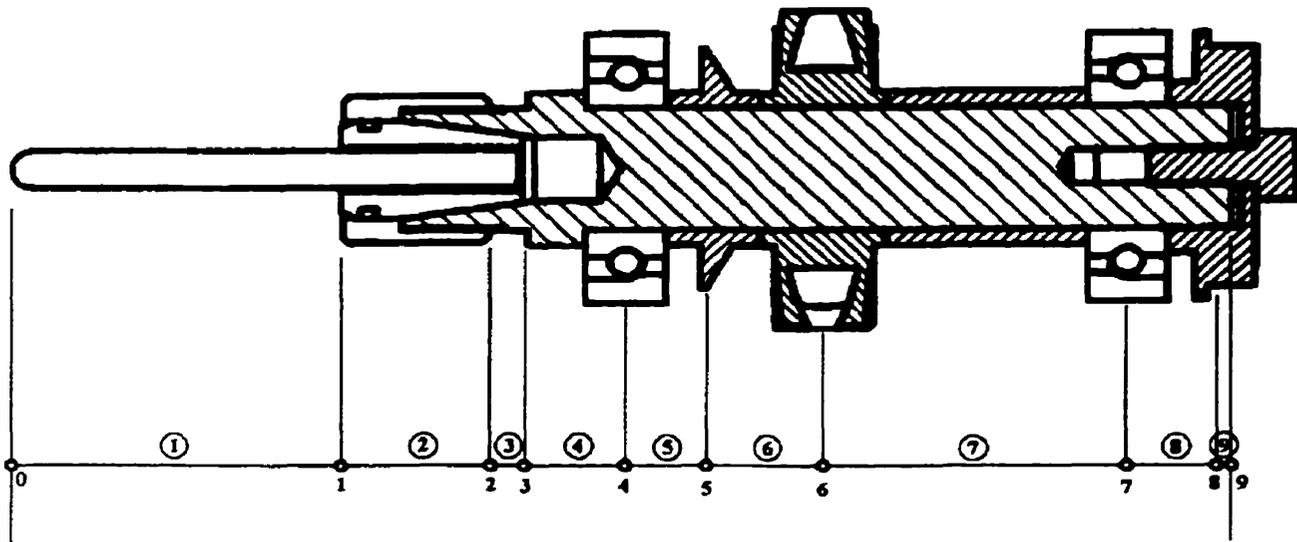


Figure 7.3 Discretisation de la broche (design final)

7.5.1 Entrées

Géométrie en [mm]

	ER 1	ER 2	ER 3	ER 4	ER 5	ER 6	ER 7	ER 8	ER 9
	0-1	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8	8-9
L	20	10.8	4.3	7.4	6.335	8.865	22.82	7.19	0.49
Øe	3	12	10	12.5	12.5	12.5	12.5	12.5	12.5
Øi	0	0	0	5.2	0	0	0	0	0

Où Eit = Élément

Masses et inerties concentrées

Noeud		5	6	8
kg	M	1.97E-03	8.42E-03	6.01E-03
kgm ²	I	6.04E-08	3.75E-07	1.88E-07

<i>Rigidité de chaque appuis (roulements)</i>	3.3 e 7 N/m
<i>Force appliquée sur l'outil (ébauche)</i>	79 N

Tableau 7.3 Tableaux résumant les entrées du programme d'éléments finis pour le calcul des modes de la broche (design final)

7.5.2 Sorties

On obtient une première fréquence propre à **3654.5 Hz**. Les autres fréquences propres sont : 4823.9, 7512.7 et 10 344.2 Hz. On a calculé seulement les quatre premières.

7.6 Conclusion partielle

Notons d'abord que le changement de la rigidité de l'outil ($E = 441$ GPa), l'addition d'inerties concentrées et l'ajustement plus précis de quelques dimensions n'a pas eu un effet significatif sur la valeur du premier mode. Nous avons calculé un premier mode par éléments finis à 3665 Hz avec les données identiques à celles calculées avec la méthode de Rayleigh-Ritz et maintenant, on obtient un premier mode à 3655 Hz. Notez aussi que l'espacement entre les roulements est de 37.82 mm après la conception, soit 1.58 mm de moins que l'optimum calculé durant l'étude dynamique préliminaire (39.4 mm). C'est le plus petit espacement que nous avons réussi à obtenir. Nous pensions alors qu'il valait mieux réduire l'espacement plutôt que de viser l'optimum à tout prix.

De plus, on peut voir en annexe que la flèche statique est de 153 μm pour une force maximale en ébauche de 79 N, soit 1 μm de plus que celle prévue malgré le fait que le diamètre est de 12.5 mm sur presque toute la broche comparativement à un diamètre prévu de 10 mm. L'erreur vient du fait que nous avons sous-estimé la valeur du porte-à-faux du plateau de broche, le paramètre d . Les calculs dynamiques finaux ont été malheureusement faits suite à la fabrication de la broche. Il serait quand même intéressant de vérifier quel est l'effet sur l'optimum statique et dynamique. L'effet sur l'optimum statique est sûrement l'augmentation de l'espacement optimum entre les roulements.

Nous allons jouer avec la longueur de l'élément #7 et regarder quel est l'effet sur les résultats statiques et sur le premier mode seulement. Le graphique suivant illustre l'effet obtenu sur le premier mode (ref. Tableau E-7, annexe E) de la variation de la longueur entre les roulements.

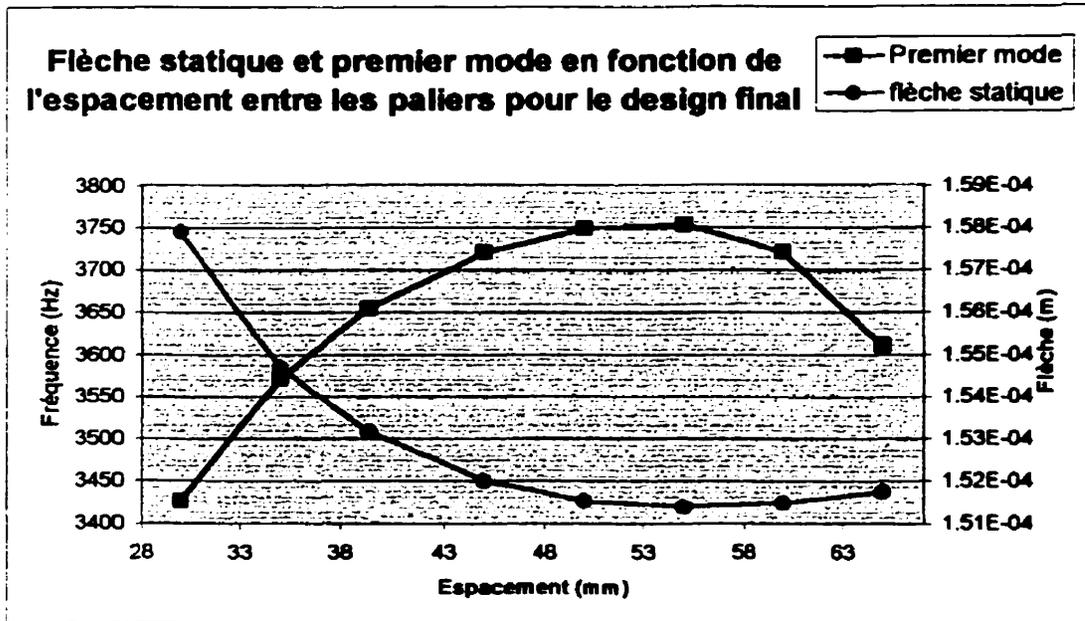


Figure 7.4 Premier mode en fonction de la longueur entre roulements

On voit donc que notre erreur nous a éloignés d'environ 100 Hz de l'optimum dynamique (à ≈ 53 mm d'espacement) et de $1.8 \mu\text{m}$ de l'optimum statique (à ≈ 54 mm d'espacement). Ce n'est pas tragique quand on pense qu'on a réduit l'encombrement de plus de 15 mm axialement. Notre design n'est donc pas si « mauvais ».

7.7 Conclusion sur l'étude dynamique

Durant cette étude, nous avons fait la preuve avec la méthode de calcul manuelle Rayleigh-Ritz, que la feuille de calcul sur Excel utilisée par élément finis donnait des valeurs réalistes pour le calcul du premier mode vibratoire. Nous avons ensuite calculé la valeur des modes supérieurs, nous limitant aux quatre premiers.

Nous avons ensuite constaté une erreur posée durant la conception : le porte-à-faux du nez de la broche était supérieur à celui envisagé. On a pu voir que cette erreur était négligeable dans le sens qu'elle nous permettait de réduire les dimensions axiales de façon appréciable. Nous avons aussi constaté que les déflexions exigées dans le cahier des charges pour des conditions d'ébauche étaient rencontrées à 1 μm près.

Soulignons d'autre part l'importance qu'aura l'expérimentation dans la détermination des modes. En effet, la valeur de la première fréquence propre trouvée est très élevée et il est probable que les modes vibratoires de la machine hôte interviennent dans le cas d'usinage à basse vitesse de rotation. Par contre, ceci est sans conséquence sur la qualité de la conception qui visait à tenir compte de l'optimum statique et dynamique. De plus, la machine hôte sera sans doute d'aucune influence à haute vitesse de rotation.

Nous allons dans la prochaine section, faire l'étude de la stabilité de coupe à l'aide des valeurs que nous avons obtenues durant l'étude dynamique.

CHAPITRE 8

ÉTUDE DU BROUTAGE

8.1 Introduction

Dans le chapitre sur l'étude des forces de coupe du procédé de fraisage en bout, nous avons énuméré les différents types de vibrations auxquelles étaient soumises les machines-outils. Nous référons ici à la Figure 3.1 du chapitre 3 qui représente les entrées et sorties du système qui schématise une machine-outil.

Nous avons étudié la forme de l'échelon de force de coupe sur un pas de dent pour une fraise en bout. Tel que discuté, la fréquence d'attaque des dents peut bien entendu entraîner une instabilité de coupe si elle se rapproche d'une des fréquences propres du système. Mais, comme nous l'avons mentionné, nous nous intéressons seulement à l'étude de l'instabilité de coupe causée par les vibrations auto-excitées qu'on appelle communément le « broutage » (en anglais « chatter »). Puisque nous connaissons les conditions de coupe qui nous permettent d'en faire l'étude séparée, nous pouvons alors considérer seulement l'entrée qui correspond à ce type de vibrations.

Mais tout d'abord, qu'est-ce que l'instabilité de coupe et comment savoir si on est en présence de broutage proprement dit ou d'instabilité de coupe due à des vibrations forcées ? L'instabilité de coupe peut se définir comme étant des vibrations extrêmement violentes et dont l'amplitude croît avec le temps. Elles affectent la broche et toute la structure de la machine entraînant non seulement un mauvais fini de surface mais possiblement la rupture de l'outil et, dans les pires cas, la détérioration des paliers de la broche. Les vibrations peuvent atteindre des amplitudes tellement élevées qu'elles font sortir les dents en prise de la coupe. Les

vibrations auto-excitées trouvent leur source dans le phénomène de la coupe proprement dit même si le procédé de coupe est totalement continu. Elles apparaissent, pour une machine donnée, seulement quand certaines conditions de coupe sont réunies : profondeur de coupe axiale, profondeur de coupe radiale, orientation de la coupe par rapport à la machine, nombre de dents de la fraise, diamètre de la fraise, type de matériel, etc. On peut reconnaître le broutage d'une vibration forcée par sa fréquence de vibration qui est constante, indépendante de la vitesse de rotation de la broche ou de tout autre élément tournant de la machine ou sources d'excitation. La fréquence de broutage est aussi égale à une fréquence propre du système qui est composé de la machine et de la coupe. Cette fréquence est légèrement plus élevée que la fréquence propre de la machine. On reviendra sur ce dernier point un peu plus loin.

Nous allons dans ce qui suit, essayer de mieux définir le broutage et comment faire pour en prévenir l'apparition. Nous ferons la description des différentes méthodes développées qui permettent de rapidement prédire les conditions de coupe qui maximisent le taux d'enlèvement de matière tout en restant dans le domaine stable. Les théories suivantes sont tirées de [7], [13], [15] et [17] qui traitent des différents types de broutage et du cours [14] que j'ai suivi à Charlotte (Etats-Unis, NC) en octobre 1998. Il faudra ensuite dans un travail ultérieur (non inclus dans ce mémoire) faire des prévisions théoriques de stabilité en ce qui concerne notre broche qu'il faudra vérifier expérimentalement.

8.2 Type de broutage

Il existe deux types de broutage : le broutage non-régénératif (ou le broutage pur proprement dit) et le broutage régénératif. Bien que le premier soit préalable au deuxième, nous traiterons principalement du deuxième parce que c'est celui qui a la limite de stabilité la plus basse dans le cas de notre procédé.

8.2.1 Broutage non-régénératif

Le broutage non-régénératif peut subvenir même si l'opération d'usinage est parfaitement continue. Par exemple, si on fait une passe de filetage au tour à partir d'une pièce parfaitement

cylindrique, il pourrait y avoir apparition du broutage. Mais d'où provient-il puisque la coupe est constante, sans variations ? En fait, le broutage tire son origine dans le phénomène de cisaillement de la coupe proprement dite (fracture de la matière lors de la formation du copeau) qui produit un bruit de fond comme un bruit blanc par exemple. Lors d'une expérience menée dans [7], l'auteur a mesuré des émissions acoustiques à une fréquence de 300 000 Hz qui accompagnaient la coupe, ce qui correspondait à un pas d'un grain d'acier (petits monocristaux formant celui-ci). Certains auteurs [13] classent alors le broutage entre les vibrations forcées et les vibrations auto-excitées puisqu'il s'agit là d'une forme d'excitation forcée provenant de la coupe.

Si la broche est excitée par un bruit blanc par exemple, elle dissipera l'énergie quelle reçoit par amortissement en vibrant à la fréquence à laquelle elle peut dissiper le plus d'énergie, c'est-à-dire sa fréquence naturelle. Les amplitudes de ce spectre d'excitation sont en général très faibles et la plupart du temps stables car l'énergie dissipée varie plus vite que le carré de l'amplitude de la vibration et cela est donc sans importance sur la qualité de la coupe proprement dite. Par contre le problème survient quand l'énergie apportée par la coupe est plus élevée que l'énergie dissipée par la broche :

$$\frac{\text{Energie apportée par la coupe}}{\text{Energie dissipée par amortissement}} > 1$$

Si le flux d'énergie se maintient avec cette condition, l'amplitude de la vibration augmentera jusqu'au moment où une non-linéarité viendra arrêter le processus (rupture de l'outil ou de la broche, sortie de l'outil de la matière). Mais comment l'énergie apportée à la broche par la coupe peut-elle entraîner l'instabilité puisque l'excitation (bruit) est de très faible amplitude et son énergie peut donc en théorie être rapidement dissipée par la vibration de l'outil ? Même si l'amortissement est habituellement faible, il faut nécessairement qu'il y ait un phénomène d'accumulation d'énergie (vibration auto-excitée) pour entraîner l'instabilité. La plupart des auteurs [7], [15] et [17] l'expliquent par le couplage des modes (« mode coupling » en anglais). Pour l'expliquer, considérons la figure suivante tirée de [7] :

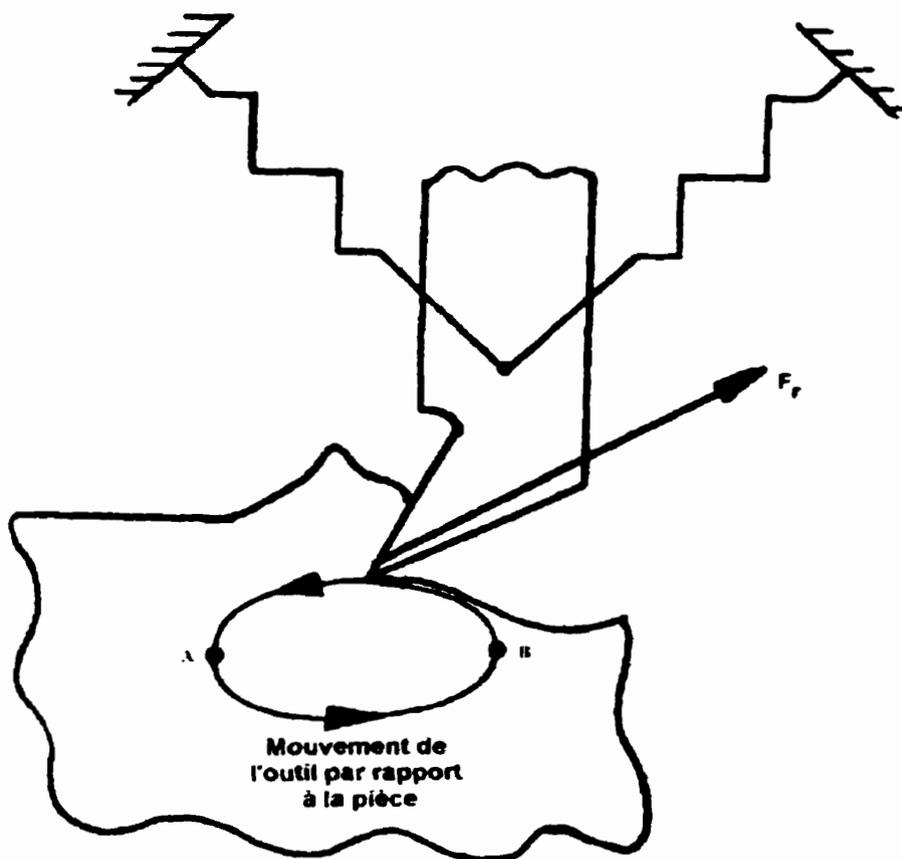


Figure 8.1 Couplage des modes

Les deux ressorts qui tiennent l'outil sont perpendiculaires entre eux et représentent une direction dans laquelle l'outil peut bouger, chacun étant un degré de liberté de l'outil ou un mode de vibration. Attention, ici, quand nous parlons de mode, nous parlons d'une direction dans laquelle l'outil peut se déformer et non des modes de déformation d'un système avec plusieurs masses, ressorts et amortisseurs en série. On parlera plutôt dans ce dernier cas de mode dans une direction donnée ou **modes directionnels**.

Ce modèle est utilisé parce qu'il permet de bien représenter l'outil bougeant dans tout le plan. De plus, lors de l'expérimentation, on mesure habituellement les fréquences propres dans deux directions différentes (ou deux modes différents) pour tenir compte du sens de la coupe par rapport à la machine. On peut modéliser chaque direction par des systèmes masses, ressorts et

amortisseurs à plusieurs modes directionnels. Nous reviendrons sur ce point. Les vibrations de l'outil sont alors une combinaison des mouvements dans ces deux directions.

La moindre vibration entraînera un mouvement elliptique dans le sens de la flèche illustré par la Figure 8.1. En effet, si l'outil pénètre dans la pièce (profondeur de coupe augmente) par rapport à la profondeur de coupe nominale à cause d'une vibration causée par le bruit, il reculera par le fait même car les forces augmenteront ($A \rightarrow B$). Par contre, si les forces diminuent (profondeur de coupe diminue), l'outil reviendra vers l'avant ($B \rightarrow A$). On peut voir que lors de ce mouvement elliptique, l'énergie fournie par la coupe à l'outil ($A \rightarrow B$) est supérieure à l'énergie dissipée dans la coupe par l'outil ($B \rightarrow A$) car la profondeur de coupe est supérieure dans la partie inférieure du trajet elliptique. Il en résulte donc une accumulation d'énergie. Dépendamment de la forme de l'ellipse (donc des paramètres de coupe), l'oscillation de l'outil pourra être suffisante pour dissiper l'énergie (stabilité) ou insuffisante (instabilité). On voit donc qu'une vibration seulement verticale de l'outil ne serait pas suffisante pour entraîner une instabilité. Dû à la faible amplitude de l'excitation, la vibration de l'outil aurait vite fait d'en dissiper l'énergie. Par contre, la combinaison des deux modes vibratoires peut entraîner le mouvement elliptique et donc l'instabilité. Le pire cas survient lorsque le mouvement est circulaire et donc, que les deux modes vibratoires sont identiques (machine symétrique, cas du fraisage en bout par exemple). Dans ce qui suit, nous n'irons pas plus loin dans l'explication de l'origine de cette vibration. Nous assumerons seulement que l'outil vibrera lors de la coupe à une fréquence f (ou ω), soit la fréquence de broutage.

8.2.2 Broutage régénératif

Le broutage régénératif est présent dans presque toutes les opérations de fraisage. Nous étudierons plus en détail ce type de broutage car sa limite de stabilité est en général plus faible que le broutage non-régénératif dû à un phénomène de rétroaction. L'outil qui retire de la matière de la pièce en vibrant repasse dans ses propres traces où il a laissé des ondulations dans la passe précédente. Même si l'usinage était stable lors du premier tour, il deviendra instable à cause d'une variation de l'épaisseur de copeau. La Figure 8.2 suivante tirée de [15] illustre très bien ce phénomène pour une opération de fraisage et de tournage :

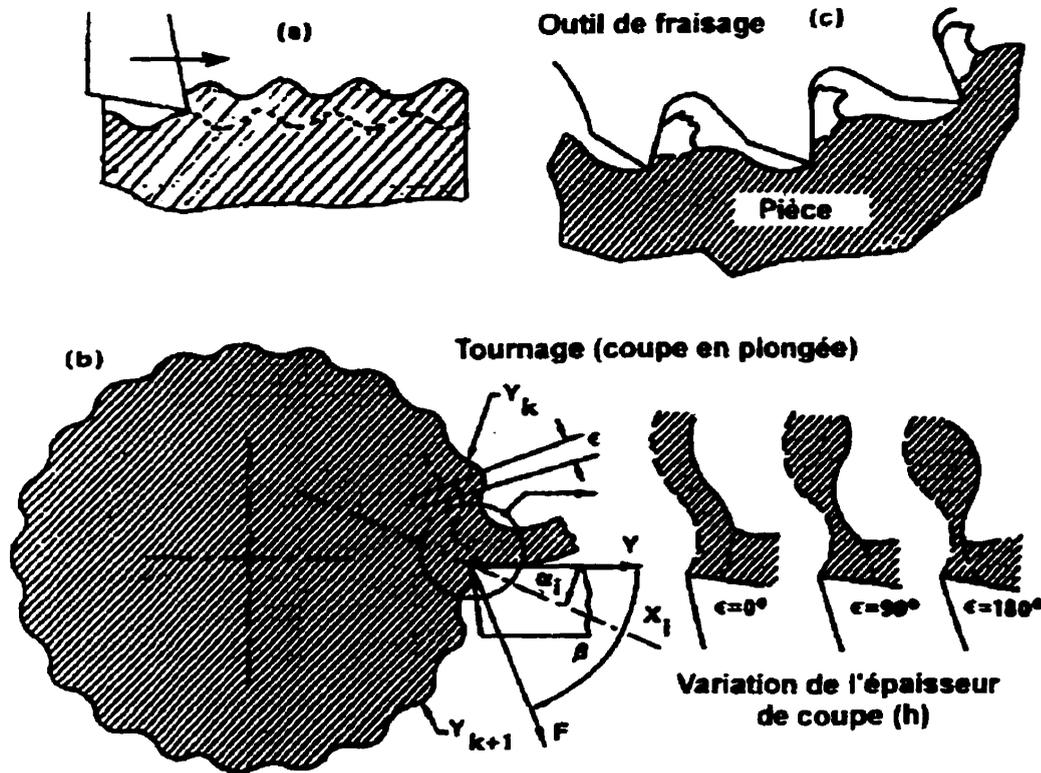


Figure 8.2 Contrainte géométrique entraînant le broutage régénératif

On voit ici très bien la contrainte « géométrique » qui entraînera l'instabilité éventuelle. Dépendamment de la vitesse de coupe, du diamètre de la pièce et de la fréquence de broutage (qui correspond à la fréquence naturelle du système), l'outil verra une variation de l'épaisseur du copeau plus ou moins grande. Le paramètre « ϵ » représente le déphasage de l'outil par rapport aux traces du tour précédent en [rads]. Pour une opération de tournage, il sera égal à :

$$N + \epsilon / 2\pi = f / n$$

où f est la fréquence de broutage en [Hz], n est la vitesse de rotation en [rot/sec] et N est le plus grand entier pour que $\epsilon / 2\pi < 1$. Autrement dit, il y a N ondulations sur la circonférence de la pièce. Si $\epsilon = 0$, l'épaisseur de copeau est constante et il n'y aura pas de broutage régénératif (à part une instabilité possible due à un broutage non-régénératif).

Pour une opération de fraisage, on aura :

$$N + \varepsilon / 2\pi = f / nz$$

où z représente le nombre de dents. On aura donc un nombre N d'ondulations entre chaque passage de dents.

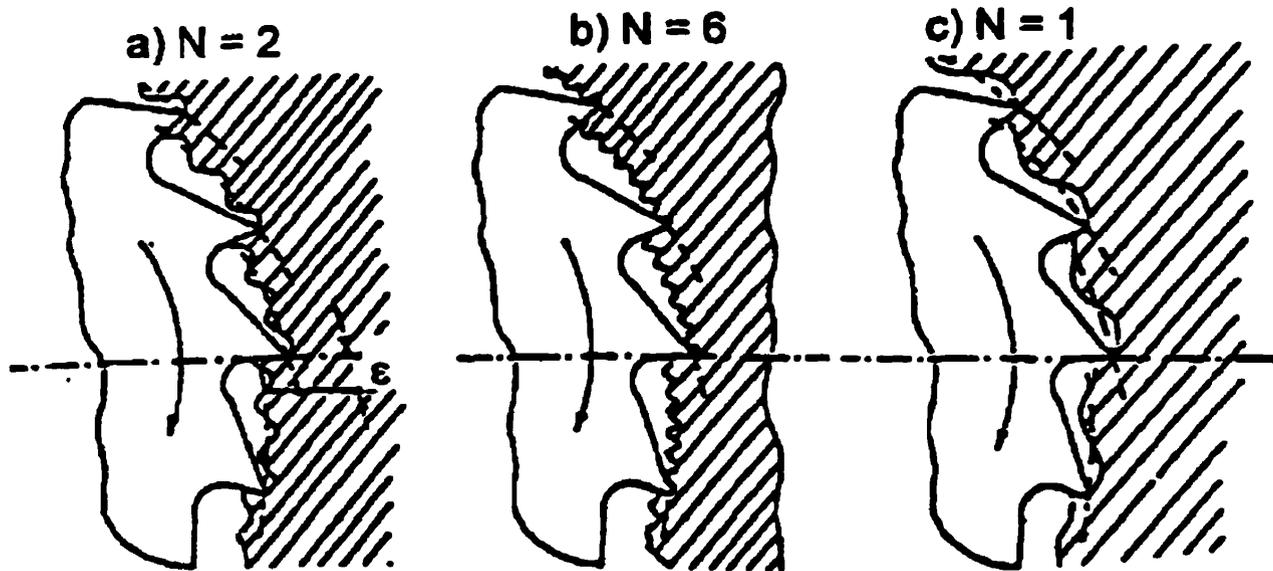


Figure 8.3 Nombre d'ondulations entre chaque dent en fraisage

Nous étudierons dans ce qui suit, la limite de stabilité pour le broutage régénératif d'une opération de fraisage. On verra que le cas du broutage non-régénératif est un cas particulier du développement théorique suivant.

8.3 Limite de stabilité pour le broutage régénératif

Nous allons ici résumer la théorie tirée de [15] et ajouter quelques éléments pratiques de [14]. Nous avons modifié quelques traitements seulement pour les rendre plus clairs et nous y avons intégré des éléments appris lors du cours à Charlotte en octobre 1998.

La Figure 8.4 représente un outil coupant de la matière à une vitesse v . L'outil est relié à la structure de la machine M qui tient aussi la pièce. L'outil peut se déplacer dans deux « modes » de vibrations (ou deux directions qui peuvent, elles aussi avoir plusieurs modes vibratoires directionnels, nous reviendrons sur ce point), soit X_k et X_j qui sont à un angle de α_k, α_j par rapport à la direction normale à la coupe Y . L'outil produit une ondulation d'amplitude y à la surface de la pièce. Dans une passe précédente, l'outil avait produit une ondulation d'amplitude y_0 .

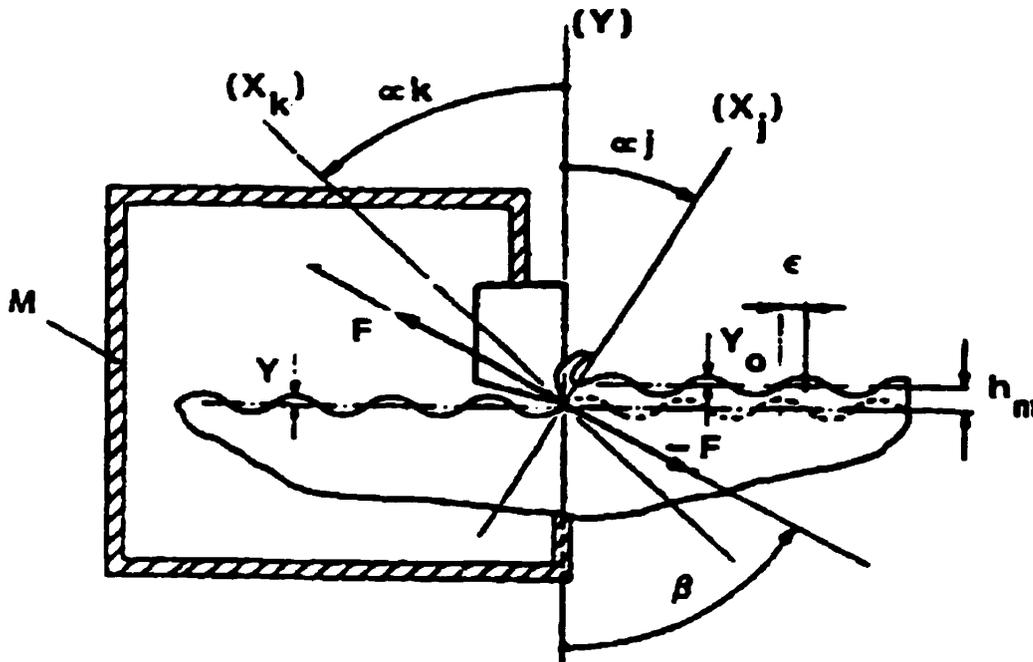


Figure 8.4 Modèle simple représentant l'usinage

On a donc :

$$y_0 = Y_0 \sin(\omega t)$$

$$y = Y \sin(\omega t + 2\pi N + \epsilon)$$

où ω est la fréquence de vibration naturelle du système ou fréquence de brochage.

On peut considérer y en retard ou en avance par rapport à y_0 sans que cela ne change grand chose au traitement. En fait, puisque y et y_0 sont un tour ou une dent de différence, la notion d'avance ou de retard ne veut plus rien dire. Alors, nous avons posé :

$$y_0 = ye^{-j\epsilon}$$

L'épaisseur de coupe h est donnée par :

$$h = h_m + y_0 - y = h_m + h_v$$

où h_m = épaisseur moyenne de la coupe et h_v = épaisseur variable de la coupe

Si on considère que la force de coupe est seulement dépendante de la section de la coupe, on a :

$$F = Cbh = F_m + F_v$$

où

$$F_v = Cbh_v = Cb(y_0 - y)$$

où

C = Constante spécifique de coupe (appelé K_s dans le chapitre traitant des forces).

b = Profondeur de coupe (perpendiculaire à la Figure 8.4).

F_v = Force variable de coupe

F_m = Force moyenne de coupe

En fraisage, b est la profondeur de coupe axiale.

On considère que seulement la force variable F_v excitera la structure et pourra entraîner une instabilité. La force moyenne F_m ne variant pas, elle entraîne une déflexion qui apparaît ici comme la position d'équilibre. On peut représenter le phénomène précédent par le bloc diagramme en boucle fermée suivant :

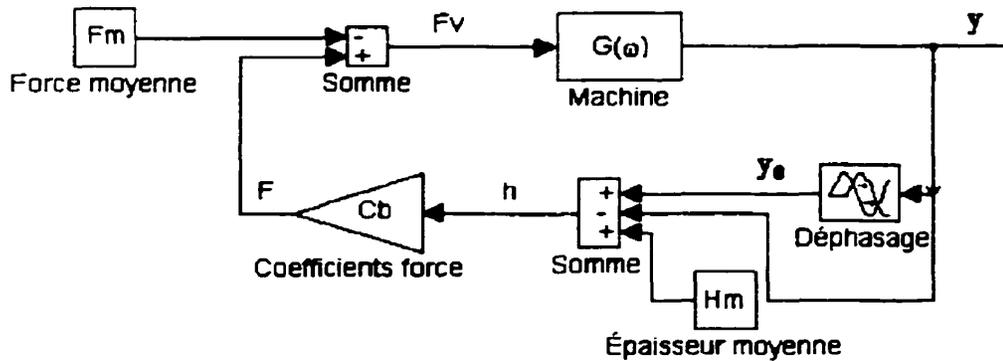


Figure 8.5 Diagramme simple du procédé d'usinage (broutage régénératif)

Notez que $G(\omega)$ représente la fonction de transfert de la machine et la notation $G(\omega)$ est une notation simplifiée de $G(j\omega)$. La force variable F_v excite la machine qui produit une ondulation y . La sortie y est comparée avec y_0 qui est déphasé (en retard) de ε auxquelles on ajoute h_m .

On voit bien que la fréquence naturelle du système ou fréquence de broutage (ω) dépend de la rigidité de la machine (k), de son amortissement (c), du déphasage (ε), de la constante unitaire de force de la coupe (C) et de la profondeur de celle-ci (b). Cette fréquence sera légèrement plus élevée que la fréquence naturelle de la machine car la coupe apporte une certaine rigidité en plus de celle de la machine.

Plusieurs auteurs considèrent l'amortissement apporté par le phénomène de la coupe dans leur calcul à basse vitesse mais, comme nous l'avons appris lors du cours sur le broutage [14], cet amortissement est pratiquement nul à moyenne vitesse et nul à haute vitesse. C'est pourquoi nous n'allons pas le considérer.

La stabilité du processus de coupe implique que les vibrations successives demeurent d'amplitudes constantes, donc que :

$$|y_0| = |y|$$

On obtient, par le critère de stabilité de Nyquist, la limite de stabilité :

$$CbG(\omega)(e^{-j\epsilon} - 1) - 1 = 0$$

d'où on tire l'expression pour la profondeur de coupe b :

$$b = \frac{1}{CG(\omega)(e^{-j\epsilon} - 1)}$$

Puisque b et C sont réels, alors la condition suivante doit absolument être remplie pour que l'équation précédente soit réelle :

$$G(\omega)(e^{-j\epsilon} - 1) = -2\text{Re}(G(\omega))$$

Cette condition est représentée sur la Figure 8.6 qui montre deux situations possibles advenant que notre système $G(\omega)$ serait du deuxième ordre :

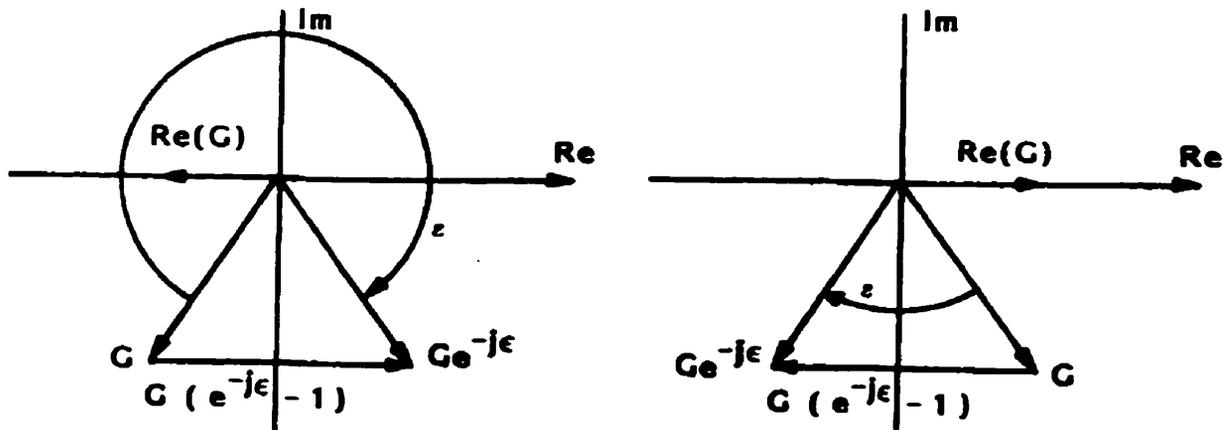


Figure 8.6 Cas possibles pour un système de deuxième ordre

On obtient finalement la condition limite de stabilité :

$$b_{\text{lim}} = \frac{-1}{2C\text{Re}(G(\omega))}$$

avec la condition suivante :

$$\operatorname{Re}(G(\omega)) < 0$$

b_{lim} = est la profondeur de coupe limite au-dessus de laquelle la coupe sera instable. Le déphasage ε peut être différent dépendamment des contraintes géométriques, donc $\operatorname{Re}(G(\omega))$ et b_{lim} peuvent alors accepter plusieurs valeurs . Ce qui fait que le broutage peut subvenir à plusieurs fréquences différentes. Par contre, le pire cas surviendra lorsque :

$$(b_{\text{lim}})_{\text{min}} = \left\{ \frac{-1}{2C \cdot \max \operatorname{neg}(\operatorname{Re}(G(\omega)))} \right\}$$

$(b_{\text{lim}})_{\text{min}}$ est la profondeur de coupe limite minimale. On peut donc conclure qu'en dessous de cette limite, il n'y aura aucun broutage possible. Mais cela ne veut pas dire qu'au-dessus de cette limite il aura automatique broutage. Nous allons revenir sur ce point quand nous parlerons du choix optimum de la vitesse de rotation. Notez qu'à basse vitesse de rotation, $(b_{\text{lim}})_{\text{min}}$ est toujours la limite obtenue.

8.4 Limite de stabilité pour le broutage non-régénératif

Notez que le cas du broutage non-régénératif est un cas particulier du bloc diagramme représenté précédemment. Nous n'en parlerons que très brièvement. Il suffit d'y enlever la partie où on déphase une partie du signal pour obtenir y_0 . On obtient donc :

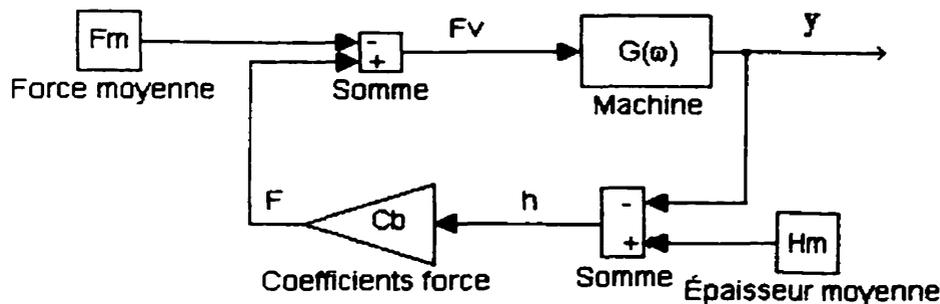


Figure 8.7 Diagramme simple du procédé d'usinage (broutage non-régénératif)

Le critère limite de stabilité devient donc :

$$-G(\omega) \cdot Cb - 1 = 0$$

donc

$$b_{\text{lim}} = \frac{-1}{CG(\omega)}$$

Cette équation est seulement satisfaite quand $G(\omega)$ est purement réel. Pour un système à un degré de liberté (pouvant se déplacer seulement dans une seule direction), cela est satisfait seulement lorsque $\omega = 0$ ou $\omega = \infty$ et la valeur correspondante de $G(\omega)$ à ces fréquences est 0. On a donc pour $G(\omega) = 0$, $b_{\text{lim}} = \infty$. Ce qui veut dire qu'il ne peut y avoir broutage non-régénératif pour un système à un degré de liberté.

Cela revient à dire que le trajet parcouru par l'outil doit absolument être elliptique pour qu'il y ait instabilité par ce type de broutage. Il doit donc y avoir deux directions (ou deux modes de vibration). Nous ne le ferons pas ici, mais on peut prouver (ref. [15]) que les systèmes du deuxième ordre remplissant cette condition (deux directions de déformation) ont une limite de stabilité qui est deux fois supérieure à la limite de stabilité obtenue par broutage régénératif.

8.5 Modélisation de la fonction de transfert

Nous allons d'abord représenter la fonction $G(\omega)$ par un système de deuxième ordre à un degré de liberté (1 direction de déformation). Ensuite, nous allons montrer comment on peut appliquer ce modèle au procédé de fraisage en bout à deux degrés de liberté (2 directions de déformations) perpendiculaires entre eux. Finalement, on verra comment on peut modéliser chaque degré de liberté par plusieurs système masse, ressort et amortisseur en série (système ayant plusieurs fréquences propres dans chaque direction ou plusieurs modes directionnels comme nous l'avons défini plus tôt) et comment nous en ferons la mesure sur la machine.

Nous avons modélisé la machine (tenant l'outil) par un système de deuxième ordre dans une direction donnée sur la Figure 8.8 qui est semblable à la Figure 8.4 mais où on a remplacé la structure de la machine M par un ressort de rigidité k , une masse m et un amortisseur c .

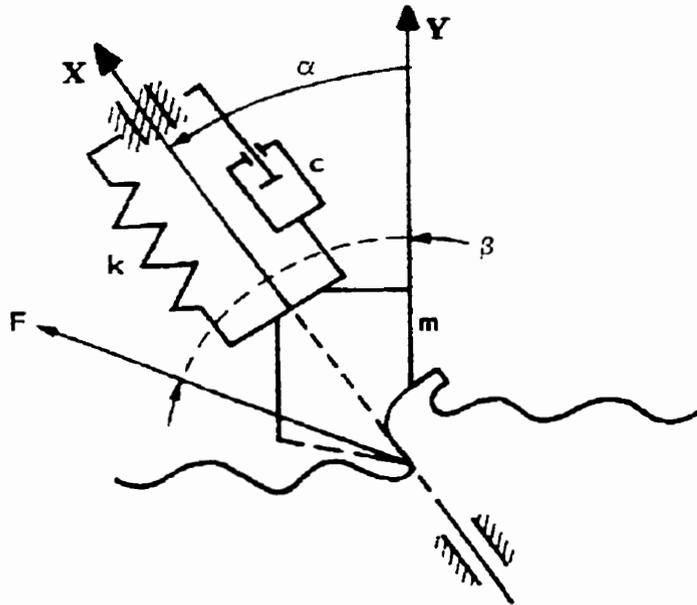


Figure 8.8 Modèle de la structure M dans le modèle de la coupe

La fonction G_d est la **fonction de transfert directe** qui fait le lien entre la force projetée dans la direction X : F_X (direction du ressort, masse et amortisseur) et le déplacement lui-même X. Ce système est du deuxième ordre, on a donc dans le domaine des fréquences :

$$G_d = \frac{X(\omega)}{F_X(\omega)} = \frac{\left(\frac{1}{k}\right)\omega_n^2}{(\omega_n^2 + 2\zeta\omega\omega_n j - \omega^2)}$$

dont la **fréquence naturelle** est :

$$\omega_n = \sqrt{\left(\frac{k}{m}\right)}$$

et où le **facteur d'amortissement** est égale à

$$\zeta = \frac{c}{2\sqrt{km}}$$

Si on suppose que la force en entrée F_X est sinusoïdale on aura :

$$F_x = |F_x| \sin(\omega t)$$

$$X = |X| \sin(\omega t + \phi)$$

où

$$\frac{|X|}{|F_x|} = |G_d(\omega)| \text{ et } \phi = \angle G_d(\omega)$$

ϕ varie entre 0 et $-\pi$ pour un système de deuxième ordre.

De plus, on aura :

$$\operatorname{Re}(G_d) = \frac{\left(\frac{1}{k}\right) \omega_n^2 (\omega_n^2 - \omega^2)}{\left[(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\zeta \omega_n \omega)^2\right]}$$

$$\text{où } \operatorname{Re}(G_d)_{\min} = \frac{-1}{4k\zeta(1+\zeta)} \text{ à } \omega_{\min} = \omega_n(1+\zeta)$$

$$\operatorname{Im}(G_d) = \frac{-\left(\frac{2}{k}\right) \zeta \omega_n^3 \omega}{\left[(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\zeta \omega_n \omega)^2\right]}$$

$$\text{où } \operatorname{Im}(G_d)_{\min} = \frac{-1}{2k\zeta} \text{ à } \omega_{\min} = \omega_n$$

La fonction de transfert qu'on mesure expérimentalement est $G_d(\omega)$ et elle n'est pas toujours alignée avec la direction de la force comme on le voit à la Figure 8.8. La sortie de la fonction de transfert directe doit donc être projetée dans la direction normale à la coupe (Y). On obtient la **fonction de transfert orienté**, $G(\omega)$, celle qui entre dans le calcul de la limite de stabilité. On a alors :

$$G(\omega) = uG_d(\omega)$$

et donc :

$$b_{\text{lim}} = \frac{-1}{2u\text{CRe}(G_d(\omega))}$$

où u = facteur d'orientation.

Pour une opération de fraisage, il faut tenir compte de la profondeur axiale de coupe cumulée qui est la somme des profondeurs axiales de coupe pour chaque dent en prise (m = nombre de dent en prise \neq nombre de dents de la fraise). Par exemple, pour une fraise à deux dents effectuant une opération de rainurage, $m = 1$. Pour une fraise à quatre dents dans la même opération, $m = 2$. En effet, même si la fraise a quatre dents, il ne peut y avoir plus de deux dents en prise simultanément sur la pièce. On obtient donc une profondeur de coupe limite:

$$b_{\text{lim}} = \frac{-1}{2mu\text{CRe}(G_d(\omega))}$$

On obtient finalement, pour un système de deuxième ordre une profondeur de coupe minimale:

$$(b_{\text{lim}})_{\text{min}} = \frac{2k\zeta(1+\zeta)}{muC}$$

Pour ce qui est du facteur d'orientation, on a pour une opération de fraisage en bout [14] quelconque (ceci n'est cependant pas une opération de rainurage):

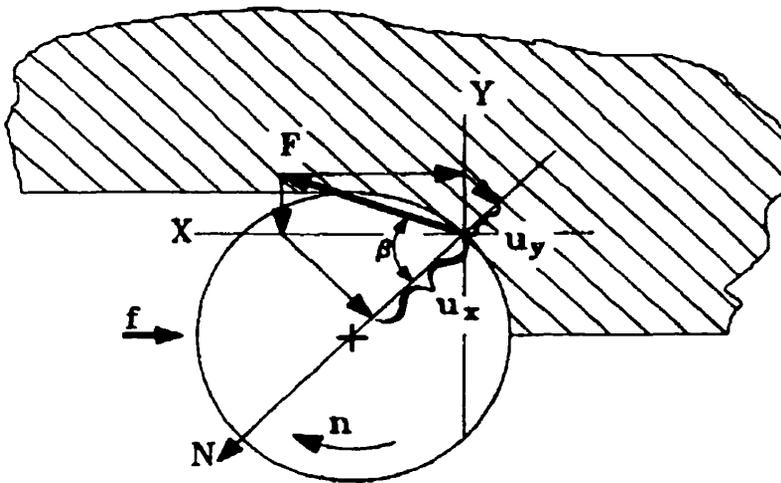


Figure 8.9 Facteur d'orientation une opération de fraisage en bout

Pour obtenir le facteur d'orientation u , on doit d'abord projeter la force sur la direction dans laquelle on a mesuré les fréquences propres de la machine et ensuite la projeter dans la direction normale (indiquée par N) à la position moyenne de la coupe. Il peut donc y avoir plusieurs limites de stabilité dépendamment de l'immersion radiale de la fraise et du type de fraisage (en remontant ou en avalant). La méthode généralement utilisée pour être toujours à l'intérieur des limites peu importe les conditions de coupe est d'utiliser la profondeur limite de coupe axiale d'une opération de rainurage. Si on veut être sûr de ne jamais tomber en instabilité, on utilisera la plus petite limite des deux directions où on a mesuré les fréquences propres. C'est en effet en rainurage (en anglais « slotting »), pour une profondeur de coupe axiale donnée, qu'on obtient la plus petite limite de stabilité. C'est dans cette condition que les avances par dent sont les plus élevées (pour une avance linéaire donnée) et que le nombre de dents en prise est le plus grand. Bien entendu, c'est en rainurage que le MRR est le plus élevé pour une profondeur de coupe donnée, et donc que les forces sont les plus grandes.

On utilise d'autre part la limite de stabilité en rainurage parce qu'on est incapable de déterminer de façon théorique, les limites de stabilité lorsqu'il y a non-linéarité, ce qui survient lorsqu'on fait une opération autre que le rainurage. Par exemple, si on utilise une fraise à deux dents comme sur la Figure 8.9, il y aura des temps « morts », c'est-à-dire disparition de la force

de coupe (aucune dent en prise dans la pièce). Pour une fraise à quatre dents effectuant la même opération, il y aura parfois une ou deux dents en prise avec la pièce.

Quelques éclaircissement maintenant sur le facteur d'orientation. Imaginons qu'à la Figure 8.9, on effectue une rainure dans la direction X. La direction moyenne normale à la coupe (indiquée par N sur la Figure 8.9) sera aussi dans la direction X. De plus, β est habituellement égale à 70° dans le cas d'une fraise en bout [14] avec un angle d'hélice de 30° et un angle de coupe de 10° . Pour obtenir le facteur d'orientation u , on projette la force moyenne sur la direction normale à la coupe qui fait un angle β par rapport à la normale à la coupe. On obtient alors un facteur d'orientation de $u = \cos 70^\circ = 0.342$.

On mesurera donc les fréquences propres dans chaque direction et on utilisera la plus petite limite obtenue pour la profondeur de coupe axiale. Les résultats obtenus ainsi sont relativement précis. Des expériences menées dans le cadre du cours sur l'usinage haute vitesse à Charlotte en octobre 1998 [14] ont bien démontré la véracité de ces méthodes. Notons que nous avons supposé une direction moyenne pour les forces de coupe. Cette simplification qui permet un traitement théorique direct entraîne parfois des erreurs. Il est possible d'obtenir des résultats encore plus précis en utilisant des méthodes de calcul plus élaborées qui considèrent la position exacte de chaque dent et les non-linéarités possibles (si la dent sort de la coupe à cause de l'amplitude de la vibration ou si elle est hors de la coupe à cause d'une opération autre que le rainurage). On peut alors calculer avec un programme, la somme des contributions de chaque dent à chaque position de la coupe. Les limites de stabilité obtenues sont alors extrêmement précises. Elles dépendent en fait principalement de la précision de la mesure des fréquences propres de la machine dans chaque direction et de la condition de l'outil. Des programmes de calculs par cette méthode de simulation ("time domain simulation") sont disponibles dans plusieurs universités. Puisque le calcul théorique nous offre une précision suffisante, nous n'utiliserons pas ces méthodes numériques.

8.6 Application au cas du fraisage en bout à plusieurs fréquences propres

Jusqu'à présent, nous avons considéré seulement le cas où il y avait un mode de vibration analysé à la fois (un degré de liberté ou une direction de déformation) modélisé par un système simple masse, ressort et amortisseur comportant une seule fréquence propre (ou mode directionnel) du deuxième ordre. Nous allons continuer d'analyser le système dans une direction à la fois mais nous allons considérer le cas où il y a plusieurs modes directionnels, donc plusieurs fréquences naturelles pour une direction. Il est plus logique et plus réaliste de procéder ainsi car notre système, comme nous l'avons constaté dans l'étude dynamique, possède plus d'une fréquence propre, donc plusieurs modes directionnels de vibrations. Cette analyse nous permettra de faire ensuite un choix éclairé de la vitesse optimale de rotation, considérant toutes les fréquences naturelles du système.

On peut illustrer le procédé de fraisage en bout par la figure suivante :

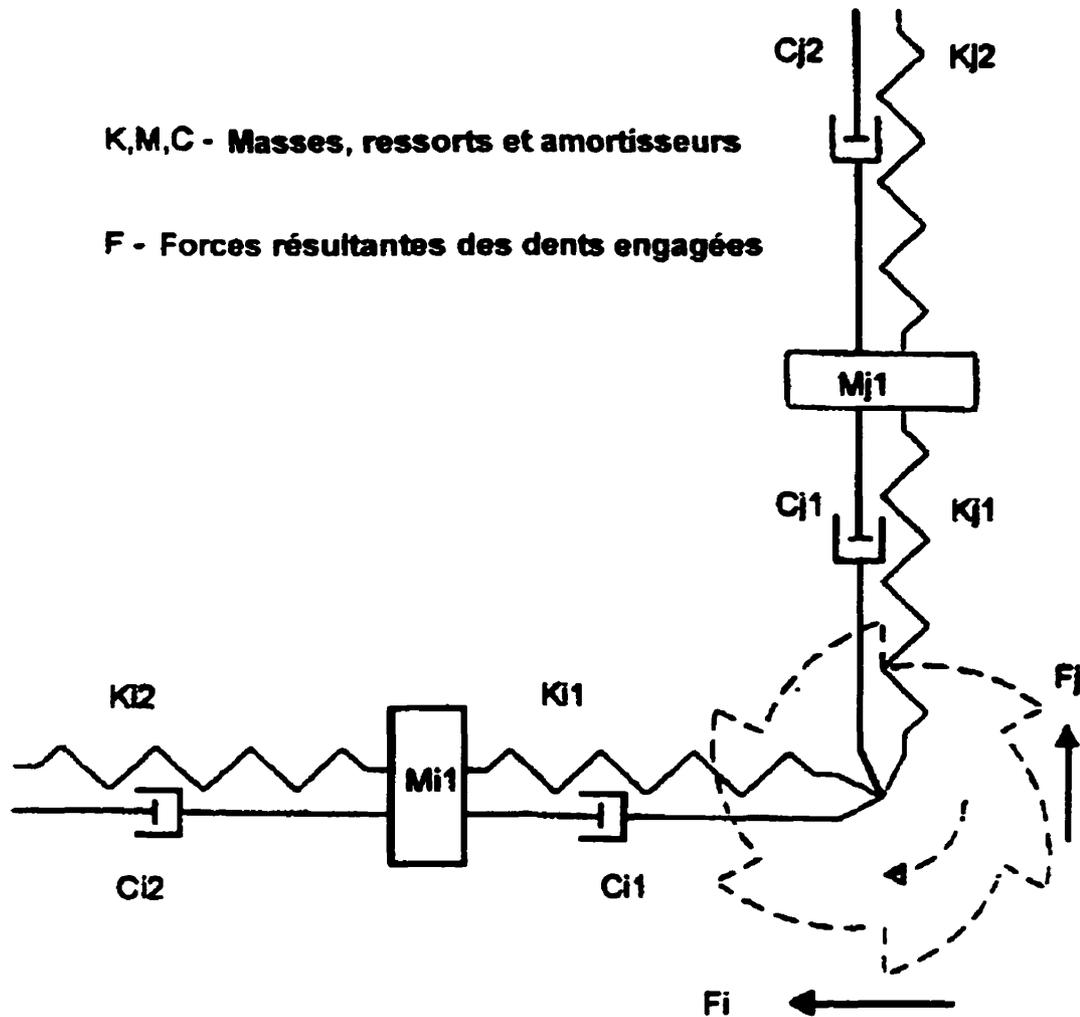


Figure 8.10 Fraisage en bout à deux degrés de liberté modélisé par des systèmes masses, ressorts et amortisseurs

La fraise peut donc se déplacer dans deux directions radiales différentes qui possèdent chacune plusieurs systèmes masse/ressort/amortisseur en série, donc plusieurs modes directionnels. Dans notre cas, puisque la broche sera le système le plus flexible de l'ensemble et qu'elle est axisymétrique, on pourra considérer une seule direction radiale de déformation pour laquelle nous avons déjà fait l'analyse dynamique. Il arrive souvent que la valeur des modes directionnels soit différente dans chaque direction pour de grosses broches mais, pour simplifier, les tests devront être menés que dans une seule direction et dans des conditions de rainurage.

La déformation radiale de l'outil, donc la réponse à la force dans une direction donnée est en fait l'addition des réponses de chaque mode directionnel. Lors de l'identification des modes, il est possible pour simplifier de traiter la broche comme ayant plusieurs modes directionnels indépendants. On peut donc utiliser la méthode d'identification appelée « méthode $\sqrt{2}$ ». Voici comment il faudra procéder pour l'identification des modes:

- Nous allons d'abord exciter en entrée la structure (le bout de l'outil) à l'aide d'un marteau instrumenté qui enregistre la force appliquée en fonction du temps.
- Nous allons mesurer en sortie la déflexion correspondante à cette excitation.
- Cette entrée et cette sortie seront reliées à un analyseur de vibration qui peut bien entendu faire la transformée de Fourier du signal et nous fournir la partie réelle de la partie imaginaire de la fonction de transfert entre l'entrée et la sortie dans le domaine des fréquences. Cette fonction de transfert correspond en fait à $G(j\omega)$ (souvent noté comme $G(\omega)$). L'analyseur de vibration peut nous donner directement la partie réelle et imaginaire dans le domaine des fréquences comme à la Figure 8.11.

Le graphique suivant a été mesuré sur une machine Okuma MX45VAE avec une fraise $\frac{3}{4}$ po. à deux dents lors du cours à Charlotte [14]:

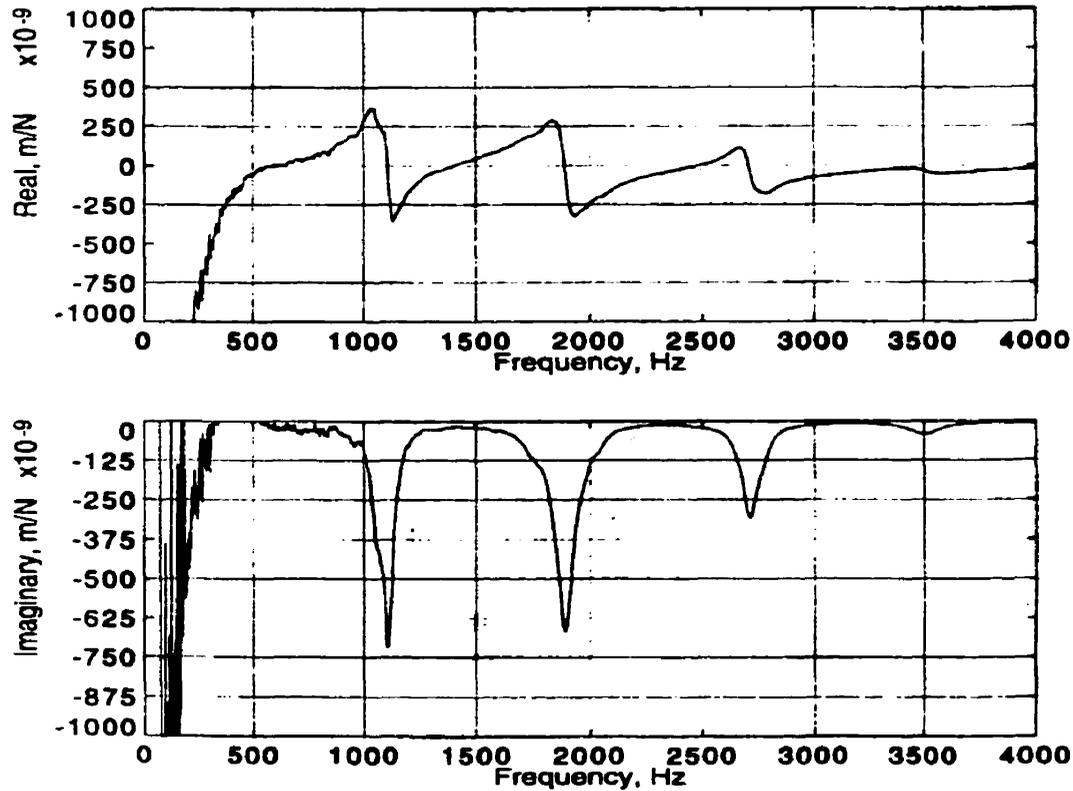


Figure 8.11 Identification des modes

Les résultats ainsi obtenus sont l'addition de chaque mode directionnel où l'on voit, au niveau de chaque fréquence propre, une diminution de l'amplitude de la partie imaginaire. On peut traiter les graphiques ainsi obtenus comme plusieurs systèmes masse / ressort / amortisseur indépendant en tenant compte de cette addition. On identifiera chaque mode comme suit [14]:

Le coefficient d'amortissement pour chaque mode est:

$$\zeta = \frac{(f_r - f_i)}{2f_n}$$

La rigidité de chaque mode est :

$$k = \frac{1}{2(h_i - h_r)\zeta}$$

et la masse équivalente de chaque mode est :

$$m = \frac{k}{(2\pi f_n)^2}$$

où f_1 , h_1 , f_r , h_r sont relevées sur les graphiques de la partie réelle et imaginaire de la fonction de transfert mesurée pour chaque mode.

f_1 = fréquence de la pointe réelle positive gauche de $\text{Re}(G(\omega))$

h_1 = amplitude de la pointe réelle positive gauche de $\text{Re}(G(\omega))$

f_r = fréquence de la pointe réelle négative droite de $\text{Re}(G(\omega))$

h_r = amplitude de la pointe réelle négative droite de $\text{Re}(G(\omega))$

Notez qu'habituellement le facteur d'amortissement ζ se situe entre 0 et 0.1. Une bonne approximation en fraisage consiste à prendre $\zeta = 0.05$.

Cette identification nous permettra de faire l'analyse indépendante des vitesses optimales pour chaque mode. Elles seront ensuite analysées sur le même graphique pour tenir compte de leur combinaison. Nous verrons comment faire cela dans la section suivante qui traite du choix de la vitesse de rotation.

8.7 Choix de la vitesse optimale de rotation

Dans le calcul de la profondeur de coupe axiale limite minimale, nous avons trouvé que le broutage pouvait apparaître à plusieurs fréquences. Nous avons alors obtenu pour un procédé de fraisage en bout que la profondeur axiale de coupe limite était :

$$b_{\text{lim}} = \frac{-1}{2\mu C \text{Re}(G_d(\omega))}$$

où $G_d(\omega)$ est la fonction de transfert orientée qui représente la machine-outil. Elle fait le lien entre la force appliquée par la coupe $F_X(\omega)$ dans la direction où l'on a mesuré les fréquences propres et la déflexion obtenue $X(\omega)$ dans cette direction.

$$G_d(\omega) = \frac{X(\omega)}{F_X(\omega)}$$

Cette fonction de transfert peut varier selon la fréquence de l'excitation ω , ici désignée comme étant la fréquence de brochage. On peut représenter, pour le cas général (fonction du 2^e ordre ou plus), le diagramme de phase de la réponse de la fonction $G_d(\omega)$, soit $X(\omega)$.

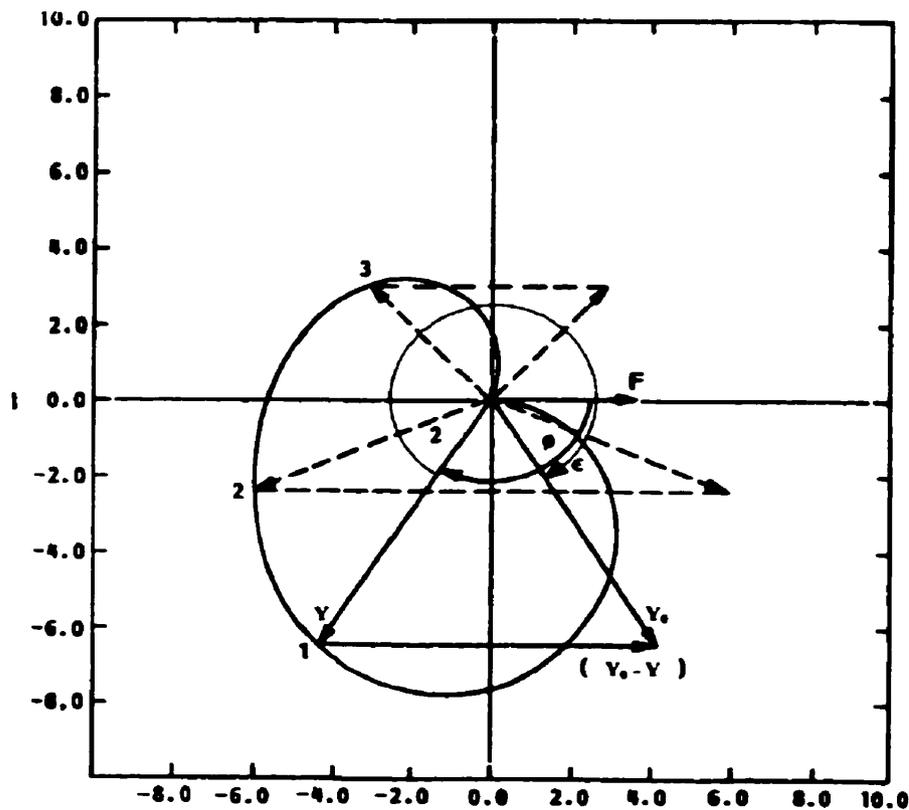


Figure 8.12 Diagramme de phase pour un système du 2^e ordre ou plus

où ϕ = retard de $X(\omega)$ sur la force F qui a ici été représentée sur l'axe des réels (qui sert de référence). Notez que la projection de $X(\omega)$ dans la direction normale à la coupe, soit $Y(\omega)$ est aussi déphasé avec le même angle. ϕ représente aussi l'angle que fait la fonction $G_d(\omega)$ dans le plan de phase.

Notez que pour un système de deuxième ordre $\phi > \pi/2$ et donc $0 < \varepsilon < 2\pi$ (départ à 2π) pour que les conditions suivantes s'appliquent toujours:

$$G_d(\omega)(e^{-j\varepsilon} - 1) = -2\text{Re}(G_d(\omega)) \quad \text{et} \quad \text{Re}(G_d(\omega)) < 0$$

où ε représente le retard qui peut être tiré de :

$$N + \frac{\varepsilon}{2\pi} = \frac{f}{nz}$$

où

$$n = \frac{f}{z \left(N + \frac{\varepsilon}{2\pi} \right)}$$

rappelons que :

- f = fréquence de brochage [Hz]
- N = nombre d'ondulations complètes (appelé aussi nombre de lobes) entre chaque passe ou chaque dent. Nombre entier.
- n = vitesse de rotation [rot/s]
- z = nombre de dents de la fraise [dents/rot]

Nous avons choisi un peu plus tôt de modéliser notre système par un système de deuxième ordre à plusieurs fréquences propres (modes directionnels). Eh bien, lorsqu'on mesure la rigidité, l'amortissement et la masse équivalente pour chaque mode comme indiqué précédemment, on peut trouver la limite de stabilité pour chaque vitesse de rotation. On peut donc faire un graphique de la vitesse de rotation en fonction de la limite axiale de profondeur de coupe pour différentes valeurs de N (0, 1, 2, ...) pour chaque mode. Voici les principales étapes qui permettent de tracer ces courbes pour chaque mode:

- 1) Mesurer expérimentalement ou déterminer les paramètres suivants : k , ζ , ω_n , u , C , m .
- 2) Fixer la valeur de la fréquence de broutage. Pour un système de deuxième ordre, ω varie de ω_n à $+\infty$ pour que $\text{Re}(G_d(\omega)) < 0$.
- 3) Pour la valeur fixée de ω , calculer la valeur de $\text{Re}(G_d(\omega))$ et $\text{Im}(G_d(\omega))$ et en déduire la valeur de ϕ et ε d'après le plan de phase. Notez qu'on peut utiliser la formule suivante pour le calcul de ε :

$$\varepsilon = 2\pi - 2(\phi - \pi/2) = 2\pi - 2 \tan^{-1}(\text{Re}(G_d(\omega)) / \text{Im}(G_d(\omega)))$$

On calcule en même temps la valeur de la profondeur de coupe axiale limite b_{lim} :

$$b_{\text{lim}} = \frac{-1}{2\mu C \text{Re}(G_d(\omega))}$$

- 4) On calcule ensuite avec le retard ε , la vitesse de rotation correspondante n , pour différentes valeurs de N qui représente le nombre d'ondulation entre chaque dent:

$$n = \frac{f}{z \left(N + \frac{\varepsilon}{2\pi} \right)}$$

- 5) On trace ensuite sur un même graphique, toutes les combinaisons de n et b_{lim} obtenues pour chaque valeur de N et cela pour chaque mode.

On obtiendra alors, pour chaque valeur de N , un lobe qui détermine la limite de stabilité dans le graphique de la profondeur de coupe b en fonction de la vitesse de rotation n comme à la Figure 8.13 :

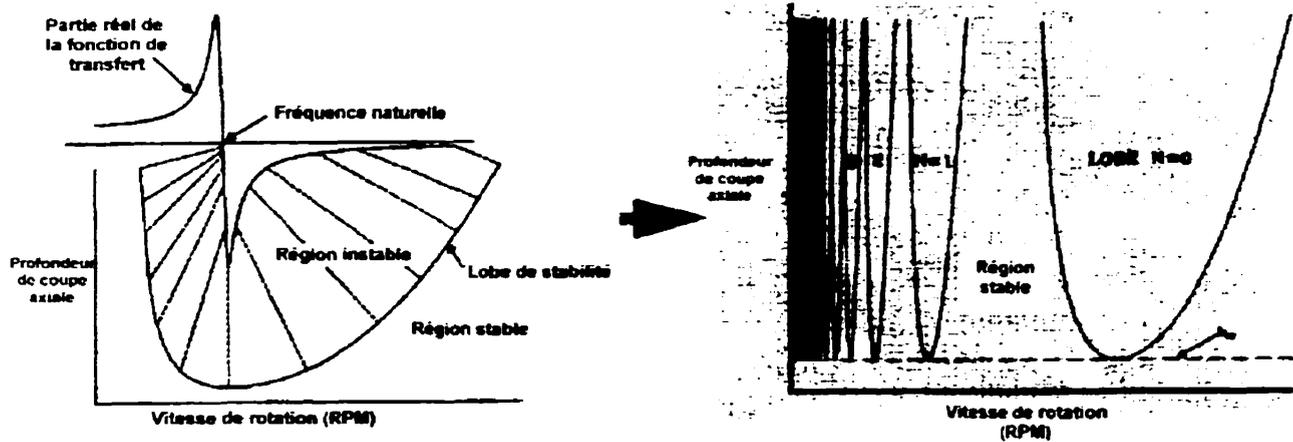


Figure 8.13 Création des lobes de stabilité

On voit que chaque lobe possède une limite inférieure qui correspond à $(b_{lim})_{min}$ sous laquelle aucune instabilité n'est possible. On peut aussi voir le lien entre la partie réelle de la fonction de transfert et la limite de stabilité vs la vitesse de rotation.

Pour un système ayant plusieurs fréquences propres, on fait simplement la superposition des lobes de stabilité pour chaque mode directionnel comme sur le graphique suivant qui représente les lobes de stabilité pour un système du deuxième ordre ayant 3 fréquences propres:

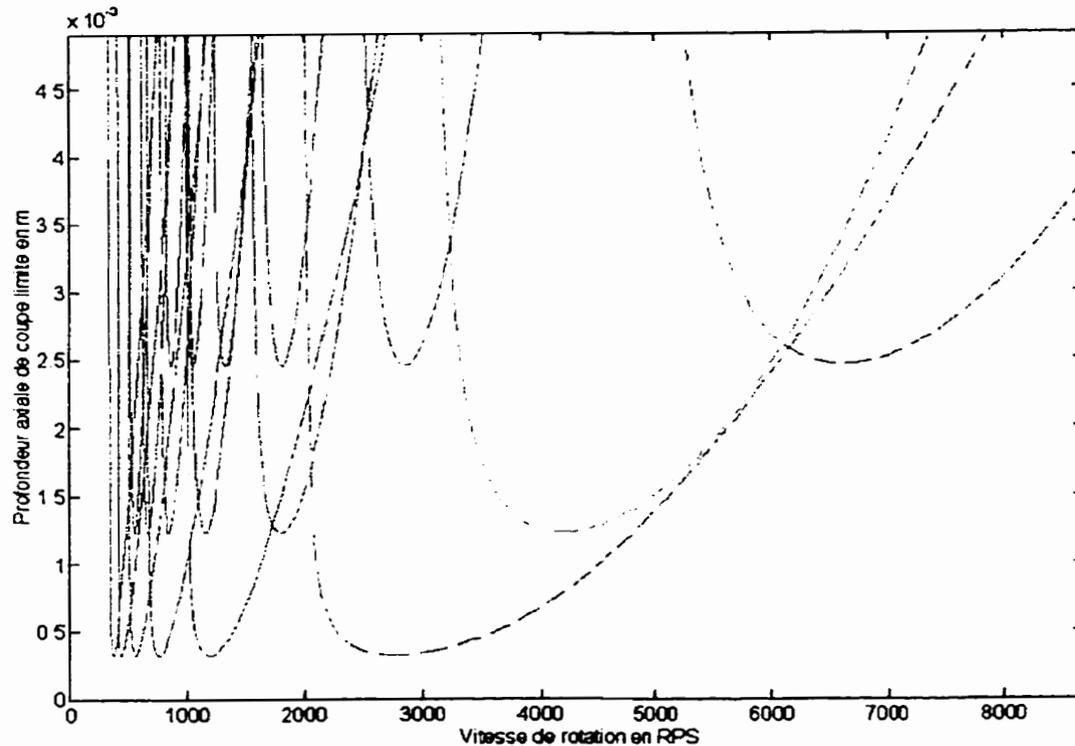


Figure 8.14 Lobes de stabilité pour un système à plusieurs fréquences propres

Notez que les courbes en pointillées sur la Figure 8.14 représente les lobes où $N = 0$. Le graphique précédent n'est donné qu'à titre d'exemple. Le programme qui a servi à sa réalisation est fourni en annexe O. Ce programme calcule les limites de stabilité en fonction de la vitesse de rotation pour une opération de rainurage dans l'aluminium (matériel dans lequel nous suggérons que les tests soient faits). Le graphique de la Figure 8.14 a été tracé pour une fraise à deux dents. Un autre programme conçu pour un système du deuxième ordre à une seule fréquence propre a été aussi inclus en annexe O. Celui-ci calcule en plus des lobes de stabilité, les courbes d'ajustement de la vitesse de rotation avec la fréquence de broutage, ce que nous verrons dans la prochaine section. Nous l'utiliserons à la section 8.9 pour faire la prédiction théorique du comportement de notre machine pour le premier mode calculé lors de l'étude dynamique.

8.8 Ajustement de la vitesse avec la fréquence du broutage

On peut remarquer plusieurs faits intéressants sur les graphiques de la Figure 8.13 :

- La fréquence de broutage est près de la fréquence naturelle (indiquée par « natural frequency » sur le graphique gauche de la Figure 8.13) de la machine mais elle est légèrement supérieure à celle-ci. En fait, la fréquence de broutage est égale à la fréquence naturelle du système composé de la machine et de la coupe qui agit en rétroaction avec la machine.
- Les lobes de stabilité sont de plus en plus rapprochés à mesure que le nombre d'ondulations entre les dents (N) augmente et que la vitesse diminue.
- Des zones de stabilité de plus en plus grandes apparaissent à mesure que la vitesse de rotation augmente
- Curieusement, la plus grande profondeur de coupe permise survient lorsque la fréquence d'attaque des dents est égale à la fréquence naturelle de la machine. Les ondulations créées par la dent précédente et par la dent coupant actuellement sont alors en phase. L'épaisseur de coupe est alors constante du point de vue de l'outil.

On peut tirer profit de ces dernières observations pour le rétablissement de la stabilité du processus advenant l'apparition du broutage. Si on trace sur un même graphique, la fréquence de broutage pour $N = 0,1,2,3,\dots$ en fonction de la vitesse de rotation et des multiples de la fréquence d'attaque des dents de la fraise en fonction de la vitesse de rotation pour une fréquence propre du système, on obtient le graphique du bas de la Figure 8.15.

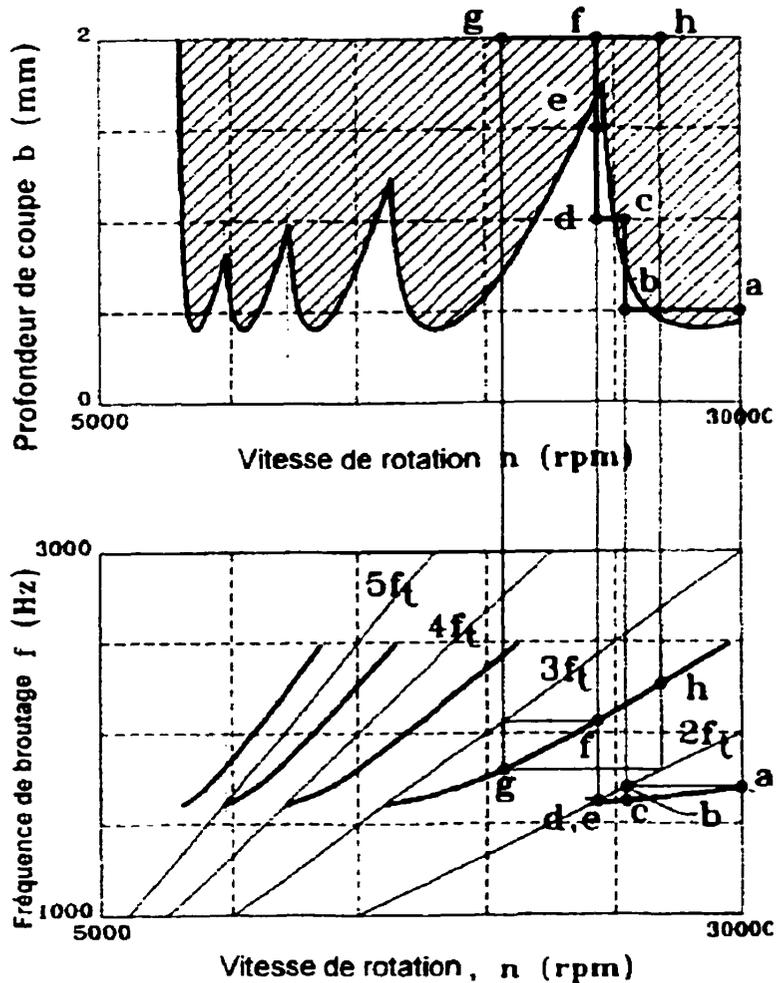


Figure 8.15 Méthode d'ajustement de la vitesse avec la fréquence de brouillage

On retrouve dans le graphique du haut de la Figure 8.15, les lobes de stabilité qui nous indiquent les zones opérables de profondeur de coupe axiale en fonction de la vitesse de rotation de la broche. Les zones apparaissant en hachurés correspondent à des zones de brouillage. Les zones de brouillages à basse vitesse n'ont pas été représentées. Dans le graphique du bas, on retrouve, tracé sur un même graphique, la fréquence de brouillage (lignes courbes) et la fréquence d'attaque des dents (lignes droites) ou un de ses multiples ($2f_t$, $3f_t$, $4f_t$) en fonction de la vitesse de rotation de la broche. On peut donc voir la correspondance entre le haut et le bas de la Figure 8.15. Lorsqu'il y a apparition du brouillage, on peut l'éliminer en changeant la vitesse de rotation de la broche de sorte que la fréquence d'attaque des dents (ou

un de ses multiples) soit égale à la fréquence mesurée de broutage. La mesure se fait par des moyens acoustiques. Voici la façon de procéder pour maximiser la profondeur axiale de coupe possible pour une machine donnée (en supposant qu'il n'y a pas de limitation de puissance) :

- Faire tourner la broche à sa vitesse maximale.
- Augmenter la profondeur de coupe axiale jusqu'à ce que le broutage se manifeste et mesurer sa fréquence.
- Ajuster la vitesse de la broche pour que la fréquence d'attaque des dents (ou un multiple) soit égale à la fréquence mesurée de broutage. Le broutage devrait alors être éliminé.
- Augmenter de nouveau la profondeur de coupe axiale jusqu'à ce que le broutage se manifeste.
- Ajuster de nouveau la vitesse.
- Si l'ajustement de vitesse ne rétablit pas la stabilité et ce après 3 essais, arrêter le processus et revenir au dernier point de stabilité trouvé. Il correspond alors à l'optimum.

Cette méthode est appelée en anglais « speed regulation control ». Elle est très pratique dans le cas où on ne connaît pas les lobes de stabilité. On peut alors en utilisant des méthodes d'acquisition acoustiques simples, déterminer quel sera le point d'opération qui maximisera le taux d'enlèvement de matière.

Le graphique présenté précédemment (Figure 8.15) illustre la méthode par divers points d'opération. On commence d'abord par faire tourner la broche à sa vitesse de rotation maximale, soit dans cet exemple 30 000 RPM. On augmente ensuite la profondeur de coupe axiale jusqu'à ce qu'il y ait apparition du broutage (point A). On ajuste la vitesse de rotation de manière à ce que le double (ici c'est le double car la vitesse maximum de rotation correspond à la fréquence de broutage pour $N = 1$) de la fréquence d'attaque des dents ($2f_t$) soit égal à la fréquence de broutage (point B) tout en gardant la même profondeur de coupe axiale. On augmente encore la profondeur de coupe axiale jusqu'à ce qu'il y ait encore apparition du broutage (point C). On ajuste encore la vitesse de rotation de manière à ce que le double de la fréquence d'attaque des dents ($2f_t$) soit égal à la fréquence de broutage (point D). On augmente à nouveau la profondeur de coupe axiale (point E) mais on n'obtient pas d'instabilité. Afin de

voir si on peut encore aller plus loin, on augmente à nouveau la profondeur de coupe et on a alors instabilité (point F). À ce point, on voit bien qu'on ne pourra plus rétablir la stabilité mais l'utilisateur de cette méthode ne connaît pas les lobes de stabilité et ne sait donc pas qu'il est dans un cul-de-sac. Il continuera donc le procédé en essayant d'ajuster la vitesse mais cette fois-ci, puisque le broutage a une fréquence beaucoup plus haute, en la réglant à 3 fois la fréquence d'attaque des dents (point G) tout en gardant la même profondeur de coupe. Il se trouvera encore en situation de broutage (il retombe alors sur la ligne de broutage au lieu d'être sur la droite 3ft). Il tentera alors d'ajuster la vitesse à deux fois la fréquence d'attaque des dents (2ft) mais encore sans succès (Point H). On reviendra alors au dernier point de stabilité, le point E.

La pièce d'essai qui représente ce processus est montrée dans la Figure 8.16. On voit qu'il a été possible de passer d'une situation instable avec une profondeur de coupe axiale de 0.5 mm à une situation stable d'une profondeur de coupe de 1.5 mm. On voit qu'à 2 mm, la stabilité est impossible, à moins d'utiliser d'autres moyens de rétablissement de la stabilité (outil avec géométrie spécial, variation de la vitesse, etc.).

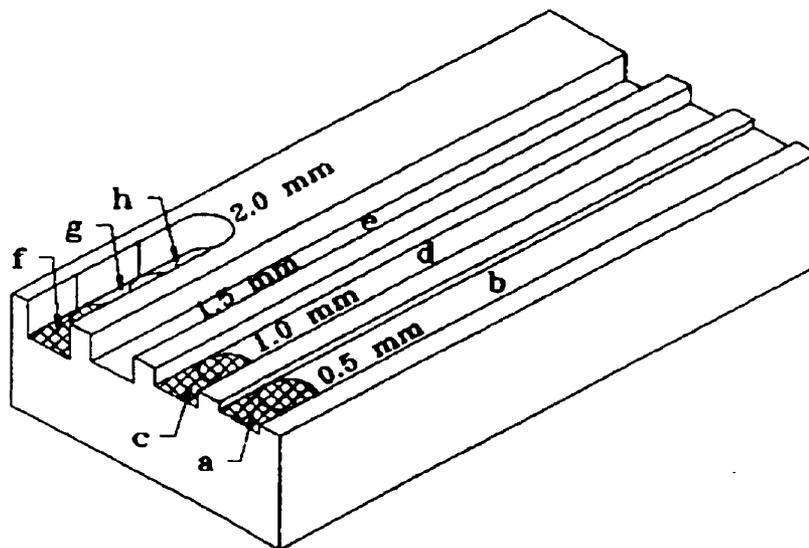


Figure 8.16 Pièce test pour ajustement de la vitesse du graphique précédent

Notez qu'il existe maintenant des machines dotées de mécanisme d'ajustement automatique de la vitesse de rotation permettant un ajustement en cours d'usinage.

8.9 Prévision théorique des performances

Lors de l'étude dynamique, nous avons calculé les quatre premiers modes de la broche. La première fréquence propre a été trouvée à 3654.53 Hz (22 962.09 rad/s). Nous avons aussi calculé la rigidité statique équivalente radiale au droit de l'outil, soit $K_{\text{eq}} = 5.158 \times 10^5$ N/m. Bien entendu, on ne connaît pas l'amortissement, la masse et la rigidité équivalente de chaque mode. Mais on peut faire une prévision théorique qui nous indiquera les zones de plus grande stabilité sans qu'on en connaisse nécessairement la valeur exacte.

Nous allons donc faire un estimé théorique en supposant seulement une fréquence propre, la première à 3654.53 Hz. On supposera que le facteur d'amortissement ζ est égal à 0.05. Ceci correspond à une valeur moyenne en usinage haute vitesse couramment rencontrée. Nous allons aussi supposer la rigidité du premier mode, égale à la rigidité équivalente de la broche. Cela nous donnera le pire des cas car en fait la rigidité équivalente de l'ensemble est assurément plus faible que la rigidité d'un des modes séparés (on peut le voir comme s'il s'agissait de ressorts en série).

Voici donc le résultat que nous obtenons pour une fraise à deux dents en rainurage:

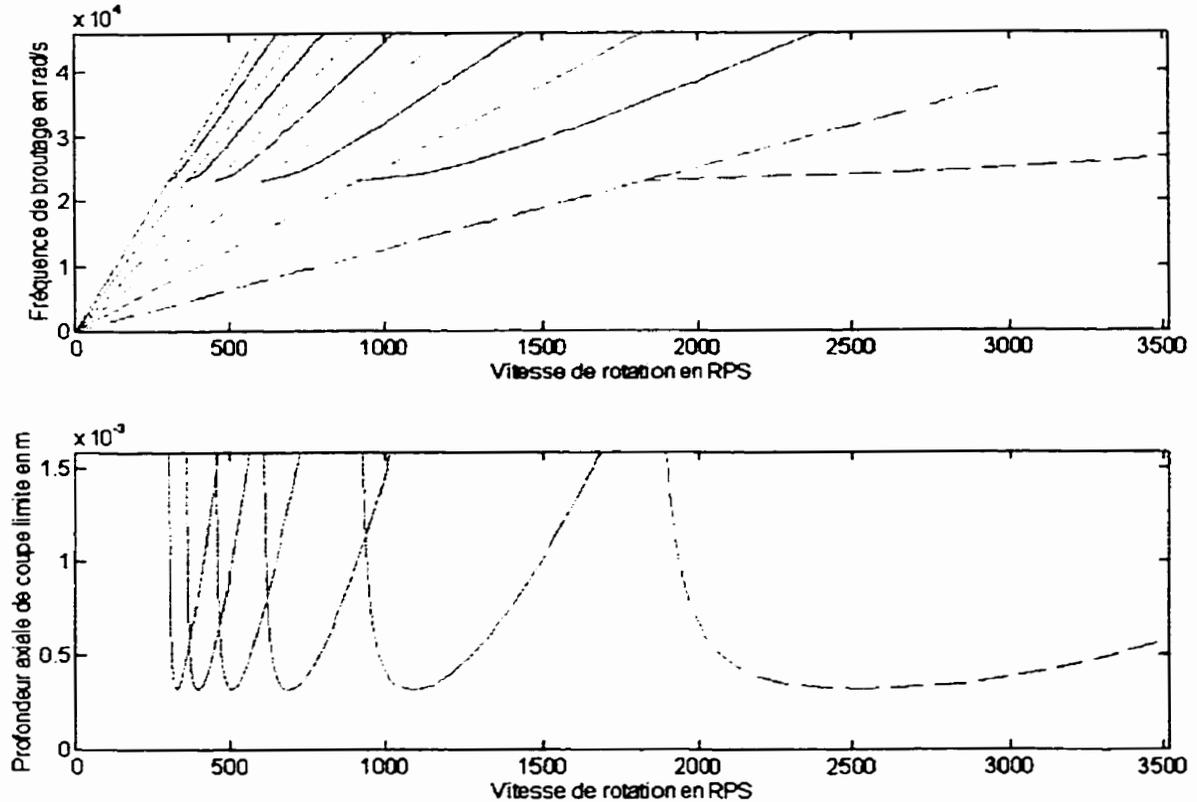


Figure 8.17 Prédiction théorique des performances – Fraisage/rainurage à 2 dents

Sur la Figure 8.17, le graphique du bas correspond aux lobes de stabilité pour (à partir de la droite) $N = 0, 1, 2, 3, \dots$. Le graphique du haut correspond quant à lui à la fréquence de brouillage pour $N = 0, 1, 2, 3, \dots$ en fonction de la vitesse de rotation (lignes courbes, pour ω varie de ω_n à $+\infty$) et des multiples de la fréquence d'attaque des dents de la fraise en fonction de la vitesse de rotation (lignes droites). Notez que la vitesse de rotation maximale de la machine est de 1500 RPS (90 000 RPM). Les courbes apparaissant en pointillées correspondent à $N = 0$ ou à la fréquence d'attaque des dents. On peut voir qu'il y a une zone de stabilité autour de 850-900 RPM qui nous permettra d'atteindre jusqu'à 1mm de profondeur de coupe axiale en rainurage.

Si maintenant on considère une fraise à quatre dents on obtient :

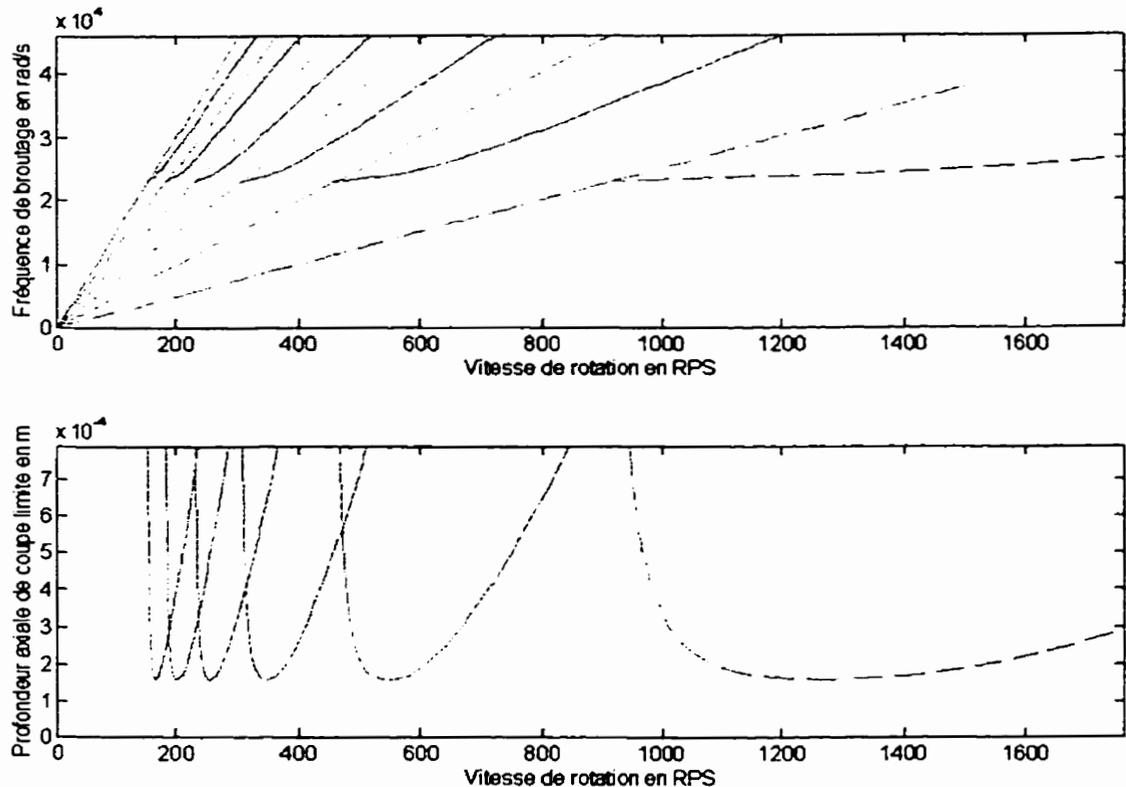


Figure 8.18 Prédiction théorique des performances – Fraisage/rainurage à 4 dents

On voit que la limite minimale de profondeur de coupe axiale est deux fois plus petite pour une fraise à quatre dents, soit 0.158 mm au lieu de 0.316 mm avec une fraise à deux dents. Même s'il sera plus facile d'exploiter des zones de plus grande stabilité (entre $N = 1$ et $N = 0$), il sera par contre plus dangereux de s'y aventurer car on risque de rencontrer une instabilité due à la fréquence d'excitation des dents si on ne travaille pas en immersion radiale totale (rainurage). Par contre, le niveau des forces sera moins élevé que pour une fraise à deux dents et les déflexions pourront être finalement moins élevées. On pourra donc le vérifier expérimentalement.

8.10 Conclusion sur l'étude du broutage

L'étude des différents types de broutage nous aura permis d'approfondir nos connaissances sur le fraisage. Cette connaissance nous permettra de pousser au maximum les limites de profondeurs axiales de coupe que l'on pourra utiliser sur notre broche.

De plus, suite à l'étude dynamique, on a pu estimer théoriquement qu'elles seront les zones d'opération les plus stables et profitables pour notre machine. Il restera, dans un travail futur, à tester la broche pour vérifier si les prévisions théoriques étaient réalistes et de trouver les paramètres de coupe les plus performants qui minimisent le coût global d'usinage.

CHAPITRE 9

CONCLUSIONS

9.1 Rétrospective

Au début de ces recherches, nous avons identifié que le principal problème rencontré dans le domaine de l'usinage de moules et matrices était le manque de flexibilité des machines. Les machines universelles sont généralement adaptées pour effectuer une multitude d'opérations et n'offrent pas à prix raisonnable des machines multi-broches (basse, moyenne et haute vitesses) qu'on peut changer rapidement.

Nous avons donc entrepris la conception et la fabrication d'une broche de fraisage haute vitesse visant la fabrication de moules et matrices de petites dimensions. Tout d'abord, nous avons fait le cahier des charges des opérations et des pièces à réaliser en se basant sur différents articles publiés sur le sujet de l'usinage haute vitesse. Partant de ce cahier des charges, nous avons analysé l'opération de fraisage en énumérant les entrées du système (composé de la machine et de la pièce) et en décortiquant les vitesses et puissances moyennes requises. Nous avons même poussé un peu plus loin en créant un programme nous permettant de suivre la forme de l'échelon de force ressentie par l'outil pour une multitude de paramètres d'usinage. Un résumé sur l'usinage haute vitesse a aussi été fait pour que le lecteur puisse comprendre la raison de son utilisation et de la conception de la broche.

Suite à l'analyse du cahier des charges et du procédé, nous avons commencé la conception de la broche proprement dite par l'étude statique. Dans cette première étude, nous avons fait les premiers dimensionnements de la broche (rigidité statique) afin de rencontrer les exigences requises dans le cahier des charges (déflexions maximales) et nous avons choisi le type de

paliers utilisés. Ensuite, nous avons fait une étude dynamique préliminaire où nous avons vérifié si l'optimum statique correspondait bien à l'optimum dynamique. De plus, nous avons introduit les outils de calculs par éléments finis dont nous nous sommes servis pour calculer les modes vibratoires de la broche. La conclusion de l'étude dynamique préliminaire et de l'étude statique nous a permis de fixer un espacement entre roulements de 40 mm et surtout de comprendre l'influence de ce paramètre sur les performances statiques et dynamiques.

L'étude technologique est venue ensuite résumer les choix que nous avons posés lors de la conception de la broche. Les tests que nous avons effectués pour la conception d'un moteur pneumatique y ont été résumés. À la fin de ce chapitre, toutes les dimensions, matériaux et accessoires ont été déterminés. La section suivante, l'étude dynamique, nous a permis de calculer, avec les dimensions finales de la broche, les modes vibratoires nécessaires pour l'analyse et la prédiction des performances d'usinage. Nous avons de plus vérifié avec une méthode simplifiée de calcul, la méthode Rayleigh-Ritz, si le programme d'éléments finis utilisé donnait des résultats réalistes.

Finalement, nous avons fait l'étude de l'instabilité de coupe (broutage) et nous avons identifié des paramètres d'usinage qui permettaient un plus grand taux d'enlèvement de matière. La prévision théorique des performances d'usinage, à l'aide des résultats obtenus lors de l'étude dynamique final, a aussi été réalisée.

9.2 Perspective de recherche et développement

Beaucoup de travail reste à faire afin de clore le projet. Nous l'avons classé en trois catégorie :

- **Mesure des performances hors-usinage sur banc d'essai**

Il s'agit ici de faire la caractérisation des performances générales de la broche : puissance fournie par la broche, puissance consommée, rendement, graphique du couple fourni en fonction de la vitesse, temps de réponse de la commande de puissance, durée de vie des roulements, etc.

- **Vérification des prévisions théoriques de stabilité**

Lors de l'étude dynamique, nous avons calculé les modes de la broche. Nous avons repris ces données lors de l'étude du broutage pour établir les conditions limites de stabilité lors d'une opération de fraisage en bout. Il faudrait maintenant vérifier expérimentalement la valeur de ces prédictions : mesure des modes, détermination de la limite de profondeur de coupe axiale pour toutes les vitesses admissibles de la broche.

- **Étude des paramètres d'usinage pour le fraisage en bout**

Ce travail peut être réalisé avec ou sans la broche que nous avons réalisée au cours de ces recherches. C'est sans doute le travail le plus rentable à faire du point de vue économique à court terme et il pourrait très bien être réalisé de pair avec l'industrie. Il s'agirait de créer un algorithme pour le choix des paramètres d'usinage optimums pour une machine utilisant une fraise donnée dans tel type de matériel. Ce pourrait être aussi la création d'un guide d'utilisateur pour l'usinage haute vitesse.

Après avoir visité un bon nombre d'ateliers d'usinage au Québec, il semble que l'utilisation des techniques permettant de tirer profit de l'usinage haute vitesse soit pratiquement inexistante. Généralement, les gens ne comprennent pas quel est le but des hautes vitesses de rotation maintenant accessibles sur de nombreuses machines. Dans le meilleur des cas rencontrés, on usine à haute vitesse avec d'excellentes machines permettant l'obtention de très bons finis de surface et ainsi on réduit le nombre de machines utilisées. Mais encore là, les profondeurs de coupe sont faibles et la connaissance des causes du broutage et des moyens pour l'éviter est absente.

Il y a beaucoup de développements possibles au niveau de la recherche fondamentale en usinage haute vitesse. Par contre, ces recherches sont parfois longues et coûteuses. Je m'interroge sur la pertinence de ces recherches dans le contexte actuel de retard que nous avons au niveau de l'industrie aujourd'hui. C'est pourquoi je suggère une recherche orientée vers l'éducation de l'industrie en développant des outils permettant une utilisation plus facile

des théories sur l'usinage haute vitesse (comme des bases de données faciles à utiliser sur le poste de travail). Après tout l'éducation, n'est-ce pas là la vocation première de l'Université dans notre société ?

Bibliographie

- [1] F. Mason, "High-speed forging die milling is coming", *Manufacturing Engineering*, June, 1997, pp.50-56.
- [2] E.B. Guitrau, *The EDM handbook*, Hanser Gardner Publications, Cincinnati, 1997.
- [3] American Society for metal, *Metal Handbook*, Desk Edition, H.E. Boyer & T. L. Gall, 1985.
- [4] E. Oberg, F. D. Jones, H. L. Horton, H. H. Ryffel, *Machinery's Handbook*, 25th Edition, Industrial Press Inc., New York, 1996.
- [5] F. Pruvot, *Conception et calcul des machines-outils ; Volume 1: Généralités, Morphologie, plan général*, Presses polytechniques et univesitaires romandes, Lausanne, 1993.
- [6] F. Pruvot, *Conception et calcul des machines-outils ; Volume 2: Les broches. Études cinématique et statique*, Presses polytechniques et univesitaires romandes, Lausanne, 1993.
- [7] F. Pruvot, *Conception et calcul des machines-outils ; Volume 3: Les broches (suite). Étude dynamique*, Presses polytechniques et univesitaires romandes, Lausanne, 1995.
- [8] F. Pruvot, *Conception et calcul des machines-outils ; Volume 4: Etude technologique des broches*, Polycopié EPFL, Lausanne, 1983/1992.
- [9] F. Pruvot, *Conception et calcul des machines-outils ; Volume 5: calcul des glissières*, Polycopié EPFL, Lausanne, 1977/1992.
- [10] F. Pruvot, *Conception et calcul des machines-outils ; Volume 6: Conception des porte-outils de machines-outils*, Polycopié EPFL, Lausanne, 1977/1992.
- [11] F. Pruvot, *Conception et calcul des machines-outils ; Volume 7: Etude dynamique des porte-outils de machines-outils*, Polycopié EPFL, Lausanne, 1977/1985.
- [12] F. Pruvot, *Conception et calcul des machines-outils ; Volume 8: Etude thermique des broches*, Polycopié EPFL, Lausanne, 1983/1992.
- [13] M. Weck, *Handbook of machine-tools (4 volumes)*, John Wiley and Sons, Chichester – New York - Brisbane – Toronto – Singapore, 1984.
- [14] T.S. Delio, *High-Speed High-Power Machining (notes de cours)*, Society of manufacturing engineer, Charlotte (NC, USA), 1998.

- [15] R.I. King, *Handbook of high-speed machining technology*, Chapman and Hall, 1985.
- [16] RHP Roulements, " Roulements de haute précision ", *RHP Bearings*, 1990, pp. 72-73
- [17] G. Boothroyd, G.E. Dieter, *Fundamentals of machining and machine tools*, 2^e edition, Marcel Decker Inc., New York, 1989.
- [18] W.J. Lewis, " The Design of High Speed Grease Lubricated Spindles for Machine Tool Production Equipement ", *FAG Bearings Corp.*, Stamford CT, CI-935662-1.
- [19] FAG Bearings, " FAG High-Speed Spindle Bearing of the Series HS719 and HS70 for machine tools ", Publ. No. WL 41 127 ED, *FAG Bearings Corp.*, 1998.
- [20] TORRINGTON, " Fafnir Superprecision Ball Bearings ", *The Torrington Compagny / Ingersol Rand*.
- [21] E. Suss, P. Loison, " Comportement dynamique des roulements de broches de centres d'usinages ", *Bulletin S.F.M.*, CI-9356712.
- [22] FAG Bearings, " FAG Rolling Bearings in Machine Tools Applications ", Publ. No. WL 02 105/2 EA, *FAG Bearings Corp.*, 1997.
- [23] A. Gakwaya, *Modélisation et analyse en CAO*, Note de cours GMC-17694, Université Laval, Automne, 1994.
- [24] SKF Bearings, " SKF General catalogue ", Catalogue 4000/II E, *SKF Group*, 1991.
- [25] D.B. Arnold, F.J. Momper, " Machining Challenges / Difficult-to-machine materials are the key to progress ", *Manufacturing Engineer*, November, 1997, pp. 62-68.
- [26] R.C.Dewes, D.K. Aspinwall, "A review of ultra high speed milling of hardened steels", *Journal of Materials Processing Technology* 69, March, 1997, pp. 1-17.
- [27] Kennametal, " Milling catalogue ", Catalogue 5040, *Kennametal*, 1995.
- [28] I.M. Shapiro, " Air driven Spindles for jig grinders ", *Machine & Tooling*, Volume 48, No. 12, pp. 18-19.
- [29] P. Pahud, " Futur des machines, machines du futur ", *Marché suisse des machines*, Février-Novembre, 1988.
- [30] G.F. Küss, *L'air comprimé industriel*, 2 tomes, Entreprise moderne d'édition, Paris, 1973.

- [31] B. Antony, *Pneumatic handbook*, Trade & technical press, London, 1989.
- [32] L.P.Flatland, " Pressurized dental handpiece ", *Brevet US #3947965*, April 1976.
- [33] S. Nakayama, " Dental handpiece control device ", *Brevet US #4744752*, May 1988.
- [34] M. Schwenoha, " Dental handpiece ", *Brevet US #5807108*, September 1998.
- [35] J.E. Orgain, " Dental turbine spindle assembly ", *Brevet US #5575648*, November 1996.
- [36] R.A Jacobson, " Speed governor for a pneumatic power tool ", *Brevet US #5314299*, May, 1994.
- [37] C.H. Flink, " Pressure medium driven machine tool ", *Brevet US #4566849*, January, 1986.
- [38] A. Yamada, " System for controlling the rotating speed of a pneumatically driven spindle ", *Brevet US #5020968*, June, 1991.
- [39] H.W. Trojahn, " Turbine wheel for drive turbine especially of metal working machinery ", *Brevet US #5820339*, October, 1998.
- [40] B.R. Munson, D.F.Young, T.H. Okiishi, *Fundamentals of fluid mechanics*, John Wiley Sons, New York, Chichester, Brisbane, Toronto, Singapore, 1990
- [41] G. Drouin, M. Gou, P. Thiry, R. Vinet, *Éléments de machines*, Éditions de l'École polytechnique de Montréal, Montréal, 1986.
- [42] R. Cameron, *Technologie et usinage à commande numérique*, Éditions Saint-Martin, Montréal, 1996.
- [43] T. Altan, P. Fallböhrner, C.Rodriguez, " HSM Research – On the Edge of Technology ", *Engineering Research center for Net Shape Manufacturing, Ohio State Iniversity*, 1997.
- [44] H. Schulz, T. Moriwaki, " High –Speed Machining ", *Technical University of Darmstadt/Germany, Kobe University/Japan*, 1997.

ANNEXE A

A.1 Modèle des forces d'usinage

Cette annexe présente de façon plus détaillée, la méthode plus générale tirée de [15] basée sur la théorie de Merchant servant à estimer sur le long du parcours fait par une dent, la forme exacte de l'échelon de force résultant des forces tangentielles et de répulsion.

A.1.1 Hypothèses de départ

Le modèle suppose :

- une pression spécifique de répulsion (K_s) homogène, donc un matériau homogène.
- une pression spécifique de répulsion (K_s) constante peu importe l'épaisseur du copeau.
- un angle d'hélice non nul, ce qui est presque toujours le cas en réalité et toujours le cas pour nous.
- un outil neuf, donc aucun facteur de correction pour l'usure.
- les dents de la fraise régulièrement espacées
- des forces axiales nulles
- des profondeurs de coupe axiale et radiale constantes

A.1.2 Entrées

Reprenons la Figure 3.3 illustrant le modèle :

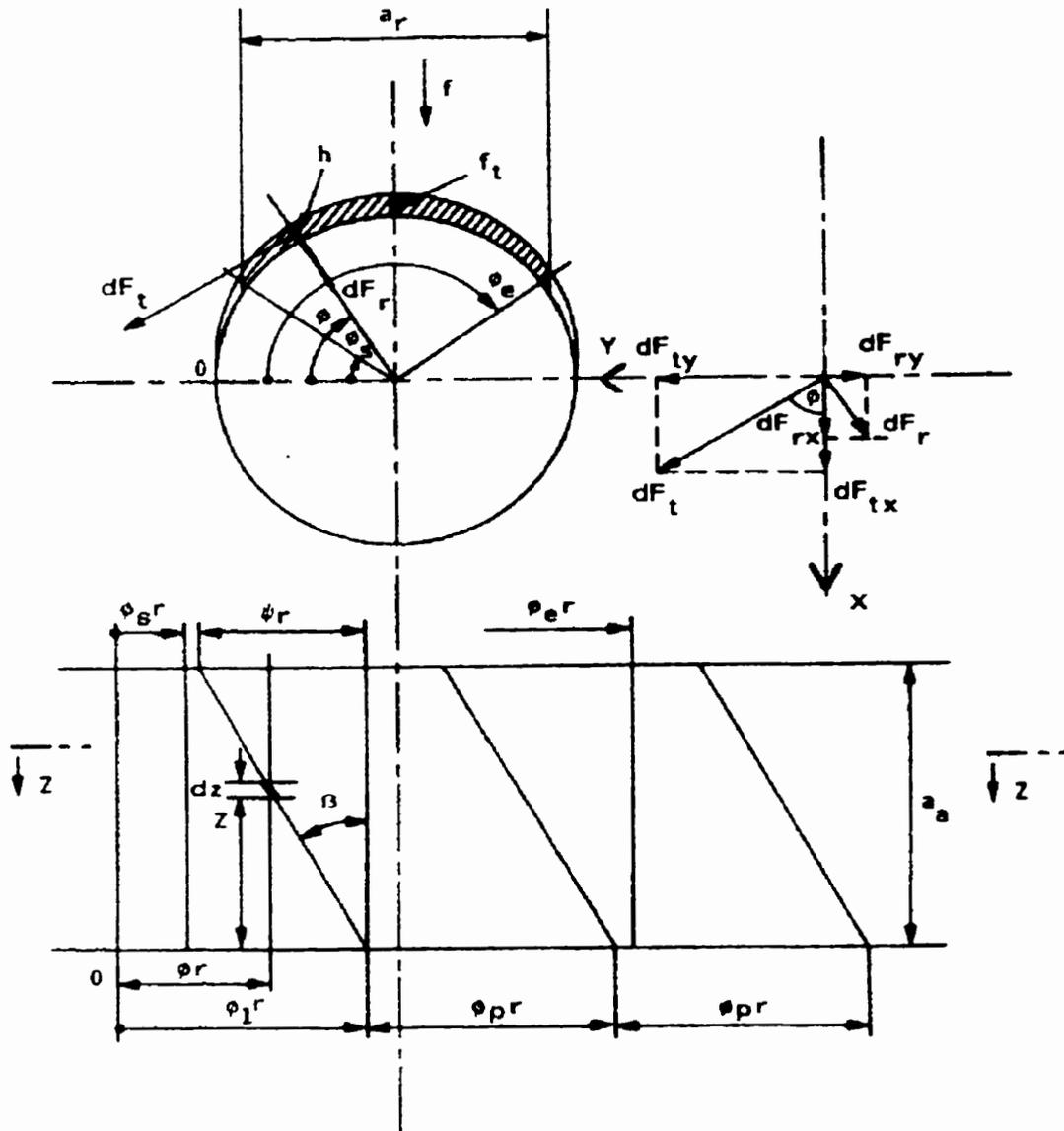


Figure A.1 Modèle utilisé pour le fraisage en bout

Comme énoncé dans le texte principal de ce mémoire, la figure précédente illustre une vue de haut d'une coupe selon Z-Z à une hauteur z de la fraise par rapport au bout de celle-ci. L'avance d'usinage se fait dans la direction X (l'outil se dirige vers la direction X positif). La profondeur axiale de coupe est a_a . La profondeur radiale de coupe est a_r et est délimitée de

l'angle ϕ_s (« start of cut » ou départ de la coupe) à l'angle ϕ_e (« exit of cut » ou sortie de la coupe) pour chaque point de l'arrête de coupe.

Les données que doit entrer l'utilisateur dans le programme sont:

- la profondeur de coupe axiale a_a [mm]
- l'angle d'hélice β [degrés]
- la vitesse de coupe v [m/min]
- l'avance d'usinage f [mm/min]
- le nombre de dents de la fraise z
- le diamètre de la fraise D [mm]
- la pression spécifique de coupe K_s [N/m² ou W/m³/s]
- les angles d'entrée et de sortie caractérisant la profondeur de coupe radiale.

On peut les calculer de la façon suivante si on connaît la profondeur de coupe radiale a_r [mm]:

Pour le fraisage en avalant :

$$\phi_s = \alpha_s = \pi - \text{inv} \cos \left(\frac{D/2 - a_r}{D/2} \right)$$

$$\text{Et } \phi_e = \pi$$

Pour le fraisage en remontant :

$$\phi_e = \text{inv} \cos \left(\frac{D/2 - a_r}{D/2} \right)$$

$$\text{Et } \phi_s = 0$$

Et bien sûr le programme peut tenir compte de n'importe quelle situation entre les deux types de fraisage, par exemple $\phi_s = \pi/4$ à $\phi_e = 3\pi/4$

Le programme convertit les données entrées dans les bonnes unités pour fin de calcul. Notez que le programme, tel qu'il est présenté ici, n'est pas en mode interaction avec l'utilisateur afin

d'accélérer l'entrée des données mais peut être rapidement converti pour que l'utilisateur puisse entrer toutes ses données dans le format précédant à chaque utilisation.

A.1.3 Entrées relatives aux conditions de coupe du cahier des charges

Paramètres / Type d'opération	Ebauche	Finition	Design
Profondeur de coupe axiale a_a [mm]	1	0.1	0.5
Angle d'hélice β [degrés]	30	30	30
Vitesse de coupe v [m/min]	300	500	500
Avance d'usinage f [mm/min]	2000	2000	5000
Nombre de dents de la fraise z	2	2	2
Diamètre de la fraise D [mm]	3	3	3
Pression spécifique de coupe K_s [N/m ² ou W/m ³ /s]	4000	4000	4000
Profondeur de coupe radiale a_r [mm]:	0.5	0.5	1
ϕ_a [rad]	2.31	2.31	1.91
ϕ_c [rad]	π	π	π

Tableau A.1 Entrées du programme

A.1.4 Équations

Nous présentons ici les équations et variables sur lesquelles se basent les calculs faits dans le programme. Les commentaires placés dans le programme expliquent plus en détail, la façon de fonctionner de l'algorithme pour prendre en compte tous les cas possibles dans le calcul. Les variables sont aussi toutes définies dans le programme.

Voici donc les principales équations soit :

- l'étendue diamétrale ψ [en radians] (« spread of a tooth ») d'une dent due à l'immersion axiale et à l'angle d'hélice :

$$\psi = a_s / r \cdot \tan(\beta)$$

Où r = rayon de la fraise

- l'épaisseur du copeau h à un angle ϕ [rad] où l'on trouve un incrément dz de hauteur pour l'intégration :

$$h = f_t \sin(\phi)$$

où f_t = avance par dent

- on peut alors calculer l'élément de force tangentielle :

$$dF_t = K_s \cdot dz \cdot h$$

- et la force de répulsion

$$dF_r = c \cdot dF_t$$

Où c est une constante qui dépend de l'angle de coupe de la fraise (rake angle) et est en général égale à 0.3 pour les fraises en bout qui ont un angle de coupe de 10 degrés (pour l'acier).

- On peut ensuite calculer les forces élémentaires projetées selon les directions X et Y.

$$dF_x = dF_t \cdot \cos\phi = A \sin\phi \cos\phi$$

$$\text{où } A = K_s \cdot f_t \cdot dz$$

$$dF_y = dF_t \cdot \sin\phi = A \sin^2\phi$$

$$dF_x = c \cdot dF_t \cdot \sin\phi = c \cdot dF_y$$

$$dF_y = -c \cdot dF_t \cdot \cos\phi = -c \cdot dF_x$$

On intègre ces forces pour la dent 1 sur l'intervalle $[\phi_1 - \psi, \phi_1]$, pour la dent 2 sur l'intervalle $[\phi_1 - \psi + \phi_p, \phi_1 + \phi_p]$, etc., avec la contrainte pour chaque dent :

$\phi_s < \phi < \phi_e$ où en dehors de cet intervalle les contributions aux forces sont nulles.

où ϕ_p correspond au pas d'une dent (espace angulaire entre chaque dent).

Et on obtient les forces totales projetées dans la direction X et Y:

$$F_x = \int_{\phi} (dF_{\alpha} + dF_{\alpha x})$$

$$F_y = \int_{\phi} (dF_{\alpha y} + dF_{\alpha y})$$

Et la force totale (F) qui est la somme quadratique des deux forces précédentes est égale à:

$$F = \sqrt{(F_x + F_y)}$$

Il est possible de calculer la moyenne de cette force sur un tour que nous appellerons F_{moy} .

La force F fait un angle (α) par rapport à la direction des X positif dans le sens horaire de (pour chaque position de la fraise):

si $F_x < 0$:

$$\alpha = \pi/2 + a \tan\left(\frac{-F_x}{F_y}\right)$$

autrement :

$$\alpha = a \tan\left(\frac{F_y}{F_x}\right)$$

A.1.5 Programme

```

% Programme final.m
% Donald Dupont juin 1999
% Ce Programme calcule la force résultante sur
% une fraise à bout plat à z dents avec un angle d'hélice B (deg)
% usinant du matériel ayant une constante Ks (N/mm2) à une profondeur
% axiale Aa (mm) et une profondeur radiale délimitée par as (rad) et ac (rad)
% à une vitesse V (m/min) avec une avance f (mm/min).
%
% DÉFINITION DES DONNÉES
%
% aa=profondeur de coupe axiale en mètre
% as=angle de départ en radians définissant l'engagement dans le matériel
% ac=angle de sortie en radians définissant l'engagement dans le matériel
% B=angle d'hélice en radians
% V=vitesse de coupe en m/min
% f=avance en m/min
% z=nombre de dents
% D=Diamètre de la fraise en mètre
% Ks=Constante de répulsion du matériel en N/mm2 ou W/m3/s
% RPM=vitesse de rotation en rotation par minute
% ft=avance par dent en m/dent
% n=nombre d'itération pour l'intégration
% phip=distance entre chaque dent ou pas des dents en radians
% r=rayon de la fraise en m
% psi=angle diamétrale en radians qu'occupe chaque dent due à son angle
% d'hélice et à sa profondeur de passe axiale
% dphi= valeur de l'incrément en radians pour l'intégration
% Ftot=Force totale en N additionné dans le but de calculer la force moyenne sur un tour.
% Fx=Matrice des forces d'usinage selon x en N
% Fy=Matrice des forces d'usinage selon y en N
% F=Matrice des forces d'usinage non décomposées en N
% phil=variable utilisée pour intégrer de as à ac par dphi
% phi(m)=position angulaire de la m ième dent
% i=variable décrivant la position dans les matrices Fx,Fy,F et angle.
% m=variable indiquant le numéro de la dent que nous intégrons
% phic=variable utilisée pour intégrer sur psi pour chaque dent par dphi
% angle=angle entre Fx et F en degrés.
% Fmoy=Force moyenne sur un tour.
% angletour=position angulaire
% Ft=Force tangentielle à la direction de la coupe
% Ftott=Force total tangentielle en N additionné dans le but de calculer la force moyenne
% tangentielle sur un tour.
% Ftotmoy = Force tangentielle moyenne sur un tour.
% Fr=Force de répulsion sur l'outil, perpendiculaire à la direction de la coupe.
%
% DESCRIPTION DU FONCTIONNEMENT DU PROGRAMME:
%
% NOTE: • début de la dent =
%
% 1- Boucle qui incrémente la position axiale de as à as +phip par dphi pour connaître

```

```

% les forces résultantes pour chaque position angulaire
%
% 2- Détermination de la contribution de chaque dents à la force
% totale (à l'intérieur de la première boucle)
%
% Chaque dent se retrouve dans un des cas suivants:
%50 - 1er cas:  $\phi(m) < a_e$  et  $(\phi(m) - \psi) < a_s$ 
% le début* de la dent coupe le matériel mais la fin est hors du matériel
%
% - 2e cas:  $\phi(m) < a_e$  et  $(\phi(m) - \psi) > a_s$ 
% le début et la fin* de la dent coupe le matériel.
%
% - 3e cas:  $\phi(m) > a_e$  et  $(\phi(m) - \psi) < a_s$ 
% le début et la fin de la dent sont hors du matériel mais non le milieu de celle-ci
%
% - 4e cas:  $\phi(m) > a_e$  et  $a_e > (\phi(m) - \psi) > a_s$ 
% le début de la dent est hors du matériel mais la fin de la dent coupe le matériel.
%
% - 5e cas:  $\phi(m) > a_e$  et  $a_e < (\phi(m) - \psi) > a_s$ 
% le dent est complètement hors du matériel, il n'y a aucune contribution.
%
% * NOTE: Début de la dent = engagement de la dent à la base de la fraise
% Fin de la dent = dégagement de la dent à la hauteur  $a_a$ 
% Le début de la dent et la fin de la dent sont seulement des termes qui servent à
% signifier que la dent, dû à son angle d'hélice et à la profondeur de passe axiale
% est engagé sur un certain angle diamétral.
% ENTRÉES (Le programme offre la possibilité de laisser l'utilisateur entrer ses propres données)
%
%aa=input('Entrer la profondeur de coupe axiale en mm : ');
aa=aa/1000;
%as=input('Entrer l'angle de départ (as) en rad : ');
as=as/180*pi;
%ae=input('Entrer l'angle de sortie (ae) en rad : ');
ae=ae/180*pi;
%B=input('Entrer l'angle d'hélice B degrés : ');
B=B/360*2*pi;
B=30/360*2*pi;
%V=input('Entrer la vitesse de coupe en m/min : ');
V=V/1000;
%f=input('Entrer l'avance d'usinage en mm/min : ');
f=f/1000;
%z=input('Entrer le nombre de dents de la fraise : ');
z=z/2;
%D=input('Entrer le diamètre de la fraise en mm : ');
D=D/1000;
%D=0.003;
%Ks=input('Entrer la constante de répulsion spécifique du matériaux en N/mm² ou en W/m³/s: ');
Ks=Ks/1000^2;
%
%
% CALCULS PRÉLIMINAIRES
%
RPM=V/(pi*D);
ft=f/(z*RPM);
n=30;
phi_p=2*pi/z;
r=D/2;
psi=aa/r*tan(B);

```

```

dphi=(psi)/n;
%
%
% INITIALISATIONS VARIABLES
%
Ftot=0;
Ftott=0;
Fx=0;
Fy=0;
F=0;
Ft=0;
Fr=0;
angletour=0;
angle=0;
phi l=as;
i=1;
%
% 1re BOUCLE CALCUL DE phi l de: (as) à (as + phip)
%
%
while phi l <= (as+phip-.00000000000001),
Fx(i)=0;
Fy(i)=0;
Ft(i)=0;
Fr(i)=0;
F(i)=0;
%% 2e BOUCLE CALCUL DES FORCES, CONTRIBUTION DE CHAQUE DENT
m=1;
while m<=z,
phi(m)=phi l+phip*(m-1);
angletour(i)=phi l;
% CALCUL DES FORCES
if phi(m)<(ae-.00000000000001),
if (phi(m)-psi)<(as-.00000000000001),
% 1er CAS
phic=as;
while phic<(phi(m)-0.00000000000001),
Fx(i)=Fx(i)+Ks*ft*dphi*r/tan(B)*sin(phic)*cos(phic)+0.3*Ks*ft*dphi*r/tan(B)*(sin(phic))^2;
Fy(i)=Fy(i)+Ks*ft*dphi*r/tan(B)*(sin(phic))^2-0.3*Ks*ft*dphi*r/tan(B)*sin(phic)*cos(phic);
Ft(i)=Ft(i)+Ks*ft*dphi*r/tan(B)*sin(phic);
Fr(i)=0.3*Ft(i);
phic=phic+dphi;
end
else
% 2e CAS
phic=phi(m)-psi;
while phic<(phi(m)-.00000000000001),
Fx(i)=Fx(i)+Ks*ft*dphi*r/tan(B)*sin(phic)*cos(phic)+0.3*Ks*ft*dphi*r/tan(B)*(sin(phic))^2;
Fy(i)=Fy(i)+Ks*ft*dphi*r/tan(B)*(sin(phic))^2-0.3*Ks*ft*dphi*r/tan(B)*sin(phic)*cos(phic);
Ft(i)=Ft(i)+Ks*ft*dphi*r/tan(B)*sin(phic);
Fr(i)=0.3*Ft(i);
phic=phic+dphi;
end
end
else

```

```

if (phi(m)-psi)<(as-0.00000000000001),
%3E CAS
    phic=as;
    while phic<(ae-.00000000000001),
        Fx(i)=Fx(i)+Ks*ft*dphi*r/tan(B)*sin(phic)*cos(phic)+0.3*Ks*ft*dphi*r/tan(B)*(sin(phic))^2;
        Fy(i)=Fy(i)+Ks*ft*dphi*r/tan(B)*(sin(phic))^2-0.3*Ks*ft*dphi*r/tan(B)*sin(phic)*cos(phic);
        Ft(i)=Ft(i)+Ks*ft*dphi*r/tan(B)*sin(phic);
        Fr(i)=0.3*Ft(i);
        phic=phic+dphi;
    end
else
    if (phi(m)-psi)<(ae-0.00000000000001),
%4e CAS
        phic=phi(m)-psi;
        while phic<(ae-.00000000000001),
            Fx(i)=Fx(i)+Ks*ft*dphi*r/tan(B)*sin(phic)*cos(phic)+0.3*Ks*ft*dphi*r/tan(B)*(sin(phic))^2;
            Fy(i)=Fy(i)+Ks*ft*dphi*r/tan(B)*(sin(phic))^2-0.3*Ks*ft*dphi*r/tan(B)*sin(phic)*cos(phic);
            Ft(i)=Ft(i)+Ks*ft*dphi*r/tan(B)*sin(phic);
            Fr(i)=0.3*Ft(i);
            phic=phic+dphi;
        end
    else
%5e CAS
        % FAIT RIEN - AUCUNE CONTRIBUTION
        if Fx(i)~=0,
            %fait rien
        else
            Fx(i)=0;
        end
        if Fy(i)~=0,
            %fait rien
        else
            Fy(i)=0;
        end
        if Ft(i)~=0,
            %fait rien
        else
            Ft(i)=0;
        end
        if Fr(i)~=0,
            %fait rien
        else
            Fr(i)=0;
        end
    end
end
end
m=m+1;
end
F(i)=sqrt(Fx(i)^2+Fy(i)^2);
Ftot=Ftot+F(i);
Ftott=Ftott+Ft(i);
if Fx(i)~=0,
% FAIT RIEN
if Fx(i)<0,
    angle(i)=90+atan(Fx(i)/(-Fy(i)))/(2*pi)*360;

```

```

else
angle(i)=atan(Fy(i)/Fx(i))/(2*pi)*360;
end
else
angle(i)=0;
end
i=i+1;
phi1=phi1+dphi;
end
%%
%      IMPRESSION DES RÉSULTATS
%%
Fmoy=Ftot/(i-1)
Ftotmoy=Ftott/(i-1)
subplot(321),plot(angletour,Fx,'b');xlabel('position angulaire (Rad)');ylabel('Fx en N');
subplot(322),plot(angletour,Fy,'b');xlabel('position angulaire (Rad)');ylabel('Fy en N');
subplot(323),plot(angletour,F,'b');xlabel('position angulaire (Rad)');ylabel('F en N');
subplot(324),plot(angletour,angle,'b');xlabel('position angulaire (Rad)');ylabel('Angle en degrés');
subplot(325),plot(angletour,Ft,'b');xlabel('position angulaire (Rad)');ylabel('Force tangentielle en N');
subplot(326),plot(angletour,Fr,'b');xlabel('position angulaire (Rad)');ylabel('Force de répulsion en N');

```

ANNEXE B

B.1 Calcul de la longueur optimale

```

*****
***** Calcul de la longueur optimale d'une broche *****
***** pleine en acier *****
***** PAR DONALD DUPONT 30 octobre 1997 *****
*****

**** DECLARATION DES VARIABLES ****
DOUBLE PRECISION LOPT,E,II,S,L,K,NN,G,D,dd,ll,pi,x,y
real rr
INTEGER R,W,z
PARAMETER (R=5,W=6)

** Lopt = longueur optimale de la broche
** E = module de young de l'acier
** II = moment d'inertie de la broche pleine
** L = longueur entre le roulement avant et le point d'application de la force
** S = section de la broche
** K = rigidite d'un roulement
** NN = module de section en cisaillement
** G = module de cisaillement de l'acier
** D = Diametre exterieur de la broche

*****Entrez des donnees *****

E=2.1e11
nn=4/3
g=8e10
pi=acos(-1.)
Write (*,*) pi
Write (*,*) 'ENTREZ LE DIAMETRE EXTERIEUR DE LA BROCHE en mm'
READ (R,*) DD
D=DD/1000

Write (*,*) 'ENTREZ LA DISTANCE L en mm'
read (r,*) ll
L=ll/1000

Write (*,*) 'ENTREZ LA RIGIDITE DES ROULEMENT en N/m'
read (r,*) k

***** Calcul de la section et du moment d'inertie ***
S=pi*d**2/4
ii=pi*d**4/64

***** Initialisation des variable pour la boucle ****
z=0
x=0.001

***** BOUCLE *****

DO 100 i=1,500,1

```

$$y=x^{**3}-3*e^{ii}*x/l*(2/k+nn*l/(g*s))-6*e^{ii}*2/k$$

IF (y.ge.0.and.z.eq.0) then

z=1

lopt=x

END IF

x=x+0.001

100 continue

rr=lopt*1000

Write(*,*) 'LA LONGUEUR OPTIMALE EST'

Write(w,200) rr,' mm'

200 format(f4.0,a3)

END

B.2 Tableau de la rigidité totale pour différentes valeurs de diamètres

Tableau en référence au graphique de la Figure 4.8.

Diamètre de la broche	D	m	0.01	0.012	0.015
Distance entre paliers (optimale calculée)	L	m	0.0394	0.05046	0.0645
Distance entre palier avant et point d'application de la force (bout de l'outil)	l	m	0.035	0.038	0.0425
Distance entre palier avant et plateau de broche	d	m	0.015	0.018	0.0225
Moment d'inertie de la section de la broche	I	m ⁴	4.91E-10	1.02E-09	2.49E-09
Facteur de section (pour le calcul du cisaillement)	n	-	1.33	1.33	1.33
Rigidité radiale du palier arrière	Ka	N/m	3.30E+07	3.45E+07	4.25E+07
Rigidité radiale du palier avant	Kb	N/m	3.30E+07	3.45E+07	4.25E+07
Rigidité de la broche au droit de l'outil	Kout	N/m	2.46E+06	3.37E+06	5.10E+06
Rigidité totale au droit de l'outil	K out total	N/m	5.19E+05	5.50E+05	5.82E+05

(suite)

D	m	0.017	0.02	0.025	0.03	0.035	0.04
L	m	0.07514	0.088	0.1157	0.1414	0.16396	0.19224
l	m	0.0455	0.05	0.0575	0.065	0.0725	0.08
d	m	0.0255	0.03	0.0375	0.045	0.0525	0.06
I	m ⁴	4.1E-09	7.85E-09	1.92E-08	3.98E-08	7.37E-08	1.26E-07
n	-	1.33	1.33	1.33	1.33	1.33	1.33
Ka	N/m	4.60E+07	5.65E+07	6.45E+07	7.95E+07	9.25E+07	1.01E+08
Kb	N/m	4.60E+07	5.65E+07	6.45E+07	7.95E+07	9.25E+07	1.01E+08
Kout	N/m	6.26E+06	8.41E+06	1.16E+07	1.52E+07	1.93E+07	2.28E+07
K out total	N/m	5.95E+05	6.10E+05	6.22E+05	6.30E+05	6.36E+05	6.39E+05

Tableau B.1 Rigidité totale pour différentes valeurs de diamètre.

B.3 Calcul pour la broche ayant un diamètre de 10 mm avec une force d'ébauche de 79 N et une force de finition de 5.78 N

B.3.1 EBAUCHE

Description	Symbole	Unité	Valeur donnée	Valeur calculée
Diamètre de la broche	D	m	0.01	
Force appliquée radialement sur l'outil par la coupe	F	N	79	
Distance entre paliers	L	m	0.0394	
Distance entre palier avant et point d'application de la force (bout de l'outil)	l	m	0.035	
Distance entre palier avant et plateau de broche	d	m	0.015	
Moment d'inertie de la section de la broche	I	m ⁴	4.91E-10	
Facteur de section (pour le calcul du cisaillement)	n	-	1.33	
Rigidité radiale du palier arrière	Ka	N/m	3.3E+07	
Rigidité radiale du palier avant	Kb	N/m	3.3E+07	
Section de la broche	S	m ²		7.85E-05
Flèche due à la déformation de flexion	ftot1	m		2.12E-05
Flèche due à la déformation de cisaillement	f' l	m		5.21E-07
Flèche due aux paliers	ftot2	m		1.04E-05
Flèche totale au droit de l'outil due à la broche	ftot	m		3.21E-05
Rotation totale du plateau de broche	Psi tot	rad		8.52E-04
Rigidité de la broche au droit de l'outil	Kout	N/m		2.45E+06
Pourcentage de la flèche totale de la broche due aux paliers	%kOUT PAL	-		32.39
Diamètre de l'outil	D outil	m	0.003	
Module d'élasticité de l'outil	E outil	N/m ²	4.41E+11	
Rigidité de l'outil	Koutil	N/m		6.58E+05
Flèche de l'outil	foutil	m		1.20E-04
Flèche totale au droit de l'outil	ftotale	m		1.52E-04
Rigidité totale au droit de l'outil	K out total	N/m		5.19E+05
Pourcentage de la flèche totale due à l'outil	%foutil	-		78.87
Résidu de l'équation de la dérivée de ftot	-	-		-6.73E-10
Longueur optimale	Lopt	m		39.40

Tableau B.2 Feuille de calcul ébauche

L'outil représente 78 % de la déflexion totale. C'est donc dire qu'on pourra grossir l'outil si les déflexions sont trop élevées et les performances seront meilleures car la broche est environ 5 fois plus rigide que l'outil.

B.3.2 FINITION

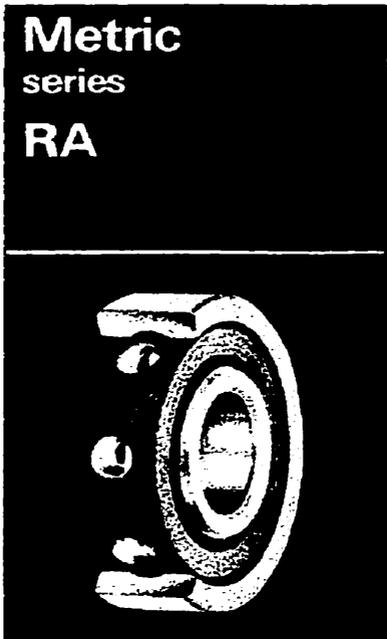
Description	Symbole	Unité	Valeur donnée	Valeur calculée
Diamètre de la broche	D	m	0.01	
Force appliquée radialement sur l'outil par la coupe	F	N	5.78	
Distance entre paliers	L	m	0.0394	
Distance entre palier avant et point d'application de la force (bout de l'outil)	l	m	0.035	
Distance entre palier avant et plateau de broche	d	m	0.015	
Moment d'inertie de la section de la broche	I	m ⁴	4.91E-10	
Facteur de section (pour le calcul du cisaillement)	n	-	1.33	
Rigidité radiale du palier arrière	Ka	N/m	3.3E+07	
Rigidité radiale du palier avant	Kb	N/m	3.3E+07	
Section de la broche	S	m ²		7.85E-05
Flèche due à la déformation de flexion	f _{tot1}	m		1.55E-06
Flèche due à la déformation de cisaillement	f' l	m		3.81E-08
Flèche due aux paliers	f _{tot2}	m		7.62E-07
Flèche totale au droit de l'outil due à la broche	f _{tot}	m		2.35E-06
Rotation totale du plateau de broche	Psi tot	rad		6.23E-05
Rigidité de la broche au droit de l'outil	K _{out}	N/m		2.45E+06
Pourcentage de la flèche totale de la broche due aux paliers	%kOUT PAL	-		32.39
Diamètre de l'outil	D outil	m	0.003	
Module d'élasticité de l'outil	E outil	N/m ²	4.41E+11	
Rigidité de l'outil	K _{outil}	N/m		6.58E+05
Flèche de l'outil	f _{outil}	m		8.79E-06
Flèche totale au droit de l'outil	f _{totale}	m		1.11E-05
Rigidité totale au droit de l'outil	K _{out total}	N/m		5.19E+05
Pourcentage de la flèche totale dû à l'outil	%f _{outil}	-		78.87
Résidu de l'équation de la dérivée de f _{tot}	-	-		-6.73E-10
Longueur optimale	L _{opt}	m		39.40

Tableau B.3 Feuille de calcul finition

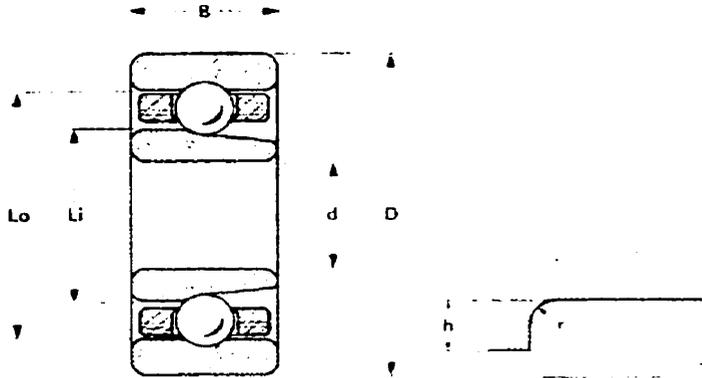
Même si notre modèle estimant les forces se trompait de moitié, le cahier des charges serait quand même satisfait car les déflexions en finition, avec la force maximale estimée à 5.78 N est de seulement 11 μm , donc moins de la moitié de celle maximale exigée.

ANNEXE C

C.1 Roulements de petit diamètre



Angular contact bearings – separable



Load ratings
for $\alpha_c = 20^\circ$

d mm	D mm	B mm	Reference	Li mm	Lo mm	r max mm	h min mm	Balls n x d mm	dynamic C N lbs	static Ca N lbs
2	6	2.3	RA 2060X ^{1,2}	3.16	4.68	0.20	0.5	6 x 1.15 7 x 1.15	147 33 167 37	49 11 59 13
2.5	8	2.8	RA 2580X ²	3.95	6.23	0.20	0.6	6 x 1.588 7 x 1.588	265 60 294 66	96 22 108 24
3	10	4	RA 3100X	5.63	7.87	0.20	0.7	6 x 1.588 7 x 1.588 8 x 1.588	275 62 304 68 334 75	98 22 118 27 137 31
4	13	5	RA 4130X	6.88	10.35	0.20	0.8	7 x 2.391 8 x 2.391	598 135 657 148	245 55 284 64
4	16	5	RA 4160X	7.62	12.38	0.30	1.0	6 x 3.175 7 x 3.175	883 198 981 220	373 84 432 97
5	16	5	RA 5160X	7.62	12.38	0.30	1.0	6 x 3.175 7 x 3.175	883 198 981 220	373 84 432 97
6	19	6	RA 6190X	9.92	14.68	0.30	1.0	7 x 3.175 8 x 3.175	1030 232 1118 251	451 101 510 114
8	22	7	RA 8220X	11.81	17.60	0.30	1.0	7 x 3.969 8 x 3.969	1530 344 1676 377	697 156 795 178
12	28	8	RA 12280 ²	16.50	21.95	0.40	1.2	8 x 3.969	1786 401	892 200

¹ Also available in chrome steel (reference: RA 2060)
² Also available flanged (eg. reference: RKA 2580X)
³ Available only in chrome steel

These bearings are available:
 - with a solid retainer of synthetic material (page 41);
 - with a contact angle of 17 to 28° (page 49);
 - to the limits of quality P5P (or higher);
 - the number of balls printed in **heavy type** indicates standard execution.

ANNEXE D

D.1 Comparaison de la rigidité calculée et celle fournie par FAG en N/ μ m

d	FAG STD	FAG High Speed	Pruvot STD	Pruvot High speed	Précharge STD	Précharge High Speed
10	85	66	81.5	75.6	20	16
12	93	69	92.8	87.9	20	17
15	112	85	105.5	96.6	30	23
17	121	92	107	94.4	35	24
20	155	113	145.3	119	60	33
25	165	129	152.4	127.3	60	35
30	190	159	172	161	65	53
35	218	185	205	188	75	58
40	250	202	224	183	110	60

Tableau D.1 Rigidités calculées et celles données par FAG en N/ μ m

D.2 Précharge, rigidité axiale et radiale.

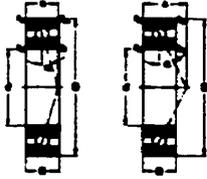
19: Preload and rigidity of bearing pairs in O- or X-arrangement

Bore reference number	Preload F_p Series				Axial rigidity S_a Series				Radial rigidity S_r Series			
	HS719C [N]	HS719E	HS70C	HS70E	HS719C [N/ μ m]	HS719E	HS70C	HS70E	HS719C [N/ μ m]	HS719E	HS70C	HS70E
00	16	27	19	30	14	33	15	35	66	61	71	66
01	17	28	23	37	15	35	17	38	69	65	80	73
02	23	38	28	46	18	43	20	47	85	79	98	87
03	24	39	32	52	19	45	22	52	92	84	106	97
04	33	54	41	65	24	56	27	62	113	105	129	118
05	35	57	53	86	27	63	31	74	129	119	151	139
06	53	86	67	110	33	77	36	87	169	147	177	164
07	58	94	78	126	38	89	41	98	185	170	203	188
08	60	98	88	144	41	97	46	110	202	186	228	209
09	83	136	108	175	47	113	51	121	234	214	251	231
10	87	141	128	205	50	120	57	134	250	228	280	257
11	97	158	155	253	55	132	63	151	275	253	314	287
12	117	190	158	259	60	142	65	156	295	273	324	297
13	119	193	180	293	62	149	71	169	311	285	354	323
14	153	249	217	352	71	171	78	186	356	328	380	356
15	158	253	221	359	75	178	80	192	375	342	402	367
16	177	282	263	431	79	189	88	210	398	361	440	404
17	183	293	267	431	85	202	90	215	427	388	453	413
18	197	322	313	510	87	208	97	234	438	400	482	449
19	204	328	338	548	91	217	101	243	460	418	513	467
20	242	395	346	580	99	239	104	250	502	460	528	481
21	250	402	408	668	104	249	111	269	528	478	566	517
22	288	467	417	668	108	260	114	275	550	502	583	529
24	304	489	508	819	117	283	125	299	600	546	633	575
26	346	560	533	862	124	299	134	323	635	578	688	625

The preload and rigidity values apply to unmounted spindle bearing pairs of the universally mountable design UL in X- or O-arrangement. The axial rigidity applies to a centrally acting axial load, the radial rigidity applies to a radial load acting on the centre of the bearing pair. For the preload of mounted bearing pairs see p. 13.

Tableau D.2 Tableau fourni par FAG

D.3 Caractéristiques du roulement



FAG High-Speed Spindle Bearings

Series HS719C, HS70C (Contact angle $\alpha = 15^\circ$)

Series HS719E, HS70E (Contact angle $\alpha = 25^\circ$)

Shaft	Dimensions			r_a min	r_b min	z	Load rating		Attainable speed*		Code**	Weight kg
	d	D	B				C	C_0	Grease	Throw-away		
	mm						kN		min ⁻¹			
10	10	22	6	0.3	0.2	5	1.86	1.1	90000	150000	HS71900C.T.P4.U.L	0.01
	10	22	6	0.3	0.2	7	1.86	1.04	75000	120000	HS71900E.T.P4.U.L	0.01
	10	26	8	0.3	0.3	6	2.24	1.32	80000	130000	HS7000C.T.P4.U.L	0.02
	10	26	8	0.3	0.3	8	2.12	1.25	67000	100000	HS7000E.T.P4.U.L	0.02
12	12	24	6	0.3	0.2	5	2.04	1.2	80000	130000	HS71901C.T.P4.U.L	0.01
	12	24	6	0.3	0.2	7	1.83	1.14	67000	100000	HS71901E.T.P4.U.L	0.01
	12	28	8	0.3	0.3	7	2.7	1.63	70000	110000	HS7001C.T.P4.U.L	0.02
	12	28	8	0.3	0.3	9	2.65	1.53	60000	90000	HS7001E.T.P4.U.L	0.02
15	15	28	7	0.3	0.2	6	2.8	1.76	67000	100000	HS71902C.T.P4.U.L	0.02
	15	28	7	0.3	0.2	9	2.65	1.66	56000	85000	HS71902E.T.P4.U.L	0.02
	15	32	9	0.3	0.3	8	3.35	2.2	60000	90000	HS7002C.T.P4.U.L	0.03
	15	32	9	0.3	0.3	10	3.2	2.08	50000	75000	HS7002E.T.P4.U.L	0.03
17	17	30	7	0.3	0.2	7	2.9	1.9	60000	90000	HS71903C.T.P4.U.L	0.02
	17	30	7	0.3	0.2	9	2.7	1.8	50000	75000	HS71903E.T.P4.U.L	0.02
	17	35	10	0.3	0.3	8	3.8	2.65	53000	80000	● HS7003C.T.P4.U.L	0.04
	17	35	10	0.3	0.3	11	3.65	2.5	45000	67000	HS7003E.T.P4.U.L	0.04
20	20	37	9	0.3	0.2	8	3.9	2.85	50000	75000	HS71904C.T.P4.U.L	0.04
	20	37	9	0.3	0.2	11	3.75	2.7	43000	63000	HS71904E.T.P4.U.L	0.04
	20	42	12	0.6	0.6	10	4.9	3.65	45000	67000	● HS7004C.T.P4.U.L	0.06
	20	42	12	0.6	0.6	13	4.65	3.45	38000	56000	HS7004E.T.P4.U.L	0.06
25	25	42	9	0.3	0.2	9	4.25	3.35	43000	63000	HS71905C.T.P4.U.L	0.06
	25	42	9	0.3	0.2	12	4	3.15	36000	53000	HS71905E.T.P4.U.L	0.06
	25	47	12	0.6	0.6	11	6.3	4.9	38000	56000	● HS7005C.T.P4.U.L	0.08
	25	47	12	0.6	0.6	14	6	4.65	34000	50000	HS7005E.T.P4.U.L	0.08
30	30	47	9	0.3	0.2	10	6.4	5.2	36000	53000	HS71906C.T.P4.U.L	0.06
	30	47	9	0.3	0.2	14	6	4.9	32000	48000	HS71906E.T.P4.U.L	0.06
	30	55	13	1	1	12	8	6.7	32000	48000	● HS7006C.T.P4.U.L	0.13
	30	55	13	1	1	16	7.65	6.3	28000	43000	HS7006E.T.P4.U.L	0.13
35	35	55	10	0.6	0.3	11	6.95	6.2	32000	48000	HS71907C.T.P4.U.L	0.08
	35	55	10	0.6	0.3	16	6.55	5.65	26000	40000	HS71907E.T.P4.U.L	0.08
	35	62	14	1	1	13	9.3	8.9	28000	43000	● HS7007C.T.P4.U.L	0.17
	35	62	14	1	1	16	8.8	7.8	24000	36000	HS7007E.T.P4.U.L	0.17
40	40	62	12	0.6	0.3	13	7.2	6.95	28000	43000	HS71908C.T.P4.U.L	0.13
	40	62	12	0.6	0.3	16	6.8	6.4	24000	36000	HS71908E.T.P4.U.L	0.13
	40	68	15	1	1	15	10.8	10	26000	40000	● HS7008C.T.P4.U.L	0.22
	40	68	15	1	1	20	10	9.3	22000	36000	HS7008E.T.P4.U.L	0.22

* The values apply to elastically preloaded single bearings. Reduction factors for rigidly preloaded bearings see p. 4.
 ** The designs designated ● should preferably be used. Further designs on request.

Tableau D.3 Dimensions et caractéristiques des roulements FAG haute vitesse

ANNEXE E

E.1 Méthode de traitement par élément finis

E.1.1 Calcul de l'optimum dynamique sans entretoise

E.1.1.1 Entrées pour $L = 39.4$ mm

Notez que la matrice de rigidité de l'élément #1 utilise $E_{\text{outil}} = 4.41 \text{ e } 11 \text{ N/m}^2$.

Données à introduire

Nb d'éléments (9 max.) Module E 2.1 Longueur totale (vérification)
 Poisson μ 0.27
 Densité ρ 7.83

Géométrie en [mm]

	El 1 0-1	El 2 1-2	El 3 2-3	El 4 3-4	El 5 4-5	El 6 5-6	El 7 6-7	El 8 7-8	El 9 8-9
L	20	15	39.4						
\varnothing_e	3	10	10						
\varnothing_i	0	0	0						

Rigidités des paliers et appuis

Point	N°	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
N/m	Y			3.3E+7	3.3E+7						
Nm/rad	@										

Régime de forces statiques appliqué

Point	N°	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
N	Y	79									
Nm	@										

Masses et inerties concentrées

calcul: \varnothing_e \varnothing_i L ρ MY I @

0.243 0.13 0.105 7800 27.112 0.1536

Point	N°	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
kg	M										
kgm ²	I										

Tableau E.1 Tableau des entrées

E.1.2.1 Sorties pour L = 39.4 mm

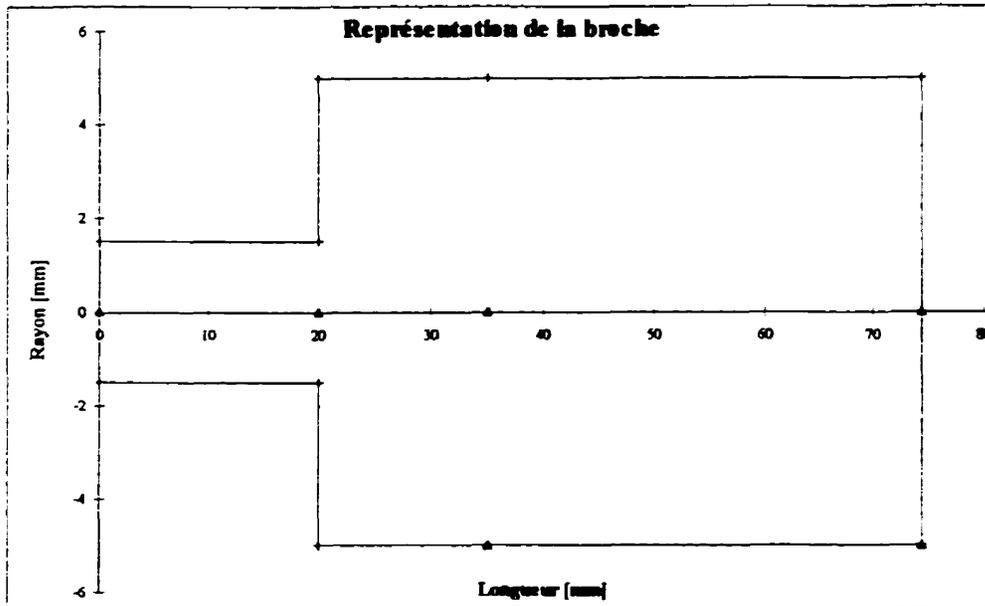


Figure E.1 Représentation de la broche (diamètres et longueurs)

	Force	Déplacements	Rigidité
0	7.90E+01	1.54E-04	5.131E+5
0	0	-9.86E-3	0 Y
1	0	1.53E-05	0 @
1	0	-8.50E-4	1 Y
2	0	4.52E-06	1 @
2	0	-5.34E-4	2 Y
3	0	-2.13E-6	2 @
3	0	-5.26E-6	3 Y
4	0	#N/A	3 @
4	0	#N/A	4 Y
5	0	#N/A	4 @
5	0	#N/A	5 Y
6	0	#N/A	5 @
6	0	#N/A	6 Y
7	0	#N/A	6 @
7	0	#N/A	7 Y
8	0	#N/A	7 @
8	0	#N/A	8 Y
9	0	#N/A	8 @
9	0	#N/A	9 Y
9	0	#N/A	9 @

Tableau E.2 Résultats statiques (déflexions)

Vecteur	X	Y
0		1.5E-4
20		1.5E-5
35		4.5E-6
74.4		-2.1E-6
0		#N/A

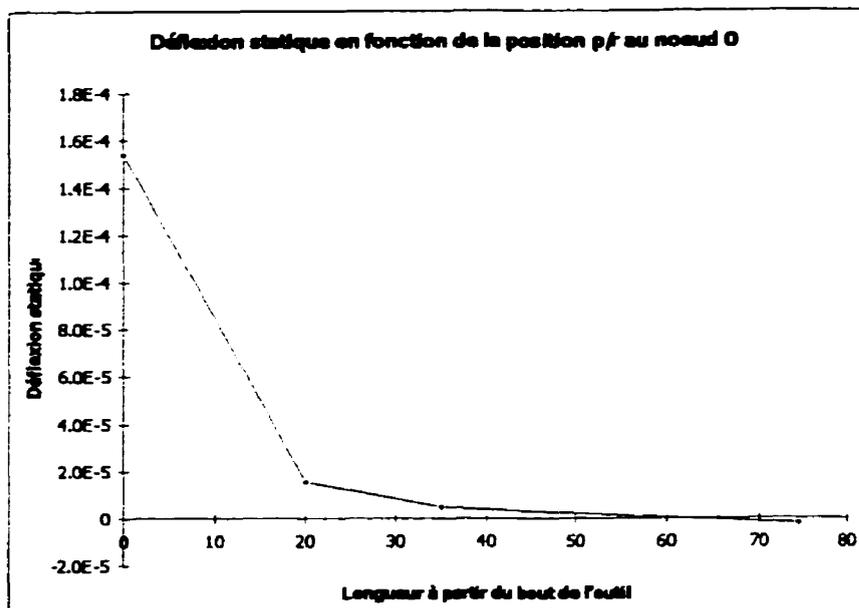


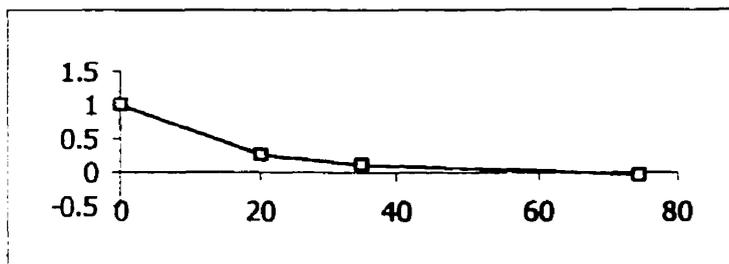
Figure E.2 Représentation graphique des déplacements (déflexions)

itérations par le solveur

$\Delta =$	-9.6E-07
$\Omega^2 =$	0.033066
$f =$	5135.948

Vecteurs

Vmax = 308157



X	Y	@	
0	1	-44.85	0
20	0.27568	-10.69	1
35	0.12646	-7.912	2
74.4	-0.02401	-2.126	3
0	0	0	4
0	0	0	5
0	0	0	6
0	0	0	7
0	0	0	8
0	0	0	9

Flèches dynamiques

Figure E.3 Résultats dynamiques

E.1.3.1 Résultats dynamiques pour L variable

Pour plusieurs valeurs de l'espacement des roulements, on a pour $D = 10$ mm:

L	1 ^{ère} fréquence (Hz)	2 ^e fréquence (Hz)
10	3469.4	9005.7
15	4208.5	8817.1
20	4626.6	8598.5
25	4866.8	8314.6
30	5007.3	7930.8
35	5090.8	7431.2
40	5140.6	6846.1
45	5168.8	6232.3
50	5173.1	5644.6
55	4990.3	5276.9
60	4515.1	5248.5
65	4061.4	5250.3
70	3655.6	5255.2
75	3296.7	5260.7

Tableau E.3 1^{ère} et 2^e fréquences propres en fonction de L pour $D = 10$ mm

E.1.2 Calcul de l'optimum dynamique avec entretoise

E.1.1.2 Résultats statiques avec et sans entretoise pour L variable

L	Déflexion (m) si diamètre de l'élément #3 = 12.5 mm	Déflexion (m) si diamètre de l'élément #3 = 10.0 mm
20	1.593E-04	1.633E-04
25	1.528E-04	1.578E-04
30	1.495E-04	1.552E-04
35	1.476E-04	1.542E-04
40	1.464E-04	1.540E-04
45	1.458E-04	1.543E-04
50	1.455E-04	1.549E-04
55	1.454E-04	1.557E-04
60	1.455E-04	1.567E-04
65	1.456E-04	1.577E-04
70	1.459E-04	1.589E-04

Tableau E.4 Déflexion en fonction de L avec entretoise

E.1.2.2 Résultats dynamiques avec entretoise

L	1 ^{ère} fréquence propre (Hz)	2 ^e fréquence propre (Hz)
20	4636.7	8147.9
25	4875.3	7711.1
30	5000.8	7266
35	5052.7	6838.2
40	5048.3	6442.4
45	4988.4	6094.1
50	4859.8	5815.7
55	4653	5623.2
60	4387	5502.7

Tableau E.5 1^{ère} et 2^e fréquences propres pour D = 12.5 mm pour le 3^e élément seulement

E.1.3.2 Résultats dynamiques avec entretoise et épaulement

L	1 ^{ère} fréquence propre (Hz)	2 ^e fréquence propre (Hz)
20	4157.9	7949.8
25	4395.2	7635.2
30	4527.3	7270.3
35	4592.4	6875.9
40	4611.5	6475.5
45	4593.6	6088.5
50	4537.1	5733.6
55	4430.4	5433.8
60	4259.3	5210.7

Tableau E.6 1^{ère} et 2^e fréquences propres si la broche a un diamètre de 12.5 mm sur toute la longueur

E.1.3 Exemple final complet.

E.1.1.3 Discrétisation du domaine

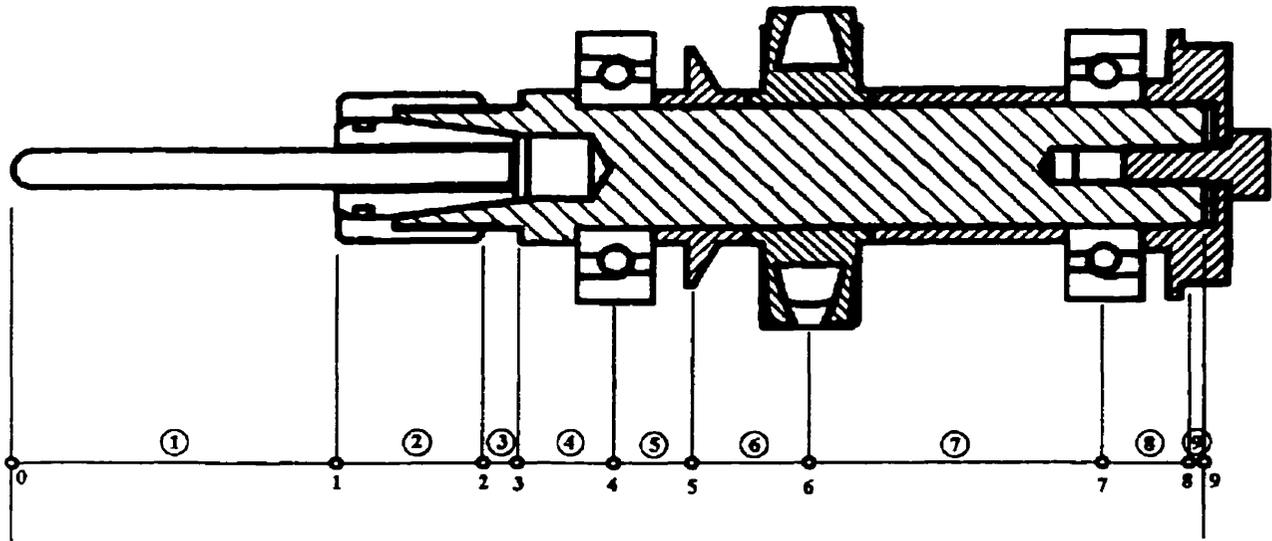


Figure E.4 Discrétisation de la broche pour le calcul par éléments finis

E.1.2.3 Explications sur les données d'entrée.

Les données d'entrée du programme apparaissent dans le chiffrier qui suit. Les masses et inerties concentrées correspondent aux pièces suivantes :

- Point No 5 : Entretoise #2 (ref. Dessin BHV-009)
- Point No 6 : Turbine axiale (ref. Dessin BHV-010)
- Point No 8 : Entretoise de précharge avec tête de vis (ref. Dessin BHV-020 + CHc M3X0.5-10)

Notez que les points correspondent à la position des centres de gravité de ces pièces.

De plus, nous avons tenu compte que de la matière qui se trouvait à l'extérieur d'un diamètre de 12.5 mm pour tenir compte ainsi que de l'excédent de matière. La matière se trouvant à l'intérieur d'un diamètre de 12.5 mm est déjà tenu compte dans le calcul quand nous posons $D = 12.5$ mm pour cette section de broche. Le calcul des masses et inerties a été fait sur le logiciel « PRO-ENGINEER ». Voici un résumé visuel des opérations de soustraction de matière effectuées qui nous ont donné les masses et inerties pour le calcul:

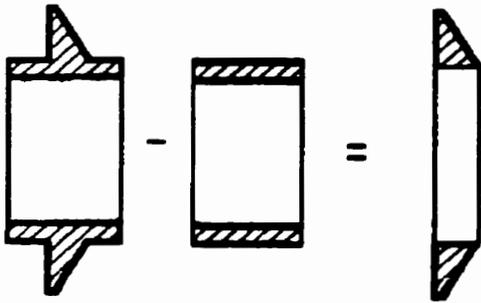


Figure E.5 Entretoise #2 moins un diamètre de 12.5 mm

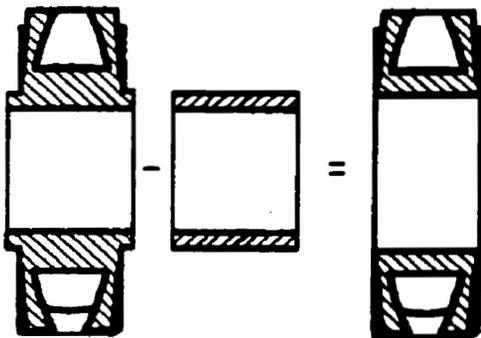


Figure E.6 Turbine axiale moins un diamètre de 12.5 mm

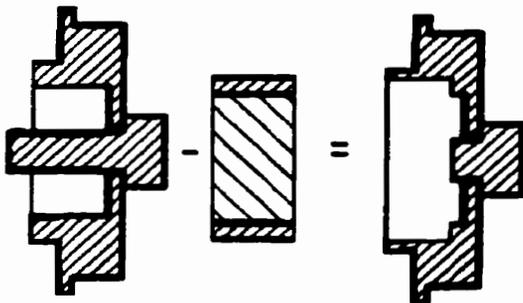


Figure E.7 Entretoise de précharge + vis moins un diamètre de 12.5 mm

E.1.3.3 Feuille de calcul complète dans le format original Excel

Notez que la matrice de rigidité de l'élément #1 utilise $E_{\text{outil}} = 4.41 \text{ e } 11 \text{ N/m}^2$. Les autres éléments utilisent $E = 207 \text{ e } 9 \text{ N/m}^2$.

Données à introduire ***Cette feuille procède avec le modèle exact (le plus exact possible) final.***

Nb d'éléments (9 max.) Module E 2.1 Longueur totale (vérification)
 Poisson μ 0.27
 Densité γ 7.83 **L tot = 88**

Géométrie en [mm]

	El 1	El 2	El 3	El 4	El 5	El 6	El 7	El 8	El 9
	0-1	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8	8-9
L	20	10.8	4.3	7.4	6.335	8.665	22.82	7.19	0.49
\varnothing_e	3	12	10	12.5	12.5	12.5	12.5	12.5	12.5
\varnothing_i	0	0	0	5.2	0	0	0	0	0

Rigidités des paliers et appuis

Point	N°	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
N/m	Y					3.3E+7			3.3E+7		
Nm/rad	@										

Régime de forces statiques appliquées

Point	N°	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
N	Y	79									
Nm	@										

Masses et inerties concentrées

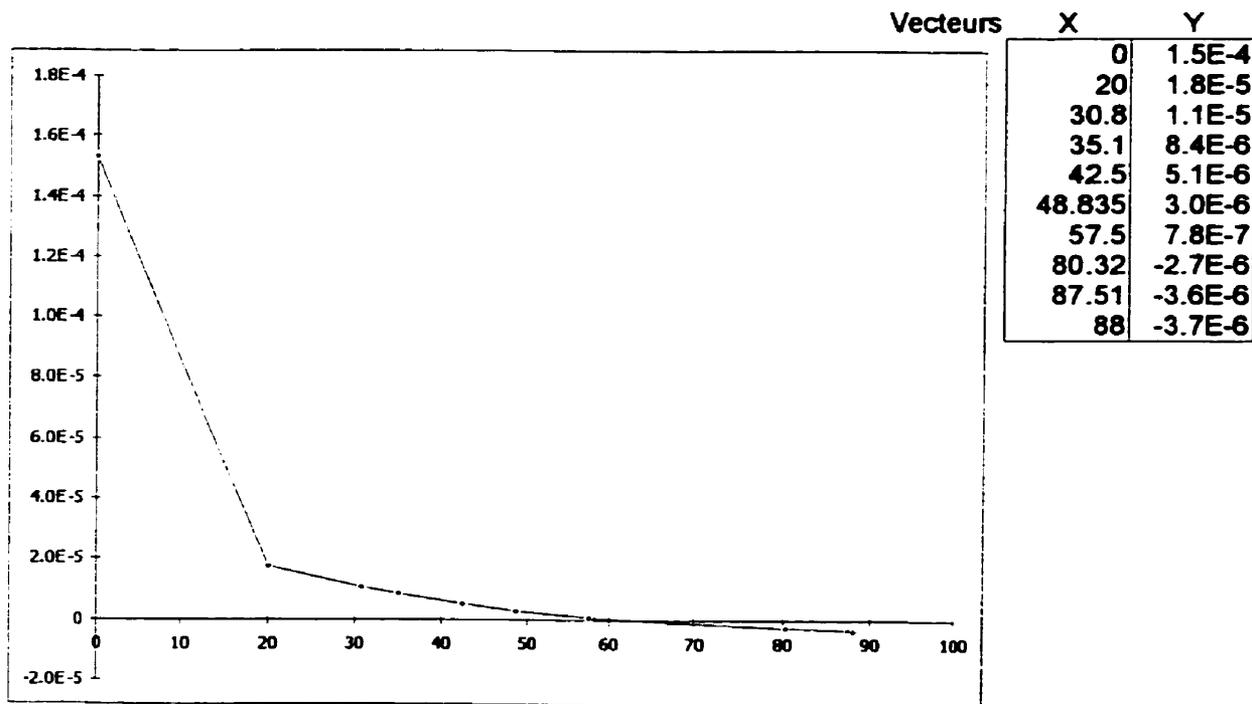
calcul:	\varnothing_e	\varnothing_i	L	γ	M Y	I @						
	0.243	0.13	0.105	7800	27.111	0.153						
					97	605						
Point	N°	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
kg	M						1.97E-03	8.42E-03		6.01E-03		
kgm ²	I						6.04E-08	3.75E-07		1.86E-07		

Tronçon N°	1	01 Points extrêmes du tronçon																																
longueur [mm]	L	20																																
Ø extér. [mm]	Øe	3																																
Ø intér. [mm]	Øi	0																																
		Matrice de rigidité																																
Section [m ²]	A	7.07E-6																																
Inertie [m ⁴]	Iz	3.98E-12																																
Coeff. c [-]	c	0.050																																
Masse [kg]	M	0.001																																
		Matrice de masse																																
		<table border="1"> <tbody> <tr> <td>2.50E+08</td> <td>2.50E+04</td> <td>-2.50E+6</td> <td>2.50E+04</td> <td>4.11E-04</td> <td>1.15E-06</td> <td>1.43E-04</td> <td>-6.97E-7</td> </tr> <tr> <td>2.50E+04</td> <td>3.38E+02</td> <td>-2.50E+4</td> <td>1.63E+02</td> <td>1.15E-06</td> <td>4.25E-08</td> <td>6.97E-07</td> <td>-3.24E-9</td> </tr> <tr> <td>-2.50E+6</td> <td>-2.50E+4</td> <td>2.50E+06</td> <td>-2.50E+4</td> <td>1.43E-04</td> <td>6.97E-07</td> <td>4.11E-04</td> <td>-1.15E-6</td> </tr> <tr> <td>2.50E+04</td> <td>1.63E+02</td> <td>-2.50E+4</td> <td>3.38E+02</td> <td>-6.97E-7</td> <td>-3.24E-9</td> <td>-1.15E-6</td> <td>4.25E-08</td> </tr> </tbody> </table>	2.50E+08	2.50E+04	-2.50E+6	2.50E+04	4.11E-04	1.15E-06	1.43E-04	-6.97E-7	2.50E+04	3.38E+02	-2.50E+4	1.63E+02	1.15E-06	4.25E-08	6.97E-07	-3.24E-9	-2.50E+6	-2.50E+4	2.50E+06	-2.50E+4	1.43E-04	6.97E-07	4.11E-04	-1.15E-6	2.50E+04	1.63E+02	-2.50E+4	3.38E+02	-6.97E-7	-3.24E-9	-1.15E-6	4.25E-08
2.50E+08	2.50E+04	-2.50E+6	2.50E+04	4.11E-04	1.15E-06	1.43E-04	-6.97E-7																											
2.50E+04	3.38E+02	-2.50E+4	1.63E+02	1.15E-06	4.25E-08	6.97E-07	-3.24E-9																											
-2.50E+6	-2.50E+4	2.50E+06	-2.50E+4	1.43E-04	6.97E-07	4.11E-04	-1.15E-6																											
2.50E+04	1.63E+02	-2.50E+4	3.38E+02	-6.97E-7	-3.24E-9	-1.15E-6	4.25E-08																											
Tronçon N°	2	12 Points extrêmes du tronçon																																
longueur [mm]	L	10.8																																
Ø extér. [mm]	Øe	12																																
Ø intér. [mm]	Øi	0																																
		Matrice de rigidité																																
Section [m ²]	A	1.13E-4																																
Inertie [m ⁴]	Iz	1.02E-9																																
Coeff. c [-]	c	2.762																																
Masse [kg]	M	0.010																																
		Matrice de masse																																
		<table border="1"> <tbody> <tr> <td>5.41E+08</td> <td>2.92E+06</td> <td>-5.41E+8</td> <td>2.92E+06</td> <td>3.34E-03</td> <td>3.83E-06</td> <td>1.44E-03</td> <td>-4.78E-6</td> </tr> <tr> <td>2.92E+06</td> <td>3.56E+04</td> <td>-2.92E+6</td> <td>-4.01E+3</td> <td>3.83E-06</td> <td>2.85E-08</td> <td>4.78E-06</td> <td>-4.47E-9</td> </tr> <tr> <td>-5.41E+8</td> <td>-2.92E+6</td> <td>5.41E+08</td> <td>-2.92E+6</td> <td>1.44E-03</td> <td>4.78E-06</td> <td>3.34E-03</td> <td>-3.83E-6</td> </tr> <tr> <td>2.92E+06</td> <td>-4.01E+3</td> <td>-2.92E+6</td> <td>3.56E+04</td> <td>-4.78E-6</td> <td>-4.47E-9</td> <td>-3.83E-6</td> <td>2.85E-08</td> </tr> </tbody> </table>	5.41E+08	2.92E+06	-5.41E+8	2.92E+06	3.34E-03	3.83E-06	1.44E-03	-4.78E-6	2.92E+06	3.56E+04	-2.92E+6	-4.01E+3	3.83E-06	2.85E-08	4.78E-06	-4.47E-9	-5.41E+8	-2.92E+6	5.41E+08	-2.92E+6	1.44E-03	4.78E-06	3.34E-03	-3.83E-6	2.92E+06	-4.01E+3	-2.92E+6	3.56E+04	-4.78E-6	-4.47E-9	-3.83E-6	2.85E-08
5.41E+08	2.92E+06	-5.41E+8	2.92E+06	3.34E-03	3.83E-06	1.44E-03	-4.78E-6																											
2.92E+06	3.56E+04	-2.92E+6	-4.01E+3	3.83E-06	2.85E-08	4.78E-06	-4.47E-9																											
-5.41E+8	-2.92E+6	5.41E+08	-2.92E+6	1.44E-03	4.78E-06	3.34E-03	-3.83E-6																											
2.92E+06	-4.01E+3	-2.92E+6	3.56E+04	-4.78E-6	-4.47E-9	-3.83E-6	2.85E-08																											
Tronçon N°	3	23 Points extrêmes du tronçon																																
longueur [mm]	L	4.3																																
Ø extér. [mm]	Øe	10																																
Ø intér. [mm]	Øi	0																																
		Matrice de rigidité																																
Section [m ²]	A	7.85E-5																																
Inertie [m ⁴]	Iz	4.91E-10																																
Coeff. c [-]	c	12.098																																
Masse [kg]	M	0.003																																
		Matrice de masse																																
		<table border="1"> <tbody> <tr> <td>1.19E+09</td> <td>2.55E+06</td> <td>-1.19E+9</td> <td>2.55E+06</td> <td>8.95E-04</td> <td>3.48E-07</td> <td>4.28E-04</td> <td>-6.00E-7</td> </tr> <tr> <td>2.55E+06</td> <td>2.96E+04</td> <td>-2.55E+6</td> <td>-1.85E+4</td> <td>3.48E-07</td> <td>5.31E-09</td> <td>6.00E-07</td> <td>1.75E-09</td> </tr> <tr> <td>-1.19E+9</td> <td>-2.55E+6</td> <td>1.19E+09</td> <td>-2.55E+6</td> <td>4.28E-04</td> <td>6.00E-07</td> <td>8.95E-04</td> <td>-3.48E-7</td> </tr> <tr> <td>2.55E+06</td> <td>-1.85E+4</td> <td>-2.55E+6</td> <td>2.96E+04</td> <td>-6.00E-7</td> <td>1.75E-09</td> <td>-3.48E-7</td> <td>5.31E-09</td> </tr> </tbody> </table>	1.19E+09	2.55E+06	-1.19E+9	2.55E+06	8.95E-04	3.48E-07	4.28E-04	-6.00E-7	2.55E+06	2.96E+04	-2.55E+6	-1.85E+4	3.48E-07	5.31E-09	6.00E-07	1.75E-09	-1.19E+9	-2.55E+6	1.19E+09	-2.55E+6	4.28E-04	6.00E-07	8.95E-04	-3.48E-7	2.55E+06	-1.85E+4	-2.55E+6	2.96E+04	-6.00E-7	1.75E-09	-3.48E-7	5.31E-09
1.19E+09	2.55E+06	-1.19E+9	2.55E+06	8.95E-04	3.48E-07	4.28E-04	-6.00E-7																											
2.55E+06	2.96E+04	-2.55E+6	-1.85E+4	3.48E-07	5.31E-09	6.00E-07	1.75E-09																											
-1.19E+9	-2.55E+6	1.19E+09	-2.55E+6	4.28E-04	6.00E-07	8.95E-04	-3.48E-7																											
2.55E+06	-1.85E+4	-2.55E+6	2.96E+04	-6.00E-7	1.75E-09	-3.48E-7	5.31E-09																											
Tronçon N°	4	34 Points extrêmes du tronçon																																
longueur [mm]	L	7.4																																
Ø extér. [mm]	Øe	12.5																																
Ø intér. [mm]	Øi	5.2																																
		Matrice de rigidité																																
Section [m ²]	A	1.01E-4																																
Inertie [m ⁴]	Iz	1.16E-9																																
Coeff. c [-]	c	10.136																																
Masse [kg]	M	0.006																																
		Matrice de masse																																
		<table border="1"> <tbody> <tr> <td>6.49E+08</td> <td>2.40E+06</td> <td>-6.49E+8</td> <td>2.40E+06</td> <td>1.99E-03</td> <td>1.48E-06</td> <td>9.50E-04</td> <td>-2.14E-6</td> </tr> <tr> <td>2.40E+06</td> <td>4.19E+04</td> <td>-2.40E+6</td> <td>-2.41E+4</td> <td>1.48E-06</td> <td>2.23E-08</td> <td>2.14E-06</td> <td>5.68E-09</td> </tr> <tr> <td>-6.49E+8</td> <td>-2.40E+6</td> <td>6.49E+08</td> <td>-2.40E+6</td> <td>9.50E-04</td> <td>2.14E-06</td> <td>1.99E-03</td> <td>-1.48E-6</td> </tr> <tr> <td>2.40E+06</td> <td>-2.41E+4</td> <td>-2.40E+6</td> <td>4.19E+04</td> <td>-2.14E-6</td> <td>5.68E-09</td> <td>-1.48E-6</td> <td>2.23E-08</td> </tr> </tbody> </table>	6.49E+08	2.40E+06	-6.49E+8	2.40E+06	1.99E-03	1.48E-06	9.50E-04	-2.14E-6	2.40E+06	4.19E+04	-2.40E+6	-2.41E+4	1.48E-06	2.23E-08	2.14E-06	5.68E-09	-6.49E+8	-2.40E+6	6.49E+08	-2.40E+6	9.50E-04	2.14E-06	1.99E-03	-1.48E-6	2.40E+06	-2.41E+4	-2.40E+6	4.19E+04	-2.14E-6	5.68E-09	-1.48E-6	2.23E-08
6.49E+08	2.40E+06	-6.49E+8	2.40E+06	1.99E-03	1.48E-06	9.50E-04	-2.14E-6																											
2.40E+06	4.19E+04	-2.40E+6	-2.41E+4	1.48E-06	2.23E-08	2.14E-06	5.68E-09																											
-6.49E+8	-2.40E+6	6.49E+08	-2.40E+6	9.50E-04	2.14E-06	1.99E-03	-1.48E-6																											
2.40E+06	-2.41E+4	-2.40E+6	4.19E+04	-2.14E-6	5.68E-09	-1.48E-6	2.23E-08																											
Tronçon N°	5	45 Points extrêmes du tronçon																																
longueur [mm]	L	6.335																																
Ø extér. [mm]	Øe	12.5																																
Ø intér. [mm]	Øi	0																																
		Matrice de rigidité																																
Section [m ²]	A	1.23E-4																																
Inertie [m ⁴]	Iz	1.20E-9																																
Coeff. c [-]	c	8.709																																
Masse [kg]	M	0.00609																																
		Matrice de masse																																
		<table border="1"> <tbody> <tr> <td>1.22E+09</td> <td>3.88E+06</td> <td>-1.22E+9</td> <td>3.88E+06</td> <td>2.07E-03</td> <td>1.22E-06</td> <td>9.74E-04</td> <td>-2.00E-6</td> </tr> <tr> <td>3.88E+06</td> <td>5.20E+04</td> <td>-3.88E+6</td> <td>-2.75E+4</td> <td>1.22E-06</td> <td>1.90E-08</td> <td>2.00E-06</td> <td>5.00E-09</td> </tr> <tr> <td>-1.22E+9</td> <td>-3.88E+6</td> <td>1.22E+09</td> <td>-3.88E+6</td> <td>9.74E-04</td> <td>2.00E-06</td> <td>2.07E-03</td> <td>-1.22E-6</td> </tr> <tr> <td>3.88E+06</td> <td>-2.75E+4</td> <td>-3.88E+6</td> <td>5.20E+04</td> <td>-2.00E-6</td> <td>5.00E-09</td> <td>-1.22E-6</td> <td>1.90E-08</td> </tr> </tbody> </table>	1.22E+09	3.88E+06	-1.22E+9	3.88E+06	2.07E-03	1.22E-06	9.74E-04	-2.00E-6	3.88E+06	5.20E+04	-3.88E+6	-2.75E+4	1.22E-06	1.90E-08	2.00E-06	5.00E-09	-1.22E+9	-3.88E+6	1.22E+09	-3.88E+6	9.74E-04	2.00E-06	2.07E-03	-1.22E-6	3.88E+06	-2.75E+4	-3.88E+6	5.20E+04	-2.00E-6	5.00E-09	-1.22E-6	1.90E-08
1.22E+09	3.88E+06	-1.22E+9	3.88E+06	2.07E-03	1.22E-06	9.74E-04	-2.00E-6																											
3.88E+06	5.20E+04	-3.88E+6	-2.75E+4	1.22E-06	1.90E-08	2.00E-06	5.00E-09																											
-1.22E+9	-3.88E+6	1.22E+09	-3.88E+6	9.74E-04	2.00E-06	2.07E-03	-1.22E-6																											
3.88E+06	-2.75E+4	-3.88E+6	5.20E+04	-2.00E-6	5.00E-09	-1.22E-6	1.90E-08																											

Tronçon N°	6	56	Points extrêmes du tronçon
longueur [mm]	L	8.865	
Ø extér. [mm]	Øe	12.5	
Ø intér. [mm]	Øi	0	
			Matrice de rigidité
			Matrice de masse
Section [m2]	A	1.23E-4	8.21E+08 3.56E+06 -8.21E+8 3.56E+06
Inertie [m4]	Iz	1.20E-9	3.56E+08 4.45E+04 -3.56E+6 -1.36E+4
Coeff. c [-]	c	4.655	-8.21E+8 -3.56E+6 8.21E+08 -3.56E+6
Masse [kg]	M	0.006	3.56E+08 -1.36E+4 -3.56E+6 4.45E+04
			2.87E-03 2.46E-06 1.30E-03 -3.55E-6
			2.46E-06 2.59E-06 3.55E-06 1.94E-09
			1.30E-03 3.55E-06 2.87E-03 -2.46E-6
			-3.55E-6 1.94E-09 -2.46E-6 2.59E-06
Tronçon N°	7	67	Points extrêmes du tronçon
longueur [mm]	L	22.82	
Ø extér. [mm]	Øe	12.5	
Ø intér. [mm]	Øi	0	
			Matrice de rigidité
			Matrice de masse
Section [m2]	A	1.23E-4	1.52E+08 1.74E+06 -1.52E+8 1.74E+06
Inertie [m4]	Iz	1.20E-9	1.74E+06 3.08E+04 -1.74E+6 8.77E+03
Coeff. c [-]	c	0.671	-1.52E+8 -1.74E+6 1.52E+08 -1.74E+6
Masse [kg]	M	0.022	1.74E+06 8.77E+03 -1.74E+6 3.08E+04
			7.96E-03 2.30E-05 3.00E-03 -1.87E-5
			2.30E-05 1.30E-07 1.87E-05 -9.57E-8
			3.00E-03 1.87E-05 7.96E-03 -2.30E-5
			-1.87E-5 -9.57E-8 -2.30E-5 1.30E-07
Tronçon N°	8	78	Points extrêmes du tronçon
longueur [mm]	L	7.19	
Ø extér. [mm]	Øe	12.5	
Ø intér. [mm]	Øi	0	
			Matrice de rigidité
			Matrice de masse
Section [m2]	A	1.23E-4	1.05E+09 3.76E+06 -1.05E+9 3.76E+06
Inertie [m4]	Iz	1.20E-9	3.76E+06 4.85E+04 -3.76E+6 -2.15E+4
Coeff. c [-]	c	6.761	-1.05E+9 -3.76E+6 1.05E+09 -3.76E+6
Masse [kg]	M	0.007	3.76E+06 -2.15E+4 -3.76E+6 4.85E+04
			2.36E-03 1.61E-06 1.10E-03 -2.53E-6
			1.61E-06 2.15E-06 2.53E-06 4.26E-09
			1.10E-03 2.53E-06 2.36E-03 -1.61E-6
			-2.53E-6 4.26E-09 -1.61E-6 2.15E-06
Tronçon N°	9	89	Points extrêmes du tronçon
longueur [mm]	L	0.49	
Ø extér. [mm]	Øe	12.5	
Ø intér. [mm]	Øi	0	
			Matrice de rigidité
			Matrice de masse
Section [m2]	A	1.23E-4	1.76E+10 4.32E+06 -1.76E+10 4.32E+06
Inertie [m4]	Iz	1.20E-9	4.32E+06 5.15E+05 -4.32E+6 -5.13E+5
Coeff. c [-]	c	1455.676	-1.76E+10 -4.32E+6 1.76E+10 -4.32E+6
Masse [kg]	M	0.000	4.32E+06 -5.13E+5 -4.32E+6 5.15E+05
			1.57E-04 6.40E-09 7.85E-05 -1.28E-8
			6.40E-09 1.53E-09 1.28E-08 7.64E-10
			7.85E-05 1.28E-08 1.57E-04 -6.40E-9
			-1.28E-8 7.64E-10 -6.40E-9 1.53E-09

**Résultats
statiques**

	Force	Déplacements	Rigidité	
0 Y	7.90E+01	1.53E-04	5.158E+5	0 Y
0 @	0	-9.70E-3		0 @
1 Y	0	1.78E-05		1 Y
1 @	0	-6.87E-4		1 @
2 Y	0	1.07E-05		2 Y
2 @	0	-5.86E-4		2 @
3 Y	0	8.39E-06		3 Y
3 @	0	-4.77E-4		3 @
4 Y	0	5.08E-06		4 Y
4 @	0	-3.84E-4		4 @
5 Y	0	2.97E-06		5 Y
5 @	0	-3.07E-4		5 @
6 Y	0	7.80E-07		6 Y
6 @	0	-2.24E-4		6 @
7 Y	0	-2.69E-6		7 Y
7 @	0	-1.32E-4		7 @
8 Y	0	-3.64E-6		8 Y
8 @	0	-1.32E-4		8 @
9 Y	0	-3.70E-6		9 Y
9 @	0	-1.32E-4		9 @



Matrice de rigidité totale normée

	0Y	0@	1Y	1@	2Y	2@	3Y	3@	4Y	4@	5Y	5@	6Y	6@	7Y	7@	8Y	8@			
0Y	1.34E-04	1.34E-06	-1.34E-4	1.34E-06	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
0@	1.34E-06	1.81E-08	-1.34E-6	8.72E-09	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
1Y	-1.34E-4	-1.34E-6	2.81E-02	1.55E-04	-2.90E-2	1.57E-04	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
1@	1.34E-06	8.72E-09	1.55E-04	1.92E-06	-1.57E-4	-2.15E-7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
2Y	0	0	-2.90E-2	-1.57E-4	9.26E-02	-1.98E-5	-6.36E-2	1.37E-04	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
2@	0	0	1.57E-04	-2.15E-7	-1.98E-5	3.48E-06	-1.37E-4	-9.90E-7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
3Y	0	0	0	0	-6.36E-2	-1.37E-4	9.64E-02	-8.13E-6	-3.48E-2	1.29E-04	0	0	0	0	0	0	0	0			
3@	0	0	0	0	1.37E-04	-9.90E-7	-8.13E-6	3.82E-06	-1.29E-4	-1.29E-6	0	0	0	0	0	0	0	0			
4Y	0	0	0	0	0	0	-3.48E-2	-1.29E-4	1.02E-01	7.89E-05	-6.55E-2	2.08E-04	0	0	0	0	0	0			
4@	0	0	0	0	0	0	1.29E-04	-1.29E-6	7.89E-05	5.03E-06	-2.08E-4	-1.47E-6	0	0	0	0	0	0			
5Y	0	0	0	0	0	0	0	0	-6.55E-2	-2.08E-4	1.10E-01	-1.71E-5	-4.40E-2	1.90E-04	0	0	0	0			
5@	0	0	0	0	0	0	0	0	2.08E-04	-1.47E-6	-1.71E-5	5.17E-06	-1.90E-4	-7.30E-7	0	0	0	0			
6Y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-4.40E-2	-1.90E-4	5.21E-02	-9.76E-5	-8.15E-3	9.29E-05	0	0			
6@	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-4.40E-2	-1.90E-4	5.21E-02	-9.76E-5	4.03E-06	-9.29E-5	4.70E-07	0			
7Y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-8.15E-3	-9.29E-5	6.60E-02	1.09E-04	-5.61E-2	2.02E-04			
7@	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-8.15E-3	-9.29E-5	6.60E-02	1.09E-04	-5.61E-2	2.02E-04			
8Y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-5.61E-2	-2.02E-4	1.00E+00	2.97E-05		
8@	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-5.61E-2	-2.02E-4	1.00E+00	2.97E-05		
9Y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-9.44E-1	-2.31E-4	
9@	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2.31E-04	-2.75E-5

Matrice de compliance

	0Y	0@	1Y	1@	2Y	2@	3Y	3@	4Y	4@	5Y	5@	6Y	6@	7Y	7@	8Y	8@
0Y	3.62E+04	-2.3E+06	4.20E+03	-1.6E+05	2.54E+03	-1.4E+05	1.98E+03	-1.1E+05	1.20E+03	-9.1E+04	7.02E+02	-7.2E+04	1.84E+02	-5.3E+04	-6.4E+02	-3.1E+04	-8.6E+02	-3.1E+04
0@	-2.3E+06	2.17E+08	-8.1E+04	4.07E+06	-4.2E+04	3.13E+06	-3.0E+04	2.35E+06	-1.5E+04	1.78E+06	-5.4E+03	1.35E+06	3.69E+03	8.91E+05	1.50E+04	3.81E+05	1.77E+04	3.81E+05
1Y	4.20E+03	-8.1E+04	2.58E+03	-8.1E+04	1.70E+03	-7.6E+04	1.38E+03	-6.6E+04	9.02E+02	-5.5E+04	5.93E+02	-4.5E+04	2.58E+02	-3.5E+04	-3.4E+02	-2.4E+04	-5.1E+02	-2.4E+04
1@	-1.6E+05	4.07E+06	-8.1E+04	4.07E+06	-4.2E+04	3.13E+06	-3.0E+04	2.35E+06	-1.5E+04	1.78E+06	-5.4E+03	1.35E+06	3.69E+03	8.91E+05	1.50E+04	3.81E+05	1.77E+04	3.81E+05
2Y	2.54E+03	-4.2E+04	1.70E+03	-4.2E+04	1.24E+03	-4.2E+04	1.05E+03	-4.0E+04	7.41E+02	-3.6E+04	5.34E+02	-3.1E+04	2.98E+02	-2.5E+04	-1.8E+02	-1.9E+04	-3.1E+02	-1.9E+04
2@	-1.4E+05	3.13E+06	-7.6E+04	3.13E+06	-4.2E+04	3.13E+06	-3.0E+04	2.35E+06	-1.5E+04	1.78E+06	-5.4E+03	1.35E+06	3.69E+03	8.91E+05	1.50E+04	3.81E+05	1.77E+04	3.81E+05
3Y	1.98E+03	-3.0E+04	1.38E+03	-3.0E+04	1.05E+03	-3.0E+04	9.21E+02	-3.0E+04	6.76E+02	-2.8E+04	5.11E+02	-2.5E+04	3.14E+02	-2.2E+04	-1.1E+02	-1.8E+04	-2.4E+02	-1.8E+04
3@	-1.1E+05	2.35E+06	-6.6E+04	2.35E+06	-4.0E+04	2.35E+06	-3.0E+04	2.35E+06	-1.5E+04	1.78E+06	-5.4E+03	1.35E+06	3.69E+03	8.91E+05	1.50E+04	3.81E+05	1.77E+04	3.81E+05
4Y	1.20E+03	-1.5E+04	9.02E+02	-1.5E+04	7.41E+02	-1.5E+04	6.76E+02	-1.5E+04	5.44E+02	-1.5E+04	4.71E+02	-1.5E+04	3.41E+02	-1.5E+04	-7.3E-11	-1.5E+04	-1.1E+02	-1.5E+04
4@	-9.1E+04	1.78E+06	-5.5E+04	1.78E+06	-3.6E+04	1.78E+06	-2.8E+04	1.78E+06	-1.5E+04	1.78E+06	-5.4E+03	1.35E+06	3.69E+03	8.91E+05	1.50E+04	3.81E+05	1.77E+04	3.81E+05
5Y	7.02E+02	-5.4E+03	5.93E+02	-5.4E+03	5.34E+02	-5.4E+03	5.11E+02	-5.4E+03	4.71E+02	-5.4E+03	4.45E+02	-6.7E+03	3.71E+02	-9.6E+03	9.48E+01	-1.3E+04	2.54E+00	-1.3E+04
5@	-7.2E+04	1.35E+06	-4.5E+04	1.35E+06	-3.1E+04	1.35E+06	-2.5E+04	1.35E+06	-1.5E+04	1.35E+06	-6.7E+03	1.39E+06	2.79E+03	9.31E+05	1.50E+04	4.20E+05	1.80E+04	4.20E+05
6Y	1.84E+02	3.69E+03	2.58E+02	3.69E+03	2.98E+02	3.69E+03	3.14E+02	3.69E+03	3.41E+02	3.69E+03	3.71E+02	2.79E+03	3.91E+02	-1.3E+03	1.11E+06	1.50E+04	6.01E+05	1.93E+04
6@	-5.3E+04	8.91E+05	-3.5E+04	8.91E+05	-2.5E+04	8.91E+05	-2.2E+04	8.91E+05	-1.5E+04	8.91E+05	-9.6E+03	9.31E+05	-1.3E+03	1.11E+06	1.50E+04	6.01E+05	1.93E+04	6.01E+05
7Y	-6.4E+02	1.50E+04	-3.4E+02	1.50E+04	-1.8E+02	1.50E+04	-1.1E+02	1.50E+04	-3.5E-11	1.50E+04	9.48E+01	1.50E+04	2.24E+02	1.50E+04	3.66E+02	1.50E+04	6.73E+02	1.50E+04
7@	-3.1E+04	3.81E+05	-2.4E+04	3.81E+05	-1.9E+04	3.81E+05	-1.8E+04	3.81E+05	-1.5E+04	3.81E+05	-1.3E+04	4.20E+05	-9.0E+03	6.01E+05	1.50E+04	1.78E+06	2.78E+04	1.78E+06
8Y	-8.6E+02	1.77E+04	-5.1E+02	1.77E+04	-3.1E+02	1.77E+04	-2.4E+02	1.77E+04	-1.1E+02	1.77E+04	1.80E+04	1.60E+02	1.93E+04	6.73E+02	2.78E+04	8.88E+02	2.97E+04	1.78E+06
8@	-3.1E+04	3.81E+05	-2.4E+04	3.81E+05	-1.9E+04	3.81E+05	-1.8E+04	3.81E+05	-1.5E+04	3.81E+05	-1.3E+04	4.20E+05	-9.0E+03	6.01E+05	1.50E+04	1.78E+06	2.97E+04	1.78E+06
9Y	-8.7E+02	1.79E+04	-5.2E+02	1.79E+04	-3.2E+02	1.79E+04	-2.5E+02	1.79E+04	-1.1E+02	1.79E+04	-3.7E+00	1.82E+04	1.55E+02	1.96E+04	6.81E+02	2.87E+04	9.12E+02	3.08E+04
9@	-3.1E+04	3.81E+05	-2.4E+04	3.81E+05	-1.9E+04	3.81E+05	-1.8E+04	3.81E+05	-1.5E+04	3.81E+05	-1.3E+04	4.20E+05	-9.0E+03	6.01E+05	1.50E+04	1.78E+06	2.97E+04	1.78E+06

Matrice de masse totale normée

	0Y	0@	1Y	1@	2Y	2@	3Y	3@	4Y	4@	5Y	5@	6Y	6@	7Y	7@	8Y	
0Y	1.67E+04	2.70E+02	3.36E+04	-1.64E+2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0@	2.70E+02	1.00E+00	1.64E+02	-7.62E-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
1Y	3.36E+04	1.64E+02	8.03E+05	6.31E+02	3.40E+05	-1.12E+3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
1@	-1.64E+2	-7.62E-1	6.31E+02	7.70E+00	1.12E+03	-1.05E+0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
2Y	0	0	3.40E+05	1.12E+03	9.36E+04	-8.19E+2	1.01E+05	-1.41E+2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
2@	0	0	-1.12E+3	-1.05E+0	-8.19E+2	7.95E+00	1.41E+02	4.11E-01	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
3Y	0	0	0	0	1.01E+05	1.41E+02	4.79E+05	2.67E+02	2.24E+05	-5.05E+2	0	0	0	0	0	0	0	
3@	0	0	0	0	-1.41E+2	4.11E-01	2.67E+02	6.50E+00	5.05E+02	1.34E+00	0	0	0	0	0	0	0	
4Y	0	0	0	0	0	0	2.24E+05	5.05E+02	9.36E+04	-6.22E+1	2.29E+05	-4.70E+2	0	0	0	0	0	
4@	0	0	0	0	0	0	-5.05E+2	1.34E+00	-6.22E+1	9.71E+00	4.70E+02	1.18E+00	0	0	0	0	0	
5Y	0	0	0	0	0	0	0	0	2.29E+05	4.70E+02	1.63E+06	2.93E+02	3.05E+05	-8.35E+2	0	0	0	
5@	0	0	0	0	0	0	0	0	-4.70E+2	1.18E+00	2.93E+02	2.48E+01	8.35E+02	4.56E-01	0	0	0	
6Y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3.05E+05	8.35E+02	4.56E-01	4.83E+03	7.07E+05	-4.41E+3	0	
6@	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-8.35E+2	4.56E-01	4.83E+03	1.25E+02	4.41E+03	-2.25E+1	0	
7Y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7.07E+05	4.41E+03	2.43E+04	-5.03E+3	2.58E+05	
7@	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-4.41E+3	-2.25E+1	-5.03E+3	3.57E+01	5.95E+02	
8Y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2.58E+05	5.95E+02	2.01E+06	0
8@	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-5.95E+2	1.00E+00	-3.78E+2	0
9Y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.85E+04	0
9@	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3.02E+0

Matrice de masse normée inverse

	0Y	0@	1Y	1@	2Y	2@	3Y	3@	4Y	4@	5Y	5@	6Y	6@	7Y	7@	8Y
0Y	4.34E-05	-1.22E-2	9.28E-07	-3.68E-4	1.89E-07	1.03E-04	-5.57E-8	-6.30E-7	1.37E-08	-2.71E-6	-1.23E-9	4.03E-07	1.55E-11	-1.13E-8	7.33E-12	-4.20E-9	3.38E-13
0@	-1.22E-2	4.58E+00	-6.00E-4	2.54E-01	-1.41E-4	-6.64E-2	3.94E-05	-1.80E-4	-9.33E-6	2.01E-03	7.91E-07	-2.82E-4	-5.19E-9	7.28E-06	-4.93E-9	3.26E-06	-3.59E-10
1Y	9.28E-07	-6.00E-4	1.64E+06	-1.06E-4	-2.87E-7	1.89E-04	1.09E-08	-2.00E-5	8.82E-09	3.49E-06	-2.30E-9	2.28E-08	1.82E-10	-2.09E-8	6.57E-12	1.03E-08	-3.94E-12
1@	-3.68E-4	2.54E-01	-1.06E-4	1.81E-01	-1.80E-4	-9.98E-3	3.43E-05	-4.77E-3	-5.49E-6	2.43E-03	1.06E-07	-2.22E-4	3.79E-08	1.05E-06	-2.46E-9	5.01E-06	-1.20E-9
2Y	1.89E-07	-1.41E-4	-2.87E-7	-1.80E-4	1.41E+06	8.32E-05	-2.69E-7	3.69E-05	4.32E-08	-1.89E-5	-8.94E-10	1.74E-06	-2.92E-10	-8.76E-9	1.95E-11	-3.90E-8	9.30E-12
2@	1.03E-04	-6.64E-2	1.89E-04	-9.98E-3	8.32E-05	1.61E-01	-4.92E-5	-7.30E-3	1.59E-05	-1.40E-3	-1.94E-6	3.90E-04	7.57E-08	-1.77E-5	9.15E-09	-5.40E-7	-9.99E-10
3Y	-5.57E-8	3.94E-05	1.09E-08	3.43E-05	-2.69E-7	-4.92E-5	1.75E-06	-6.50E-5	-3.81E-7	9.74E-05	2.79E-08	-1.22E-5	2.94E-10	2.57E-07	-1.96E-10	1.71E-07	-2.69E-11
3@	-6.30E-7	-1.80E-4	-2.00E-5	-4.77E-3	3.69E-05	-7.30E-3	-6.50E-5	1.70E-01	-8.15E-5	-2.83E-2	2.01E-05	-3.92E-4	-1.55E-6	1.83E-04	-5.93E-8	-8.52E-5	3.32E-08
4Y	1.37E-08	-9.33E-6	8.82E-09	-5.49E-6	4.32E-08	1.59E-05	-3.81E-7	-8.15E-5	1.24E+06	5.17E-06	-1.83E-7	2.51E-05	9.61E-09	-1.67E-6	7.49E-10	2.41E-07	-1.68E-10
4@	-2.71E-6	2.01E-03	3.49E-06	2.43E-03	-1.89E-5	-1.40E-3	9.74E-05	-2.83E-2	5.17E-06	1.14E-01	-3.37E-5	-8.65E-07	-5.05E-3	3.80E-06	-3.04E-4	4.36E-08	2.84E-04
5Y	-1.23E-9	7.91E-07	-2.30E-9	1.06E-07	-8.94E-10	-1.94E-6	2.79E-08	2.01E-05	-1.83E-7	-3.37E-5	8.65E-07	-8.10E-6	-5.23E-8	6.04E-06	-1.91E-9	-2.94E-6	1.13E-09
5@	4.03E-07	-2.82E-4	2.28E-08	-2.22E-4	1.74E-06	3.90E-04	-1.22E-5	-3.92E-4	2.51E-05	-5.05E-3	-8.10E-6	4.14E-02	-8.03E-6	-8.88E-5	4.27E-07	-9.91E-4	2.45E-07
6Y	1.55E-11	-5.19E-9	1.82E-10	3.79E-08	-2.92E-10	7.57E-08	2.94E-10	-1.55E-6	9.61E-09	3.80E-06	-5.23E-8	-8.03E-6	-8.88E-5	-5.05E-6	-8.18E-9	2.78E-05	-7.35E-9
6@	-1.13E-8	7.28E-06	-2.09E-8	1.05E-06	-8.76E-9	-1.77E-5	2.57E-07	1.83E-04	-1.67E-6	-3.04E-4	6.04E-06	-8.88E-5	-5.05E-6	9.24E-03	-6.33E-6	4.32E-03	-5.01E-7
7Y	7.33E-12	-4.93E-9	6.57E-12	-2.46E-9	1.95E-11	9.15E-09	-1.96E-10	-5.93E-8	7.49E-10	4.36E-08	-1.91E-9	4.27E-07	-8.18E-9	-6.33E-6	6.07E-07	8.20E-05	-1.02E-7
7@	-4.20E-9	3.26E-06	1.03E-08	5.01E-06	-3.90E-8	-5.40E-7	1.71E-07	-8.52E-5	2.41E-07	2.84E-04	-2.94E-6	-9.91E-4	2.78E-05	-6.33E-6	6.07E-07	8.20E-05	-4.61E-02
8Y	3.38E-13	-3.59E-10	-3.94E-12	-1.20E-9	9.30E-12	-9.99E-10	-2.69E-11	3.32E-08	-1.68E-10	-9.14E-8	1.13E-09	2.45E-07	-7.35E-9	-5.01E-7	-1.02E-7	-2.43E-5	5.21E-07
8@	1.77E-10	-1.29E-7	-1.61E-10	-1.41E-7	1.10E-09	1.14E-07	-6.07E-9	1.28E-06	2.84E-09	-5.98E-6	4.55E-08	2.73E-05	-7.23E-7	-1.69E-4	4.88E-06	-1.36E-4	3.28E-06
9Y	-1.87E-13	1.93E-10	1.99E-12	6.14E-10	-4.76E-12	4.87E-10	1.40E-11	-1.67E-8	8.36E-11	4.63E-08	-5.69E-10	-1.25E-7	3.75E-09	2.68E-07	5.04E-08	1.22E-05	-2.61E-7
9@	-8.61E-11	6.21E-08	5.56E-11	6.30E-08	-4.92E-10	-6.31E-8	2.86E-09	-4.29E-7	-2.47E-9	2.41E-06	-1.56E-8	-1.21E-5	3.14E-07	8.10E-05	-3.08E-6	-8.49E-5	1.64E-06

Matrice noyau

Déterminant = 1.7E+229

Norme = 2.89204E+11

	0Y	0@	1Y	1@	2Y	2@	3Y	3@	4Y	4@	5Y	5@	6Y	6@	7Y	7@	8Y
0Y	4.9E+10	-7.3E+08	-3.9E+10	-2.9E+09	2.18E+11	2.58E+09	-1.4E+11	-3.4E+08	1.48E+10	-8.5E+07	-2.1E+09	3.93E+07	-9.3E+07	-2.5E+06	4.26E+06	-9.3E+04	4.11E+06
0@	2.17E+13	3.06E+11	4.93E+13	2.01E+12	-1.6E+14	-1.7E+12	9.91E+13	1.93E+11	-9.9E+12	6.56E+10	1.26E+12	-2.8E+10	8.02E+10	1.71E+09	-2.7E+09	7.25E+07	-4.0E+09
1Y	-4.6E+09	-5.6E+07	3.07E+11	2.23E+08	-2.8E+11	4.22E+09	-2.7E+10	-1.4E+09	1.55E+10	2.02E+08	-6.9E+09	-1.4E+07	4.81E+08	-2.4E+06	9.66E+06	2.31E+05	-3.6E+07
1@	2.41E+12	2.56E+10	1.25E+14	1.80E+12	-2.0E+14	-3.8E+11	7.37E+13	-1.6E+11	-4.4E+12	9.96E+10	-5.7E+11	-2.6E+10	1.76E+11	8.16E+08	6.59E+07	1.12E+08	-1.2E+10
2Y	-1.6E+09	-1.5E+07	-2.8E+11	-2.8E+09	8.23E+11	1.13E+09	-5.8E+11	1.19E+09	3.49E+10	-7.7E+08	4.30E+09	2.02E+08	-1.4E+09	-6.5E+06	-2.6E+05	-8.7E+05	9.00E+07
2@	-5.0E+11	-6.2E+09	1.18E+14	-1.7E+11	1.21E+13	2.66E+12	-1.4E+14	-7.7E+11	1.92E+13	-1.3E+10	-4.3E+12	3.26E+10	7.24E+10	-3.2E+09	7.28E+09	-1.1E+07	-8.2E+09
3Y	3.95E+08	4.06E+06	2.50E+10	5.30E+08	-6.6E+11	-1.5E+09	9.78E+11	-1.4E+09	-3.9E+11	3.43E+09	3.53E+10	-1.3E+09	4.86E+09	6.74E+07	-8.9E+07	3.82E+06	-2.8E+08
3@	-1.8E+10	-8.3E+07	-1.6E+13	-7.3E+10	1.42E+14	-8.2E+11	-4.4E+13	3.12E+12	-1.4E+14	-1.7E+12	5.94E+13	9.85E+10	-4.0E+12	2.19E+10	-8.4E+10	-1.9E+09	3.05E+11
4Y	-8.4E+07	-9.2E+05	2.89E+09	-8.5E+07	7.64E+10	8.35E+08	-3.7E+11	-2.1E+09	7.36E+11	7.95E+08	-4.5E+11	1.67E+09	1.74E+10	-2.7E+08	7.14E+08	5.47E+06	-1.5E+09
4@	2.25E+10	2.16E+08	3.54E+12	3.73E+10	-5.4E+13	4.46E+10	1.13E+14	-1.1E+12	4.81E+13	2.80E+12	-1.2E+14	-8.5E+11	1.19E+13	-1.8E+10	1.54E+11	6.37E+09	-8.5E+11
5Y	5.92E+06	7.34E+04	-1.4E+09	1.79E+06	4.33E+09	-1.4E+08	2.17E+10	6.40E+08	-3.1E+11	-1.5E+09	4.19E+11	-1.6E+08	-1.4E+11	7.07E+08	-2.8E+09	-6.6E+07	1.04E+10
5@	-2.7E+09	-2.9E+07	-1.0E+11	-3.4E+09	4.00E+12	1.51E+10	-1.3E+13	7.70E+09	5.17E+13	-3.7E+11	-8.1E+12	1.00E+12	-3.5E+13	-1.4E+11	-6.2E+10	-2.2E+10	2.36E+12
6Y	9.47E+04	5.71E+01	1.39E+08	5.75E+05	-1.2E+09	7.85E+06	8.97E+08	-5.4E+07	1.42E+10	1.96E+08	-8.5E+10	-4.0E+08	3.01E+10	-1.6E+08	4.85E+09	6.21E+08	-7.0E+10
6@	5.47E+07	6.76E+05	-1.3E+10	1.76E+07	3.78E+10	-1.2E+09	2.01E+11	5.80E+09	-2.8E+12	-1.3E+10	1.24E+13	-2.7E+10	-4.2E+12	1.83E+11	-3.4E+12	9.61E+10	-5.5E+12
7Y	-4.3E+04	-4.8E+02	3.00E+06	-3.9E+04	2.71E+07	5.21E+05	-1.8E+08	-1.7E+06	1.36E+09	4.34E+05	4.9E+09	3.74E+07	1.26E+10	-1.9E+08	2.48E+11	1.87E+09	-8.8E+11
7@	4.03E+07	3.66E+05	9.32E+09	7.69E+07	-1.2E+11	2.65E+08	2.12E+11	-3.2E+09	1.70E+11	1.60E+10	-3.4E+12	-6.1E+10	2.18E+13	1.27E+11	4.89E+13	9.43E+11	-2.2E+14
8Y	-6.7E+03	-4.9E+01	-3.2E+06	-1.8E+04	3.27E+07	-1.5E+05	-4.1E+07	1.18E+06	-2.2E+08	-4.9E+06	1.66E+09	1.37E+07	-8.2E+09	-1.4E+07	-1.7E+11	-9.9E+08	3.42E+12
8@	-1.4E+06	-1.4E+04	-1.8E+08	-2.2E+06	3.02E+09	-2.4E+05	-6.9E+09	5.42E+07	1.12E+10	-3.6E+08	2.30E+10	1.80E+09	-3.6E+11	-5.0E+09	1.87E+13	-1.1E+11	2.11E+13
9Y	3.48E+03	2.61E+01	1.61E+06	9.37E+03	-1.7E+07	7.30E+04	2.11E+07	-6.0E+05	1.10E+08	2.48E+06	-8.3E+08	-7.0E+06	4.12E+09	7.60E+06	8.12E+10	5.03E+08	-1.1E+14
9@	6.54E+05	6.52E+03	6.90E+07	9.70E+05	-1.3E+09	-8.0E+05	3.17E+09	-2.0E+07	-7.0E+09	1.49E+08	-1.1E+09	-8.1E+08	1.26E+11	2.41E+09	-1.0E+13	4.72E+10	2.36E+15

Matrice noyau normée ($\Delta=1$)

	0Y	0@	1Y	1@	2Y	2@	3Y	3@	4Y	4@	5Y	5@	6Y	6@	7Y	7@	8Y
0Y	1.7E-01	-2.5E-03	-1.4E-01	-1.0E-02	7.53E-01	8.93E-03	-4.9E-01	-1.2E-03	5.12E-02	-2.9E-04	-7.3E-03	1.36E-04	-3.2E-04	-8.8E-06	1.47E-05	-3.2E-07	1.42E-05
0@	7.49E+01	1.06E+00	1.71E+02	6.94E+00	-5.6E+02	-5.8E+00	3.43E+02	6.69E-01	-3.4E+01	2.27E-01	4.37E+00	-9.7E-02	2.77E-01	5.90E-03	-9.3E-03	2.51E-04	-1.4E-02
1Y	-1.6E-02	-1.9E-04	1.06E+00	7.72E-04	-9.8E-01	1.46E-02	-9.4E-02	-4.7E-03	5.36E-02	6.98E-04	-2.4E-02	-4.8E-05	1.66E-03	-8.4E-06	3.34E-05	7.99E-07	-1.3E-04
1@	8.34E+00	8.86E-02	4.31E+02	5.53E+00	-6.8E+02	-1.3E+00	2.55E+02	-5.4E-01	-1.5E+01	3.44E+01	-2.0E+00	-8.9E-02	6.08E-01	2.82E-03	2.28E-04	3.87E-04	-4.0E-02
2Y	-5.6E-03	-5.3E-05	-9.7E-01	-9.6E-03	2.85E+00	3.89E-03	-2.0E+00	4.13E-03	1.21E-01	-2.7E-03	1.49E-02	6.97E-04	-4.7E-03	-2.2E-05	-9.0E-07	-3.0E-06	3.11E-04
2@	-1.7E+00	-2.1E-02	4.07E+02	-5.8E-01	4.18E+01	9.19E+00	-5.0E+02	-2.7E+00	6.65E+01	-4.4E-02	-1.5E+01	1.13E-01	2.51E-01	-1.1E-02	2.52E-02	-3.8E-05	-2.8E-02
3Y	1.37E-03	1.40E-05	8.63E-02	1.83E-03	-2.3E+00	-5.3E-03	3.37E+00	-5.0E-03	-1.3E+00	1.19E-02	1.22E-01	-4.3E-03	1.68E-02	2.33E-04	-3.1E-04	1.32E-05	-9.6E-04
3@	-6.1E-02	-2.9E-04	-5.4E+01	-2.5E-01	4.91E+02	-2.9E+00	-1.5E+02	1.08E+01	-4.8E+02	-5.8E+00	2.05E+02	3.41E-01	-1.4E+01	7.56E-02	-2.9E-01	-6.6E-03	1.06E+00
4Y	-2.9E-04	-3.2E-06	1.00E-02	-3.0E-04	2.64E-01	2.89E-03	-1.3E+00	-7.4E-03	2.54E+00	2.75E-03	-1.6E+00	5.79E-03	6.01E-02	-9.2E-04	2.47E-03	1.89E-05	-5.1E-03
4@	7.78E-02	7.48E-04	1.22E+01	1.29E-01	-1.9E+02	1.54E-01	3.91E+02	-3.9E+00	1.66E+02	9.70E+00	-4.2E+02	-2.9E+00	4.10E+01	-6.4E-02	5.32E-01	2.20E-02	-3.0E+00
5Y	2.05E-05	2.54E-07	-5.0E-03	6.21E-06	1.50E-02	-4.7E-04	7.49E-02	2.21E-03	-1.1E+00	-5.1E-03	1.99E+00	-5.5E-04	-4.8E-01	2.44E-03	-9.6E-03	-2.3E-04	3.59E-02
5@	-9.5E-03	-9.9E-05	-3.5E-01	-1.2E-02	1.38E+01	5.22E-02	-4.4E+01	2.66E-02	1.79E+02	-1.3E+00	-2.8E+01	3.47E+00	-1.2E+02	-4.8E-01	-2.1E-01	-7.7E-02	8.16E+00
6Y	3.27E-07	1.97E-10	4.79E-04	1.99E-06	-4.1E-03	2.71E-05	3.10E-03	-1.9E-04	4.91E-02	6.77E-04	-2.9E-01	-1.4E-03	8.11E-01	-5.5E-04	1.68E-02	2.15E-03	-2.4E-01
6@	1.89E-04	2.34E-06	-4.5E-02	6.07E-05	1.31E-01	-4.3E-03	6.96E-01	2.00E-02	-9.7E+00	-4.5E-02	4.28E+01	-9.5E-02	-1.5E+01	6.32E-01	-1.2E+01	3.32E-01	-1.9E+01
7Y	-1.5E-07	-1.7E-09	1.04E-05	-1.3E-07	9.38E-05	1.80E-06	-6.3E-04	-5.8E-06	4.69E-03	1.50E-06	-1.7E-02	1.29E-04	4.36E-02	-6.6E-04	8.56E-01	6.47E-03	-3.0E+00
7@	1.39E-04	1.27E-06	3.22E-02	2.66E-04	-4.1E-01	9.17E-04	7.35E-01	-1.1E-02	5.89E-01	5.54E-02	-1.2E+01	-2.1E-01	7.54E+01	4.39E-01	1.69E+02	3.26E+00	-7.6E+02
8Y	-2.3E-08	-1.7E-10	-1.1E-05	-6.3E-08	1.13E-04	-5.1E-07	-1.4E-04	4.09E-06	-7.7E-04	-1.7E-05	5.73E-03	4.73E-05	-2.8E-02	-4.9E-05	-5.7E-01	-3.4E-03	1.18E+01
8@	-4.8E-06	-4.7E-08	-6.2E-04	-7.5E-06	1.05E-02	-8.2E-07	-2.4E-02	1.87E-04	3.87E-02	-1.2E-03	7.96E-02	6.24E-03	-1.2E+00	-1.7E-02	6.47E+01	-3.7E-01	7.30E+01
9Y	1.20E-08	9.01E-11	5.58E-06	3.24E-08	-5.8E-05	2.53E-07	7.30E-05	-2.1E-06	3.82E-04	8.58E-06	-2.9E-03	-2.4E-05	1.43E-02	2.63E-05	2.81E-01	1.74E-03	-3.9E+02
9@	2.26E-06	2.25E-08	2.39E-04	3.35E-06	-4.5E-03	-2.8E-06	1.10E-02	-6.8E-05	-2.4E-02	5.14E-04	-3.7E-03	-2.8E-03	4.35E-01	8.32E-03	-3.6E+01	1.63E-01	8.16E+03

Matrice unité

	0Y	0@	1Y	1@	2Y	2@	3Y	3@	4Y	4@	5Y	5@	6Y	6@	7Y	7@	8Y
0Y	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0@	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1Y	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1@	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2Y	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2@	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3Y	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3@	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4Y	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
4@	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
5Y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
5@	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
6Y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
6@	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
7Y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
7@	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
8Y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
8@	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9Y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9@	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

[M-1K - Q2Y]

	0Y	0@	1Y	1@	2Y	2@	3Y	3@	4Y	4@	5Y	5@	6Y	6@	7Y	7@	8Y
0Y	7.8E-01	-2.5E-03	-1.4E-01	-1.0E-02	7.53E-01	8.93E-03	-4.9E-01	-1.2E-03	5.12E-02	-2.9E-04	-7.3E-03	1.36E-04	-3.2E-04	-8.8E-06	1.47E-05	-3.2E-07	1.42E-05
0@	7.49E+01	1.04E+00	1.71E+02	6.94E+00	-5.6E+02	-5.8E+00	3.43E+02	6.69E-01	-3.4E+01	2.27E-01	4.37E+00	-9.7E-02	2.77E-01	5.90E-03	-9.3E-03	2.51E-04	-1.4E-02
1Y	-1.6E-02	-1.9E-04	1.05E+00	7.72E-04	-9.8E-01	1.46E-02	-9.4E-02	-4.7E-03	5.36E-02	6.98E-04	-2.4E-02	-4.8E-05	1.66E-03	-8.4E-06	3.34E-05	7.99E-07	-1.3E-04
1@	8.34E+00	8.86E-02	4.31E+02	5.51E+00	-6.8E+02	-1.3E+00	2.55E+02	-5.4E-01	-1.5E+01	3.44E-01	-2.0E+00	-8.9E-02	6.08E-01	2.82E-03	2.28E-04	3.87E-04	-4.0E-02
2Y	-5.6E-03	-5.3E-05	-9.7E-01	-9.6E-03	3.83E+00	3.89E-03	-2.0E+00	4.13E-03	1.21E-01	-2.7E-03	1.49E-02	6.97E-04	-4.7E-03	-2.2E-05	-9.0E-07	-3.0E-06	3.11E-04
2@	-1.7E+00	-2.1E-02	4.07E+02	-5.8E-01	4.18E+01	9.18E+00	-5.0E+02	-2.7E+00	6.65E+01	-4.4E-02	-1.5E+01	1.13E-01	2.51E-01	-1.1E-02	2.52E-02	-3.8E-05	-2.8E-02
3Y	1.37E-03	1.40E-05	8.63E-02	1.83E-03	-2.3E+00	-5.3E-03	3.36E+00	-5.0E-03	-1.3E+00	1.19E-02	1.22E-01	-4.3E-03	1.68E-02	2.33E-04	-3.1E-04	1.32E-05	-9.6E-04
3@	-6.1E-02	-2.9E-04	-5.4E+01	-2.5E-01	4.91E+02	-2.9E+00	-1.5E+02	1.08E+01	-4.8E+02	-5.8E+00	2.05E+02	3.41E-01	-1.4E+01	7.56E-02	-2.9E-01	-6.6E-03	1.06E+00
4Y	-2.9E-04	-3.2E-06	1.00E-02	-3.0E-04	2.64E-01	2.89E-03	-1.3E+00	-7.4E-03	2.53E+00	2.75E-03	-1.6E+00	5.79E-03	6.01E-02	-9.2E-04	2.47E-03	1.89E-05	-5.1E-03
4@	7.78E-02	7.48E-04	1.22E+01	1.29E-01	-1.9E+02	1.54E-01	3.91E+02	-3.9E+00	1.66E+02	9.68E+00	-4.2E+02	-2.9E+00	4.10E+01	-6.4E-02	5.32E-01	2.20E-02	-3.0E+00
5Y	2.05E-05	2.54E-07	-5.0E-03	6.21E-06	1.50E-02	-4.7E-04	7.49E-02	2.21E-02	-1.1E+00	-5.1E-03	1.44E+00	-5.5E-04	-4.8E-01	2.44E-03	-9.6E-03	-2.3E-04	3.59E-02
5@	-9.5E-03	-9.9E-05	-3.5E-01	-1.2E-02	1.38E+01	5.22E-02	-4.4E+01	2.66E-02	1.79E+02	-1.3E+00	-2.8E+01	3.46E+00	-1.2E+02	-4.8E-01	-2.1E-01	-7.7E-02	8.16E+00
6Y	3.27E-07	1.97E-10	4.79E-04	1.99E-06	-4.1E-03	2.71E-05	3.10E-03	-1.9E-04	4.91E-02	6.77E-04	-2.9E-01	-1.4E-03	2.97E-01	-5.5E-04	1.68E-02	2.15E-03	-2.4E-01
6@	1.89E-04	2.34E-06	-4.5E-02	6.07E-05	1.31E-01	-4.3E-03	6.96E-01	2.00E-02	-9.7E+00	-4.5E-02	4.28E+01	-9.5E-02	-1.5E+01	6.17E-01	-1.2E+01	3.32E-01	-1.9E+01
7Y	-1.5E-07	-1.7E-09	1.04E-05	-1.3E-07	9.38E-05	1.80E-06	-6.3E-04	-5.8E-06	4.69E-03	1.50E-06	-1.7E-02	1.29E-04	4.36E-02	-6.6E-04	8.42E-01	6.47E-03	-3.0E+00
7@	1.39E-04	1.27E-06	3.22E-02	2.66E-04	-4.1E-01	9.17E-04	7.35E-01	-1.1E-02	5.89E-01	5.54E-02	-1.2E+01	-2.1E-01	7.54E+01	4.39E-01	1.69E+02	3.25E+00	-7.6E+02
8Y	-2.3E-08	-1.7E-10	-1.1E-05	-6.3E-08	1.13E-04	-5.1E-07	-1.4E-04	4.09E-06	-7.7E-04	-1.7E-05	5.73E-03	4.73E-05	-2.8E-02	-4.9E-05	-5.7E-01	-3.4E-03	1.18E+01
8@	-4.8E-06	-4.7E-08	-6.2E-04	-7.5E-06	1.05E-02	-8.2E-07	-2.4E-02	1.87E-04	3.87E-02	-1.2E-03	7.96E-02	6.24E-03	-1.2E+00	-1.7E-02	6.47E+01	-3.7E-01	7.30E+01
9Y	1.20E-08	9.01E-11	5.58E-06	3.24E-08	-5.8E-05	2.53E-07	7.30E-05	-2.1E-06	3.82E-04	8.58E-06	-2.9E-03	-2.4E-05	1.43E-02	2.63E-05	2.81E-01	1.74E-03	-3.9E+02
9@	2.26E-06	2.25E-08	2.39E-04	3.35E-06	-4.5E-03	-2.8E-06	1.10E-02	-6.8E-05	-2.4E-02	5.14E-04	-3.7E-03	-2.8E-03	4.35E-01	8.32E-03	-3.6E+01	1.63E-01	8.16E+03

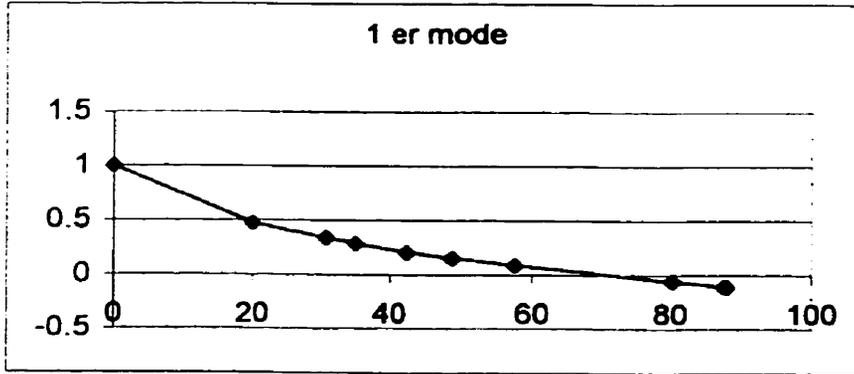
Résultats dynamiques

1er Mode

D =	-8.508E-08	Vecteurs
W $\sqrt{2}$ =	0.0018231	
f =	3654.5335	

Vmax = 214567

X	Y	@
0	1	-31.247974
20	0.467927	-12.478789
30.8	0.333422	-11.919052
35.1	0.282336	-10.804058
42.5	0.202347	-9.4587919
48.835	0.148527	-8.2480051
57.5	0.084175	-7.1878738
80.32	-0.06206	-6.3457054
87.51	-0.10846	-6.4178067
88	-0.11161	-6.4178262

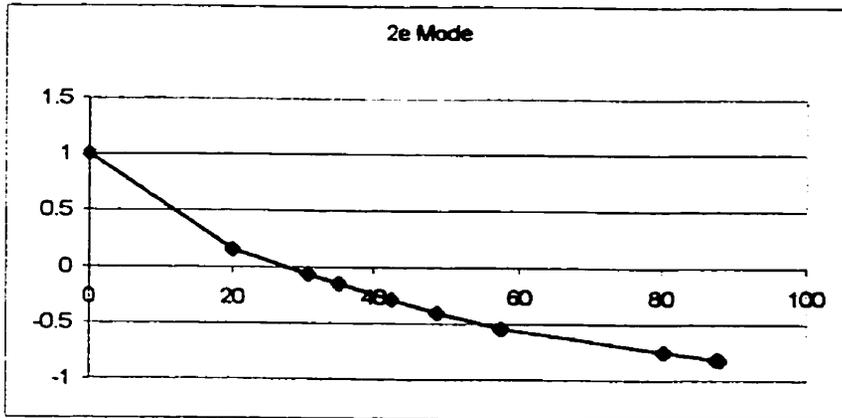


2e Mode

D =	-9.656E-08	Vecteurs
W $\sqrt{2}$ =	0.0031765	
f =	4823.8547	

Vmax = 287723

X	Y	@
0	1	-49.748558
20	0.154115	-20.539633
30.8	-0.06613	-19.926104
35.1	-0.1507	-19.089373
42.5	-0.28952	-18.373764
48.835	-0.40848	-17.088282
57.5	-0.54721	-13.639016
80.32	-0.74617	-8.287109
87.51	-0.81543	-9.0148557
88	-0.81985	-9.0149491



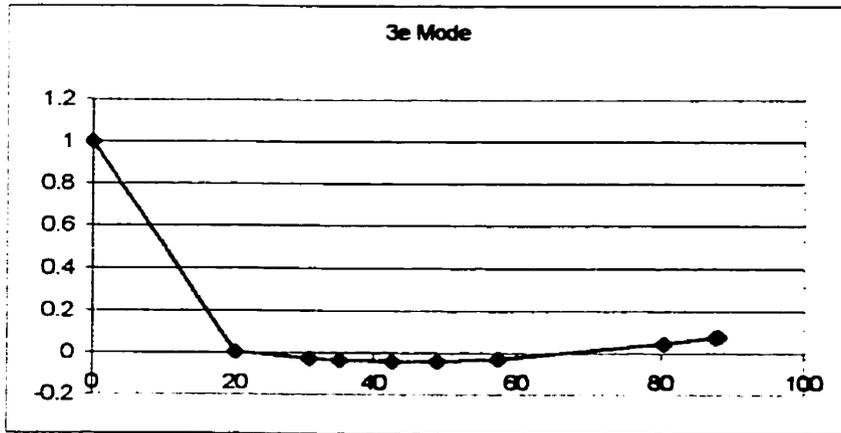
3e Mode

D =	9.337E-07
W $\sqrt{2}$ =	0.0077046
f =	7512.7015

Vecteurs

Vmax = 341854

X	Y	@
0	1	-66.506746
20	0.003194	-3.1950817
30.8	-0.02766	-2.2087954
35.1	-0.03537	-1.1352138
42.5	-0.04099	-0.2759163
48.835	-0.04101	0.5483872
57.5	-0.031	1.8317372
80.32	0.043226	4.1021386
87.51	0.074992	4.3109314
88	0.077106	4.3109871



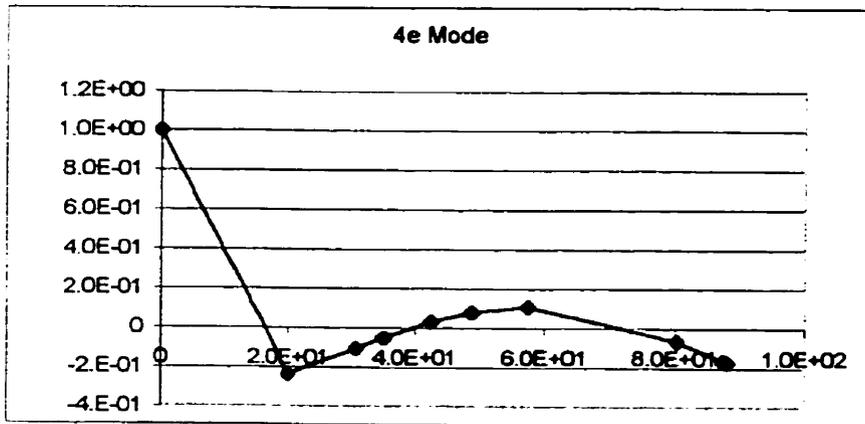
4e Mode

D =	1.1E-07
W $\sqrt{2}$ =	1.5E-02
f =	10344.1846

Vecteurs

Vmax = 588636.1

X	Y	@
0	1.0E+00	-9.E+01
2.0E+01	-2.E-01	1.1E+01
3.1E+01	-1.E-01	1.2E+01
3.5E+01	-5.E-02	1.1E+01
4.3E+01	3.1E-02	8.5E+00
4.9E+01	8.1E-02	5.4E+00
5.8E+01	1.1E-01	-3.E-01
8.0E+01	-7.E-02	-1.E+01
8.8E+01	-2.E-01	-1.E+01
8.8E+01	-2.E-01	-1.E+01



E.1.4 Vérification de l'effet de l'augmentation de d sur l'optimum dynamique

L	flèche (μm)	Premier mode (Hz)
28.42	1.5790E-04	3426.33
33.42	1.5470E-04	3571.03
37.82	1.5315E-04	3654.53
43.42	1.5200E-04	3719.76
48.42	1.5153E-04	3749.2
53.42	1.5139E-04	3753.67
58.42	1.5148E-04	3720.4
63.42	1.5175E-04	3611.49

Tableau E.7 Premier mode en fonction de la longueur entre roulements

ANNEXE F

F.1 Calcul du facteur c (frottement visqueux)

Le fabricant de roulements SKF [24] nous fournit les formules nécessaires au calcul du facteur c , c'est-à-dire le calcul du frottement visqueux. En fait, les formules données servent plutôt à évaluer le couple résistant en N·mm. Une fois le couple résistant calculé, si on connaît la vitesse de rotation, on peut calculer le facteur c qui sera égal à :

$$c = \frac{M}{1000 \cdot \omega}$$

où

c = facteur servant à déterminer le frottement visqueux [N·m·s]

ω = vitesse de rotation [rad/s]

M = couple résistant des roulements [N·mm]

Pour calculer le couple résistant des roulements, on calcule d'abord le couple indépendant de la charge et ensuite le couple dépendant de la charge. Nous allons faire l'exercice pour un roulement préchargé de 16 N axialement et travaillant avec la broche en ébauche.

F.1.1 1^{ère} étape : calcul des forces axiales et radiales sur le roulement

Dans le chapitre traitant de l'étude des forces, nous avons calculé une force résultante totale moyenne sur un tour de 14.07 N (F_{moy} en ébauche, ref. tableau 3.2) agissant sur la broche et ceci dans un plan perpendiculaire à l'axe de l'outil. Les forces axiales avaient été négligées. En fait, ici on fera l'approximation que les forces axiales sont égales à la moitié de la force globale. Quelle est cette force globale et pourquoi la moitié ?

Si on se fie à la figure suivante, la composante infinitésimale de force totale dans le plan perpendiculaire à l'outil (dF) est la somme de la force indéfinissable tangentielle (dF_t) et la force indéfinissable de répulsion (dF_r). Il est possible de calculer la force totale F pour chaque position de la fraise sur un tour et ainsi pouvoir calculer la force totale moyenne (F_{moy}) sur un

tour. De plus, si on se rapporte au bas de la figure, dF est seulement une composante de la force globale infinitésimale dF_{globale} à cause de l'angle d'hélice de 30 degrés. Notez que sur la figure, la force sur la vue du haut et celle sur la vue du bas n'ont pas été représentées sur la même dent, ce qui ne change pas en soit la compréhension du phénomène.

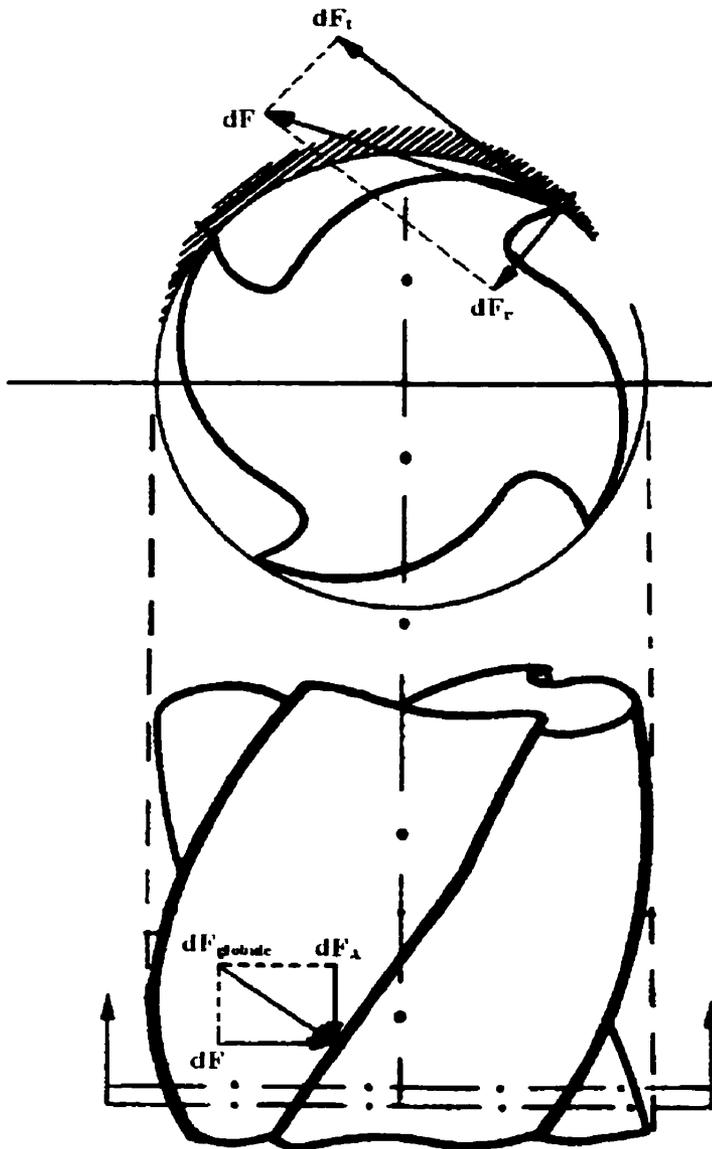


Figure F.1 Répartition de la force de coupe sur la fraise

On peut supposer que la force globale (F_{globale} ou F_G), pour une position de la fraise, sera égale à :

$$F_G = \frac{F_A}{\cos 60^\circ}$$

donc, si on connaît la force totale (F) dans le plan perpendiculaire à l'outil pour une position de la fraise, on peut en déduire F_A :

$$F_A = F \frac{\cos 60^\circ}{\sin 60^\circ}$$

où

$$F = \sqrt{(F_T^2 + F_r^2)} = \sqrt{(F_T^2 + (0.3F_T)^2)}$$

F_T = force tangentielle

F_r = force de répulsion

Si on connaît $F_{\text{moy}} = 14.07$ (moyenne de F sur un tour), alors $F_{A \text{ moy}} = 8.1233$ N (moyenne sur un tour de F_A).

La figure suivante illustre le montage des roulements avec précharge élastique. Si on suppose qu'on applique la force axiale en plein milieu de l'outil (pour simplifier les calculs) et la force totale dans un plan perpendiculaire à celui-ci, on obtient pour une broche de longueur optimal de 40 mm :

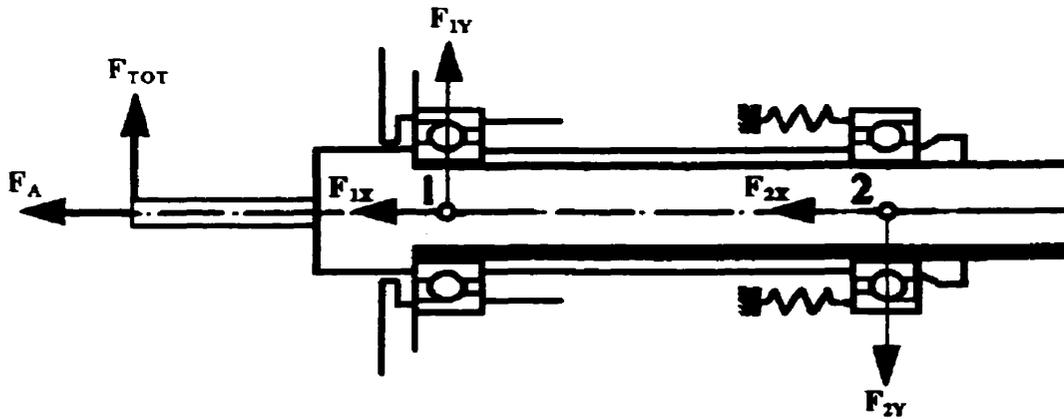


Figure F.2 Modèle de la broche pour calcul des forces sur les roulements

$$\sum F_x = 0 \rightarrow F_{1X} + F_{2X} = 8.1233$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow F_{1Y} = 14.07 + F_{2Y}$$

$$\sum M_i = 0 \rightarrow 14.07 \cdot 0.035 - F_{2Y} \cdot 0.04 = 0 \rightarrow F_{2Y} = 12.31 \text{ N}$$

alors $F_{1Y} = 26.38 \text{ N}$

On connaît les forces selon la direction Y mais non selon X. Comment vont-elles se répartir sur chaque roulement ? La figure suivante illustre la simplification du montage des roulements avec précharge élastique :

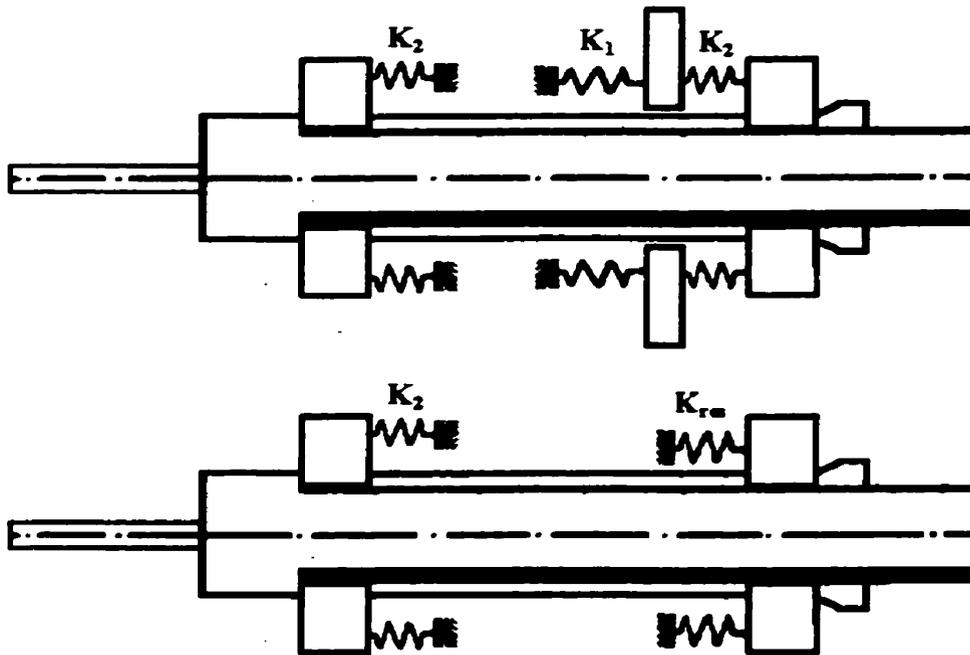


Figure F.3 Modèle simplifié de la broche pour calcul des forces sur les roulements

$$K_{res} = \frac{K_1 \cdot K_2}{K_1 + K_2}$$

K_1 = rigidité du ressort donnant la précharge

K_2 = rigidité des roulements avant et arrière

K_{res} = rigidité équivalente de K_1 et K_2 mis en série

Les roulements sont préchargés avec une force F_A à laquelle correspond une déflexion initiale pour chaque élément représenté par un ressort. Donc, à l'équilibre, chaque élément (roulement avant, arrière et ressort) voit une force F_A qui est ici 16 N dans le cas des roulements choisis.

Si on a une force ΔF qui s'applique axialement en tirant sur l'outil, quelle sera alors la force vue par chaque roulement ? Il y aura un déplacement Δx correspondant à cette force de chaque

côté. La force dans le roulement avant diminuera et la force dans le roulement et ressort arrière augmentera. Si on met cela en équation, pour trouver ΔF_{avant} et ΔF_{res} , on a :

$$\Delta F_{\text{avant}} = K_2 \cdot \Delta x$$

$$\Delta F_{\text{res}} = K_{\text{res}} \cdot \Delta x$$

$$\Delta F = K_2 \Delta x + K_{\text{res}} \cdot \Delta x$$

donc :

$$\Delta F_{\text{res}} = \frac{\Delta F \cdot K_{\text{res}}}{K_2 + K_{\text{res}}}$$

$$\Delta F_{\text{avant}} = \frac{\Delta F \cdot K_2}{K_2 + K_{\text{res}}}$$

on voit que :

$$K_{\text{res}} < K_2$$

Analysons les forces maximales pour chaque roulement :

pour le roulement avant :

Le roulement avant reprendra au maximum presque toute la force (dans le cas où la rigidité du ressort est très faible) et au minimum, la moitié de la force (dans le cas où la rigidité du ressort est très élevée). Donc, le roulement verra une force axiale minimale de $16 - 8.12 = 7.88$ N et maximale de $16 + 8.12/2 = 11.94$ N. Soit une force résultante maximale de :

$$F_{\text{tot avant}} = \sqrt{(11.94^2 + 26.38^2)} = 28.96 \text{ N}$$

pour le roulement arrière :

Le roulement arrière reprendra au maximum la moitié de la force axiale (dans le cas où la rigidité du ressort est très élevée) et au minimum, presque aucune force (dans le cas où la rigidité du ressort est faible). Donc, le roulement verra une force axiale minimale de 16 N et maximale de $16 + 8.12/2 = 20.06$ N. Soit une force résultante maximale de :

$$F_{\text{tot arrière}} = \sqrt{(20.06^2 + 12.31^2)} = 23.54 \text{ N}$$

Il est intéressant de noter que si le ressort est moins rigide que les roulements, le roulement avant pourrait se décharger rapidement. Le pire cas correspond à un ressort très peu rigide ce qui fait que le roulement avant se déchargerait aussitôt que la force axiale appliquée sur l'outil dépasserait la valeur de la précharge, soit 16 N. Il faut donc s'assurer que la précharge dépasse toujours la valeur maximale des forces axiales qu'on pense avoir sur l'outil.

Notez aussi qu'ici, dans le but de simplifier le traitement, nous avons supposé que la valeur de la rigidité d'un roulement ne variait pas avec la précharge. On a vu que la variation de force est principalement ressentie au niveau du roulement avant si le ressort est plus souple que le roulement, ce qui est généralement le cas. La variation de la rigidité du roulement n'est pas directement proportionnelle à sa variation de précharge. Une grande variation de la précharge n'entraîne pas une grande variation de la rigidité. On peut alors supposer que le roulement restera axialement beaucoup plus rigide que le ressort. On peut donc simplifier en posant comme hypothèse que c'est le roulement avant qui reprendra toute la force axiale appliquée sur l'outil et qui se déchargera aussitôt que celle-ci dépassera la valeur de la précharge.

F.1.2 2^e étape : calcul du moment indépendant de la charge

Nous commençons d'abord par calculer le moment créé par le roulement et qui est indépendant de la charge et ce, pour un seul roulement.

$$M_0 = 10^{-7} f_0 (vn)^{2/3} d_m^3$$

Le calcul est le suivant :

où

M_0 = moment indépendant de la charge [N·mm]

d_m = diamètre moyen du roulement [mm]

$$d_m = \frac{D+d}{2} = \frac{22+10}{2} = 16 \text{ mm}$$

f_0 = facteur dépendant du type de roulement et de lubrification, dans notre cas, f_0 est égale à 2.

n = vitesse de rotation [rot/min], en ébauche égale à 50 000 RPM.

ν = viscosité cinématique du lubrifiant (dans le cas d'une graisse, la viscosité de l'huile de base) à la température d'opération du roulement) [mm^2/s]. Nous avons trouvé une viscosité de 23 mm^2/s à 40° pour la graisse ARCANOL L74V, ce qui donne une viscosité maximale d'opération à 20° (température minimale d'opération estimée) d'environ 60 mm^2/s .

calcul numérique :

$$M_0 = 10^{-7} \cdot 2 \cdot (60 \cdot 50000)^{(2/3)} \cdot 16^3 = 17.04 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

F.1.3 3^e étape : calcul du moment dépendant de la charge

Le calcul est le suivant :

$$M_1 = f_1 P_1^a d_m^b$$

où

M_1 = moment dépendant de la charge

f_1 = facteur dépendant du type de roulement et de la charge appliquée sur le roulement.

dans notre cas :

$$f_1 = 0.001 \cdot (P_0 / C_0)^{0.33}$$

où P_0 = charge statique équivalente [kN]

$P_0 = F_r$ [kN] pour le roulement avant car $F_a/F_r \leq 1.09$

$P_0 = 0.5 \cdot F_r + 0.46 \cdot F_a$ [kN] pour le roulement arrière car $F_a/F_r > 1.09$

C_0 = charge statique de base [kN], pour notre roulement $C_0 = 1.1$ kN

P_1 = la charge déterminant le facteur de friction [N]

$P_1 = F_a - 0.1 F_r$

si $P_1 < F_r$ alors $P_1 = F_r$

d_m = diamètre moyen du roulement [mm]

a, b = exposants qui dépendent du type de roulement , dans notre cas $a=b=1$

F.1.1.3 Calculs numériques

roulement avant :

$$P_0 = 0.02638 \text{ kN}$$

$$f_1 = 0.001 \cdot (0.02638/1.1)^{0.33} = 0.000292$$

$$P_1 = 11.94 - 0.1 \cdot 26.38 = 9.30 \text{ N} < F_r$$

$$\text{Donc : } P_1 = F_r = 26.38 \text{ N}$$

$$M_1 = 0.000292 \cdot 26.38^1 \cdot 16^1 = 0.123 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

roulement arrière :

$$P_0 = (0.5 \cdot 12.31 + 0.46 \cdot 20.06) / 1000 = 0.01538 \text{ kN}$$

$$f_1 = 0.001 \cdot (0.01538/1.1)^{0.33} = 0.000244$$

$$P_1 = 20.06 - 0.1 \cdot 12.31 = 18.83 \text{ N} > F_r$$

Donc :

$$M_1 = 0.000244 \cdot 18.83^1 \cdot 16^1 = 0.0735 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

F.1.4 4^e étape : calcul du moment total pour chaque roulement

$$M = M_0 + M_1 \text{ [N}\cdot\text{mm]}$$

roulement avant :

$$M = 17.04 + 0.123 = 17.163 \text{ [N}\cdot\text{mm]}$$

roulement arrière :

$$M = 17.04 + 0.0735 = 17.1135 \text{ [N}\cdot\text{mm]}$$

Soit une valeur moyenne de 17.14 N·mm

F.1.5 5^e étape : calcul du facteur c proprement dit

Soit pour une opération d'ébauche à 31 831 RPM avec un couple de 17.14 N·mm, on obtient comme facteur c :

$$c = \frac{17.14 \cdot 60}{1000 \cdot 31831 \cdot 2\pi} = 5.14e-6 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$$

ANNEXE G

G.1 Méthode Rayleigh-Ritz

G.1.1 Discrétisation de la broche

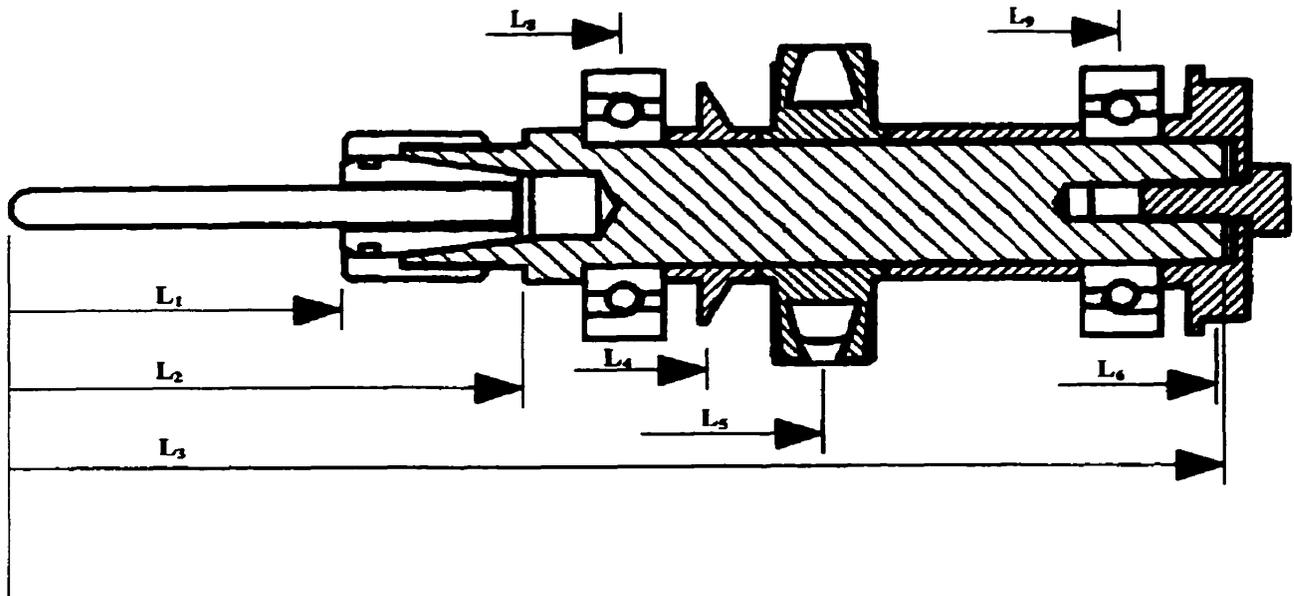


Figure G.1 Discrétisation de la broche

G.1.2 Données d'entrée du programme

Les données d'entrée du programme ont été données lors de l'analyse dynamique. Les masses et inerties concentrées correspondent aux pièces suivantes :

- Masse #4 : Entretoise #2 (ref. Dessin BHV-009)
- Masse #5 : Turbine axiale (ref. Dessin BHV-010)
- Masse #6 : Entretoise de précharge avec tête de vis (ref. Dessin BHV-020 + CHc M3X0.5-10)

Notez que les longueurs correspondent à la position des centres de gravité de ces pièces comme dans l'annexe E. Notez que les masses utilisées ici et le principe de calcul est le même que dans l'annexe E.

G.1.3 Programme de calcul sur Mapple

```

K8:=3.3e7;K9:=3.3e7;
D1I:=0;D1E:=.003;
D2I:=0;D2E:=.011;
D3I:=0;D3E:=.0125;
l0:=0;l1:=0.02;l2:=0.0351;l3:=0.088;l4:=0.048835;l5:=0.0575;l6:=0.08751;l7:=0;l8:=0.0425;l9
:=0.08032;L:=0.088;
m4:=1.97e-3;m5:=8.4173606e-3;m6:=6.012e-3;m7:=0;
IN1:=Pi*(D1E^4-D1I^4)/64;IN2:=Pi*(D2E^4-D2I^4)/64;IN3:=Pi*(D3E^4-D3I^4)/64;
u1:=Pi*(D1E^2-D1I^2)/4*7800;u2:=Pi*(D2E^2-D2I^2)/4*7800;u3:=Pi*(D3E^2-
D3I^2)/4*7800;
K:=matrix(10,1,[0,0,0,0,0,0,0,0,K8,K9]);IN:=matrix(10,1,[0,IN1,IN2,IN3,0,0,0,0,0,0]);
l:=matrix(10,1,[l0,l1,l2,l3,l4,l5,l6,l7,l8,l9]);ma:=matrix(10,1,[0,0,0,0,m4,m5,m6,m7,0,0]);
u:=matrix(10,1,[0,u1,u2,u3,0,0,0,0,0,0]);
ep:=sum(.5*2.1e11*IN[n,1]*Pi^4/L^4*c1^2*((l[n,1]-l[n-1,1])/2-L/(4*Pi))*(sin(2*Pi*l[n,1]/L)-
sin(2*Pi*l[n-
1,1]/L))),n=2..4)+sum(.5*K[m,1]*(c1*sin(Pi*l[m,1]/L)+c2*Pi*l[m,1]/L+c3)^2,m=9..10);
ec:=sum(.5*u[n,1]*(c1^2*((l[n,1]-l[n-1,1])/2-L/(4*Pi))*(sin(2*Pi*l[n,1]/L)-sin(2*Pi*l[n-
1,1]/L)))
+c2^2*Pi^2/L^2*((l[n,1]^3-l[n-1,1]^3)/3+c3^2*(l[n,1]-l[n-
1,1])+c1*c2^2*L/Pi*(sin(Pi*l[n,1]/L)-sin(Pi*l[n-1,1]/L)-Pi*l[n,1]/L*cos(Pi*l[n,1]/L)+Pi*l[n-
1,1]/L*cos(Pi*l[n-1,1]/L))+c2*c3*Pi/L*(l[n,1]^2-l[n-1,1]^2)-c1*c3^2*L/Pi*(cos(Pi*l[n,1]/L)-
cos(Pi*l[n-
1,1]/L))),n=2..4)+sum(.5*ma[m,1]*(c1*sin(Pi*l[m,1]/L)+c2*Pi*l[m,1]/L+c3)^2,m=5..8);
equ1:=Diff(ep,c1)*Diff(ec,c2)-Diff(ep,c2)*Diff(ec,c1)=0;
eq1:=value(equ1);
equ2:=Diff(ep,c2)*Diff(ec,c3)-Diff(ep,c3)*Diff(ec,c2)=0;
eq2:=value(equ2);
equ3:=c1=1;
eq3:=value(equ3);
solve( {eq1,eq2,eq3}, {c1,c2,c3} );
epf:=(c1,c2,c3)->sum(.5*2.1e11*IN[n,1]*Pi^4/L^4*c1^2*((l[n,1]-l[n-1,1])/2-
L/(4*Pi))*(sin(2*Pi*l[n,1]/L)-sin(2*Pi*l[n-
1,1]/L))),n=2..4)+sum(.5*K[m,1]*(c1*sin(Pi*l[m,1]/L)+c2*Pi*l[m,1]/L+c3)^2,m=9..10);
ecf:=(c1,c2,c3)->sum(.5*u[n,1]*(c1^2*((l[n,1]-l[n-1,1])/2-L/(4*Pi))*(sin(2*Pi*l[n,1]/L)-
sin(2*Pi*l[n-1,1]/L)))
+c2^2*Pi^2/L^2*((l[n,1]^3-l[n-1,1]^3)/3+c3^2*(l[n,1]-l[n-
1,1])+c1*c2^2*L/Pi*(sin(Pi*l[n,1]/L)-sin(Pi*l[n-1,1]/L)-Pi*l[n,1]/L*cos(Pi*l[n,1]/L)+Pi*l[n-
1,1]/L*cos(Pi*l[n-1,1]/L))+c2*c3*Pi/L*(l[n,1]^2-l[n-1,1]^2)-c1*c3^2*L/Pi*(cos(Pi*l[n,1]/L)-
cos(Pi*l[n-
1,1]/L))),n=2..4)+sum(.5*ma[m,1]*(c1*sin(Pi*l[m,1]/L)+c2*Pi*l[m,1]/L+c3)^2,m=5..8);

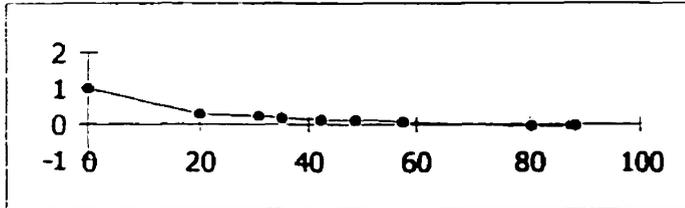
```


G.1.2.4 Sortie

Itérations par le solveur

Vmax = 219890

$\Delta =$	6.061E-07	Vecteurs
$\Omega^2 =$	0.0014885	
$f =$	3664.826	



X	Y	@	
0	1	-44.511886	0
20	0.294666	-7.9189904	1
30.8	0.210207	-7.3282546	2
35.1	0.178684	-6.826769	3
42.5	0.129233	-5.9877884	4
48.835	0.095196	-5.2085617	5
57.5	0.054614	-4.5223575	6
80.32	-0.03756	-3.9888222	7
87.51	-0.06668	-4.0222877	8
88	-0.06865	-4.0223	9

ANNEXE H

H.1 Analyse de l'effet tiroir

H.1.1 Calcul

Nous avons effectué un calcul simple pour s'assurer que le distributeur d'air qui coulisse dans l'alésage du corps de broche ne pourrait pas bloquer par effet tiroir. Le schéma suivant représente la simplification du diagramme de corps libre du distributeur.

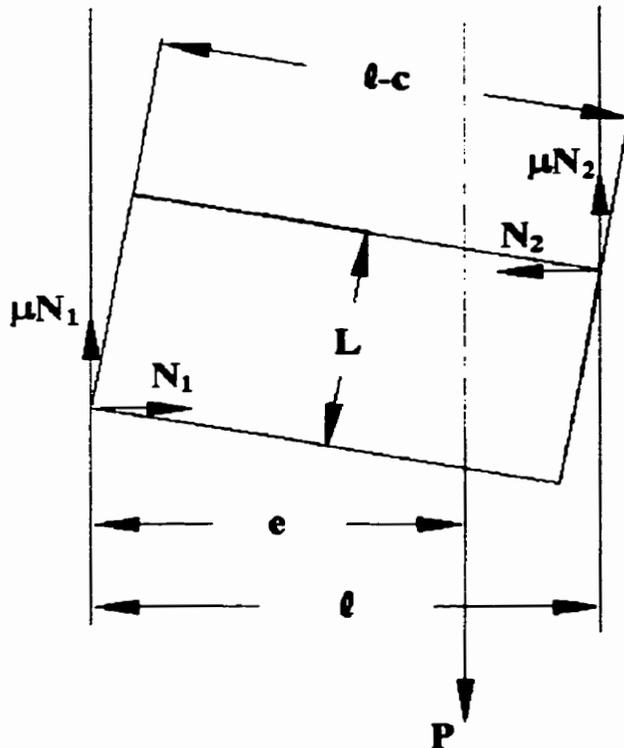


Figure H.1 Diagramme de corps libre : effet tiroir

On suppose deux points de contact 1 et 2, comportant chacun une réaction normale (N_1 et N_2) qui occasionne une force de frottement due au contact des deux surfaces. Le paramètre μ représente le coefficient de frottement entre les deux surfaces. Dans le cas du frottement acier sur acier lubrifié, la valeur de ce coefficient est d'environ 0.14 à 0.18 [29]. Notez que si on utilise un matériau mou sur un matériau dur, la valeur de ce coefficient diminue car l'un des matériaux peut s'adapter à l'autre, ce qui augmente la surface de contact hertzien. C'est ce que nous avons fait. La largeur du guidage est l , la largeur de l'élément guidé est $(l-c)$ et sa

longueur est L . La force P s'applique à une distance e du bord de l'alésage. Le jeu de fonctionnement est donc c . Notez qu'il ne peut y avoir blocage, dans le cas du sens de représentation de la figure, que lorsque $e > \ell/2$.

Si on fait la somme des forces et des moments, on obtient :

$$\sum F_x \rightarrow N_1 = N_2$$

$$\sum F_y \rightarrow \mu N_1 + \mu N_2 - P = 0$$

$$\sum M_1 \rightarrow P \cdot e - \mu N_2 \ell - N_2 \cdot \sqrt{L^2 + (\ell - c)^2 - \ell^2} = 0$$

$$\text{si on pose que } q = \mu \ell + \sqrt{L^2 + (\ell - c)^2 - \ell^2}$$

$$\text{alors } \sum M_1 \rightarrow P e = q N_2$$

on voit qu'il y aura blocage que si :

$$P > \mu(N_1 + N_2)$$

donc

$$q > 2\mu e$$

et si le jeu de fonctionnement tend vers 0 : $c \rightarrow 0$, on obtient finalement :

$$L > \mu(2e - \ell)$$

Dans notre cas, on a :

$$e = 21 \text{ mm}$$

$$\ell = 26 \text{ mm}$$

$$\mu = 0.14 \text{ à } 0.18$$

$$\text{Donc } L > 2.24 \text{ à } 2.88 \text{ mm}$$

Cette condition est amplement remplie par notre dessin final. Les essais sur notre montage ont démontré qu'il n'y avait aucun blocage de fonctionnement dû à l'effet tiroir.

ANNEXE I

I.1 Durée de vie du roulement.

Référence au calcul proposé par FAG en p. 16 de son catalogue [19].

Bien que le calcul ait été effectué pour le roulement avant et arrière, nous présentons ici seulement le calcul fait pour le roulement arrière car c'est le roulement qui présente le pire cas de chargement équivalent dynamique et donc la durée de vie la plus réduite.

Pour les conditions d'ébauche, nous avons :

- vitesse de rotation : $n = 31\,831$ RPM
- $F_A = 20.06$ N
- $F_R = 12.31$ N

Dans notre cas des calculs préliminaires (non montrés ici) nous mènent vers la formule :

$$\text{Chargement équivalent dynamique} = P = 0.44 \cdot F_R + 1.4 \cdot F_A$$

$$\text{Donc, pour le roulement arrière : } P = 0.44 \cdot 12.31 + 1.4 \cdot 20.06 = 33.5 \text{ N ou } 0.0335 \text{ kN}$$

Pour le roulement utilisé (FAG HS71900C.T.P4.UL) :

- index de charge de base statique = $C_0 = 1.1$ kN
- index de charge de base dynamique = $C = 1.96$ kN

on a pour le calcul de la durée de vie :

$$L_b = 500 \cdot (C/P)^3 \cdot \left(\frac{33.33}{n} \right)$$

où n = vitesse de rotation en rot/min

si on calcul la durée de vie pour un roulement utilisé toujours dans des conditions d'ébauche, on a :

$$L_b = 500 \cdot (1.96 / 0.0335)^3 \cdot \left(\frac{33.33}{31831} \right) = 104854.92 \text{ heures}$$

si la vitesse augmente à 50 000 RPM pour les mêmes forces en jeu, on a :

$$L_b = 500 \cdot (1.96 / 0.0335)^3 \cdot \left(\frac{33.33}{50000} \right) = 66752.74 \text{ heures}$$

et à 90 000 RPM, soit la vitesse limite du roulement

$$L_b = 500 \cdot (1.96 / 0.0335)^3 \cdot \left(\frac{33.33}{90000} \right) = 37084.86 \text{ heures}$$

ANNEXE J

J.1 Balancement

Comme nous l'avons mentionné dans le texte principal, nous pouvons supposer que notre montage comporte seulement deux disques dont nous devons faire l'équilibrage et c'est pourquoi nous avons utilisé pour le balancement, les théories développées dans les notes du cours de dynamique des systèmes mécaniques (GMC-10300). Nous référons donc à ce document de laboratoire intitulé : « Simulation expérimentale d'équilibrage sur deux plans d'une machine tournante. ». Nous n'allons donc pas reprendre la théorie présente dans ce document mais nous résumons quand même les principales équations utilisées. Ce document demande quelques éclaircissements car nous procédons par enlèvement de matière plutôt que par ajout lors de l'équilibrage. L'appareillage utilisé pour l'analyse des signaux de mesure d'amplitude au niveau des paliers est le même que celui exposé dans les notes de cours du laboratoire à l'exception que nous utilisons un vibrolaser au lieu d'utiliser des accéléromètres pour faire l'acquisition de l'amplitude. Nous n'expliquerons pas ici le fonctionnement de ces appareils.

Reprenons d'abord la représentation simplifiée du système représentant la broche ainsi que ses disques déséquilibrés :

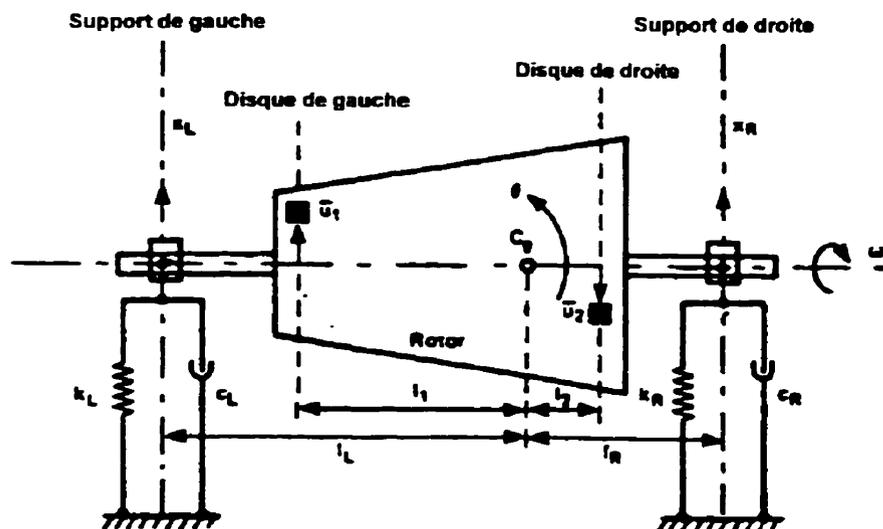


Figure J.1 Modèle utilisé pour le balancement

Le support de gauche représente le palier arrière de la broche alors que le palier de droite représente le palier avant de la broche. Les disques sont représentés entre les roulements de la broche pour simplification mais en fait, ils peuvent être aussi en porte-à-faux (comme dans notre cas pour la pièce arrière coupant le champ magnétique) à n'importe quel distance sans que le traitement soit différent. La vitesse de rotation ω est constante durant toute la durée de l'équilibrage. Le dessin d'ensemble du montage qui a été utilisé lors du balancement est fourni à la fin de cette annexe:

J.1.1 Méthode de traitement et calculs

La façon de balancer et les équations utilisées sont expliquées dans ce qui suit. Notez que pour simplifier, on peut utiliser la notation polaire pour les vecteurs de déplacement. De plus nous utiliserons la notation suivante pour simplification:

$$\bar{\mathbf{X}} = \mathbf{X} = X \cdot e^{i\tau}$$

Les vecteurs sont donc représentés en caractère gras où en notation polaire avec une amplitude (ici X) et un angle (ici τ) par rapport au signal de référence. Notons qu'ici, \mathbf{X} peut représenter un signal d'accélération si on utilise un accéléromètre (il faut ensuite trouver le déplacement correspondant) ou une vitesse si on utilise un vibrolaser.

- ◆ On mesure d'abord les signaux initiaux (\mathbf{X}_L et \mathbf{X}_R , amplitude et phase) à la fréquence de rotation du rotor résultant des balourds initiaux (\mathbf{u}_1 et \mathbf{u}_2) que nous voulons compenser.

$$\mathbf{X}_L = X_L \cdot e^{i\tau_L}$$

$$\mathbf{X}_R = X_R \cdot e^{i\tau_R}$$

- ◆ Notez que τ_L et τ_R sont les angles en radians mesurés entre les signaux obtenus au niveau des paliers et le signal de référence donnant la lecture de position de l'arbre. On a alors :

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{X}_L \\ \mathbf{X}_R \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{L1} & \alpha_{L2} \\ \alpha_{R1} & \alpha_{R2} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_1 \\ \mathbf{u}_2 \end{Bmatrix}$$

où la matrice contenant les vecteurs α est la matrice des coefficients d'influence. Elle détermine l'influence des balourds de chaque disque sur chaque palier. Notez que les balourds ont des positions angulaires mesurées par rapport à un référentiel défini au départ par l'utilisateur (le zéro peut être n'importe où et est défini par les masses tests et le sens de rotation doit être défini) qui n'est pas nécessairement le même que le référentiel du signal donnant la position de l'arbre utilisé pour mesurer les déplacements. Le lien entre les deux référentiels est fait par la matrice contenant les coefficients d'influence.

- ◆ On place ensuite une masse (m_1) à une position radiale (r_1) et à une position angulaire connue sur le disque 1 (donc un balourd $m_1 r_1 = u_1$) par rapport à un zéro angulaire que l'on fixe dès le début n'importe où. Puis on fait la mesure du nouveau signal résultant à gauche (\mathbf{X}_{L1}) et à droite (\mathbf{X}_{R1}).

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{X}_{L1} \\ \mathbf{X}_{R1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{X}_L \\ \mathbf{X}_R \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha_{L1} & \alpha_{L2} \\ \alpha_{R1} & \alpha_{R2} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_1 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

- ◆ On retire ensuite cette masse (m_1) pour placer une masse (m_2) de la même façon sur le disque 2 :

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{X}_{L2} \\ \mathbf{X}_{R2} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{X}_L \\ \mathbf{X}_R \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha_{L1} & \alpha_{L2} \\ \alpha_{R1} & \alpha_{R2} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 0 \\ \mathbf{u}_2 \end{Bmatrix}$$

- ◆ On peut donc calculer la valeurs de tous les coefficients d'influence :

$$\mathbf{X}_{L1} = \mathbf{X}_L + \alpha_{L1} \times \mathbf{u}_1$$

$$\mathbf{X}_{R1} = \mathbf{X}_R + \alpha_{R1} \times \mathbf{u}_2$$

$$\mathbf{X}_{L2} = \mathbf{X}_L + \alpha_{L2} \times \mathbf{u}_2$$

$$\mathbf{X}_{R2} = \mathbf{X}_R + \alpha_{R2} \times \mathbf{u}_1$$

Les « x » représentent une multiplication vectorielle.

- ♦ Suivant le calcul des coefficients d'influence, on peut calculer la valeur et la position des balourds à enlever (\mathbf{u}_1' et \mathbf{u}_2') sur le disque par rapport au système de référence défini au début par l'utilisateur. En fait, ceci correspond aux balourds initiaux (\mathbf{u}_1^* et \mathbf{u}_2^*) :

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{u}_1' \\ \mathbf{u}_2' \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_1^* \\ \mathbf{u}_2^* \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{L1} & \alpha_{L2} \\ \alpha_{R1} & \alpha_{R2} \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} \mathbf{X}_L \\ \mathbf{X}_R \end{Bmatrix}$$

Notez qu'il faut porter une attention particulière à la valeur des masses tests (m_1 et m_2) ajoutées sur les disques pour déterminer les coefficients d'influence. Il faut que les balourds tests résultants (\mathbf{u}_1 et \mathbf{u}_2) soient dans le même ordre de grandeur que les balourds initiaux. Si les masses ajoutées sont trop élevées, les erreurs de mesures s'amplifient lors de l'inversion de la matrice et les valeurs des masses à enlever qu'on obtiendra seront erronées.

J.1.2 Programmes utilisés

Nous avons réalisé deux programmes sur Matlab permettant de calculer rapidement la valeur et la position angulaire des masses à enlever. Le premier calcule la matrice des facteurs d'influence et donne la position des balourds à enlever. La qualité du balancement obtenu lors du premier essai est généralement supérieure à 80 % de l'élimination des balourds initiaux selon les notes du laboratoire de systèmes mécaniques. Le deuxième programme permet à l'utilisateur de raffiner la qualité du balancement obtenu. Après la mesure des déplacements sur chaque palier, le programme indique directement la valeur et l'emplacement des balourds à enlever puisque le programme utilise la matrice des coefficients d'influence déterminée par le

premier programme. Il n'est donc pas nécessaire d'utiliser les masses tests dans le deuxième programme.

J.1.1.2 1^{er} programme : balancement initial

```
% Ce programme calcul la position et la quantité 9avril 1999
% des masses a ajouter sur deux endroits d'un arbre Donald Dupont
% à balancer.
% *** L'AJOUT de masses (u1 et u2) pour déterminer la matrice
% *** d'influence se fait de facon TEMPORAIRE sur un disque
% *** à la fois. Les masses u1 et u2 sont enlevées par la suite
% *** avant le balancement final par u11 et u22 (retrait de matière)
% *** le programme retourne la qte de matière à enlever

xLm=input('Entrer la magnitude du débalancement initial gauche XL en volts \n');
xLa=2*pi/360*input('Entrer le déphasage du débalancement initial gauche XL \n');
xL=xLm*exp(xLa*i);
xRm=input('Entrer la magnitude du débalancement initial droite XR en volts \n');
xRa=2*pi/360*input('Entrer le déphasage du débalancement initial droite XR \n');
xR=xRm*exp(xRa*i);
x=[xL;xR];
xL1m=input('Entrer la magnitude du déplacement de gauche XL1 avec u1 ajouté à gauche en
volts \n');
xL1a=2*pi/360*input('Entrer le déphasage du déplacement de gauche XL1 avec u1 ajouté à
gauche en volts \n');
xL1=xL1m*exp(xL1a*i);
xR1m=input('Entrer la magnitude du déplacement de droite XR1 avec u1 ajouté à gauche en
volts \n');
xR1a=2*pi/360*input('Entrer le déphasage du déplacement de droite XR1 avec u1 ajouté à
gauche en volts \n');
xR1=xR1m*exp(xR1a*i);
x1=[xL1;xR1];
xL2m=input('Entrer la magnitude du déplacement de gauche XL2 avec u2 ajouté à droite en
volts \n');
xL2a=2*pi/360*input('Entrer le déphasage du déplacement de gauche XL2 avec u2 ajouté à
droite en volts \n');
xL2=xL2m*exp(xL2a*i);
xR2m=input('Entrer la magnitude du déplacement de droite XR2 avec u2 ajouté à droite en
volts \n');
xR2a=2*pi/360*input('Entrer le déphasage du déplacement de droite XR2 avec u2 ajouté à
droite en volts \n');
xR2=xR2m*exp(xR2a*i);
x2=[xL2;xR2];
```

```

u1m=input('Entrer la magnitude du débalancement de gauche u1 (=m*r) \n');
u1a=2*pi/360*input('Entrer le déphasage du débalancement de gauche u1 (=m*r) \n');
u1=u1m*exp(u1a*i);
u2m=input('Entrer la magnitude du débalancement de droite u2 (=m*r) \n');
u2a=2*pi/360*input('Entrer le déphasage du débalancement de droite u2 (=m*r) \n');
u2=u2m*exp(u2a*i);
u=[u1;u2];
aL1=(xL1-xL)/u1;
aR1=(xR1-xR)/u1;
aL2=(xL2-xL)/u2;
aR2=(xR2-xR)/u2;
a=[aL1 aL2;aR1 aR2];
deb=1*inv(a)*x
u11m=abs(deb(1,1))
u11a=360/(2*pi)*angle(deb(1,1))
u22m=abs(deb(2,1))
u22a=360/(2*pi)*angle(deb(2,1))

```

J.1.2.2 2^e programme : raffinement du balancement

```

% Ce programme calcul la position et la quantité 9avril 1999
% des masses a soustraire sur deux endroits d'un arbre Donald Dupont
% à balancer.
% LE PROGRAMME DEBAFINAL DEVRAIT AVOIR ÉTÉ EXECUTÉ AVANT
L'EXECUTION DE CE PROGRAMME
% *** Le programme retourne la quantité de masse à enlever avec un signe positif comme
% *** si il s'agissait d'une masse à ajouter avec l'entrée de xL et xR

xLm=input('Entrer la magnitude du débalancement gauche XL en volts \n');
xLa=2*pi/360*input('Entrer le déphasage du débalancement gauche XL \n');
xL=xLm*exp(xLa*i);
xRm=input('Entrer la magnitude du débalancement droite XR en volts \n');
xRa=2*pi/360*input('Entrer le déphasage du débalancement droite XR \n');
xR=xRm*exp(xRa*i);
x=[xL;xR];
deb=inv(a)*x
u11m=abs(deb(1,1))
u11a=360/(2*pi)*angle(deb(1,1))
u22m=abs(deb(2,1))
u22a=360/(2*pi)*angle(deb(2,1))

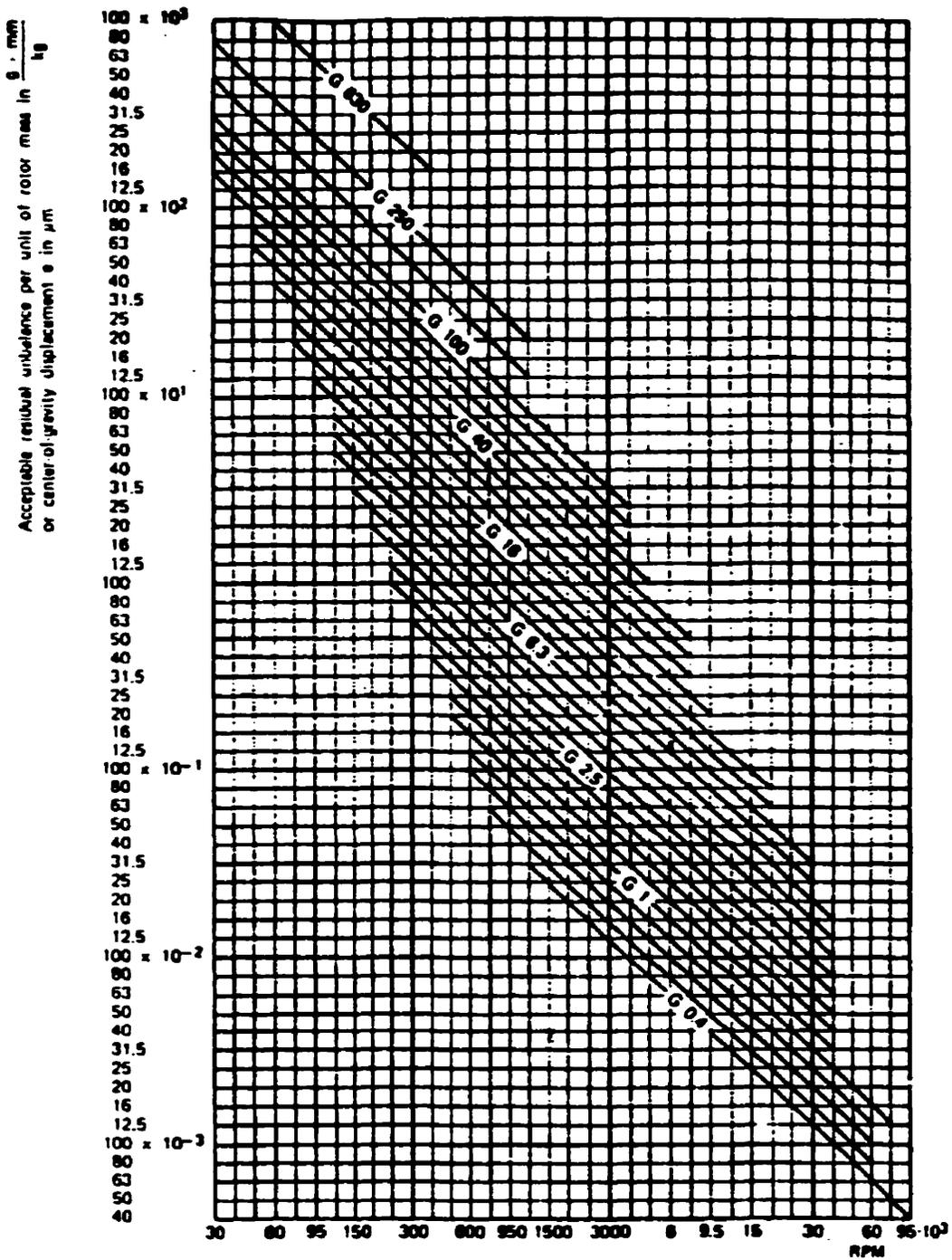
```

J.1.3 Niveaux de qualité d'équilibrage G associés aux différents types de rotor

Balancing Grades for Various Groups of Representative Rigid Rotors

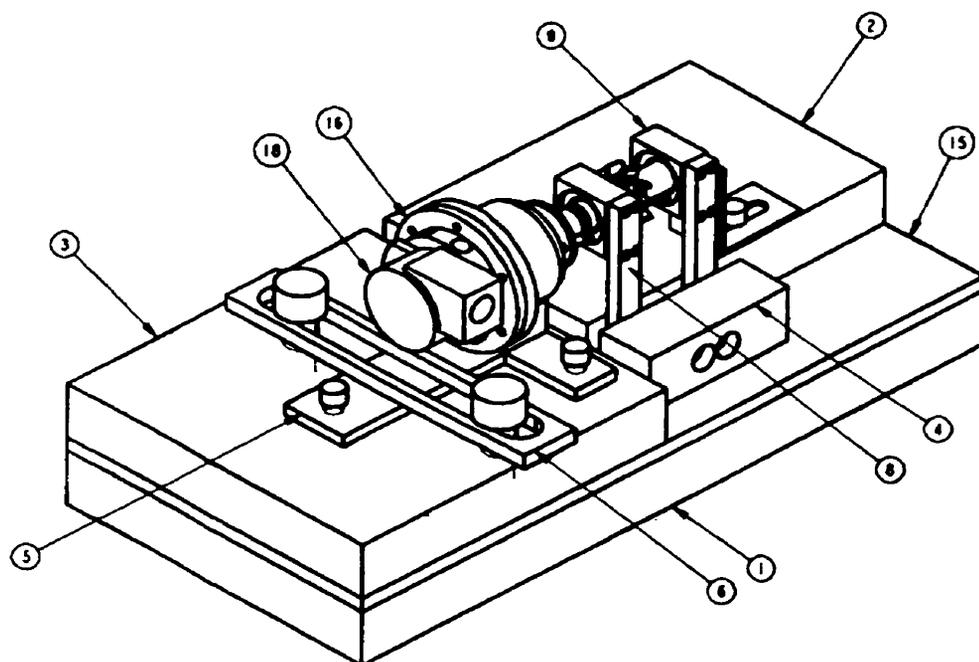
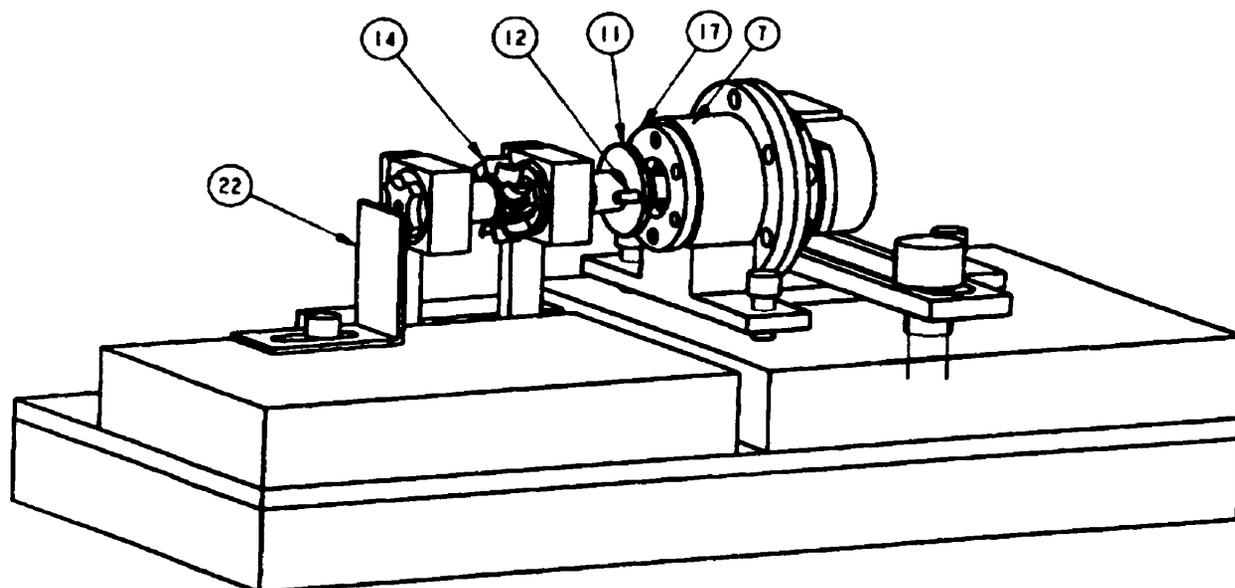
Quality grade G	ω (1) (2) mm/sec	Rotor types - General examples
G 4000	4000	Crankshaft-drives (3) of rigidly mounted slow marine diesel engines with uneven number of cylinders (4).
G 1600	1600	Crankshaft-drives of rigidly mounted large two-cycle engines.
G 630	630	Crankshaft-drives of rigidly mounted large four-cycle engines. Crankshaft-drives of elastically mounted marine diesel engines.
G 250	250	Crankshaft-drives of rigidly mounted fast four-cylinder diesel engines (4).
G 100	100	Crankshaft-drives of fast diesel engines with six and more cylinders (4). Complete engines (gasoline or diesel) for cars, trucks and locomotives (5).
G 40	40	Car wheels, wheel rims, wheel sets, drive shafts. Crankshaft-drives of elastically mounted fast four-cycle engines (gasoline or diesel) with six and more cylinders (4). Crankshaft-drives for engines of cars, trucks and locomotives.
G 16	16	Drive shafts (propeller shafts, cardan shafts) with special requirements. Parts of crushing machinery. Parts of agricultural machinery. Individual components of engines (gasoline or diesel) for cars, trucks and locomotives. Crankshaft-drives of engines with six and more cylinders under special requirements.
G 6.3	6.3	Parts of process plant machines. Marine main turbine gears (merchant service). Centrifuge drums. Fans. Assembled aircraft gas turbine rotors.
		Fly wheels. Pump impellers. Machine-tool and general machinery parts. Normal electrical armatures. Individual components of engines under special requirements.
G 2.5	2.5	Gas and steam turbines, including marine main turbines (merchant service). Rigid turbo-generator rotors. Rotors. Turbo-compressors. Machine-tool drives. Medium and large electrical armatures with special requirements. Small electrical armatures. Turbine-driven pumps.
G 1	1	Tap recorder and phonograph (gramophone) drives. Grinding-machine drives.
G 0.4	0.4	Small electrical armatures with special requirements. Spindles, discs, and armatures of precision grinders. Gyroscopes.

J.1.4 Nomogramme de calcul de la qualité d'équilibrage



J.1.5 Plan du montage pour balancement

Notez que les plans ne sont pas fournis ici dans le but de leur fabrication mais seulement à titre informatif pour que le lecteur ait une idée du montage utilisé. Une brève description des pièces est faite à la suite de la présentation du montage.



J.1.6 Description des pièces liées aux plans

NOMENCLATURE				
ITEM	QTE.	DESCRIPTION	FOURNI PAR	# dessin ref.
1	1	Grande base pour balancement		BAL-001
2	1	Base pour système à balancer		BAL-002
3	1	Base pour système d'entraînement		BAL-003
4	1	Coinceur		BAL-004
5	1	Base pour alignement du moteur d'entraînement		BAL-005
6	1	Bride		BAL-006
7	1	Corps de moteur à air		BAL-007
8	2	Lame pour support pillow bloc		BAL-008
9	2	Pillow bloc		BAL-009
10	4	Retaining ring M22 ou 7/8 po.	Megasin	-
11	1	Disque de transmission du couple		BAL-011
12	2	Dowell pin 1/8 X 3/8 po.	Megasin	-
13	1	Arbre du moteur à air		BAL-013
14	1	Broche haute vitesse avec éléments à balancer		BHV-001 à 029
15	1	Isolant en caoutchouc		BAL-015
16	1	Sortie d'air	Stratasys	-
17	1	Couvert avant	Stratasys	-
18	1	Arrivée d'air	Stratasys	-
19	1	Turbine du moteur à air	Bojo contracto	-
20	1	Roulement 8 X 22 X 7 Roller blade	LAB	-
21	1	Roulement à gorge profonde 10X22X6	NTN 6900	-
22	1	Tôle de soutien pour sonde Hall effect		BAL-022
23	1	Sonde Hall effect U653060KA	Allegro	-
24	1	Aimant en terre rare	LAB	-

ANNEXE K

K.1 Choix de l'outil

Plusieurs paramètres influencent le choix d'un outil pour une opération d'usinage. Le tableau suivant en fait un résumé :

Matériel à usiner	Opération d'usinage
<ul style="list-style-type: none"> • Classification ISO, JIC 	<ul style="list-style-type: none"> • Type d'opération (fraisage, perçage, tournage, ébauche, finition, ...) • Grosseur et forme de la pièce à réaliser

Tableau K.1 Paramètres qui déterminent le choix d'un outil

Les deux principales qualités recherchées pour les outils de coupe sont la résistance à l'usure (ou la dureté) et la ténacité (ou la résistance aux chocs). Ces deux qualités ont tendance à s'opposer en ce sens que plus un outil est dur, moins il est tenace. Il est aussi important que l'outil conserve ses propriétés durant et après la période de chauffe due au procédé d'usinage.

Il n'existe pas de classification basée sur la composition réelle des outils d'une même famille (HSS, carbure, céramique, ...). Les différentes compositions sont classées selon l'usinabilité des matériaux et l'opération particulière d'usinage par le JIC (Joint Industrial Concil) et selon la classification ISO. Nous avons résumé dans le tableau suivant, une description un peu plus détaillée de la classification ISO (ref. [42]) des matériaux à usiner qui est la plus utilisée:

ISO P (Bleu)	ISO K (Rouge)	ISO M (Jaune)
Acier, acier doux, acier coulé, acier inoxydable ferritique et martensitique, fonte malléable à copeaux longs	Fonte, fonte malléable à copeaux courts, acier trempé , métaux non ferreux, matériaux non métalliques, aluminium, laiton, plastique, bois.	Matériaux difficile à usiner : acier inoxydable austénitique, acier coulé, acier au manganèse, fonte alliée, fonte malléable, alliages réfractaires et alliages de titane.

Tableau K.2 Classification ISO de l'usinabilité des matériaux

Cette classification comporte trois lettres P, K et M auxquelles s'ajoute un chiffre 01, 10, 20, ..., 50, proportionnel à la ténacité de l'outil (ex K20). Plus ce chiffre est faible plus l'outil est dur et plus les vitesses de coupe permises sont élevées pour un matériel à usiner donné. Par contre, plus l'outil est fragile. La plupart des fabricants d'outils donnent directement la nuance ainsi que le recouvrement (si nécessaire) à utiliser en fonction du type de matériaux à usiner. Le

tableau suivant est tiré du catalogue Kennametal [27]. Il permet un choix de la nuance de carbure et du recouvrement selon la matière à usiner. Il spécifie aussi les vitesses et avances à utiliser pour obtenir les meilleurs résultats. Bien entendu, on peut dépasser les vitesses indiquées tout en étant conscient que la durée de vie sera réduite. Puisque la durée de vie dépend de la combinaison de nombreux facteurs (rigidité de la machine, rigidité du porte-outil, niveaux de vibrations, profondeurs de coupe, avances, vitesses) le fabricant ne spécifie pas la durée de vie de l'outil avec l'utilisation de ces paramètres. Disons juste que la plupart des articles sur l'usinage haute vitesse [25], [26], [43] et [44] font état de vitesses de coupe beaucoup plus élevées. Les données de Kennametal sont donc probablement conservatrices.

workpiece material	cutter style	grade	speed (sfm)	cutter diameter and feed rates—chip load per tooth (ipt)					
				1/16	1/8	1/4	1/2	3/4	1
tool steel 42-50 Rc	HEC	KC610	150-250	.0001	.0002	.0005	.001	.002	.003
tool steel annealed			175-275	.0005	.0006	.0015	.002	.004	.005
P20 steel			275-500	.0005	.0006	.001	.003	.005	.008
die steel 32-42 Rc			125-200	.0002	.0005	.0015	.002	.004	.006
die steel 52-60 Rc			50-90	.0002	.0004	.0005	.001	.002	.003
low carbon steels annealed	HEC	KC610	250-400	.0004	.0005	.001	.003	.005	.007
medium carbon steels			125-300	.0005	.0006	.0015	.002	.004	.005
hardened steels 48-52 Rc			30-100	.0001	.0002	.0005	.001	.002	.003
stainless steel 400 series	HHEC	KC610	400-500	.0005	.0008	.001	.002	.004	.006
stainless steel 300 series			300-400	.0005	.0008	.001	.002	.004	.006
cast iron 120-220 BHN	HEC	K600	250-600	.0005	.001	.002	.003	.006	.008
cast iron 220-320 BHN			100-300	.0002	.0004	.0008	.002	.003	.004
ductile iron			100-400	.0003	.0005	.001	.002	.004	.006
malleable iron			250-500	.0003	.0005	.001	.003	.005	.007
aluminum	HHSEC	K600	1000+	.0005	.001	.002	.004	.006	.008
high silicon aluminum			500-900	.0005	.001	.002	.004	.006	.008
brass, bronze and copper alloys			400-800	.0005	.001	.002	.003	.004	.005
magnesium			900+	.0005	.001	.002	.004	.006	.010
plastics			1000+	.001	.0015	.003	.006	.010	.015
titanium alloys	HHEC	K605	100-150	.0002	.0003	.0005	.001	.002	.004
high-temp. alloys (nickel base)		KC815	25-100	.0002	.0004	.0008	.001	.001	.002
Monel high nickel steels		KCS15	200-250	.0003	.0005	.001	.002	.003	.004

Tableau K.3 Sélection du type de recouvrement – catalogue Kennametal

K.1.1 Description du recouvrement KC610

grade KC610

Increased speeds on all ferrous materials is possible with this Kennametal PVD titanium nitride coated grade. The cutting edges remain sharp and strong (after coating) to provide increased tool life, wear resistance and consistent performance. Kennametal grade KC610 can provide tool life improvements of as much as 3:1 over conventional uncoated carbide end mills.

Pour les fraises en bout pleines (sans plaquette) de petit diamètre (environ 3 à 5 mm), nous avons fait un tableau qui résume les principaux matériaux possibles à utiliser :

Matériaux		Caractéristiques
Aciers rapides HSS		<ul style="list-style-type: none"> • Avec ou sans recouvrement • Vitesses et avances faibles • Très tenace • Faible résistance à l'usure, peu dur • Perd ses propriétés avec la température
Carbures		<ul style="list-style-type: none"> • Avec ou sans recouvrement • Résistance à l'usure variable en fonction de la nuance de carbure et du recouvrement choisis. Peut être très bonne. • Tenacité variable en fonction de la nuance de carbure et du recouvrement choisis mais en général beaucoup plus faible que l'acier HSS. • Garde bien ses propriétés avec la température. • Différentes nuances possibles (de tungstène W+Co, de titane +TiC, de tantale +TaC, de Niobium + NbC) • Vitesses et avances peuvent être très élevées • Peut usiner des matériaux de dureté élevée
Céramiques (utilisation très restreinte en fraisage, très peu utilisées)	Pures (blanches, composées d'oxyde d'aluminium)	<ul style="list-style-type: none"> • Haute dureté • Grande résistance à la diffusion et à la chaleur • Mal adaptées pour les coupes interrompues • Supportent mal les chocs thermiques • Limitées au tournage de finition • Vitesses de coupes très élevées et avances modérées, ne supportent pas les basses vitesses. • Limitées à des centres d'usinage d'au moins 4 axes en fraisage avec des fraises à bout rond pour éviter que le centre de la fraise ($V_c=0$) ne soit en contact avec la pièce. • Pour l'usinage de matériaux de faible dureté
	Composites – Cermets (noire composé d'oxyde d'aluminium et de carbure de titane (max 30 %))	
Diamants	Diamants synthétiques – PCD (polycrystalline diamond) / Pour les métaux non-ferreux	<ul style="list-style-type: none"> • Très grande résistance à l'usure • Vitesses de coupes très élevées et avances modérées, ne supportent pas les basses vitesses. • Limités à des centres d'usinage d'au moins 4 axes en fraisage avec des fraises à bout rond pour éviter que le centre de la fraise ($V_c=0$) ne soit en contact avec la pièce. • Faible résistance aux chocs, faible ténacité mais meilleures que la céramique et peut donc convenir à des coupes interrompues • Faible résistance aux chocs thermiques, demande alors un usinage à sec. • Peut être déposé sur un substrat de carbure pour augmenter la résistance aux chocs • Très chers, ce qui limite leur application
	Nitride de bore cubique – PCBN (polycrystalline boron nitride ou cubic boron nitride) Pour les métaux ferreux très durs	

Tableau K.4 Matériaux entrant dans la composition des outils

Pour une opération de fraisage en bout à haute vitesse dans de l'acier outil trempé (P20 et H13 tel que listé dans le cahier des charges, type K selon le classement de l'ISO), les outils en céramiques, en diamant synthétique pour des métaux non-ferreux (PCD) et ceux en acier rapide (HSS) semblent très mal adaptés. Les meilleurs choix sont les carbures avec recouvrement et le nitrure de bore cubique. Par contre ce dernier résiste mal aux basses vitesses que l'on rencontre au centre de la fraise pour une fraise à bout rond par exemple. Il semble alors réservé à des opérations employant des centres d'usinage d'au moins 4 axes avec fraises à bouts ronds ou utilisant des centres d'usinage 3 axes avec des fraises carrées.

Nous avons listé à titre de comparaison les vitesses généralement employées pour les matériaux d'outils choisis pour notre application:

		Vitesses de coupe rencontrées en usinage haute vitesse dans l'acier (m/min) (ref. [25], [26], [43] et [44])
Carbure	Sans recouvrement	80 – 500
	Avec recouvrement	115 – 800
PCBN – Nitrure de bore cubique		230 – 1150

Tableau K.5 Vitesses de coupe rencontrées

On voit bien que pour notre application, une fraise en carbure solide avec recouvrement est la meilleure alternative. C'est d'ailleurs le matériau d'outil le plus utilisé en fraisage haute vitesse. Même si sa durée de vie est moins élevée que le nitrure de bore cubique, il y a moins de précaution à prendre pour son utilisation et son prix est plus faible. Puisqu'on dispose que d'un centre d'usinage 3 axes et que l'on désire aussi éventuellement faire des tests avec des fraises à bout rond, le carbure avec recouvrement reste le meilleur choix.

K.1.2 Les recouvrements

Les recouvrements (« coating ») que possèdent les petites fraises en carbure plein sont généralement appliqués par déposition de vapeur physique (PVD – physical vapour deposition) plutôt que par déposition de vapeur chimique (CVD – chemical vapour deposition)

principalement utilisé dans la production en masse de plaquettes d'outils (« inserts »). Le procédé par déposition physique PVD conserve une arête d'outil plus tranchante que le procédé chimique CVD. La fonction du recouvrement est triple : augmenter la ténacité tout en favorisant la dureté à hautes températures et la résistance à la diffusion.

Composant de base des Recouvrement	Matériaux usinables	Caractéristiques
TiN, TiC : Nitrure de titane et carbure de titane	Meilleure résultats sur matériaux de type P, M	<ul style="list-style-type: none"> • Augmente la résistance à l'abrasion • Augmente la dureté et la ténacité • Le TiC limite l'usure du flanc de l'outil tandis que le TiN limite l'usure en cratère de l'outil.
Al ₂ O ₃ : Oxyde d'aluminium	Meilleure résultats sur matériaux de type K	<ul style="list-style-type: none"> • Augmente la résistance à la chaleur • Augmente la stabilité chimique.

Tableau K.6 Principaux recouvrements de base rencontrés

Les recouvrement peuvent être **mono-couche** (une seule couche) ou **multi-couches** (jusqu'à 13 couches) et peuvent être un mélange des composants de base précédents :

- TiN, TiC ou Al₂O₃ Seul
- TiAlN et TiAlO₃N : mélange de TiN + Al₂O₃
- TiCN : mélange de TiN + TiC (« carbonitride »)

Le tableau suivant tiré du catalogue du fabricant d'outil GUHRING fait la comparaison entre différents types de recouvrements les plus souvent rencontrés.

Caractéristiques	TiN	TiCN	TiAlN (mono)	Multi TiAlN
Dureté [HV 0.05]	2200	3000	3300	3500
Coefficient de transmission de chaleur [Kw/mK]	0.07	0.1	0.05	0.05
Épaisseur [μm]	1.5 à 3	4 à 7	1.5 à 5	4 à 5
Coefficient de frottement sur acier	0.4	0.3	0.25	0.25

Tableau K.7 Propriétés de différents types de recouvrements

D'autres sortes de recouvrements sont aussi possibles mais moins souvent rencontrés :

- Si_3N_4 : nitrure de silice
- Recouvrement de PCBN et PCD
- AlON
- Tantale
- Etc...

Plusieurs compagnies possèdent différentes recettes qui sont des combinaisons des recouvrements listés précédemment (composition du recouvrement, épaisseur, nombre de couches, etc...). La principale difficulté du choix d'un recouvrement est qu'il n'existe pas de convention permettant de comparer les études scientifiques menées sur la durabilité des nombreux recouvrements. De plus, il existe des vitesses d'avance et de rotation optimales pour chaque recouvrement, ce qui fait que le choix optimum peut changer en fonction des conditions de coupe en plus du type de matériaux. Pour l'acier trempé comme le P20 et le H13 (acier trempé, type K), il semble que le recouvrement donnant les meilleurs résultats (selon [42] et [43]) est un recouvrement de type TiAlN multi-couches. Le recouvrement de type TiN est de loin le plus utilisé et n'est pas le plus robuste (en fait le moins robuste des recouvrements avec TiC et Al_2O_3) mais son prix est le moins élevé pour l'usinage sur acier. Nous avons donc

choisi de faire l'essai d'outil avec recouvrement TiN (peu cher, pour les essais préliminaires) de Kennametal et de type TiAlN (semble le meilleur recouvrement, essais finaux) de la compagnie SGS (Ti-Namite).

K.1.3 Lubrification des outils

La lubrification est généralement reconnue pour augmenter la durée de vie de l'outil. Elle abaisse le coefficient de frottement entre la pièce et l'outil, agit comme agent de refroidissement et chasse les copeaux de la zone de coupe. Par contre, certains lubrifiants posent un problème pour la santé des travailleurs en plus d'augmenter les frais de recyclage des copeaux qu'il faut décontaminer.

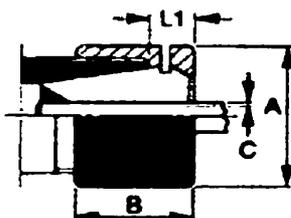
L'arrosage des outils en carbures (généralement utilisés à hautes vitesses d'usinage) pose un problème car ils sont très sensibles aux chocs thermiques. La différence entre la température du lubrifiant et celle à l'arrêt de coupe peut engendrer des fissures dans le recouvrement et dans certains cas, la durée de vie de l'outil est plus faible que lorsqu'il n'y a pas de lubrifiant. L'effet bénéfique obtenu (lubrification + baisse de température) à basse vitesse (faibles chocs thermiques) est perdu à haute vitesse car l'effet négatif des chocs thermiques est supérieur. Les lubrifiants à base d'eau possèdent de meilleures propriétés de refroidissement que ceux à base d'huile qui possèdent de meilleures qualités de lubrification. On préfère, pour les raisons énumérées précédemment utiliser un lubrifiant à base d'huile à haute vitesse où les températures sont très élevées et où les chocs thermiques sont plus probables.

Certains choisissent parfois de ne pas utiliser de lubrifiant. Même si 80% de la chaleur produite par la coupe est entraînée avec le copeau (lors de l'usinage haute vitesse, les copeaux sont plus fins, se refroidissent plus vite et sont chassés plus loin de la zone de coupe) la durée de vie en usinage à sec est généralement réduite par rapport à celle obtenue avec l'utilisation d'un lubrifiant. Plusieurs cependant préfèrent changer l'outil plus souvent aux désavantages qu'entraîne l'utilisation de lubrifiant.

K.2 Spécifications du porte-outil de la compagnie REGO-FIX.

ER/MS ▲ Clamping nuts for spindles with high speed up to 120,000 RPM ▲

ER-MS clamping nuts without extractor ring and all contours are ground creating a balanced type condition. The collet is released with the special E-MS spanners. ER-MS nuts are also interchangeable with the ER-M and ER/MC nuts on page 37 and 39 with holders on pages 40-41.



Type	ER 8-MS	ER 11-MS	ER 16-MS	ER 20-MS
Item No.	908 101	911 101	916 101	920 101
A	12	16	22	28
B	10,8	11,3	17,0	19,0
Thread Size	M 10 x 0,75	M 13 x 0,75	M 19 x 1,00	M 24 x 1,00
Collet Range	0,5	0,5	1,0	1,0
L1 (max/mm)	6,1 - 4,3	6,8 - 5,0	10,5 - 7,0	11,5 - 8,0
Spanner Type	E 8 MS	E 11MS	E 16 MS	E 20 MS
Spanner Item No.	908 161	911 161	916 161	920 161
Rec. Clamping Torque	4 ft. lbs.	9 ft. lbs.	13 ft. lbs.	17 ft. lbs.
RPM	120,000	100,000	80,000	60,000

ANNEXE L

L.1 Analyse théorique de la puissance en fonction du diamètre équivalent de sortie

D (mm)	A2 (m ²)	A2/A1 -	Puissance disponible (W)
0.5	1.96E-07	6.20E-03	12.12
1	7.85E-07	2.48E-02	48.43
1.5	1.77E-06	5.58E-02	108.48
2	3.14E-06	9.92E-02	190.59
2.5	4.91E-06	1.55E-01	290.55
3	7.07E-06	2.23E-01	400.47
3.5	9.62E-06	3.04E-01	508.52
4	1.26E-05	3.97E-01	600.61
4.5	1.59E-05	5.02E-01	663.98
5	1.96E-05	6.20E-01	691.30
5.5	2.38E-05	7.50E-01	682.80
6	2.83E-05	8.93E-01	645.21
6.5	3.32E-05	1.05E+00	588.51
7	3.85E-05	1.22E+00	522.61
7.5	4.42E-05	1.39E+00	455.25
8	5.03E-05	1.59E+00	391.47
8.5	5.67E-05	1.79E+00	333.93
9	6.36E-05	2.01E+00	283.64

Tableau L.1 Puissance disponible en fonction du diamètre du jet de sortie

L.2 Turbines / Résultats obtenus

Les résultats suivants font référence aux turbines présentées précédemment. Nous les avons incluses qu'à titre indicatif car nous n'expliquons pas en détail leur forme exacte ainsi que leurs caractéristiques propres. La Figure L.1 et la Figure L.2 présentent une multitude de turbines en ABS que nous avons testées. La Figure L.3 présente deux turbines choisies que nous avons fabriquées en aluminium. Voici plusieurs remarques concernant ces tests :

COMPARAISON DU COUPLE FOURNI PAR DES TURBINES DE MÊME TAILLE AVEC LA MÊME PERTE DE CHARGE DE 40 PSI SUR LE MÊME MONTAGE DANS LES MÊME CONDITIONS

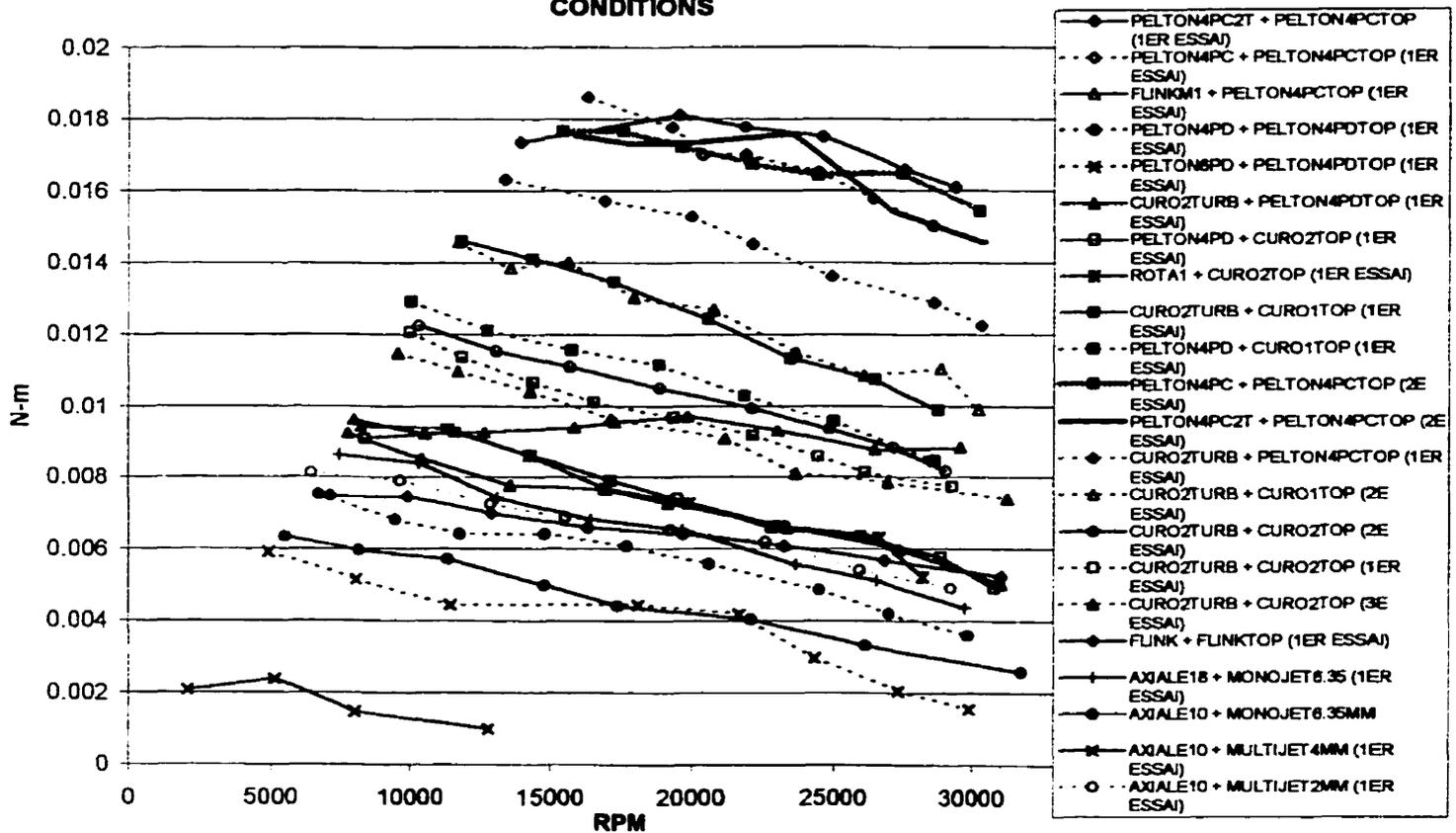


Figure L.1 1^{ère} série de tests

COMPARAISON DU COUPLE FOURNI PAR DES TURBINES DE MÊME TAILLE AVEC LA MÊME PERTE DE CHARGE DE 40 PSI SUR LE MÊME MONTAGE DANS LES MÊME CONDITIONS

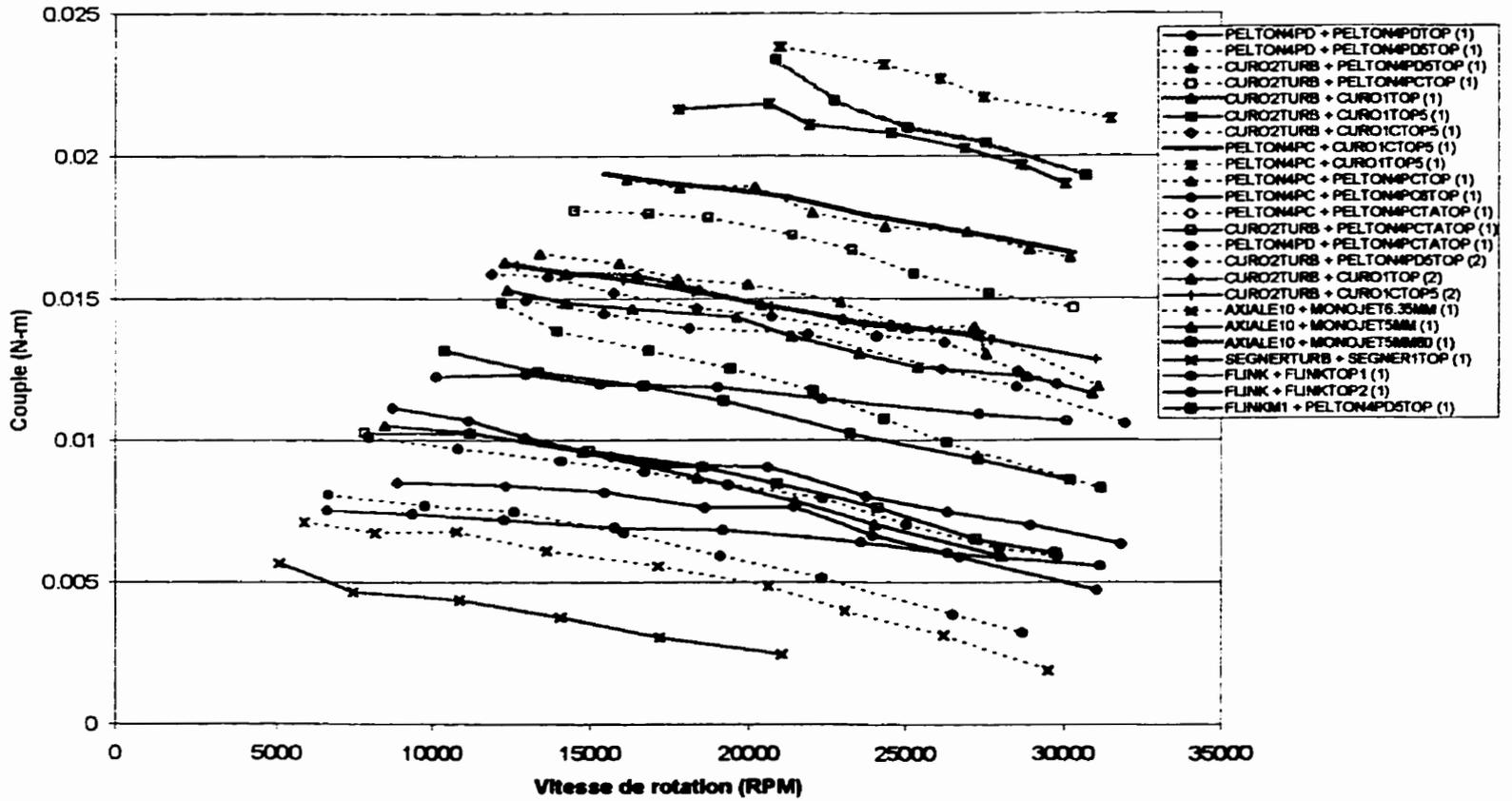


Figure L.2 2^e série de tests

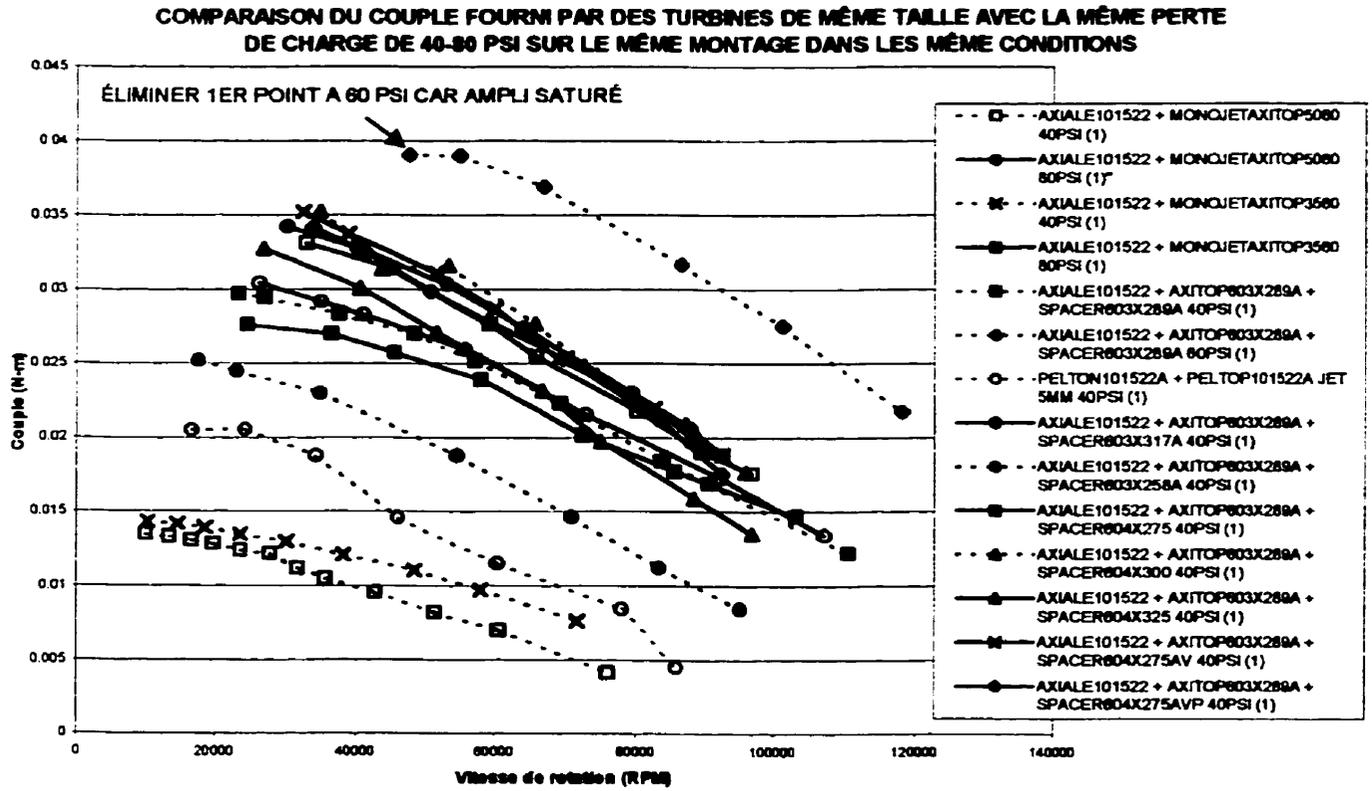
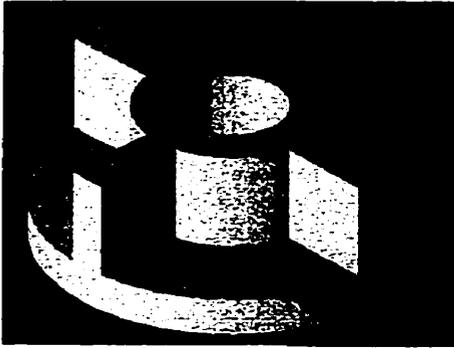
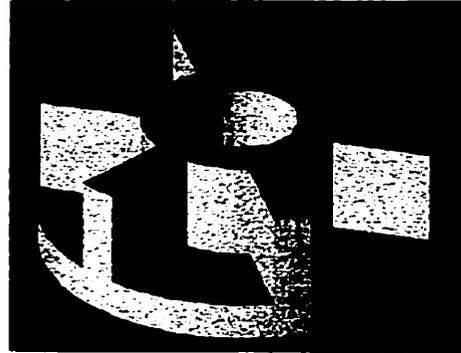


Figure L.3 3^e série de tests

L.3 Représentation / turbine en ABS



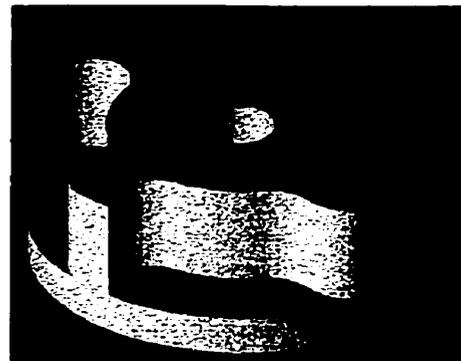
PELTON4PD



PELTON6PD



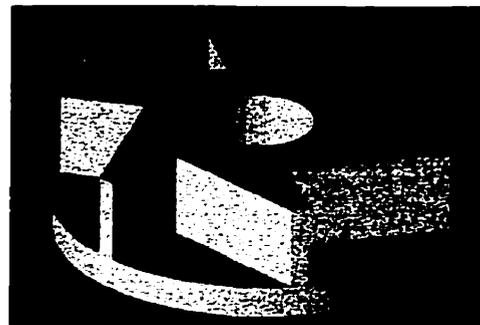
PELTON4PC



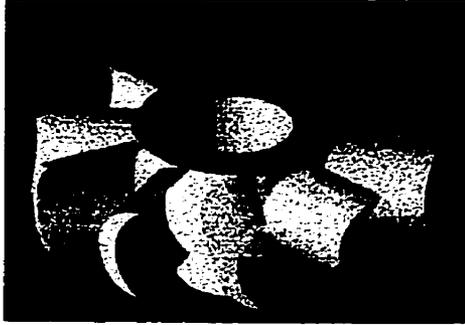
CURO2TURB



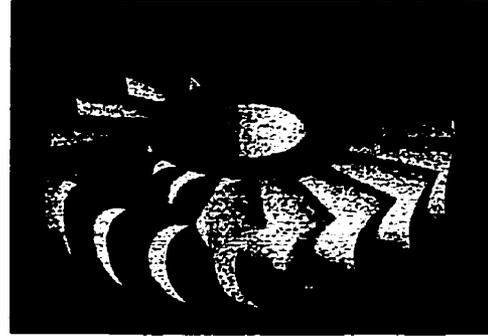
FLINK



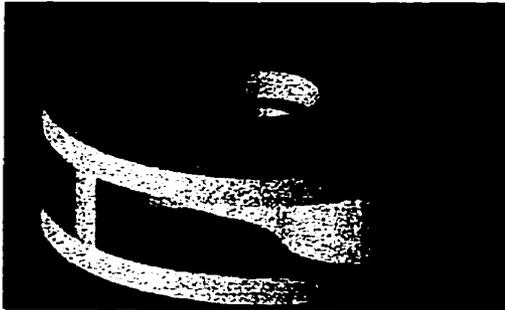
ROTA1



AXIALE10



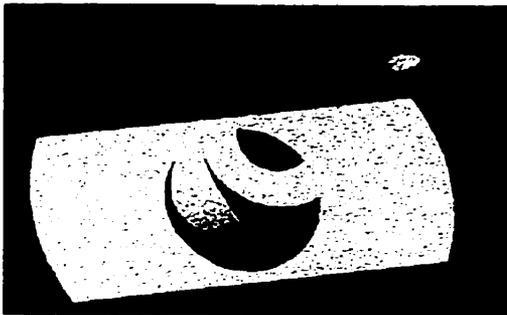
AXIALE18



PELTON4PC2T

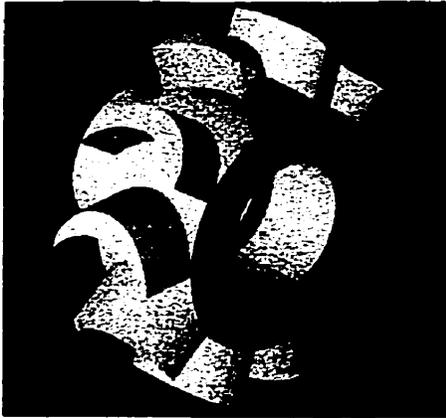


FLINKM1

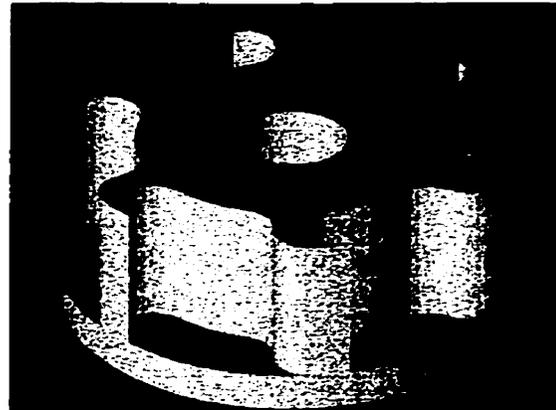


SEGNERTURB

L.4 Représentation / turbines en aluminium

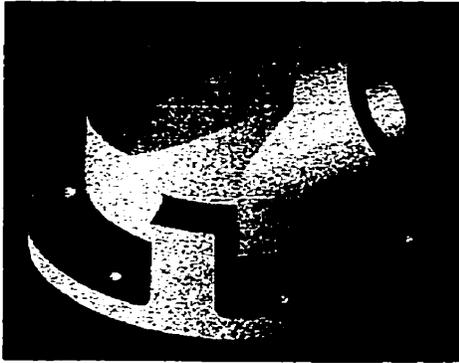


AXIALE101522

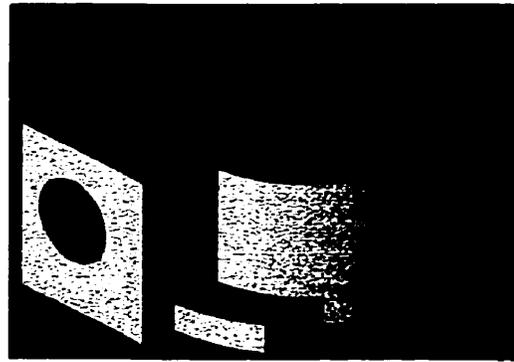


PELTON101522A

L.5 Représentation / couverts d'alimentation



MONOJETAXITOP5060 ET 3560



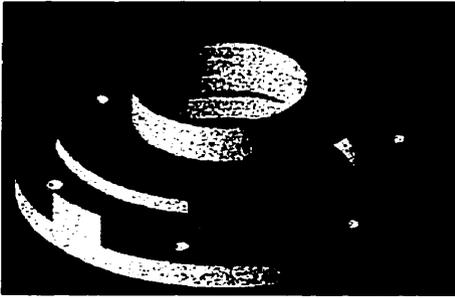
AXITOP603X289A



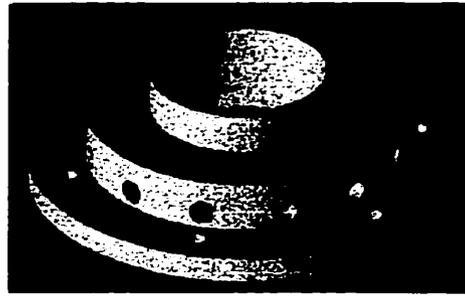
AXITOP101522



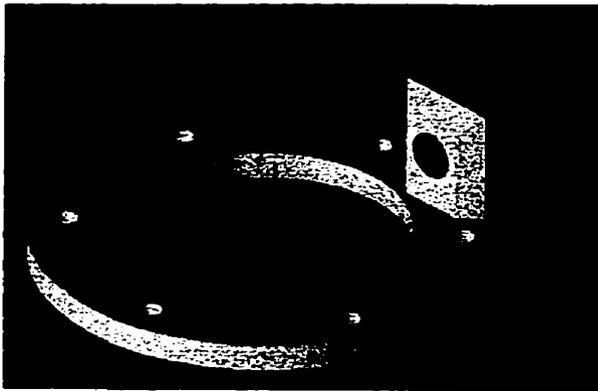
SPACER603X - - -



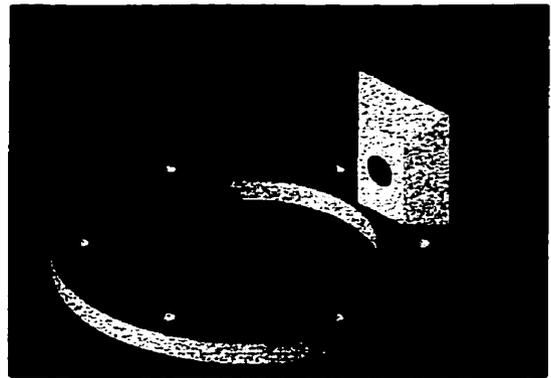
SPACER604X - - -



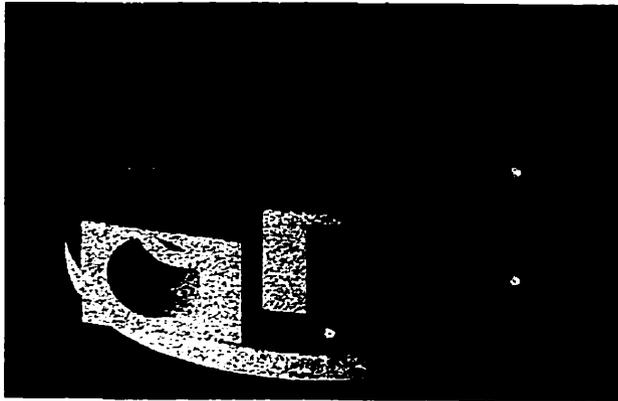
MUFFLER1



PELTON4PDTOP



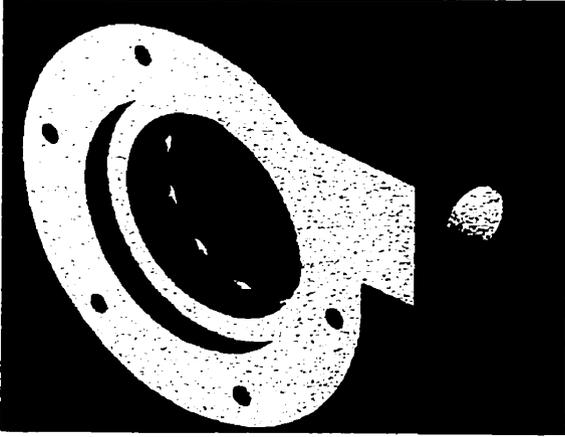
PELTON4PCTOP



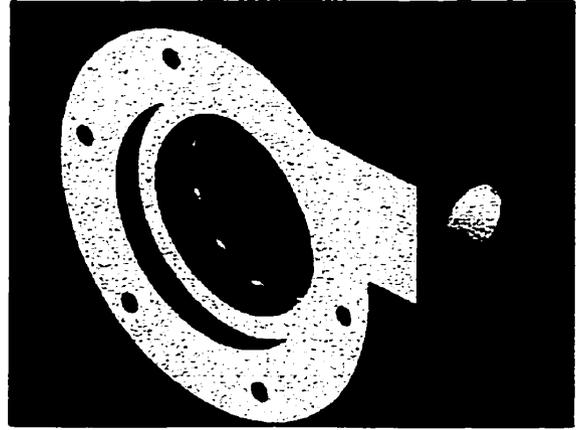
CURO1TOP, CURO1TOP5, CURO1CTOP



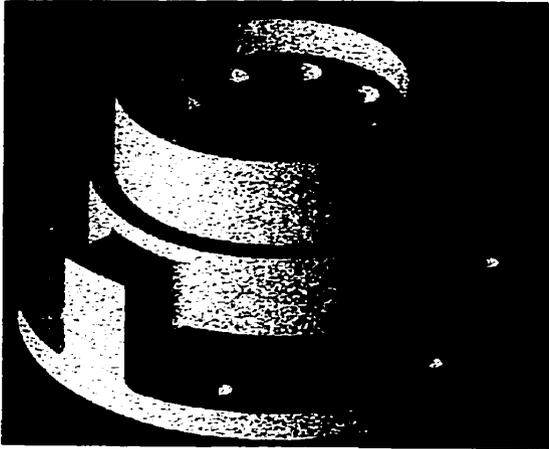
CURO2TOP



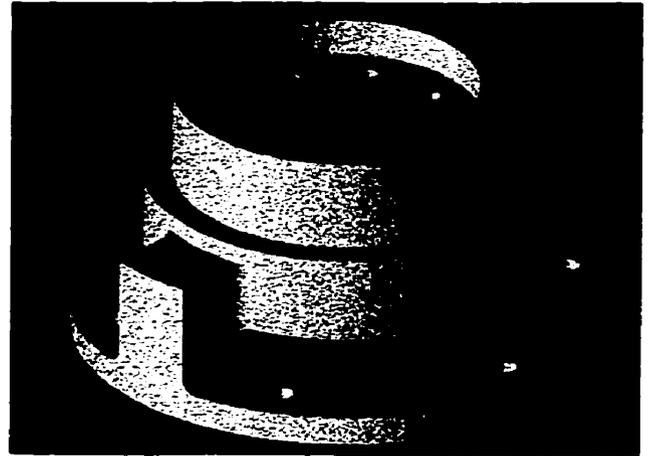
FLINKTOP1



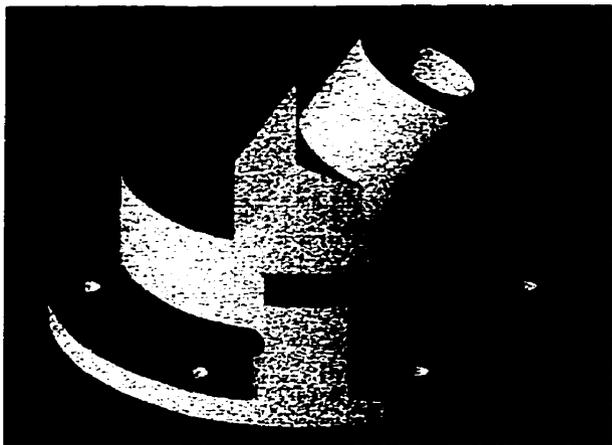
FLINKTOP2



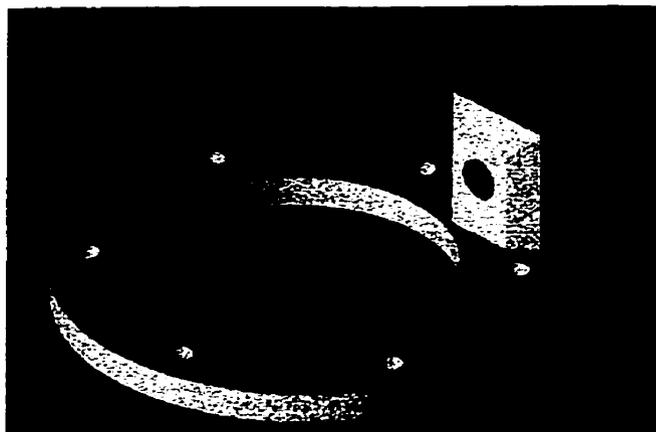
MULTIJET4MM



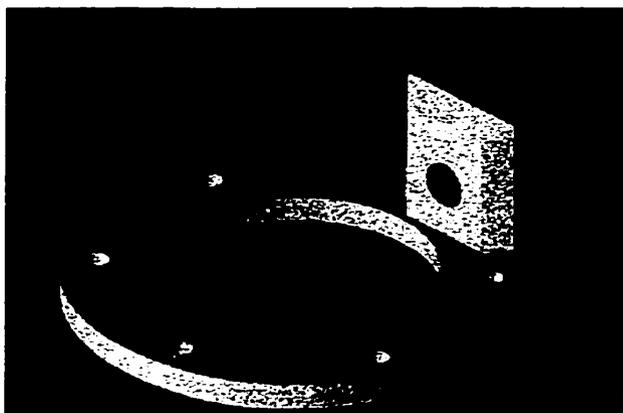
MULTIJET2MM



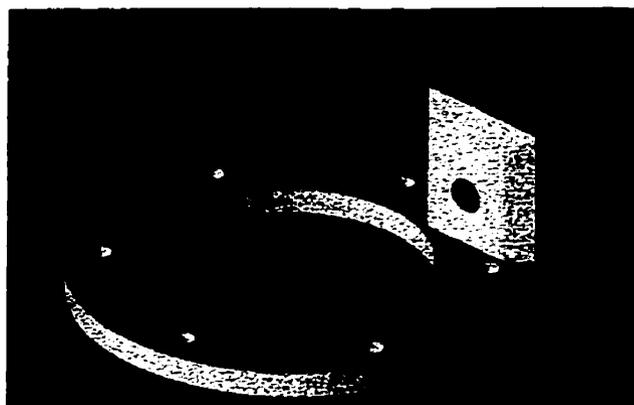
MONOJET6.35MM, MONOJET5MM



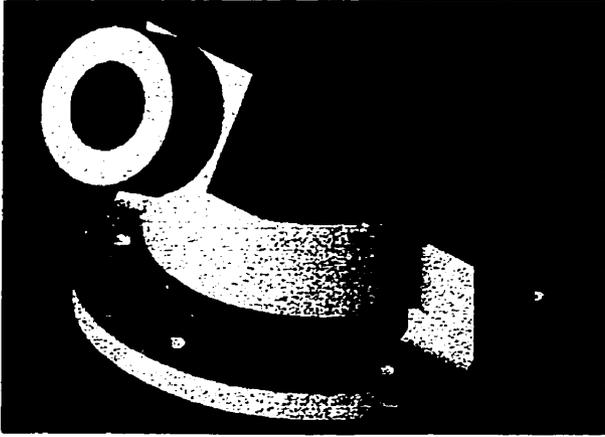
PELTON4PD5TOP



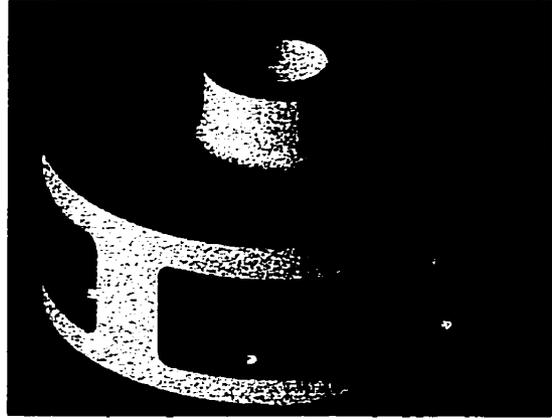
PELTON4PC6TOP



PELTON4PCTATOP



MONOJET5MM60

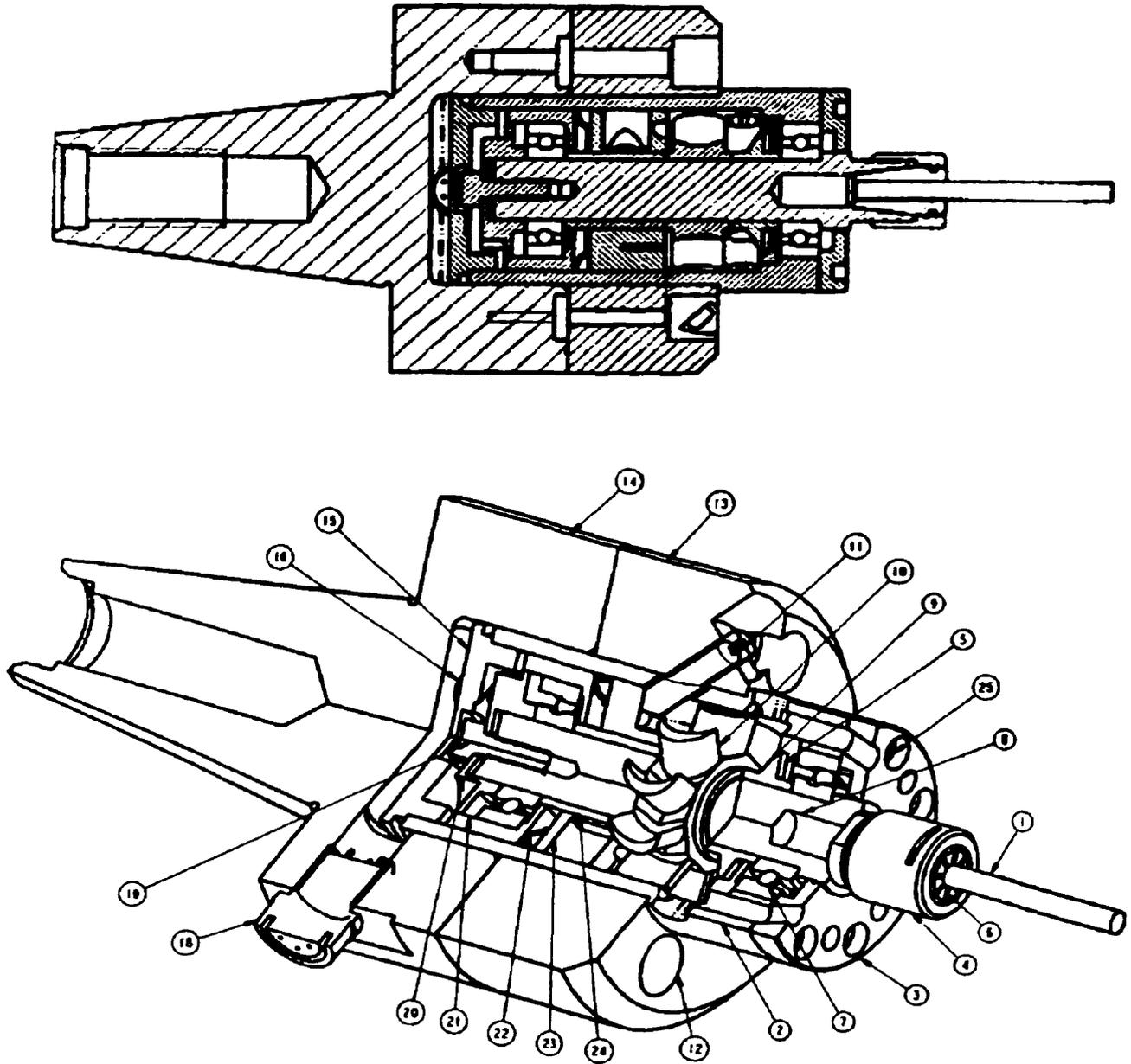


SEGNER1TOP

ANNEXE M

M.1 Vue en coupe de la broche

Les plans suivants sont donnés qu'à titre indicatif pour éclairer le lecteur et non dans un but de fabrication. Une description des pièces numérotées est fournie par la suite.

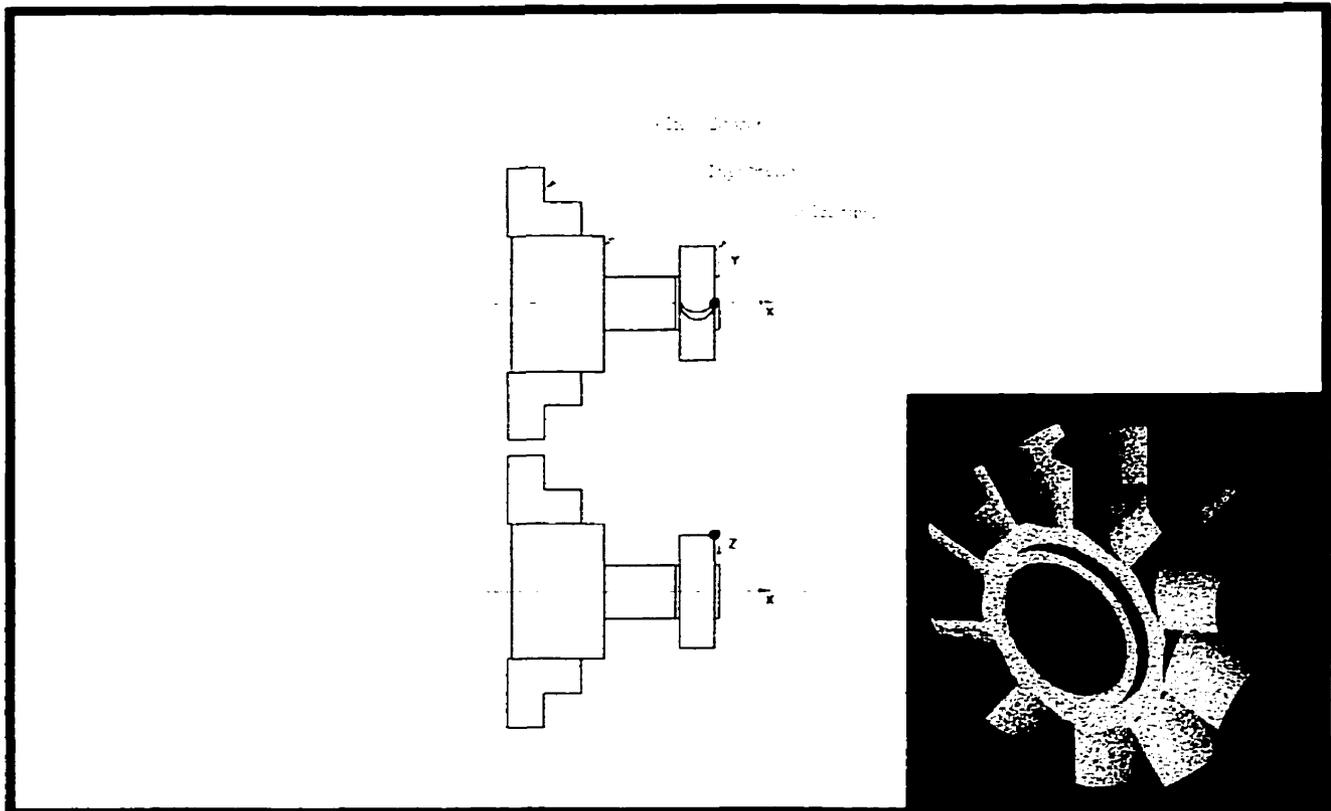


M.1.1 Liste de pièces reliées aux plans de la broche

NOMENCLATURE						
ITEM	S-ITEM	QTE.	DESCRIPTION	DIMENSION	FOURNI PAR	No. Des. Ref.
1		1	Fraise	Ø 2 mm	Recometal	-
2		1	Corps de broche			BHV-002
3		1	Couverl avant			BHV-003
4		1	Écran de serrage pour collet P/N: 008 101		Rego fix	-
5		1	Appât roulement			BHV-005
6		1	Collet ER-8 P/N: 100 000		Rego fix	-
7		2	Roulement haute vitesse P/N: M671900C.T.P4		FA6	-
8		1	Broche			BHV-008
9		1	Entretoise Ø2			BHV-009
10		1	Turbine axiale 102675			BHV-010
11		1	Via d'ajustement de la précharge Via pression à six pans creux Ø boit polsø M2 X 0.7 - 13			-
12		6	Via collet corps CMC M4 X 0.7 - 25			-
13		1	Collet du corps de broche			BHV-013
14		1	Cône ISO 30			BHV-014
15		1	Couverl arrière			BHV-015
16		1	Espaceur pour champ magnétique			BHV-016
17		1	Sonde à effet hall P/N: M653060NA			-
18		1	Contacteur électrique MØ X Ø.75			-
19		1	Via de serrage CMC M3 X 0.5 - 10			-
20		1	Entretoise de précharge			BHV-020
21		1	Cage à roulement			BHV-021
22		1	Wave spring washer P/N: 550-0102		Smalley	-
23		1	Distributeur d'air			BHV-023
24		1	Entretoise Ø1			BHV-024
25		6	Via couverl avant CMC M2 X 0.4 - 6			-
26		1	Via serrage collet CMC M5 X 0.8 - 20			-
27		2	Via pression pour fixation distributeur d'air Via pression à six pans creux M3 X 0.5 - 5 à boit plat			-
28		1	Aimant en ferrite rare (NON MONTRE)			-
29		1	Protecteur de fil de broche dorsé nitruration ionique (NON MONTRE)			BHV-029

M.2 Turbine axiale – Gamme d'usinage

M.2.1 Dessin du montage



Machine : Fraiseuse 3 axes CNC

Montage : Pièce montée sur une tête à diviser.

Programme : O001

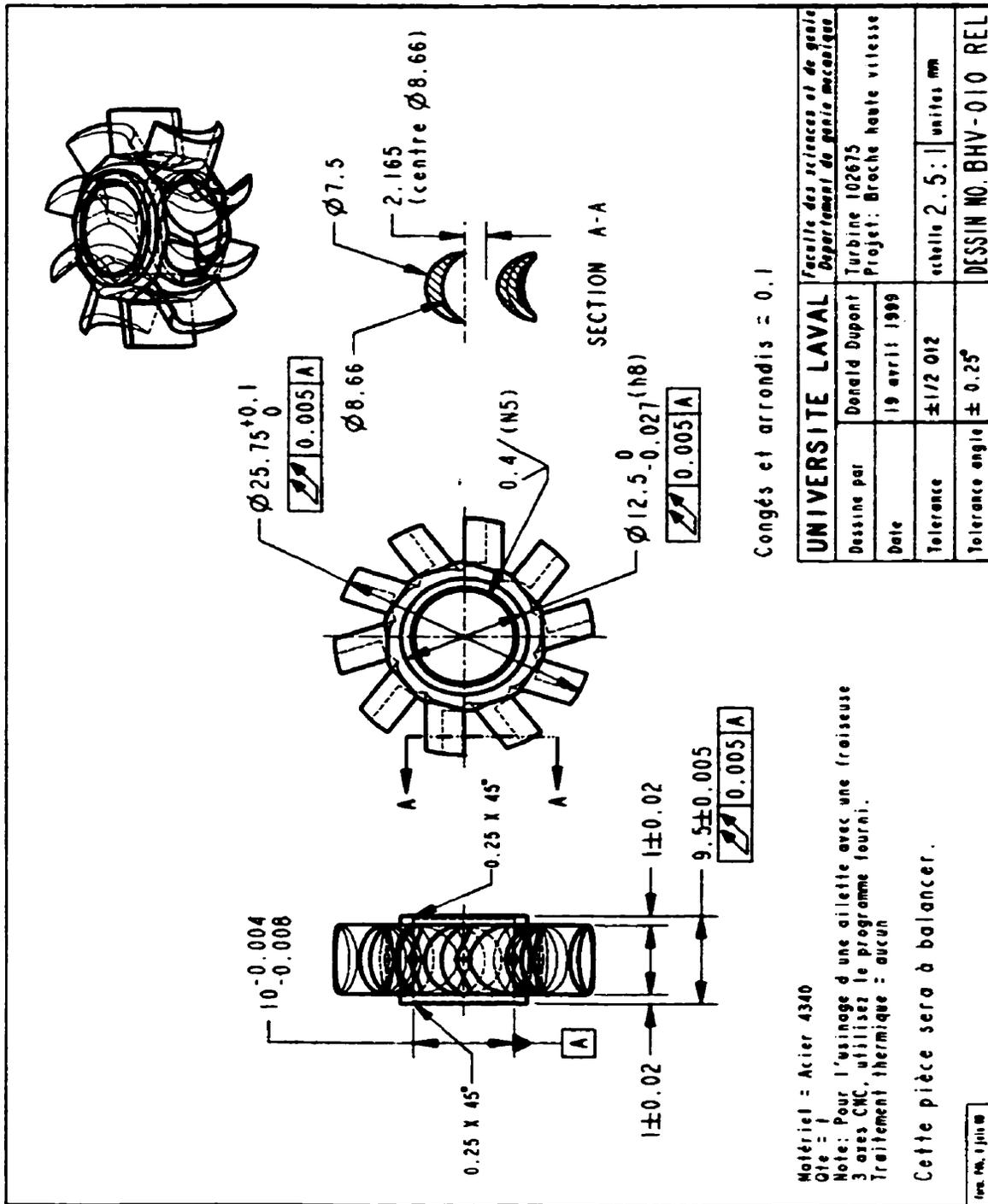
Type d'opération	# Outil	Description	RPM	AVANCE (mm/min)
Fraisage – Ébauche	T0101	Fraise à bout plat ϕ 3/32 po. (2 lèvres)	2000	50
Fraisage – Finition	T0102	Fraise à bout plat ϕ 3/32 po. (2 lèvres)	3000	50

M.2.2 Programme d'usinage en code G

O001
 (AILETTE DE TURBINE)
 (CONDITIONS GÉNÉRALES)
 (OUTIL UTILISÉS = FRAISE EN BOUT DROIT D= 3/32 PO.)
 N3 G17 G21 G40 G54 G80 G94
 M01
 G90
 (CONDITIONS 1ER OUTIL)
 (DIAM 01 = 3/32 + 0.002 MIL PO.)
 N5 T0101 M06
 N10 S2000 M03
 (TRAJECTOIRE 1ER OUTIL)
 (EBAUCHE D01)
 (POSITIONNEMENT ET COMPENSATION)
 N15 G00 Y5. X5.
 N20 Z-2. M08
 N30 G01 G41 Y0. F50.0
 N35 X0.
 (1ER PASSE)
 N40 G02 Y0. X-7.5 R3.75 F50.0
 N45 G03 Y0. X0. R4.33
 N46 G01 X0. Z-4.
 (2E PASSE)
 N40 G02 Y0. X-7.5 R3.75 F50.0
 N45 G03 Y0. X0. R4.33
 N46 G01 X0. Z-4.875
 (3E PASSE)
 N40 G02 Y0. X-7.5 R3.75 F50.0
 N45 G03 Y0. X0. R4.33
 (RETRAIT)
 N50 G01 X5.0 G40 F50.0
 N60 Y5.0
 G0 Z10.
 M5
 M9
 M1
 (FINITION)
 (DIAM 02 = 3/32 PO.)
 T0102 M6
 M3 S3000
 G0 X5. Y5. Z5.
 Z-4.875

N75 G41 Y0. F50.0
N80 X0.
G02 X-3.75 Y-3.75 Z-6.875 R3.75 F50.
N40 G02 Y0. X-7.5 Z-4.875 R3.75
N45 G03 Y0. X0. R4.33
G01 X5. G40
N45 G0 Z10.;
N65 Y5.
M5
M9
M1
(CLOTURE OUTIL)
(FIN)
M30

M.2.3 Dessin de fabrication (non à l'échelle)



UNIVERSITE LAVAL		Faculté des sciences et de génie	
Dessiné par Donald Dupont		Département de génie mécanique	
Date	19 avril 1999	Turbine 102675	
Tolerance	$\pm 1/2$ 012	Projet: Broche haute vitesse	
Tolerance anglo	$\pm 0.25^\circ$	échelle 2.5:1	unités mm
		DESSIN NO. BHV-010 REL	

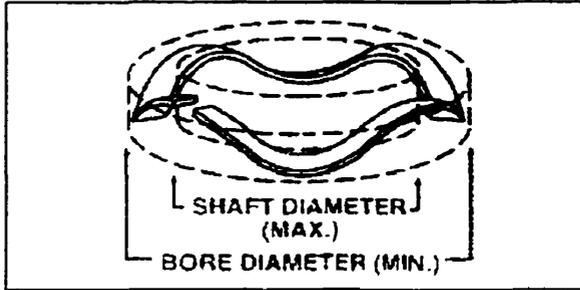
Inv. No. 1/1118

ANNEXE N

N.1 Caractéristique de la valve choisie

Order code Part No./Type	Voltage variant	154 200 MPYE-5-M5-010B	151 092 MPYE-5-1/8 LF-010B	151 093 MPYE-5-1/8 HF-010B	151 094 MPYE-5-1/4-010B	151 095 MPYE-5-3/8-010B
	Current variant	162 938 MPYE-5-M5-420B	161 978 MPYE-5-1/8 LF-420B	161 979 MPYE-5-1/8 HF-420B	161 980 MPYE-5-1/4-420B	161 981 MPYE-5-3/8-420B
Medium		Compressed air, filtered (5 µm), unlubricated				
Design		Directly-actuated spool valve with integral spool position control				
Mounting		Through-holes				
Mounting position		Any except when mounted on components subject to acceleration - in these cases, at right-angle to direction of motion				
Connection	pneumatic	M5	G 1/8	G 1/8	G 1/4	G 3/8
	electrical	Plug socket type SIE-GD and SIE-WD-TR				
Nominal size		2 mm	4 mm	6 mm	8 mm	10 mm
Flow rate ±10%		100 l/min	360 l/min	700 l/min	1400 l/min	2000 l/min
Permissible input pressure		max. 10 bar				
Operating voltage		24 V DC ±25%				
Power consumption		2 W with piston in mid-position; max. 20 W				
Duty cycle		100%				
Residual ripple		5% of DC component, as per DIN 41755				
Setpoint input	Voltage	0...+10 V DC, mid-position at 5 V (voltage variants, types MPYE-5-...010B)				
	Current	4...20 mA, mid-position at 12 mA (current variants, types MPYE-5-...420B)				
Input current (setpoint)		80 µA at 10 V/0 µA at 5 V/-80 µA at 0 V (with voltage variant)				
Input resistance (setpoint)		300 Ω (with current variant)				
Limit frequency at 20 to 80% of valve spool stroke, P _{max}		155 Hz	120 Hz	120 Hz	115 Hz	80 Hz
Response time		3.0 ms	4.2 ms	4.2 ms	4.8 ms	5.2 ms
Hysteresis		max. 0.4% relative to maximum spool stroke				
CE-symbol		Yes, to EMC regulation 89/336/EEC				
Medium temperature		+5 to +40 °C, non-condensing				
Ambient temperature		0 to +50 °C				
Material		Housing: Al, anodized; electronics housing: galvanized ABS				
Degree of protection		IP 65				
Weight	0.280 kg	0.330 kg	0.330 kg	0.530 kg	0.740 kg	

N.2 Caractéristiques de la rondelle élastique choisie



Action	Part Number	Operates in Bore Diam. (mm)	Clears Shaft Diam. (mm)	Load (N)	Work Height (mm)	Free Height (mm)	Waves	Turns	Wire Thickness (mm)	Radial Wall (mm)	Spring Rate (N/mm)
[Display] [Samples] [Quote] [Drawing]	SSB-0102	26.00	18.22	71	1.98	2.54	3	1	0.41	3.38	111

Spring Properties:

Part Number:	SSB-0102
Spring Type:	Overlap Spring
Operates in Bore (mm):	26.00
Clears Shaft Dia. (mm):	18.22
Load (N):	71
Work Height (mm):	1.98
Free Height (mm):	2.54
Number of waves/turn:	3
Number of Turns:	1
Number of Shims:	0
Wire Thickness (mm):	0.41
Wire Radial Wall (mm):	3.38
Spring Rate (N/mm):	111.0

[\[Request a Sample\]](#) |
 [\[Request a Quote\]](#) |
 [\[Download a DWG drawing\]](#) |
 [\[Search Again\]](#)

ANNEXE O

O.1 Programme de calcul du broutage

Les deux programmes suivants fonctionnant avec Matlab calculent les limites de stabilité en fonction de la vitesse de rotation pour une opération de rainurage dans l'aluminium ($C = 0.5$ e 9 N/mm^2). Le premier programme calcule les limites de stabilité pour un système comprenant trois fréquences propres. Donc il trace le graphique de la profondeur de coupe en fonction de la vitesse de rotation pour $N = 0,2,3,\dots$ pour chaque mode. Le deuxième programme fait la même chose que le premier excepté qu'il le fait en considérant que le système comporte une seule fréquence propre. De plus, il trace les courbes permettant de faire l'ajustement de la vitesse de rotation en fonction de la fréquence de broutage.

Notez que les deux programmes peuvent, par le simple changement d'une constante, calculer les limites de stabilité pour des matériaux autres que de l'aluminium ou pour des fraises comportant un nombre plus élevé de dents. Le premier programme peut aussi être complètement interactif. Le deuxième ne l'est pas mais une simple modification lui permettrait de le devenir. Il en est ainsi pour accélérer son utilisation avec Matlab.

O.1.1 1^{er} programme – limite de stabilité pour une fréquence propre

```
%Ce script calcul la partie réel et imaginaire de g
%pour un système de 2e ordre,3 ddl avec comme variable
%initiale: k (en N/m), wn (en rad/s) et zeta pour chaque mode
%Et fait le graphique des lobes de stabilité pour une opération de rainurage.
% C=0.5e9 N/m² pour de l'aluminium.
%
%
u=0.342;
%z=input('Entrer le nombre de dents de la fraise : ');
z=2;
%m=input('Entrer le nombre de dents coupant simulatnément : ');
m=1;
%k=input('Entrer la rigidité radiale équivalente du premier mode en N/m : ');
k=5.16e5;
%wn=input('Entrer la fréquence naturelle du premier mode en rad/s : ');
wn=25000;
%zeta=input('Entrer le facteur d'amortissement équivalent du premier mode en N/m : ');
```

```

zeta=0.05;
%k1=input('Entrer la rigidité radiale équivalente du deuxième mode en N/m : ');
k1=2e6;
%wn1=input('Entrer la fréquence naturelle du deuxième mode en rad/s : ');
wn1=38000;
%zeta1=input('Entrer le facteur d'amortissement équivalent du deuxième mode en N/m : ');
zeta1=0.05;
%k2=input('Entrer la rigidité radiale équivalente du troisième mode en N/m : ');
k2=4e6;
%wn2=input('Entrer la fréquence naturelle du troisième mode en rad/s : ');
wn2=60000;
%zeta2=input('Entrer le facteur d'amortissement équivalent du troisième mode en N/m : ');
zeta2=0.05;
%
%
%
%%%% 1er mode
%
num=[1/k*wn^2];den=[1 2*zeta*wn wn^2];
w=[wn+0.01:5:2.5*wn];
[mag,phase,w]=bode(num,den,w);
re=mag.*cos(phase*2*pi/360);
im=mag.*sin(phase*2*pi/360);
e=2*pi-atan(re./im)*2;
blim=-1./(2*u*m*500000000*re);
n0=w'./(z*e);
n1=w'./(2*pi*z*(e/(2*pi)+1));
n2=w'./(2*pi*z*(e/(2*pi)+2));
n3=w'./(2*pi*z*(e/(2*pi)+3));
n4=w'./(2*pi*z*(e/(2*pi)+4));
n5=w'./(2*pi*z*(e/(2*pi)+5));
lim=max(n1);
n=[0:10:lim]';
ft=n*z*2*pi;
ft2=2*ft;
ft3=3*ft;
ft4=4*ft;
ft5=5*ft;
ft6=6*ft;
%
%%% 2e mode
%
num1=[1/k1*wn1^2];den1=[1 2*zeta1*wn1 wn1^2];
w1=[wn1+0.01:5:2.5*wn1];
[mag1,phase1,w1]=bode(num1,den1,w1);
re1=mag1.*cos(phase1*2*pi/360);
im1=mag1.*sin(phase1*2*pi/360);

```

```

e1=2*pi-atan(re1./im1)*2;
blim1=-1./(2*m*u*500000000*re1);
n01=w1'./(z*e1);
n11=w1'./(2*pi*z*(e1/(2*pi)+1));
n21=w1'./(2*pi*z*(e1/(2*pi)+2));
n31=w1'./(2*pi*z*(e1/(2*pi)+3));
n41=w1'./(2*pi*z*(e1/(2*pi)+4));
n51=w1'./(2*pi*z*(e1/(2*pi)+5));
lim1=max(n11);
n_1=[0:10:lim1]';
ft1=n_1*z*2*pi;
ft21=2*ft1;
ft31=3*ft1;
ft41=4*ft1;
ft51=5*ft1;
ft61=6*ft1;
%
%
%% 3e mode
%
num2=[1/k2*wn2^2];den2=[1 2*zeta2*wn2 wn2^2];
w2=[wn2+0.01:5:2.5*wn2];
[mag2,phase2,w2]=bode(num2,den2,w2);
re2=mag2.*cos(phase2*2*pi/360);
im2=mag2.*sin(phase2*2*pi/360);
e2=2*pi-atan(re2./im2)*2;
blim2=-1./(2*m*u*500000000*re2);
n02=w2'./(z*e2);
n12=w2'./(2*pi*z*(e2/(2*pi)+1));
n22=w2'./(2*pi*z*(e2/(2*pi)+2));
n32=w2'./(2*pi*z*(e2/(2*pi)+3));
n42=w2'./(2*pi*z*(e2/(2*pi)+4));
n52=w2'./(2*pi*z*(e2/(2*pi)+5));
lim2=max(n12);
n_2=[0:10:lim2]';
ft2=n_2*z*2*pi;
ft22=2*ft2;
ft32=3*ft2;
ft42=4*ft2;
ft52=5*ft2;
ft62=6*ft2;
%
%
bmax=2*min(blim2);
nmax=1/10*max(n12)+max(n12);
plot(n0,blim,'b--',n1,blim,'b-',n2,blim,'b-',n3,blim,'b-',n4,blim,'b-',n5,blim,'b-')
HOLD;

```

```

plot(n01,blim1,'b--',n11,blim1,'b-',n21,blim1,'b-',n31,blim1,'b-',n41,blim1,'b-',n51,blim1,'b-')
plot(n02,blim2,'b--',n12,blim2,'b-',n22,blim2,'b-',n32,blim2,'b-',n42,blim2,'b-',n52,blim2,'b-')
AXIS([0 nmax 0 bmax]);
xlabel('Vitesse de rotation en RPS');
ylabel('Profondeur axiale de coupe limite en m');
hold off;

```

O.1.2 2^e programme – limite de stabilité pour trois fréquences propres

```

%Ce script calcul la partie réel et imaginaire de g
%pour un système de 2e ordre, lddl avec comme variable
%initiale: k (en N/m), wn (en rad/s) et zeta.
%Et fait le graphique des lobes de stabilité.
% C=0.5e9 N/m² pour de l'aluminium. u=0.342
z=2;m=1;
wn=22962.09;
k=5.158e5;
zeta=0.05;
u=0.342;
%
%
%
num=[1/k*wn^2];den=[1 2*zeta*wn wn^2];
w=[wn+0.01:5:2.5*wn];
[mag,phase,w]=bode(num,den,w);
re=mag.*cos(phase*2*pi/360);
im=mag.*sin(phase*2*pi/360);
e=2*pi-atan(re./im)*2;
blim=-1./(2*u*m*500000000*re);
n0=w./(z*e);
n1=w./(2*pi*z*(e/(2*pi)+1));
n2=w./(2*pi*z*(e/(2*pi)+2));
n3=w./(2*pi*z*(e/(2*pi)+3));
n4=w./(2*pi*z*(e/(2*pi)+4));
n5=w./(2*pi*z*(e/(2*pi)+5));
lim=max(n1);
n=[0:10:lim]';
ft=n*z*2*pi;
ft2=2*ft;
ft3=3*ft;
ft4=4*ft;
ft5=5*ft;
ft6=6*ft;

```

```
bmax=5*min(blim);
nmax=1/6*max(n1)+max(n1);
subplot(211),plot(n0,w,'b--',n1,w,'b-',n2,w,'b-',n3,w,'b-',n4,w,'b-',n5,w,'b-',n,ft,'b--',n,ft2,'b-
',n,ft3,'b-',n,ft4,'b-',n,ft5,'b-',n,ft6,'b-');
AXIS([0 nmax 0 2*wn]);
xlabel('Vitesse de rotation en RPS');
ylabel('Fréquence de broutage en rad/s');
subplot(212),plot(n0,blim,'b--',n1,blim,'b-',n2,blim,'b-',n3,blim,'b-',n4,blim,'b-',n5,blim,'b-');
AXIS([0 nmax 0 bmax]);
xlabel('Vitesse de rotation en RPS');
ylabel('Profondeur axiale de coupe limite en m');
```